

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

ЗАТВЕРДЖУЮ

Декан математичного факультету

(підпис) С.І. Гоменюк
(ініціали та прізвище)

«_____» _____ 2024 р.

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ФУНКЦІОНАЛЬНИЙ АНАЛІЗ

підготовки бакалавра
денної та заочної форм здобуття освіти
освітньо-професійна програма _Математика
спеціальності 111 «Математика»
галузі знань 11 Математика та статистика

ВИКЛАДАЧ: Красікова І.В., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри фундаментальної та прикладної математики

Обговорено та ухвалено
на засіданні кафедри фундаментальної та
прикладної математики

Протокол № 1 від “29” серпня 2024 р.
Завідувач кафедри фундаментальної та
прикладної математики

(підпис) С.М. Гребенюк
(ініціали, прізвище)

Погоджено

Гарант освітньо-професійної програми

(підпис) Є.В. Панасенко
(ініціали, прізвище)

2024 рік



Зв'язок з викладачем:

E-mail: studfmznu@gmail.com

Сезн ЗНУ повідомлення: Красікова Ірина Володимирівна

Телефон: (050) 514-54-85

Інші засоби зв'язку: Telegram – (050) 514-54-85

Кафедра фундаментальної та прикладної математики: – I корпус, ауд. 21

1. Опис навчальної дисципліни

Метою вивчення навчальної дисципліни «Функціональний аналіз» є засвоєння знань з основ класичного і сучасного функціонального аналізу (теорія нескінченновимірних просторів та операторів, що в них діють), основ класичної і сучасної теорії міри та інтеграла включно з побудовою міри Лебега у скінченновимірному евклідовому просторі та розглядом інтеграла Лебега для вимірних за Лебегом функцій однієї та багатьох змінних, узагальнення понять математичного аналізу, алгебри, геометрії, топології.

Основними **завданнями** вивчення дисципліни «Функціональний аналіз» є:

- ознайомитися з узагальненням відомих математичних понять та внутрішньою логікою теорії множин, теорії неперервних відображень, лінійних просторів та операторів на них, теорії міри та інтеграла;
 - отримати інформацію про геометричні, алгебраїчні та аналітичні витоки функціонального аналізу;
 - оволодіти методами розв'язання класичних задач функціонального аналізу та теорії міри;
 - узагальнити відомі поняття довжини, площі, об'єму та ознайомитися з побудовою міри Лебега на прямій, площині, у скінченновимірному просторі та теорії інтеграла Лебега для вимірних функцій;
- ознайомитися із застосуванням методів функціонального аналізу при розв'язанні класичних та прикладних задач.

Курс «Функціональний аналіз та теорія міри й інтеграла» є логічним продовженням курсів «Математичний аналіз-2», «Комплексний аналіз», «Диференціальна геометрія і топологія».

Набуті при вивченні курсу «Функціональний аналіз та теорія міри й інтеграла» знання необхідні для подальшого вивчення курсу «Рівняння математичної фізики» та написання курсової роботи з фаху.

Паспорт навчальної дисципліни

Нормативні показники	денна форма здобуття освіти	заочна форма здобуття освіти
Статус дисципліни	Обов'язкова	
Семестр	6 -й	6-й
Кількість кредитів ECTS	5	
Кількість годин	150	
Лекційні заняття	32 год.	4 год.
Практичні заняття	32 год.	10 год.
Самостійна робота	86 год.	136 год.



Консультації	Дистанційно, п'ятниця 16-05
Вид підсумкового семестрового контролю:	іспит
Посилання на електронний курс у СЕЗН ЗНУ (платформа Moodle)	https://moodle.znu.edu.ua/course/view.php?id=2107

2. Методи досягнення запланованих освітньою програмою компетентностей і результатів навчання

КОМПЕТЕНТНОСТІ/ результати навчання	Методи навчання	Форми і методи оцінювання
<p>(ІК) здатність розв'язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов;</p> <ul style="list-style-type: none"> - (ЗК-1) здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу; - (ЗК-2) Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності; - (ЗК-7) здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями; 	<ul style="list-style-type: none"> - інтегральні методи; - словесні методи викладення матеріалу на лекціях; - навчальні дискусії; - проблемне викладання, пошукове, дослідницьке; - самостійна робота студентів; - контроль, самоконтроль і корекція, самокорекція при виконанні робіт поточного, підсумкового контролю, індивідуальних завдань; - методи комунікації на заняттях, при захисті виконаних робіт; - створення проблемних ситуацій з подальшим їх самостійному або колективному вирішенні; - практичні методи: досліди, вправи, навчальна праця; - індуктивні та дедуктивні методи; - репродуктивні та точні методи; - проблемно-пошукові методи. 	<ul style="list-style-type: none"> - теоретичне тестування за змістовими модулями; - опитування на аудиторних заняттях; - теоретичні самостійні роботи.
<ul style="list-style-type: none"> - (СК-2) здатність подавати математичні міркування та 	<ul style="list-style-type: none"> - дослідницький метод спрямований на залучення 	<ul style="list-style-type: none"> - самостійні і контрольні роботи; - індивідуальні завдання.



