МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ФУНДАМЕНТАЛЬНОЇ МАТЕМАТИКИ

ЗАТВЕРДЖУЮ

Декан математичного факультету

_____ С.І. Гоменюк
(підпис) (ініціали та прізвище)

«27» серпня 2026

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ - 2

підготовки бакалавра
освітньо-професійна програма «Математика»
денної форм здобуття освіти
спеціальності Е7 «Математика»,
галузі знань Е «Природничі науки, математика та статистика»

ВИКЛАДАЧІ
Д`яченко Н.М., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри фундаментальної та прикладної математики;
Красікова І.В., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри фундаментальної та прикладної математики

Обговорено та ухвалено
на засіданні кафедри фундаментальної та
прикладної математики
Протокол № 1 від «26» серпня 2026 р.
Завідувач кафедри

_____ С. М. Гребенюк

Погоджено
Гарант освітньо-професійної програми

_____ Є. В. Панасенко

2026 рік

Зв`язок з викладачем (викладачами):
E-mail: studfmznu@gmail.com
Сезн ЗНУ повідомлення: https://moodle.znu.edu.ua/course/view.php?id=3339
Телефон: *(061) 289-12-74*
Інші засоби зв'язку: *Viber (група з дисципліни)*
Кафедра: *кафедра фундаментальної та прикладної математики, I корпус, ауд. 21*

1. Опис навчальної дисципліни

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Метою вивчення навчальної дисципліни «Математичний аналіз - 2» є засвоєння знань з основ класичного аналізу дійсних функцій багатьох змінних; отримання досвіду з дослідження властивостей функцій багатьох змінних, інтегрування функцій багатьох змінних, що, в свою чергу, дає можливість аналізувати можливості застосування основних теорем інтегрального числення.

Основними **завданнями** вивчення дисципліни «Математичний аналіз - II» є:

- усвідомити внутрішньої логіки розвитку поняття метричного простору, функції багатьох змінних, теорії границь, теорії диференціального та інтегрального числення функцій багатьох змінних;
- набути вмінь та навичок щодо застосування понять та фактів математичного аналізу до розв'язання конкретних задач;
- оволодіти базою для подальшого вивчення дисциплін професійного спрямування: диференціальних рівнянь, комплексного аналізу, теорії ймовірностей, функціонального аналізу, варіаційних методів та методів оптимізації, методів обчислень, математичного моделювання, рівнянь математичної фізики та інших.

Міждисциплінарні зв'язки. Курс «Математичний аналіз-2» є логічним продовженням курсу «Математичний аналіз-1». Набуті при вивченні даного курсу знання необхідні для подальшого вивчення таких курсів: «Функціональний аналіз», «Комплексний аналіз», «Диференціальна геометрія та топологія», «Рівняння математичної фізики», «Методи обчислень» та інших. Крім того, в процесі вивчення курсу «Математичний аналіз-2» закладаються вміння й навички щодо застосування понять і фактів математичного аналізу в фізиці, механіці, техніці, економіці та інших галузях науки та техніки.

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Силабус навчальної дисципліни

Паспорт навчальної дисципліни

Нормативні показники	денна форма здобуття освіти	заочна форма здобуття освіти
Статус дисципліни	**Обов'язкова**	
Семестр	4 -й	4 -й
Кількість кредитів ECTS	**5**	
Кількість годин	150	
Лекційні заняття	30 год.	8 год.
Практичні	30 год.	8 год.
Самостійна робота	120 год.	134 год.
Консультації	*За розкладом, розміщеним на сторінці курсу в СЕЗН ЗНУ Moodle* Місце проведення: при очному навчанні – І корпус, ауд. 21; при дистанційному навчанні – Zoom,	
Вид підсумкового семестрового контролю:	**екзамен**	
Посилання на електронний курс у СЕЗН ЗНУ (платформа Moodle)	https://moodle.znu.edu.ua/course/view.php?id=3339	

2. Методи досягнення запланованих освітньою програмою компетентностей і результатів навчання

КОМПЕТЕНТНОСТІ/ результати навчання	Методи навчання	Форми і методи оцінювання
1	**2**	**3**
Інтегральна компетентність. Здатність розв'язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов - Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу. - Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях. - Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності. - Здатність працювати автономно. - Здатність формулювати проблеми математично та в символьній формі з метою	- Інтегральні методи; - словесні методи викладення матеріалу на лекціях; - навчальні дискусії; - проблемне викладання, пошукове, дослідницьке; - самостійна робота студентів; - контроль, самоконтроль і корекція, самокорекція при виконанні робіт поточного, підсумкового контролю, індивідуальних завдань; - методи комунікації на заняттях, при захисті виконаних робіт; - методи колективної роботи під час практичних занять; - створення проблемних ситуацій з подальшим їх самостійному або колективному вирішенні; - практичні методи: досліди, вправи, навчальна праця; - індуктивні та дедуктивні методи; - репродуктивні та точні методи; - проблемно-пошукові методи.	- Теоретичне тестування за змістовими модулями; - опитування на аудиторних заняттях.

1	2	3
спрощення їхнього аналізу й розв'язання. - Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі. - Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок. - Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганних.		
- Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово. - Здійснювати професійну письмову й усну комунікацію українською мовою	- Занурення в україномовне середовище під час аудиторних занять, виконання всіх видів контролю;	Виконання індивідуальних практичних розрахункових завдань (ІПРЗ) та їх захист, екзамен.
- Здатність до кількісного мислення. - Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.	- Дослідницький метод спрямований на залучення студентів до самостійного розв'язання задач; - метод проблемного викладу навчального матеріалу і створення проблемних ситуацій; стимулювання до генерації оригінальних ідей при розв'язанні теоретичних і практичних задач.	Виконання самостійних і контрольних робіт.
- Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій . - Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел. - Відшуковувати потрібну науково-технічну інформацію у науковій літературі, базах даних та інших джерелах інформації.	- Частково-пошуковий (евристичний) метод спрямований на залучення студентів до самостійного розв'язання пізнавальних завдань з використанням різних джерел інформації.	Виконання індивідуальних практичних розрахункових завдань (ІПРЗ) та їх захист.
- Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між	- Пояснювально-ілюстративний метод; - репродуктивний метод; активні методи навчання: послідовна й цілеспрямована постановка перед студентами завдань, розв'язуючи які вони активно засвоюють нові знання і отримують вміння і навички.	Підсумковий контроль (екзамен)

1	2	3
поставленою задачею й відомими моделями. - Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей. - Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичного аналізу для дослідження функцій однієї та багатьох дійсних змінних: – оволодіти знаннями щодо основних понять та тверджень теорії границь, неперервних функцій, диференціального та інтегрального числення функцій багатьох змінних; – оволодіти знаннями щодо основних областей застосування відомих понять та тверджень. - Розв'язувати типові задачі математичного аналізу, алгебри, диференціальних та інтегральних рівнянь, оптимізації за допомогою чисельних методів.		

