

## ВАРІАЦІЙНЕ ЧИСЛЕННЯ ТА МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ

**Викладач:** канд. фіз.-мат. наук, доцент, Клименко Михайло Іванович

**Кафедра:** кафедра фундаментальної та прикладної математики, I корпус, ауд. 21

**E-mail:** m1655291@gmail.com

**Інші засоби зв'язку:** Moodle (форум курсу, приватні повідомлення))

<b>Освітня програма, рівень вищої освіти:</b>		Математика, бакалавр					
<b>Статус дисципліни:</b>		Нормативна					
<b>Кредити ECTS</b>	3	<b>Навч. рік:</b>	2023-24	<b>Рік навчання</b>	1	<b>Тижні</b>	16
<b>Кількість годин</b>	90	<b>Кількість змістових модулів<sup>1</sup></b>	6	<b>Лекційні заняття</b> – 16 <b>Практичні заняття</b> – 16 <b>Самостійна робота</b> –58			
<b>Вид контролю:</b>		Залік					
<b>Посилання на курс в Moodle</b>			<a href="https://moodle.znu.edu.ua/course/view.php?id=15864">https://moodle.znu.edu.ua/course/view.php?id=15864</a>				
<b>Консультації:</b> час проведення: <i>середа 14:30,</i> <i>місце проведення: при очному навчанні – I корпус, ауд. 21;</i> <i>при дистанційному навчанні – Moodle.</i>							

### ОПИС КУРСУ

**Метою** викладання навчальної дисципліни «Варіаційне числення та методи оптимізації» є оволодіння студентами науковими основами, методикою та особливостями практичного застосування сучасного апарату методами оптимізації та варіаційного числення.

За підсумками вивчення курсу студенти повинні: **знати** наукові принципи та методологію дослідження основних класів функціоналів на екстремум, сучасним апаратом розв'язування оптимізаційних задач відносно функцій однієї та кількох змінних, **вміти** застосовувати у практичних дослідженнях сучасні аналітичні та чисельні методи варіаційного числення та оптимізації функцій.

**Міждисциплінарні зв'язки.** Курс варіаційного числення та методів оптимізації формує базу для подальшого вивчення математичного моделювання та виконання курсової роботи з спеціальності, дослідження операцій та математичної економіки. Для оволодіння курсу використовують знання, набуті при вивченні математичного та функціонального аналізу, диференціальних рівнянь.

**Змістове наповнення курсу, що викладається на лекційних і практичних заняттях та засвоюється студентом під час самостійної роботи, забезпечує набуття компетентностей:**

- (ІК) – здатність розв'язувати складні завдання та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методики математики, статистики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексною умов та невизначеністю умов;
- (ЗК1) здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- (ЗК3) здатність й розуміння предметної діяльності та професійної діяльності;
- (ЗК7) здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями;

<sup>1</sup>1 змістовий модуль = 15 годин (0,5 кредита ECTS)

- (СК1) здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їх аналізу та розв'язування;
- (СК6) здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем.

## ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

У разі успішного завершення курсу студент **зможе**:

- (РН10) розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленими задачею та відомими моделями;
- (РН11) розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді, здійснено базових перетворень математичних моделей.

## ОСНОВНІ НАВЧАЛЬНІ РЕСУРСИ

Посилання на базові підручники, список рекомендованої літератури (з посиланнями на електронні ресурси, розміщені в базі наукової бібліотеки ЗНУ), матеріали до лекцій, практичні завдання, тестувань, умови до індивідуальних завдань та методичні рекомендації до них розміщені на платформі Moodle:

<https://moodle.znu.edu.ua/course/view.php?id=15864>

## КОНТРОЛЬНІ ЗАХОДИ

### Поточні контрольні заходи:

Поточні контрольні заходи здійснюються у формі за теоретичним матеріалом або контрольних робіт за теоретичним та практичним матеріалом відповідного навчального модулю.