<p>висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі;</p> <ul style="list-style-type: none"> – (СК-3) здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок; – (СК-4) здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих. 	<p>студентів до самостійного розв'язання задач;</p> <ul style="list-style-type: none"> – метод проблемного викладу навчального матеріалу і створення проблемних ситуацій; – методи колективної роботи під час практичних занять; – стимулювання до генерації оригінальних ідей при розв'язанні теоретичних і практичних задач. 	
<p>В результаті вивчення курсу здобувач освіти досягає таких результатів навчання:</p> <ul style="list-style-type: none"> – (РН-11) Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей; – (РН-16) Знати теоретичні основи і застосовувати методи топології, функціонального 	<ul style="list-style-type: none"> – пояснювально-ілюстративний метод; – репродуктивний метод; – активні методи навчання: послідовна й цілеспрямована постановка перед студентами завдань, розв'язуючи які вони активно засвоюють нові знання і отримують вміння і навички. 	<ul style="list-style-type: none"> – підсумкове тестування. – підсумковий контроль (екзамен).



аналізу й теорії диференціальних рівнянь для дослідження динамічних систем		
--	--	--

3. Зміст навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1. Означення та властивості метричних просторів

Метрика. Метричний простір. Основні приклади метричних просторів: дискретний простір, скінченновимірний арифметичний простір, простори послідовностей, простори неперервних функцій.

Класифікація точок метричного простору: точки дотикання, граничні, внутрішні, ізольовані, межові.

Відкриті та замкнені множини та їх властивості. Зв'язок між відкритими та замкненими множинами. Щільні, ніде не щільні та всюди щільні множини. Сепарабельні простори.

Послідовності у метричних просторах. Збіжність послідовностей. Фундаментальні послідовності. Властивості фундаментальних послідовностей. Зв'язок між збіжними та фундаментальними послідовностями. Повні метричні простори. Приклади повних та неповних просторів. Повнота замкненого підпростору повного метричного простору. Теорема про вкладені кулі та теорема Бера.

ε -сітка у метричному просторі. Обмежені та цілком обмежені множини, зв'язок між ними. Приклади цілком обмежених множин та множин, які не є цілком обмеженими. Компактні множини. Необхідна умова компактності метричного простору. Критерії компактності метричних просторів. Передкомпактні множини. Компактні множини у скінченновимірному просторі.

Змістовий модуль 2. Принцип стискуючих відображень

Стискуюче відображення. Неперервні відображення метричних просторів. Неперервність стискуючого відображення. Нерухома точка відображення. Нерухома точка як розв'язок рівняння. Принцип стискуючих відображень. Метод послідовних наближень, що застосовується для знаходження нерухомої точки стискуючого відображення.

Достатня умова стислості числової диференційовної функції. Застосування принципу стискуючих відображень (розв'язання рівнянь, систем рівнянь, знаходження границь числових послідовностей, розв'язання диференціальних та інтегральних рівнянь).

Змістовий модуль 3. Міра Лебега у скінченновимірному просторі

Системи множин. Означення міри. Елементарні множини на прямій та площині та їх міра. Лебегове продовження міри. Вимірні за Лебегом множини. Властивості міри Лебега та сукупності вимірних за Лебегом множин. Борелеві множини. Загальна ідея побудови міри.



Змістовий модуль 4. Вимірні функції. Інтеграла Лебега та простори Лебега

Означення та основні властивості вимірних функцій. Дії над вимірними функціями. Еквівалентність. Різні типи збіжності послідовностей вимірних функцій – збіжність майже скрізь, за мірою та рівномірна та зв'язок між ними. Зв'язок між вимірними та неперервними функціями.

Змістовий модуль 5. Лінійні нормовані простори. Гільбертові простори

Норма. Нормований простір. Зв'язок між нормованими та метричними просторами. Приклади нормованих просторів: скінченновимірний арифметичний простір, простори послідовностей, простори неперервних функцій, простори Лебега сумовних функцій. Збіжність у нормованому просторі. Банахові простори. Приклади банахових просторів та їх основні властивості.

Скалярний добуток, його зв'язок з нормою. Евклідові та гільбертові простори. Приклади евклідових та гільбертових просторів. Характеристична властивість евклідових просторів. Теорема про ізоморфізм дійсних сепарабельних гільбертових просторів. Ортонормовані системи у гільбертових просторах. Поняття про ортогональний нормований базис у гільбертовому просторі. Існування ортонормованого базису. Приклади.

Змістовий модуль 6. Лінійні неперервні функціонали

Лінійні функціонали. Неперервні функціонали, обмежені функціонали. Зв'язок між неперервністю в точці та неперервністю на просторі. Зв'язок між лінійними неперервними та лінійними обмеженими функціоналами. Норма лінійного неперервного функціонала. Спряжений простір. Теорема Банаха-Штейнгауза (принцип рівномірної обмеженості). Теорема Гана-Банаха. Слабка збіжність у нормованих просторах.