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Функції багатьох змінних

Змістовий модуль 1. *Деякі відомості із теорії метричних просторів.*

Означення метричного простору. Приклади метричних просторів. m - вимірний евклідовий простір. Множини в метричних просторах та їх властивості. Збіжність послідовності в метричному просторі. Критерій збіжності в скінченновимірному просторі. Властивості збіжних послідовностей.

Поняття прямої та ламаної в m - вимірному евклідовому просторі. Зв'язні множини. Поняття області в метричному просторі.

Змістовий модуль 2. *Функції багатьох змінних.*

Означення функцій багатьох змінних. Лінії та поверхні рівня. Границі функції багатьох змінних в точці. Різні означення кратної границі функції багатьох змінних та їх еквівалентність. Повторні границі функції багатьох змінних та їх зв'язок з кратними границями. Арифметичні операції над функціями багатьох змінних. Неперервність функції багатьох змінних в точці та на замкненій області. Різні означення неперервності функції багатьох змінних. Поняття складеної функції багатьох змінних та її неперервність. Теорема Коші про проходження неперервної на зв'язній множині функції багатьох змінних при зміні знаку. Лема Больцано-Вейєрштраса. Перша і друга теореми Вейєрштраса. Рівномірна неперервність функції багатьох змінних, теорема Кантора та наслідок з неї.

Змістовий модуль 3. *Диференціальне числення функцій багатьох змінних.*

Частинні похідні. Диференційовність і диференціал першого порядку функції багатьох змінних. Умови диференційовності. Означення дотичної площини до поверхні в тривимірному евклідовому просторі. Геометричний зміст диференційовності функції багатьох змінних.

Диференціювання складених функцій багатьох змінних. Інваріантність першого диференціала. Властивості диференціала. Похідні за напрямком. Градієнт. Частинні похідні вищих порядків та незалежність їх від порядку диференціювання. Диференціали вищих порядків. Формула Лейбниця. Неінваріантість форми диференціала вищого порядку та випадок його інваріантності. Формула Тейлора функції багатьох змінних та її застосування. Дослідження функції багатьох змінних на локальний екстремум. Необхідні
та достатні умови екстремуму.

Неявні функції. Теорема про існування неявної функції. Функціональні визначники та їх властивості. Функціональна залежність функцій. Умови незалежності. Умовний екстремум. Застосування функцій багатьох змінних в геометрії.

Розділ 2. Кратні інтеграли

Змістовий модуль 4. *Кратні інтеграли: означення, критерії інтегровності на проміжку.*

Поняття m-вимірного проміжку. Міра проміжку та її властивості. Розбиття проміжку. Поняття кратного інтегралу по m -вимірному проміжку та інтегровності. Необхідна умова інтегровності. Критерій Дарбу інтегрованості на m-вимірному проміжку. Класи інтегровних по m - вимірному проміжку функцій.

Змістовий модуль 5. *Кратні інтеграли: теорема Фубіні, заміна під знаком кратного інтеграла, застосування кратних інтегралів.*

Допустимі множини. Означення інтеграла по допустимій множині та його коректність. Критерій інтегровності по множині. Об’єм допустимої множини. Властивості кратних інтегралів.

Теорема Фубіні та наслідки з неї.

Заміна змінної під знаком кратного інтеграла. Полярні, сферичніта циліндричні координати. Застосування кратних інтегралів в механіці. Невластиві кратні інтеграли.

Розділ 3. Криволінійні та поверхневі інтеграли. Теорія поля

Змістовий модуль 6. *Криволінійні інтеграли.*

Поняття криволінійних інтегралів першого і другого роду, загального криволінійного інтеграла другого роду, фізичний зміст криволінійних інтегралів. Зведення криволінійних інтегралів до визначеного інтеграла Рімана. Поняття гладкої кривої, поняття особливої і звичайної точок. Властивості криволінійних інтегралів першого роду.

Змістовий модуль 7. *Поверхневі інтеграли.*

Поняття поверхні. Означення гомеоморфізму множин, локального гомеоморфізму. Означення елементарної області, простої плоскої області. Означення поверхні. Умови задання поверхні. Поняття гладкої поверхні без особливих точок. Орієнтація поверхні. Поняття координатних ліній на поверхні, дотичних площин і нормалей в точках поверхні. Означення двосторонньої поверхні. Повні та обмежені поверхні.

Означення площі поверхні. Формули площі поверхні, що задана параметрично, явно. Означення поверхневих інтегралів першого і другого роду, фізичний зміст поверхневих інтегралів. Зведення поверхневих інтегралів до кратних інтегралів Рімана.

Змістовий модуль 8. *Елементи теорії поля.* Біортогональні базиси.

Перетворення базисів. Дивергенція і ротор лінійного оператора. Дивергенція і ротор в ортонормованному базисі.

Скалярне і векторне поле, їх дифференційовність, похідні за напрямком. Дивергенція і ротор векторного поля, їх фізичний зміст та формули для обчислення. Основні формули аналізу. Формула Гріна. Формула Остроградського-Гаусса. Формула Стокса.

Потенціальне поле. Умови незалежності криволінійного інтегралу на площині від шляху інтегрування.