**Контрольна робота** проводиться з метою перевірки знань, отриманих на лекціях та їх навичок, набутих на практичних заняттях. Вона проводиться за матеріалом одного чи двох змістових модулів. В залежності кожна контрольна робота оцінюється у 10 або 20 балів.

При дистанційному навчанні контрольні роботи виконуються у вигляді завдань на платформі Moodle.

### Підсумкові контрольні заходи:

До підсумкових контрольних заходів відноситься виконання підсумкового індивідуального завдання роботи та іспит.

**Підсумкове індивідуальне завдання** містить задачі, що висвітлюють основні теми курсу. Воно оцінюється у 20 балів та здається викладачу за 1 тиждень до заліку.

**Іспит** проводиться у письмовій формі. На залік пропонується завдання, що містить 2 теоретичні питання та 2 задачі. Кожне теоретичне питання оцінюється у 4 бали, кожна задача – у 6 балів. Список теоретичних питань, що вимагають обґрунтованої відповіді розміщено на платформі Moodle <https://moodle.znu.edu.ua/course/view.php?id=2518>

У разі дистанційної форми навчання іспит проходить у платформі Moodle.

**ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТУ  
Силабус навчальної дисципліни**



Контрольний захід		Термін виконання	% від загальної оцінки
<b>Поточний контроль (max 60%)</b>			
Змістовий модуль 1	Контрольна робота № 1 за змістовим модулем 1.	Тиждень 2	10
Змістовий модуль 2	Контрольна робота № 2 за змістовим модулем 2.	Тиждень 5	10
Змістовий модуль 3	Контрольна робота № 3 за змістовим модулем 3.	Тиждень 9	10
Змістовий модуль 4	Контрольна робота № 4 за змістовим модулем 4.	Тиждень 11	10
Змістовий модуль 5	Контрольна робота № 5 за змістовим модулем 5.	Тиждень 13	10
Змістовий модуль 6	Контрольна робота № 6 за змістовим модулем 6.	Тиждень 16	10
		Разом	60
<b>Підсумковий контроль (max 40%)</b>			
Екзамен			20
Захист індивідуального завдання.			20
<b>Разом</b>			<b>100%</b>

**Шкала оцінювання: національна та ECTS**

За шкалою ECTS	За шкалою університету	За національною шкалою	
		Екзамен	Залік
A	90 – 100 (відмінно)	5 (відмінно)	Зараховано
B	85 – 89 (дуже добре)	4 (добре)	
C	75 – 84 (добре)		
D	70 – 74 (задовільно)	3 (задовільно)	
E	60 – 69 (достатньо)		
FX	35 – 59 (незадовільно – з можливістю повторного складання)	2 (незадовільно)	Не зараховано
F	1 – 34 (незадовільно – з обов’язковим повторним курсом)		