Змістовий модуль 7. Лінійні неперервні оператори

Означення лінійного оператора між нормованими просторами. Область значень та ядро оператора. Неперервні оператори, обмежені оператори. Зв'язок між неперервністю в точці та неперервністю на просторі. Зв'язок між лінійними неперервними та лінійними обмеженими операторами. Норма лінійного неперервного оператора. Простір лінійних неперервних операторів та умова його повноти. Норма у просторі лінійних неперервних операторів. Збіжність послідовності лінійних неперервних операторів. Приклади операторів.

Змістовий модуль 8. Оборненість лінійних неперервних операторів

Добуток операторів. Означення оберненого відображення. Існування алгебраїчного оберненого оператора. Оборотність лінійного неперервного оператора. Критерій існування оберненого оператора. Неперервна оборотність



лінійних операторів. Лінійність оберненого оператора. Теорема Банаха про обернений оператор. Поняття спектра та резольвенти лінійного неперервного оператора.

4. Структура навчальної дисципліни

Вид заняття /роботи	Назва теми	Кількість годин		Згідно з розкладом
		о/д.ф.	з.ф.	
Лекція 1	Тема. Означення метричних просторів. Приклади класичних метричних просторів. Класифікація точок у метричних просторах.	2	0,25	щотижня
Практичне заняття 1	Тема. Означення метричних просторів. Приклади метричних просторів. 1. Перевірити аксіоми метрики. 2. Описати кулі в метричних просторах.	2	0,5	щотижня
Самостійна робота	Тема. Означення метричних просторів. Приклади класичних метричних просторів. Класифікація точок у метричних просторах. Питання для підготовки: 1. Означення метрики та метричного простору. Приклади метричних просторів. 2. Класифікація точок у метричному просторі. Приклади. Критерій точки дотикання. 3. Замикання множини. Замкнені та відкриті множини у метричному просторі, зв'язок між ними. 4. Властивості замкнених та відкритих множин у метричному просторі. 5. Всюди щільні множини. Сепарабельні простори. Приклади сепарабельних та несепарабельних просторів.	5	8	
Лекція 2	Тема. Множини у метричних просторах. Збіжність послідовностей. Повні метричні простори.	2	0,25	щотижня
Практичне заняття 2	Тема. Класифікація точок у метричному просторі. Множини у метричних просторах. Збіжність у метричних просторах. 1. Класифікувати точки в множинах. 2. Описати властивості множин. 3. Дослідити послідовності на збіжність..	2	0,5	щотижня
Самостійна робота	Тема. Множини у метричних просторах. Збіжність послідовностей. Повні метричні простори. Питання для підготовки: 1. Збіжні послідовності у метричному просторі. Зміст збіжності за метрикою у різних метричних просторах ($R, R_p^m, l_p, C[a, b]$). 2. Фундаментальні послідовності. Фундаментальність збіжної послідовності.	5	9	

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Силабус навчальної дисципліни



	<p>Означення повного метричного простору.</p> <p>3. Приклади повних та неповних метричних просторів.</p>			
Лекція 3	Тема. Збіжність у метричних просторах. Повні метричні простори.	2	0,25	щотижня
Практичне заняття 3	<p>Тема. Повні метричні простори. Компактність у метричних просторах.</p> <p>1. Дослідити послідовність на фундаментальність та збіжність..</p> <p>2. Дослідити простір на повноту.</p> <p>3. Дослідити множину на компактність.</p>	2	0,5	щотижня
Самостійна робота	<p>Тема. Збіжність у метричних просторах. Повні метричні простори.</p> <p>Питання для підготовки:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Повнота замкненого підпростору повного метричного простору. 2. Теорема про вкладені кулі. 3. Теорема Бера. 4. ϵ-сітка у метричному просторі. Цілком обмежені множини, їх зв'язок з обмеженими множинами. Приклади. 5. Компактні множини. Необхідна умова компактності множини у метричному просторі. 6. Загальний критерій компактності у метричному просторі. Його застосування до скінченновимірного простору. 7. Передкомпактність множини. Приклади. Передкомпактність у скінченновимірному просторі. 	5	8	
Лекція 4	Тема. Принцип стискуючих відображень та його застосування.	2	0,25	щотижня
Практичне заняття 4	<p>Тема. Принцип стискуючих відображень.</p> <p>Застосування принципу стискуючих відображень.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Дослідити відображення на стискання. 2. Застосування принципу стискуючих відображень до обчислення границь. 3. Застосування принципу стискуючих відображень до розв'язання рівнянь. 	2	1	щотижня
Самостійна робота	<p>Тема. Принцип стискуючих відображень та його застосування.</p> <p>Питання для підготовки:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Стискуюче відображення. Достатня умова стислості. Неперервність стискуючого відображення. Приклади. 2. Принцип стискуючих відображень. 3. Застосування принципу стискуючих відображень. 	6	9	

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Силабус навчальної дисципліни