4. Структура навчальної дисципліни

Вид заняття /роботи	Назва теми	Кількість годин		Згідно з розкладом
		о/д.ф.	о/д.ф.	
Лекція 1	Означення метричного простору. Властивості множин в метричних просторах. Послідовності в метричних просторах	2	0.5	*щотижня*
Лекція 2	Область визначення функції багатьох змінних. Лінії рівня та поверхні рівня. Кратні і повторні границі функції багатьох змінних	2	0,5	
Лекція 3	Неперервність функцій багатьох змінних. Властивості неперервних функцій. Рівномірна неперервність	2	0,5	
Лекція 4	Частинні похідні першого порядку. Умови диференційовності. Диференціювання складених функцій багатьох змінних	2	0,5	
Лекція 5	Частинні похідні і диференціали вищих порядків	2	0,5	
Лекція 6	Формула Тейлора функцій багатьох змінних	2	0,5	
Лекція 7	Дослідження функції багатьох змінних на локальний екстремум.	2	0.5	
Лекція 8	Поняття про неявні функції. Основні теореми про неявні функції	1	0.25	
	Умовний та абсолютний екстремум функції багатьох змінних	1	0,25	
Лекція 9	Поняття кратного інтеграла по $m-$вимірному проміжку	2	0,5	
Лекція 10	Критерій Дарбу інтегровності на $m-$вимірному проміжку	2	0,5	
Лекція 11	Означення інтеграла по множині. Властивості кратних інтегралів	1	0,5	
	Теорема Фубіні та наслідки з неї. Заміна змінної під знаком кратного інтеграла	1	0,5	
Лекція 12	Застосування кратних інтегралів	2	0,5	
Лекція 14	Поняття криволінійних інтегралів першого і другого роду. Зведення криволінійних інтегралів до визначеного інтеграла Рімана	1	0,5	
	Властивості криволінійних інтегралів та їх застосування	1	0,5	
Лекція 13	Поняття поверхні. Площа поверхні. Формули площі поверхні, що задана параметрично, явно	1	0,25	
	Означення поверхневих інтегралів першого і другого роду. Зведення поверхневих інтегралів до кратних інтегралів Рімана	1	0,25	
Лекція 14	Скалярне і векторне поле. Дивергенція і ротор векторного поля, їх фізичний зміст та формули для обчислення	2	0,5	
Лекція 15	Основні формули аналізу. Формула Гріна. Формула Остроградського-Гаусса. Формула Стокса	2	0,5	
Практичне заняття 1	Послідовності в метричних просторах	2	0,5	*щотижня*
Практичне заняття 2	Область визначення функції багатьох змінних. Лінії рівня та поверхні рівня. Обчислення границь функцій багатьох змінних	2	0,5	
Практичне заняття 3	Неперервність функцій багатьох змінних. Рівномірна неперервність	2	1	
Практичне заняття 4	Обчислення частинних похідних. Умови диференційовності. Диференціювання складених функцій багатьох змінних	2	0	
Практичне заняття 5	Частинні похідні і диференціали вищих порядків	2	1	
Практичне заняття 6	Формула Тейлора функцій багатьох змінних	2	1	
Практичне	Дослідження функції багатьох змінних на локальний	2	0,5	

Вид заняття /роботи	Назва теми	Кількість годин		Згідно з розкладом
		о/д.ф.	о/д.ф.	
заняття 7	екстремум.			
Практичне заняття 8	Дослідження функцій на умовний екстремум	1	0,5	
	Дослідження функцій на абсолютний екстремум	1	0	
Практичне заняття 9	Обчислення подвійних інтегралів	2	0	
Практичне заняття 10	Заміна змінних в подвійних інтегралах	2	0	
Практичне заняття 11	Застосування подвійних інтегралів	2	1	
Практичне заняття 12	Обчислення потрійних інтегралів. Циліндричні та сферичні координати	1,5	1	
	Застосування потрійних інтегралів	0,5	0	
Практичне заняття 13	Обчислення криволінійних інтегралів першого роду	1	1	
	Обчислення криволінійних інтегралів другого роду	1	0,5	
Практичне заняття 14	Обчислення поверхневих інтегралів першого роду	1	0,5	
	Обчислення поверхневих інтегралів другого роду	1	0,5	
Практичне заняття 15	Формула Гріна. Формула Остроградського-Гаусса. Формула Стокса	1	0,5	
Самостійна робота	Топологічні властивості множин у метричних просторах	5	5	
	Властивості послідовностей у метричних просторах	5	5	
	Зв’язок між кратними границями та границями за однією змінною	4	4	
	Властивості неперервних функцій багатьох змінних	4	5	
	Рівномірна неперервність функцій багатьох змінних	4	5	
	Диференціювання складених функцій багатьох змінних	5	6	
	Теореми про змішані похідні функцій багатьох змінних	5	6	
	Теорема про існування неявної функції	6	7	
	Теорема про диференціювання неявної функції	6	7	
	Теорема Фубіні для потрійних інтегралів.	6	7	
	Застосування кратних інтегралів в механіці.	8	8	
	Формула заміни змінних в кратних інтегралах	6	7	
	Криволінійні інтеграли вздовж просторових кривих	6	7	
	Застосування криволінійних інтегралів	6	7	
	Поверхні та їх властивості. Задання поверхонь	6	7	
	Формула для обчислення площі поверхні	6	7	
	Біортогональні базиси. Перетворення базисів	6	7	
	Характеристики скалярного та векторного поля	6	7	
	Підсумковий контроль. - Виконання індивідуального завдання. - Підготовка до заліку.	30	30	