Лекція 5	Тема. Сукупності множин. Означення міри. Лебегове продовження міри.	2	0,25	щотижня
Практичне заняття 5	Тема Вимірні множини на прямій та площині. Борелеві множини. 1. Дослідити множину на вимірність. 2. Дослідити множину на борелевість.. 3. Знайти міру множини.	2	0,5	щотижня
Самостійна робота	Тема. Сукупності множин. Означення міри. Лебегове продовження міри. Питання для підготовки: 1. Кільце та півкільце множин, їх основні властивості. Приклади кілець та півкілець на прямій та на площині. Алгебра множин. 2. σ -кільце та σ -алгебра множин. Приклади на прямій та на площині. 3. Породжені класи множин . Кільце, породжене півкільцем. Борельова σ -алгебра та борельові множини. Приклади. 4. Означення міри як функції множини. Основні властивості міри. Продовження міри з півкільця на породжене ним кільце.	6	8	
Лекція 6	Тема. Властивості вимірних множин та міри Лебега.	2	0,25	щотижня
Практичне заняття 6	Тема. Означення та властивості вимірних функцій. Збіжність послідовностей вимірних функцій. 1. Дослідити функцію на вимірність. 2. Дослідити послідовність на різні типи збіжності.	2	1	щотижня
Самостійна робота	Тема. Властивості вимірних множин та міри Лебега. Питання для підготовки: 1. Зовнішня міра множини та її зліченна півадитивність. Означення вимірності за Лебегом та означення міри Лебега. Міра необмеженої множини. 2. Алгебра вимірних за Лебегом множин та адитивність міри Лебега. 3. σ -алгебра вимірних за Лебегом множин та σ -адитивність міри Лебега.	6	9	
Лекція 7	Тема. Означення та властивості вимірних функцій. Збіжність послідовностей вимірних функцій.	2	0,25	щотижня
Практичне заняття 7	Тема. Інтеграл Лебега від вимірних функцій. 1. Обчислити інтеграл Лебега від простої функції. 2. Обчислити інтеграл Лебега від довільної	2	0,5	щотижня

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Силабус навчальної дисципліни



	функції..			
Самостійна робота	<p>Тема. Означення та властивості вимірних функцій. Збіжність послідовностей вимірних функцій.</p> <p>Питання для підготовки:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Різні означення вимірної функції та їх еквівалентність. 2. Найпростіші властивості вимірних функцій (вимірність модуля, квадрата, суми, добутку, частки тощо). 3. Вимірність границі послідовності вимірних функцій. Еквівалентні функції та їх вимірність. 4. Різні типи збіжності послідовностей вимірних функцій (збіжність майже скрізь, за мірою, рівномірна) та зв'язок між ними. Приклади. 5. Прості функції, їх вимірність. Зв'язок між вимірними та неперервними функціями. 	5	8	
Лекція 8	Тема. Інтеграл Лебега від простих функцій та його властивості.	2	0,25	щотижня
Практичне заняття 8	<p>Тема. Властивості просторів сумовних функцій.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Перевірити належність функції простору. 2. Дослідити послідовність на збіжність в просторі Лебега. 	2	1	щотижня
Самостійна робота	<p>Тема. Інтеграл Лебега від простих функцій та його властивості.</p> <p>Питання для підготовки:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Інтеграл Лебега від простої функції та його властивості. 2. Інтеграл Лебега від довільної вимірної функції по обмеженій множині та його основні властивості (до нерівностей). 3. Властивості інтеграла Лебега з нерівностями. 	5	9	
Лекція 9	Тема. Інтеграл Лебега від довільних функцій та його властивості. Простори Лебега.	2	0,25	щотижня
Практичне заняття 9	<p>Тема. Норма. Банахові простори. Евклідові та гільбертові простори.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Перевірити аксіоми норми. 2. Перевірити норми скалярного добутку. 	2	0,5	щотижня
Самостійна робота	<p>Тема. Інтеграл Лебега від довільних функцій та його властивості. Простори Лебега.</p> <p>Питання для підготовки:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. σ-адитивність інтеграла Лебега. 2. Нерівність Чебишова та наслідок з неї. Абсолютна неперервність інтеграла Лебега. 3. Зв'язок між інтегралами Рімана та Лебега. 4. Інтеграл Лебега по множині нескінченної 	5	8	

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Силабус навчальної дисципліни