8. Види і зміст поточних контрольних заходів

Вид заняття/роботи	Вид поточного контрольного заходу	Зміст поточного контрольного заходу	Критерії оцінювання та термін виконання	Усього балів
1	**2**	**3**	**4**	**5**
Поточний контроль				
Лекція	Тест (теорія ЗМ1)	*Теоретичне тестування за змістовим модулем 1* Питання для підготовки: 1. Елементи теорії метричних просторів. Означення метричного простору. Приклади метричних просторів. m - вимірний евклідовий простір. Множини в метричних просторах та їх властивості. Збіжність послідовності в метричному просторі. Критерій збіжності в скінченновимірному просторі. Властивості збіжних послідовностей. Поняття прямої та ламаної в m - вимірному евклідовому просторі. Зв'язні множини. Поняття області в метричному просторі. 2. Границя та неперервність функції багатьої змінних. Границі функції багатьох змінних в точці. Різні означення кратної границі функції багатьох змінних та їх еквівалентність. Повторні границі функції багатьох змінних та їх зв'язок з кратними границями. Арифметичні операції над функціями багатьох змінних. Неперервність функції багатьох змінних в точці та на замкненій області. Різні означення неперервності функції багатьох змінних. Поняття складеної функції багатьох змінних та її неперервність. Теорема Коші про проходження неперервної на зв'язній множині функції багатьох змінних при зміні знаку. Лема Больцано-Вейєрштраса. Перша і друга теореми Вейєрштраса. Рівномірна неперервність функції багатьох змінних, теорема Кантора та наслідок з неї	4 тестових питань з загальним балом 4 ****	**4**
Практичне заняття	Тест (практ. ЗМ 1)	*Тестування з перевірки практичних навичок за змістовим модулем 2* Завдання: 1. Обчислити повторну границю. 2. Обчислити подвійну границю	2 тестових питань з загальним балом 2 ****	**2**
Лекція	Тест (теорія ЗМ 2)	*Теоретичне тестування за змістовим модулем 2* Питання для підготовки: 1. Диференціальне числення функцій багатьох змінних. Частинні похідні. Диференційовність і диференціал першого порядку функції багатьох змінних. Умови диференційовності. Означення дотичної площини до поверхні в тривимірному евклідовому просторі. Геометричний зміст диференційовності функції багатьох змінних. Диференціювання складених функцій багатьох змінних. Інваріантність першого диференціала. Властивості диференціала. Похідні за напрямком. Градієнт. Частинні похідні вищих порядків та незалежність їх від порядку диференціювання. Диференціали вищих порядків. Формула Лейбниця. Неінваріантість форми диференціала вищого порядку та випадок його інваріантності. Формула Тейлора функції багатьох змінних та її застосування. Дослідження функції багатьох змінних на локальний екстремум. Необхідні та достатні умови екстремуму.	2 тестових питання з загальним балом 2 ****	**2**
Практичне заняття	Тест (практ. ЗМ 2)	*Тестування з перевірки практичних навичок за змістовим модулем 2-3* Завдання:	Відкрите тестове питання з загальним балом 2 ****	**2**

1	2	3	4	5
		1. Дослідження на локальний екстремум функції двох змінних.		
Практичне заняття	Самостійна робота	*Самостійна робота з перевірки практичних навичок за змістовим модулем 2* Завдання: 1. Обчислити частинні похідні першого та другого порядку функції багатьох змінних Вимоги до виконання та оформлення *	1 завдання, яке оцінюється в 3 бали	**3**
Лекція	Тест (теорія ЗМ 1-3)	*Математичний термінологічний диктант або теоретичне тестування за змістовими модулями 1-3* Питання для підготовки складаються із питань трьох попередніх змістових модулів: 1. Границя та неперервність функції багатьох змінних. 2. Диференціальне числення функції багатьох змінних	8 тестових питання з загальним балом 5 ****	**5**
	Індивідуальне завдання	*Індивідуальне практичне розрахункове завдання за змістових модулів 1-3* ***(ІПРЗ №1)*** 1. Область визначення функції багатьох змінних. 2. Границі функції багатьох змінних. 3. Частинні похідні, диференційовність, геометричний зміст диференційовності функції багатьох змінних. 4. Диференціали вищих порядків функцій багатьох змінних. 5. Локальний, умовний, абсолютний екстремум функції багатьох змінних. 6. Похідна за напрямком та градієнт функції багатьох змінних.. Формкла Тейлора функції багатьох змінних.	ІПРЗ №1 складається із 14 завдань із загальнми балом – 10. ***	**10**
Лекція	Тест (теорія ЗМ 4)»	*Теоретичне тестування за змістовим модулем 4* Питання для підготовки: 1. Кратні інтеграли: теорема Фубіні, заміна під знаком кратного інтеграла, застосування кратних інтегралів. . Поняття m-вимірного проміжку. Міра проміжку та її властивості. Розбиття проміжку. Поняття кратного інтегралу по m -вимірному проміжку та інтегровності. Необхідна умова інтегровності. Критерій Дарбу інтегрованості на m-вимірному проміжку. Класи інтегровних по m - вимірному проміжку функцій.	3 тестових питань з загальним балом 3 ****	**3**
Лекція	Тест (теорія ЗМ 5)	*Теоретичне тестування за змістовим модулем 5* Питання для підготовки: 1. Кратні інтеграли: означення, критерії інтегровності на проміжку	2 тестових питання з загальним балом 4 ****	**3**

1	2	3	4	5
		Припустимі множини. Означення інтеграла по припустимій множині та його коректність. Критерій інтегровності по множині. Об'єм припустимої множини. Властивості кратних інтегралів.Теорема Фубіні та наслідки з неї. Заміна змінної під знаком кратного інтеграла. Полярні, сферичніта циліндричні координати		
Практичне заняття	Тест (практ+теорія ЗМ 4-5)	*Тестування з перевірки практичних навичок за змістовими модулями 4-* Завдання: 1.2. Обчислити кратний інтеграл. Вимоги до виконання та оформлення *	2 тестових питань з загальним балом 2 ****	**2**
Практичне заняття	Контрольна робота №1 (КР №1)	*Контрольна робота за темами змістових модулів 4-5* ***(КР №1)*** Завдання: 1. Поданти кратний інтеграл повторним. 2. Обчислити подвійний інтеграл. 3. Обчислити площу області. 4. Обчислити площу поверхні. 5. Обчислити об'єм тіла. Вимоги до виконання та оформлення *	Контрольна робота складається із 5завдань із загальним балом – 8 . ***	**8**
Практичне заняття	Тест (практ. ЗМ 6)	*Тестування з перевірки практичних навичок за змістовим модулем 6* Завдання: 1.2. Обчислити криволінійні інтеграли. Вимоги до виконання та оформлення *	2 відкритих тестових завдання із загальни балом 3 *** ****	**3**
Практичне заняття	Тест (практ. ЗМ 7)	*Тестування з перевірки практичних навичок за змістовим модулем 7* Завдання: 1. Обчислити поверхневий інтеграл. Вимоги до виконання та оформлення *	1 тестове завдання з визначенням повного ходу розв'язання *** ****	**2**
Практичне заняття	Тест (практ. ЗМ 8)	*Тестування з перевірки практичних навичок за змістовим модулем 8* Завдання: 1. За допомогою формули Гріна обчислити криволінійний інтеграл. 2. За допомогою формули Остроградського-Гаусса обчислити течію векторног поля Вимоги до виконання та оформлення *	2 тестових завдання із загальни балом 3 *** ****	**3**
Лекція	Тест (теорія ЗМ 6-8)	*Математичний термінологічний диктант або теоретичне тестування за змістовими модулями 6-8* Питання для підготовки: 1. Криволінійні інтеграли.	4 тестових питань з загальним балом 4****	**4**

1	2	3	4	5
		Поняття криволінійних інтегралів першого і другого роду, загального криволінійного інтеграла другого роду, фізичний зміст криволінійних інтегралів. Зведення крволінійних інтегралів до визначеного інтеграла Рімана. 2. Поверхневі інтеграли. Означення площі поверхні. Формули площі поверхні, що задана параметрично, явно. Означення поверхневих інтегралів першого і другого роду, фізичний зміст поверхневих інтегралів. Зведення поверхневих інтегралів до кратних інтегралів. 3. Елементи теорії поля. Скалярне і векторне поле, їх диференційовність, похідні за напрямком. Дивергенція і ротор векторного поля, їх фізичний зміст та формули для обчислення. Основні формули аналізу. Формула Гріна. Формула Остроградського-Гаусса. Формула Стокса.		
Практичне заняття	Контрольна робота №2 (КР №2)	*Контрольна робота за змістовим модулем 7* ***(КР №2)*** Завдання: Обчислити криволінійний інтеграл безпосередньо та за формулою Стокса	Контрольна робота складається із 1 завдання, що містить дві частини. Оцінюється загалом в 3 б. ***	**3**
Усього поточний контроль	**20**			**60**
Підсумковий контроль				
Підсумковий контроль	Екзамен Теоретичне завдання у формі тестування (дистанційна форма навчання) або усно (очна форма навчання)	Питання для підготовки: Всі питання, що містяться в стовпчику 3 розділу 7 даної робочої програми. А також за посиланням URL: https://moodle.znu.edu.ua/pluginfile.php/22061/mod_resource/content/1/%D0%B7%D0%B0%D0%BF%D0%B8%D1%82%D0%B0%D0%BD%D0%BD%D1%8F%20%D0%B4%D0%BE%20%D0%B5%D0%BA%D0%B7%D0%B0%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%83.pdf Усна частина екзаменаційного білета передбачає розгорнуту та обґрунтовану відповідь на два теоретичних питання (з письмовою фіксацією всіх відповідей) і розгорнуте розв'язання одного практичного завдання. У разі дистанційної форми навчання екзамен проходить у тестовій формі через платформу Moodle.	**Екзамен** проводиться **в усній формі** при очній формі навчання. Усний екзамен складається із вхідного контролю і відповіді на екзаменаційний білет. Вхідний контроль складається із двох термінологічних питань і двох найпростіших задач. Усна частина з відповіддю на екзаменаційний білет передбачає розгорнуту, обґрунтовану відповідь на 2 теоретичних питання і розгорнуте розв'язання 2 задач. За відповіді на питання вхідного контролю студент	**20**

1	2	3	4	5
			може отримати до 4 балів, кожне питання екзаменаційного білету – до 4 балів. Оцінка за кожне завдання обчислюється за формулою (1). У разі дистанційної форми навчання екзамен проходить у тестовій формі через платформу Moodle. Підсумковий тест складається із 19 питань. Разом усі питання охоплюють весь матеріал дисципліни. Максимальна кількість балів за підсумковий тест становить 20 балів.	
	Практичне завдання - індивідуальні практичні розрахункові завдання (ІПРЗ)	Підсумкове практичне завдання або індивідуальне практичне розрахункове завдання (ІПРЗ) складається з комплексного завдання. ***ІПРЗ здається на заліковому тижні.*** ***Індивідуальне практичне розрахункове завдання*** *(ІПРЗ)* складається з 3 завдань: завдання 2 (ІПРЗ №2) містить 14 задач за змістовими модулями 4-5, завдання 3 (ІПРЗ №3) містить 19 задач за модулями 6-8. Розв'язані з детальними поясненнями задачі оформлюються в окремому зошиті. Строк захисту кожного завдання: наступний тиждень після завершення вивчення відповідної теми. Умови індивідуальних завдань і рекомендації до виконання ІПРЗ див. на сторінці курсу у Moodle:	Максимальна оцінка за завдання 2 ((ІПРЗ №2) – 10 балів (0,72 б. за кожне із 14 завдань), за завдання 3 (ІПРЗ №3) – 10 балів (0.53 б. за кожне із 19 завдань), Розрахунок балів проводиться за формулою (1).	**20**
Усього підсумковий контроль				**40**

* Вимоги до виконання та оформлення кожної **контрольної або самостійної роботи**:

- завдання кожної контрольної роботи студент розв'язує в аудиторії або дистанційно протягом 40 хв, самостійної – 10 хв., за умови повної ідентифікації студента;

- кожний студент розв'язує власний варіант контрольної роботи;
- виконані завдання оформлюються власноруч студентом, письмово;
- кожне завдання супроводжується умовою і повним розв'язанням із зазначенням формул, теорем, властивостей, ознак і т.п., які застосовуються при розв'язанні;
- виконані завдання фотографуються і викладаються до СЕЗН MOODLE.