	міри. Простори сумовних функцій $L_p[a, b], p \geq 1$.			
Лекція 10	Тема. Норма. Нормовані простори. Банахові простори. Евклідові та гільбертові простори.	2	0,25	щотижня
Практичне заняття 10	Тема. Збіжність у нормованих просторах. 1. Дослідити послідовність на збіжність в нормованому просторі.	2	0,5	щотижня
Самостійна робота	Тема. Норма. Нормовані простори. Банахові простори. Евклідові та гільбертові простори. Питання для підготовки: 1. Норма. Лінійний нормований простір. Приклади нормованих просторів. Зв'язок між метричними та нормованими просторами. Збіжність у нормованому просторі. 2. Скалярний добуток. Зв'язок між скалярним добутком та нормою. Евклідов простір та його характеристична властивість. Приклади евклідових просторів. Гільбертові простори. 3. Ортонормовані системи та ортонормовані базиси у евклідових просторах. 4. Ортогональне доповнення. Подання гільбертового простору у вигляді прямої суми підпросторів.	6	9	
Лекція 11	Тема. Лінійні неперервні функціонали. Спряжений простір. Теорема Гана-Банаха.	2	0,25	щотижня
Практичне заняття 11	Тема. Лінійні неперервні функціонали. Норма лінійного неперервного функціонала. Загальний вигляд лінійних неперервних функціоналів у деяких банахових просторах. 1. Дослідити функціонал на лінійність. 2. Дослідити функціонал на неперервність. 3. Знайти норму функціонала.	2	0,5	щотижня
Самостійна робота	Тема. Лінійні неперервні функціонали. Спряжений простір. Теорема Гана-Банаха. Питання для підготовки: 1. Функціонали. Лінійні неперервні функціонали та їх властивості. 2. Неперервність та обмеженість лінійних функціоналів та зв'язок між ними. Норма лінійного неперервного функціонала. 3. Спряжений простір та його повнота. 4. Продовження лінійних неперервних функціоналів. Теорема Гана-Банаха та наслідки з неї. 5. Теорема Рісса про загальний вигляд лінійного неперервного функціонала у гільбертовому просторі.	6	8	

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Силабус навчальної дисципліни



	6. Загальний вигляд лінійного неперервного функціонала у просторі l_1 .			
Лекція 12	Тема. Загальний вигляд лінійних неперервних функціоналів у деяких банахових просторах. Другий спряжений простір. Теорема Банаха-Штейнгауза.	2	0,25	щотижня
Практичне заняття 12	Тема. Слабка збіжність у нормованих просторах. Теореми Гана-Банаха та Банаха-Штейнгауза. 1. Дослідити послідовність на сильну збіжність. 2. Дослідити послідовність на слабку збіжність.	2	0,5	щотижня
Самостійна робота	Тема. Загальний вигляд лінійних неперервних функціоналів у деяких банахових просторах. Другий спряжений простір. Теорема Банаха-Штейнгауза. Питання для підготовки: 1. Другий спряжений простір. Теорема про вкладення нормованого простору у другий спряжений. Рефлексивні простори. 2. Теорема Банаха-Штейнгауза.	6	9	
Лекція 13	Тема. Слабка збіжність у нормованих просторах.	2	0,25	щотижня
Практичне заняття 13	Тема. Лінійні неперервні оператори. Норма лінійного неперервного оператора. 1. Дослідити оператор на лінійність. 2. Дослідити оператор на неперервність. 3. Знайти норму оператора.	2	0,5	щотижня
Самостійна робота	Тема. Слабка збіжність у нормованих просторах. Питання для підготовки: 1. Слабка збіжність послідовностей лінійних неперервних функціоналів. Критерій слабкої збіжності. 2. Слабка збіжність послідовності у нормованому просторі. Критерій слабкої збіжності та його застосування до конкретних нормованих просторів.	5	8	
Лекція 14	Тема. Лінійні неперервні оператори. Простір лінійних неперервних операторів.	2	0,25	щотижня
Практичне заняття 14	Тема. Властивості лінійних неперервних операторів. 1. Дослідити послідовність операторів на різні типи збіжності.	2	0,5	щотижня
Самостійна робота	Тема. Лінійні неперервні оператори. Простір лінійних неперервних операторів. Питання для підготовки: 1. Оператор, його лінійність. Властивості лінійних операторів. Приклади. 2. Неперервність та обмеженість лінійного оператора та зв'язок між ними.	5	9	

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Силабус навчальної дисципліни



	3. Норма лінійного неперервного оператора. Повнота простору лінійних неперервних операторів.			
Лекція 15	Тема. Оборненість лінійних неперервних операторів.	2	0,25	щотижня
Практичне заняття 15	Тема. Оборненість лінійних неперервних операторів. 1. Дослідити оператор на неперервну оборотність.. 2. Знайти оборнений оператор.	2	1	щотижня
Самостійна робота	Тема. Оборненість лінійних неперервних операторів. Питання для підготовки: 1. Добуток операторів. Алгебраїчний оборнений оператор. Критерій його існування. 2. Лінійність алгебраїчного оборненого оператора. Оборненість та неперервна оборненість лінійних неперервних операторів.	5	8	
Лекція 16	Тема. Теорема Банаха про оборнений оператор.	2	0,25	щотижня
Практичне заняття 16	Тема. Розв'язання операторних рівнянь за допомогою оборнених операторів. 1. Застосування теореми Банаха про оборнений оператор для диференціальних рівнянь. 2. Застосування теореми Банаха про оборнений оператор для інтегральних рівнянь.	2	0,5	щотижня
Самостійна робота	Тема. Теорема Банаха про оборнений оператор. Питання для підготовки: 1. Застосування теореми Банаха про оборнений оператор.	5	9	

5. Види і зміст контрольних заходів

Вид заняття/роботи	Вид поточного контрольного заходу	Зміст контрольного заходу*	Критерії оцінювання та термін виконання*	Усього балів
1	2	3	4	5
Поточний контроль				
Практичне заняття 2	Тест 1. Означення метричних просторів	Розміщено в СЕЗН ЗНУ	Розміщено в СЕЗН ЗНУ	5
Практичне заняття 3	Тест 2. Властивості метричних просторів	Розміщено в СЕЗН ЗНУ	Розміщено в СЕЗН ЗНУ	5

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Силабус навчальної дисципліни



Практичне заняття 4	Контрольна робота 1. Метричні простори	Розміщено в СЕЗН ЗНУ	Розміщено в СЕЗН ЗНУ	15
Практичне заняття 7	Тест 3. Вимірні множини	Розміщено в СЕЗН ЗНУ	Розміщено в СЕЗН ЗНУ	5
Практичне заняття 8	Самостійна робота. Вимірні функції та інтеграл Лебега	Розміщено в СЕЗН ЗНУ	Розміщено в СЕЗН ЗНУ	6
Практичне заняття 14	Тест 4 Нормовані простори	Розміщено в СЕЗН ЗНУ	Розміщено в СЕЗН ЗНУ	5
Практичне заняття 15	Тест 5 Лінійні неперервні оператори	Розміщено в СЕЗН ЗНУ	Розміщено в СЕЗН ЗНУ	5
Практичне заняття 16	Контрольна робота 2 Лінійні неперервні функціонали та оператори	Розміщено в СЕЗН ЗНУ	Розміщено в СЕЗН ЗНУ	14
Усього поточний контроль	8			60
Підсумковий контроль				
Іспит	Теоретичне завдання: Екзаменаційний тест тест	Питання для підготовки розміщено в СЕЗН ЗНУ. Тест містить 10 питань з всього курсу.	Тест виконується за розкладом. Питання оцінюються в 2 бали кожне.	20
	Практичне завдання: Індивідуальне практичне завдання	Завдання складається з 3 частин, які містять 38 задач. Розв'язання задач з детальними поясненнями оформлюється в окремому зошиті та надається на перевірку в системі СЕНЗ ЗНУ	Рекомендований термін виконання кожного завдання: наступний тиждень після завершення вивчення відповідної теми. Індивідуальне завдання (ІДЗ) складається з трьох частин: завдання 1 містить 9 задач за змістовими модулями 1-3, завдання 2 містить 7 задач за змістовими модулями 4-6, завдання 3 містить 6 задач за змістовими модулями 7-10. Розв'язані з детальними поясненнями задачі оформлюються в окремому зошиті. Термін захисту кожного завдання: наступний тиждень після завершення вивчення відповідної теми. Умови індивідуальних завдань і рекомендації до їх виконання розміщено в системі СЕНЗ ЗНУ Кількість балів за кожне завдання обчислюється пропорційно кількості розв'язаних задач. Задача вважається повністю розв'язаною (коефіцієнт розв'язання 1), якщо	20

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Силабус навчальної дисципліни



			наведено повне та правильне розв'язання. Якщо задача розв'язана частково, коефіцієнт розв'язання 0,5. Якщо в розв'язанні задачі є лише незначне просування, така задача вважається нерозв'язаною (коефіцієнт розв'язання 0). ІДЗ можна допрацьовувати до залікового тижня	
Усього підсумковий контроль				40

Шкала оцінювання ЗНУ: національна та ECTS

За шкалою ECTS	За шкалою університету	За національною шкалою	
		Екзамен	Залік
A	90 – 100 (відмінно)	5 (відмінно)	Зараховано
B	85 – 89 (дуже добре)	4 (добре)	
C	75 – 84 (добре)		
D	70 – 74 (задовільно)	3 (задовільно)	
E	60 – 69 (достатньо)		
FX	35 – 59 (незадовільно – з можливістю повторного складання)	2 (незадовільно)	Не зараховано
F	1 – 34 (незадовільно – з обов’язковим повторним курсом)		

6. Основні навчальні ресурси

Рекомендована література

Основна:

1. Красікова І.В. Функціональний аналіз: навчальний посібник для студентів освітнього рівня «бакалавр» напрямів підготовки «Прикладна математика», «Математика». Запоріжжя: ЗНУ, 2015. 104 с.
2. Красікова І.В. Функціональний аналіз: навчальний посібник до самостійної роботи та індивідуального завдання для студентів освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» напряму підготовки «Прикладна математика». Запоріжжя: ЗНУ, 2014. 87 с.
3. Красікова І. В., Д'яченко Н. М. Функціональний аналіз та теорія міри й інтеграла : методичні рекомендації до самостійної роботи для здобувачів ступеня вищої освіти бакалавра спеціальності «Математика» освітньо-професійної програми «Математика». Запоріжжя : ЗНУ, 2020. 70 с.
4. Березанський Ю.М., Ус Г.Ф., Шефтель З.Г. Функціональний аналіз. Львів : Чижигов І.Е., 2014. 589 с.