**Кожний контроль у формі тестування проводиться в СЕЗН MOODLE.
Теоретичне **тестування** проводиться

- в аудиторії або дистанційно через платформу Moodle з використанням ґаджетів або інших технічних пристроїв;
- тест містить 1-8 питань різного рівня складності і охоплює всі питання відповідних змістових модулів;
- максимальна оцінка за тест становить від 2 до 5 балів з часом виконання від 7 до 20 хвилин залежно від кількості і складності питань;
- оцінка за тестове питання залежить від типу тестового питання:
  «Множинний вибір» у випадку однієї правильної відповіді оцінюється за принципом «правильно-неправильно» ,
  «Множинний вибір» з декількома правильними відповідями оцінюється залежно від кількості правильно обраних варіантів,
  «Визначити пропущені слова» оцінка залежить під правильного вибору кожного пропущеного слова,
  «Відповідність» оцінка залежить від кількості правильно встановлених відповідностей,
  «Числова» оцінюється за принципом «правильно-неправильно»,
  «Коротка відповідь» передбачає вписування правильної відповіді, при цьому викладач може переоцінити відповідь студента у випадку, коли відповідь є частково вірною;
- студенту надається 2 спроби з вибором найкращої оцінки.

*** Оцінювання кожного окремого завдання контрольної, самостійної роботи або індивідуального практичного розрахункового завдання здійснюється за формулою

$$s = m \cdot \frac{v}{100}, \quad (1)$$

де s – підсумковий бал за завдання, m – максимальний бал за завдання, v - відсоток виконання.
Критерії визначення v (%):

- 90-100%: завдання повністю виконано без помилок; відповідає виявленню студентом всебічного системного і глибокого знання програмного матеріалу; засвоєнню ним основної і додаткової літератури; чіткому володінню понятійним апаратом, методами, методиками та інструментами, передбаченими програмою дисципліни; вмінню використовувати їх для вирішення як типових, так і нетипових практичних ситуацій; виявленню творчих здібностей в розумінні, викладі та використанні навчально-програмного матеріалу;
- 60-89%: повністю виконано без суттєвих помилок; відповідає виявленню знань основного програмного матеріалу; засвоєнню інформації в межах лекційного курсу; володінню необхідними методами, методиками та інструментами, передбаченими програмою; вмінню використовувати їх для вирішення типових ситуацій, припускаючи окремих незначних помилок;
- 0-59%: більше 30% завдання виконано невірно; відповідає виявленню значних прогалин у знаннях основного програмного матеріалу; не досить упевненому володінню окремими поняттями, методиками та інструментами, про що свідчать принципові помилки під час їх використання.

Шкала оцінювання ЗНУ: національна та ECTS

За шкалою **ECTS**	*За шкалою університету*	**За національною шкалою**	
		Екзамен	**Залік**
A	90 – 100 (відмінно)	***5 (відмінно)***	***Зараховано***
B	85 – 89 (дуже добре)	4 (добре)	
C	75 – 84 (добре)		
D	70 – 74 (задовільно)	3 (задовільно)	
E	60 – 69 (достатньо)		
FX	35 – 59 (незадовільно – з можливістю повторного складання)	2 (незадовільно)	Не зараховано
F	1 – 34 (незадовільно – з обов'язковим повторним курсом)		

6. Основні навчальні ресурси

1. Гребенюк С. М., Д'яченко Н. М., Красікова І. В. Математичний аналіз - 2: Диференціальне та інтегральне числення функції багатьох змінних: методичні вказівки до самостійної роботи для здобувачів ступеня вищої освіти бакалавра спеціальності «Математика». Запоріжжя: ЗНУ, 2019. 130 с.
2. Гребенюк С.М., Д'яченко Н.М., Красікова І.В., Панасенко Є.В. Математичний аналіз: інтегральне числення функції багатьох змінних: навчальний посібник для студентів освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» напрямів підготовки «Математика», «Прикладна математика», «Програмна інженерія». Запоріжжя: ЗНУ, 2014. 120 с.
3. Математичний аналіз – 1: Диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної : навчальний посібник для здобувачів ступеня вищої освіти бакалавра спеціальності «Математика» освітньо-професійної програми «Математика» / С. М. Гребенюк, Н. М. Д'яченко, М. І. Клименко, І. В. Красікова, О. О. Тітова, І. Г. Ткаченко. Запоріжжя : Запорізький національний університет, 2024. 480 с.
4. Дюженкова Л. І., Колесник , Т. В., Лященко М. Я. [та ін.] Математичний аналіз у задачах і прикладах : навч. посіб. для студ. вищ. пед. навч. закл. доп. МОНУ. : у 2 ч. Ч.1. Київ : Вища школа, 2003. 463 с.
5. Ляшко І.І.,Ємельянов В.Ф., Боярчук О.К. Математичний аналіз: У 2 ч. Ч.1. К.:Вища шк. 1992. 494 с.; Ч.2. 1993. 375 с.
6. Математичний аналіз у задачах і прикладах / Укл: Л.І.Дюженкова, Т.В.Колесник, М.Я.Ляшенко, Г.О.Михалін, М.І. Шкіль Ч. 1. Київ: Вища школа, 2002. 462 с.
7. Математичний аналіз: збірник завдань до самостійної роботи для студентів освітнього рівня «бакалавр» напрямів підготовки «Прикладна математика», «Математика». / Укл. Н. М. Д'яченко, І. В. Красікова, О. О. Тітова, Ю. М. Стреляєв. Запоріжжя: ЗНУ, 2015. 76 с.
8. Фіхтенгольц Г. М. Курс диференціального та інтегрального числення / перекл. С. Зінов'єв, А. Груша, О. Галганов, А. Рогова Р. Путятін, А. Чередник О. Телемко. Одеса, 2022. 1753 с.
9. Давидов М. О. Курс математичного аналізу : підручник : у 3 ч. Ч. 3 : Елементи теорії функцій і функціонального аналізу. Київ : Вища школа, 1979. 392 с.; Київ : Вища школа, 1992. 359 с.
10. Дзядик В. К. Математичний аналіз. у 2 т. Т. 1 / В. К. Дзядик.Київ : Вища школа, 1995. 495 с.
11. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз : підруч. для студ. вищ. навч. закл., що вивч. дисцип. "Математичний аналіз" : у 2 ч. Ч. 1. Київ : Либідь, 1993.320 с.
12. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз : підруч. для студ. вищ. навч. закл., що вивч. дисцип. "Математичний аналіз" : у 2 ч. Ч. 2. Київ : Либідь, 1994. 304 с.
13. Заболоцький М. В.,Сторож О. Г., Тарасюк С. І. Математичний аналіз : підруч.. затвердж. МОНУ. Київ : Знання, 2008. 424 с.
14. Ляшко І.І.,Ємельянов В.Ф., Боярчук О.К. Математичний аналіз: У 2 ч. Ч.1. К.:Вища шк. 1992. 494 с.; Ч.2. 1993. 375 с.