Додаткова:

1. Кадець В.М. Курс функціонального аналізу та теорії міри. Львів : Чижигов І.Е., 2014. 558 с.



2. Сторож О.Г. Збірник задач з теорії міри і функціонального аналізу. Львів : Чижигов І.Е., 2011. 151 с.
3. Радченко В.М. Курс теорії міри та інтеграла. Київ : КНУ, 2015. 118 с.
4. Банах С. Курс функціонального аналізу (лінійні операції). Київ : Радянська школа, 1948. 216 с.
5. Peter D. Lax. Functional Analysis. Wiley-Interscience, 2002. 608 с.
6. Erwin Kreyszig. Introductory Functional Analysis with Applications. Wiley, 1989. 704 с.
7. Kôzaku Yosida. Classics in Mathematics // Functional analysis. 6th Edition. Springer, 1995. 501 с.
8. Popov M., Randrianantoanina B. Narrow Operators on Function Spaces and Vector Lattices. Berlin-Boston : De Gruyter, 2013. 317 p.

Інформаційні джерела

1. Система електронного забезпечення навчання ЗНУ. URL: <http://moodle.znu.edu.ua/course/view.php?id=2107>
2. Наукова бібліотека Запорізького національного університету. URL: <http://library.znu.edu.ua/>
3. Бібліотека сайту EqWorld. Електронні ресурси з функціонального аналізу. URL: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm>
4. Новая электронная библиотека. Електронні ресурси з функціонального аналізу. URL: http://www.newlibrary.ru/genre/nauka/matematika/matematiceskii_analiz/
5. Бібліотека TWIRPX. Електронні ресурси з функціонального аналізу. URL: <https://www.twirpx.com/files/science/mathematics/fanalysis/>
6. Література з функціонального аналізу. URL: <http://www.mat.net.ua/mat/index-mat-analiz-tf.htm>
7. Навчальний курс з функціонального аналізу. An Introduction to Functional Analysis. URL: <https://www.classcentral.com/course/functionalanalysis-1313>
8. Онлайн курси з функціонального аналізу. URL: <https://www.coursera.org/courses?query=functional%20analysis>
9. Онлайн курс з функціонального аналізу. URL: https://onlinecourses.nptel.ac.in/noc21_ma25/preview
10. Introduction to Functional Analysis. Lecture Notes. URL: <https://ocw.mit.edu/courses/mathematics/18-102-introduction-to-functional-analysis-spring-2009/>

7. Регуляції і політики курсу

Відвідування занять. Регуляція пропусків.

Відвідування усіх занять є обов'язковим. У разі поважної причини відсутності студента на занятті, студент має розібратися з матеріалом самостійно та за потреби задати питання викладачу на консультації. Ведеться запис лекційних занять, тому студент може переглянути їх в зручний час. Поточні контрольні заходи, які студент проходить в СЕЗН ЗНУ, відкриті протягом декількох днів, щоб студент мав можливість виконати завдання в зручний час. Пропущені контрольні заходи, що проводилися на практичному занятті, відпрацьовуються на консультаціях.

Політика академічної доброчесності

Кожний студент мусить виконувати завдання поточного та підсумкового контролю самостійно та відповідно свого індивідуального варіанту. Якщо студент виконує інший варіант завдання, така робота не зараховується та підлягає перевиконанню. За умови підозри на несамостійне виконання завдання (онлайн-ресурси, ChatGPT) студент запрошується на відеоконференцію на платформі Zoom, де відповідає на питання стосовно виконаного завдання. В разі відмови надати пояснення стосовно своєї роботи, робота оцінюється нулем балів.

При захисті індивідуального завдання студент відповідає на питання щодо його виконання, в тому числі і на питання теоретичного характеру, які мають відношення то теми завдання. Якщо студент не може пояснити, як він виконував завдання, таке завдання не зараховується.



Використання комп'ютерів/телефонів на занятті

Чи можна під час занять користуватися мобільними телефонами, ноутбуками, планшетами та іншими персональними гаджетами? Якщо так, за яких умов?

Використання технічних засобів (мобільних телефонів, ноутбуків, планшетів та інших персональних гаджетів) під час лекційних і практичних занять дозволено лише в навчальних цілях. Зокрема, на електронних пристроях можуть бути необхідні навчальні матеріали. Використання мобільних телефонів для спілкування протягом лекційних або практичних занять заборонено. Під час проведення заходів поточного і підсумкового контролю використання власних технічних засобів також заборонено.

Комунікація

Комунікація студентів з викладачем здійснюється під час аудиторних занять та на консультаціях. За потреби – через Telegram, Moodle, електронну пошту. Термінові повідомлення надсилаються студентам в групу в Telegram. Запрошення на відеоконференції на платформі Zoom розміщено на сторінці в СЕЗН ЗНУ.

*Виконані індивідуальні завдання, викладені студентом на платформу Moodle **вчасно**, перевіряються викладачем протягом 3 робочих днів. Якщо завдання надсилається невчасно, то його терміни перевірки не дотримуються. На інші запити викладач відповідає протягом 3 робочих днів.*

ДОДАТКОВА ІНФОРМАЦІЯ

ГРАФІК ОСВІТНЬОГО ПРОЦЕСУ 2024-2025 н. р. доступний за адресою:
<https://tinyurl.com/yckze4jd>.