15. Боярчук О. К., Ляшко І. І., Ємельянов В. Ф. Математичний аналіз : підручник. У 2-х ч. Ч.2. Київ : Вища школа, 1993 376 с.
16. Практикум з математичного аналізу : навч. посіб. затвердж. МОНУ / М. В. Заболоцький, С. І. Фединяк, П. В. Філевич, К. А. Червінка. Львів : ВЦ ЛНУ ім. І.Франка, 2009. 313 с.
17. Радченко, О. М. Математичний аналіз : Ряди та інтеграли з параметром функції декількох змінних. У 2-х ч. Ч.2 / О. М. Радченко ; О. М. Радченко. Київ : ТВіМС, 2000. 221 с.
18. Шкіль М. І. Математичний аналіз : У 2 ч. : підруч. для студ. мат. спец. вузів затв. МОНУ. Ч. 1. Київ : Вища школа, 2005. 447 с.
19. Шкіль М. І. Математичний аналіз : у 2 ч. : підруч. для студ. мат. спец. вузів затв. МОНУ. Ч. 2. Київ : Вища школа, 1995. 510 с.; Київ : Вища школа, 2005. 510 с.
20. Шунда Н. М.,Томусяк А. А. Практикум з математичного аналізу: Інтегральне числення. Ряди : навч. посібник для студ. пед. навч. Закладів. Київ : Вища шк., 1995. 541 с.
21. Mathematical Analysis and Applications II / H. M. Srivastava (ed.). Basel : MDPI, 2020. 226 p.
22. Mathematical Analysis of Continuum Mechanics and Industrial Applications : Proceedings of the International Conference CoMFoS15 / edited by H. Itou [et al.]. Singapore : Springer, 2017. 231 p.

Інформаційні ресурси

1. Система електронного забезпечення навчання ЗНУ. URL: https://moodle.znu.edu.ua/course/view.php?id=3339 (дата звернення: 25.08.2026)
2. Наукова бібліотека Запорізького національного університету. URL: http://library.znu.edu.ua/ (дата звернення: 25.08.2026)
3. Національна бібліотека України імені В. І. Вернадського. URL: http://www.nbuv.gov.ua/ (дата звернення: 25.08.2026)
4. Гребенюк С.М., Д'яченко Н.М., Красікова І.В. Математичний аналіз-2: Диференціальне та інтегральне числення функцій багатьох змінних: методичні вказівки до самостійної роботи для здобувачів ступеня вищої освіти бакалавра спеціальності «Математика» освітньо-професійних програм «Математика», «Комп'ютерна математика». Запоріжжя: ЗНУ, 2019. 130 с. URL: https://moodle.znu.edu.ua/pluginfile.php/295789/mod_resource/content/1/GrebDyach_KrasMA2.pdf (дата звернення: 25.08.2026)
5. Гребенюк С.М., Д'яченко Н.М., Красікова І.В., Панасенко Є.В. Математичний аналіз: інтегральне числення функції багатьох змінних: навчальний посібник для студентів освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» напрямів підготовки «Математика», «Прикладна математика», «Програмна інженерія». Запоріжжя: ЗНУ, 2014. 120 с. URL: https://moodle.znu.edu.ua/pluginfile.php/186464/mod_resource/content/8/KR_int_29_01_2015.pdf (дата звернення: 25.08.2026)

7. Регуляції і політики курсу

Відвідування занять. Регуляція пропусків.

Відвідування усіх занять є обов'язковим. У разі поважної причини відсутності студента на занятті, його потрібно відпрацювати під час поточних контрольних заходів і при виконання індивідуального завдання. Контрольні заходи, які пропущено з поважних причин відпрацьовуються на консультаціях відповідно до часу, зазначеного на початку даного Силабусу.

Політика академічної доброчесності

Індивідуальні завдання або контрольна робота виконуються студентом відповідно до індивідуального варіанту. У разі, коли студент помилково виконав не свій варіант, він перероблює завдання відповідно до власного варіанту.

Якщо при первинному захисті індивідуального завдання студент не може відповісти на жодне запитання про хід розв'язання «вірно виконаної» роботи, то робота вважається плагіатом (виконана іншим автором з присвоєнням його досягнень), а студенту дається для виконання інший варіант. При повторному виявленні плагіату відповідна робота оцінюється в 0 балів.

Використання комп'ютерів/телефонів на занятті
Використання технічних засобів (мобільних телефонів, ноутбуків, планшетів та інших персональних гаджетів) під час лекційних і практичних занять дозволено в навчальних цілях.
Мобільні телефони під час занять повинні бути переведені в режим «без звуку».
Під час проведення заходів поточного і підсумкового контролю використання власних технічних засобів заборонено. У разі їх виявлення результат оцінюється в 0 балів.