НАВЧАЛЬНИЙ ПРОЦЕС ТА ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЯКОСТІ ОСВІТИ. Перевірка набутих студентами знань, навичок та вмінь (атестації, заліки, іспити та інші форми контролю) є невід'ємною складовою системи забезпечення якості освіти і проводиться відповідно до Положення про організацію та методик проведення поточного та підсумкового семестрового контролю навчання студентів ЗНУ: <https://tinyurl.com/y9tve4lk>.

ПОВТОРНЕ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІН, ВІДРАХУВАННЯ. Наявність академічної заборгованості до 6 навчальних дисциплін (в тому числі проходження практики чи виконання курсової роботи) за результатами однієї екзаменаційної сесії є підставою для надання студенту права на повторне вивчення зазначених навчальних дисциплін. Порядок повторного вивчення визначається Положенням про порядок повторного вивчення навчальних дисциплін та повторного навчання у ЗНУ: <https://tinyurl.com/y9pkmmmp5>. Підстави та процедури відрахування студентів, у тому числі за невиконання навчального плану, регламентуються Положенням про порядок переведення, відрахування та поновлення студентів у ЗНУ: <https://tinyurl.com/ycds57la>.

ВИРІШЕННЯ КОНФЛІКТІВ. Порядок і процедури врегулювання конфліктів, пов'язаних із корупційними діями, зіткненням інтересів, різними формами дискримінації, сексуальними домаганнями, міжособистісними стосунками та іншими ситуаціями, що можуть виникнути під час навчання, регламентуються Положенням про порядок і процедури вирішення конфліктних ситуацій у ЗНУ: <https://tinyurl.com/57wha734>. Конфліктні ситуації, що виникають у сфері стипендіального забезпечення здобувачів вищої освіти, вирішуються стипендіальними комісіями факультетів, коледжів та університету в межах їх повноважень, відповідно до: Положення про порядок призначення і виплати академічних стипендій у ЗНУ: <https://tinyurl.com/yd6bq6p9>; Положення про призначення та виплату соціальних стипендій у ЗНУ: <https://tinyurl.com/y9r5dpwh>.

ПСИХОЛОГІЧНА ДОПОМОГА. Телефон довіри практичного психолога **Марті Ірини Вадимівни** (061) 228-15-84, (099) 253-78-73 (щоденно з 9 до 21).



УПОВНОВАЖЕНА ОСОБА З ПИТАНЬ ЗАПОБІГАННЯ ТА ВИЯВЛЕННЯ КОРУПЦІЇ

Запорізького національного університету: **Банах Віктор Аркадійович**

Електронна адреса: v_banakh@znu.edu.ua

Гаряча лінія: Тел. +380612271276

РІВНІ МОЖЛИВОСТІ ТА ІНКЛЮЗИВНЕ ОСВІТНЄ СЕРЕДОВИЩЕ. Центральні входи усіх навчальних корпусів ЗНУ обладнані пандусами для забезпечення доступу осіб з інвалідністю та інших маломобільних груп населення. Допомога для здійснення входу у разі потреби надається черговими охоронцями навчальних корпусів. Якщо вам потрібна спеціалізована допомога, будь ласка, зателефонуйте (061) 228-75-11 (начальник охорони). Порядок супроводу (надання допомоги) осіб з інвалідністю та інших маломобільних груп населення у ЗНУ: <https://tinyurl.com/ydhcsagx>.

РЕСУРСИ ДЛЯ НАВЧАННЯ

НАУКОВА БІБЛІОТЕКА: <http://library.znu.edu.ua>. Графік роботи абонементів: понеділок-п'ятниця з 08.00 до 16.00; вихідні дні: субота і неділя.

СИСТЕМА ЕЛЕКТРОННОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАВЧАННЯ (MOODLE):

<https://moodle.znu.edu.ua>

Якщо забули пароль/логін, направте листа з темою «Забув пароль/логін» за адресою: moodle.znu@znu.edu.ua.

У листі вкажіть: прізвище, ім'я, по-батькові українською мовою; шифр групи; електронну адресу.

Якщо ви вказували електронну адресу в профілі системи Moodle ЗНУ, то використовуйте посилання для відновлення паролю <https://moodle.znu.edu.ua/mod/page/view.php?id=133015>.

ЦЕНТР ІНТЕНСИВНОГО ВИВЧЕННЯ ІНОЗЕМНИХ МОВ: <http://sites.znu.edu.ua/child-advance/>

ЦЕНТР НІМЕЦЬКОЇ МОВИ, ПАРТНЕР ГЕТЕ-ІНСТИТУТУ:

<https://www.znu.edu.ua/ukr/edu/ocznu/nim>

ШКОЛА КОНФУЦІЯ (ВИВЧЕННЯ КИТАЙСЬКОЇ МОВИ): <http://sites.znu.edu.ua/confucius>