Комунікація
У разі очного навчання комунікація студентів з викладачем здійснюється під час аудиторних занять і на консультаціях. При дистанційному навчанні та при очному за потреби – через Viber (група з дисципліни, приватні повідомлення), Moodle (форум курсу, приватні повідомлення), електронна пошта (адреса – на початку Силабусу).
Повідомлення про терміни тестування, про дистанційні групові заняття, консультації з кодами доступу для конференцій Zoom розміщуються і надсилаються засобами Moodle.
Виконані індивідуальні завдання, викладені студентом на платформу Moodle ***вчасно*** *– у термін, не пізніше як 7 днів після проведення звітної контрольної роботи (КР №1, КР №2) – перевіряються викладачем протягом 3 робочих днів. Якщо завдання надсилається невчасно, то терміни його перевірки не дотримуються.*
На інші запити викладач відповідає протягом 3 робочих днів.

Визнання результатів неформальної/інформальної освіти
Якщо здобувач вищої освіти має підтверджений документально результат проходження курсу, тематика якого узгоджується з певною темою курсу, то після проходження усного опитування відповідна тема закривається здобувачу на кількість балів, що становить 75-100% від кількості балів за тему, що визначена цим Силабусом. Та сама процедура застосовується до кожної з тем курсу.
Якщо за однією або декількома темами з даного курсу студент мав доповідь на науковій конференції з публікацією тез доповіді, то зарахування балів реалізується за процедурою, описаною вище.

ДОДАТКОВА ІНФОРМАЦІЯ
ГРАФІК ОСВІТНЬОГО ПРОЦЕСУ 2026-2027 н. р. доступний за адресою: https://tinyurl.com/yckze4jd.

НАВЧАЛЬНИЙ ПРОЦЕС ТА ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЯКОСТІ ОСВІТИ. Перевірка набутих студентами знань, навичок та вмінь (атестації, заліки, іспити та інші форми контролю) є невід'ємною складовою системи забезпечення якості освіти і проводиться відповідно до Положення про організацію та методику проведення поточного та підсумкового семестрового контролю навчання студентів ЗНУ: https://tinyurl.com/y9tve4lk.

ПОВТОРНЕ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІН, ВІДРАХУВАННЯ. Наявність академічної заборгованості до 6 навчальних дисциплін (в тому числі проходження практики чи виконання курсової роботи) за результатами однієї екзаменаційної сесії є підставою для надання студенту права на повторне вивчення зазначених навчальних дисциплін. Порядок повторного вивчення визначається Положенням про порядок повторного вивчення навчальних дисциплін та повторного навчання у ЗНУ: https://tinyurl.com/y9pkmmp5. Підстави та процедури відрахування студентів, у тому числі за невиконання навчального плану, регламентуються Положенням про порядок переведення, відрахування та поновлення студентів у ЗНУ: https://tinyurl.com/ycds57la.

ВИРІШЕННЯ КОНФЛІКТІВ. Порядок і процедури врегулювання конфліктів, пов'язаних із корупційними діями, зіткненням інтересів, різними формами дискримінації, сексуальними домаганнями, міжособистісними стосунками та іншими ситуаціями, що можуть виникнути під час навчання, регламентуються Положенням про порядок і процедури вирішення конфліктних ситуацій у ЗНУ: https://tinyurl.com/57wha734. Конфліктні ситуації, що виникають у сфері стипендіального забезпечення здобувачів вищої освіти, вирішуються стипендіальними комісіями

факультетів, коледжів та університету в межах їх повноважень, відповідно до: Положення про порядок призначення і виплати академічних стипендій у ЗНУ: https://tinyurl.com/yd6bq6p9; Положення про призначення та виплату соціальних стипендій у ЗНУ: https://tinyurl.com/y9r5dpwh.

ПСИХОЛОГІЧНА ДОПОМОГА. Телефон довіри практичного психолога **Марті Ірини Вадимівни** (061) 228-15-84, (099) 253-78-73 (щоденно з 9 до 21).

УПОВНОВАЖЕНА ОСОБА З ПИТАНЬ ЗАПОБІГАННЯ ТА ВИЯВЛЕННЯ КОРУПЦІЇ Запорізького національного університету: **Банах Віктор Аркадійович**
Електронна адреса:
Гаряча лінія: Тел.

РІВНІ МОЖЛИВОСТІ ТА ІНКЛЮЗИВНЕ ОСВІТНЄ СЕРЕДОВИЩЕ. Центральні входи усіх навчальних корпусів ЗНУ обладнані пандусами для забезпечення доступу осіб з інвалідністю та інших маломобільних груп населення. Допомога для здійснення входу у разі потреби надається черговими охоронцями навчальних корпусів. Якщо вам потрібна спеціалізована допомога, будь ласка, зателефонуйте (061) 228-75-11 (начальник охорони). Порядок супроводу (надання допомоги) осіб з інвалідністю та інших маломобільних груп населення у ЗНУ: https://tinyurl.com/ydhcsagx.

РЕСУРСИ ДЛЯ НАВЧАННЯ

НАУКОВА БІБЛІОТЕКА: http://library.znu.edu.ua. Графік роботи абонементів: понеділок-п`ятниця з 08.00 до 16.00; вихідні дні: субота і неділя.

СИСТЕМА ЕЛЕКТРОННОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАВЧАННЯ (MOODLE): https://moodle.znu.edu.ua
Якщо забули пароль/логін, направте листа з темою «Забув пароль/логін» за адресою: moodle.znu@znu.edu.ua.
У листі вкажіть: прізвище, ім'я, по-батькові українською мовою; шифр групи; електронну адресу. Якщо ви вказували електронну адресу в профілі системи Moodle ЗНУ, то використовуйте посилання для відновлення паролю https://moodle.znu.edu.ua/mod/page/view.php?id=133015.
ЦЕНТР ІНТЕНСИВНОГО ВИВЧЕННЯ ІНОЗЕМНИХ МОВ: http://sites.znu.edu.ua/child-advance/
ЦЕНТР НІМЕЦЬКОЇ МОВИ, ПАРТНЕР ГЕТЕ-ІНСТИТУТУ: https://www.znu.edu.ua/ukr/edu/ocznu/nim
ШКОЛА КОНФУЦІЯ (ВИВЧЕННЯ КИТАЙСЬКОЇ МОВИ): http://sites.znu.edu.ua/confucius