## РОЗКЛАД КУРСУ ЗА ТЕМАМИ І КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ

Тиждень і вид заняття	Тема заняття	Контрольний захід	Кількість балів
<b>Змістовий модуль 1. Основні поняття варіаційного числення</b>			
Тиждень 1 Лекція 1	Лінійні неперервні функціонали. Необхідна умова екстремуму функціоналу.	Контрольна робота за змістовим модулем 1	5
Тиждень 2 Практичне заняття 1	Варіація функціоналу.	Контрольна робота за змістовим модулем 1.	5
<b>Змістовий модуль 2. Основна задача варіаційного числення</b>			
Тиждень 3 Лекція 2	Рівняння Ейлера	Контрольна робота за змістовим модулем 2	3
Тиждень 4. Практичне заняття 2.	Рівняння Ейлера	Контрольна робота за змістовим модулем 2.	2
Тиждень 5. Лекція 3	Узагальнення основної задачі варіаційного числення	Контрольна робота за змістовим модулем 2	3
Тиждень 6. Практичне заняття 3	Узагальнення основної задачі варіаційного числення	Контрольна робота за змістовим модулем 2	2
<b>Змістовий модуль 3. Варіаційні задачі з рухомими межами</b>			
Тиждень 7 Лекція 4	Природні крайові умови. Умови трансверсальності.	Контрольна робота за змістовим модулем 3.	2
Тиждень 8 Практичне заняття 4	Умови трансверсальності.	Контрольна робота за змістовим модулем 3.	3
Тиждень 9. Лекція 5	Варіаційні задачі з кутовими точками	Контрольна робота за змістовим модулем 3.	2
Тиждень 10. Практичне заняття 5.	Варіаційні задачі з кутовими точками	Контрольна робота за змістовим модулем 3.	3
<b>Змістовий модуль 4. Варіаційні задачі на умовні екстремуми</b>			
Тиждень 11 Лекція 6.	Задача Лагранжа. Ізопериметрична задача.	Контрольна робота за змістовим модулем 4.	5
Тиждень 12. Практичне заняття 6.	Задача Лагранжа. Ізопериметрична задача.	Контрольна робота за змістовим модулем 4.	5
<b>Змістовий модуль 5. Достатні умови екстремуму функціоналу</b>			
Тиждень 13. Лекція 7.	Достатні умови Вейерштрасса та Лежандра	Контрольна робота за змістовим модулем 5.	5
Тиждень 14 Практичне заняття 7.	Достатні умови Вейерштрасса та Лежандра	Контрольна робота за змістовим модулем 5.	5
<b>Змістовий модуль 6. Методи оптимізації</b>			



Тиждень 15 Лекція 8.	Чисельні методи оптимізації функцій однієї змінної	Контрольна робота за змістовим модулем 6	5
Тиждень 16 Практичне заняття 8.	Чисельні методи оптимізації функцій кількох змінних	Контрольна робота за змістовим модулем 6	5

### ОСНОВНІ ДЖЕРЕЛА

1. Клименко М. І., Панасенко Є. В., Стреляєв Ю. М., Ткаченко І. Г. Варіаційне числення та методи оптимізації: навчальний посібник для студентів освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» напряму підготовки «Математика». Запоріжжя: ЗНУ, 2015. 84 с.
2. Клименко М. І., Панасенко Є. В., Стреляєв Ю. М., Ткаченко І. Г. Варіаційне числення: практикум з розв'язання задач для студентів освітньо-кваліфікаційного рівня «Бакалавр» напряму підготовки «Математика». Запоріжжя: ЗНУ, 2014. 104 с.
3. Клименко М. І., Швидка С., Кондрат'єва Н. О. Варіаційне числення та методи оптимізації : навчальний посібник для здобувачів ступеня вищої освіти магістра спеціальності «Прикладна математика» освітньо-професійної програми «Прикладна математика». Запоріжжя: ЗНУ, 2020. 93 с.
4. Моклячук М. П. Варіаційне числення. Екстремальні задачі. Київ: ВПЦ «Київський університет», 2009. 380 с.
5. Моклячук М. П. Збірник задач з варіаційного числення та методів оптимізації. Київ: ВПЦ «Київський університет», 2014. 256 с.
6. Перестюк М. О., Станжицький О. М., Капустян О. В., Ловейкін Ю. В. Варіаційне числення та методи оптимізації. Київ: ВПЦ «Київський університет», 2010. 121 с.

### ДОДАТКОВА ЛІТЕРАТУРА

7. Адамян В. М., Сушко М. Я. Варіаційне числення. Одеса: Астропринт, 2005. 128 с.
8. Burns J. .A. Introduction to the calculus of variations and control with modern applications. New York: CRS Press Taylor @ Fransis Group, Boca Raton, 2014. 544 p.
9. Olver P. J. The Calculus of Variations. Minneapolis: University of Minnesota. 2022. 148 p.

### Інформаційні ресурси

1. Система електронного забезпечення навчання ЗНУ.  
URL: <https://moodle.znu.edu.ua/course/view.php?id=2518>
2. Вікіпедія/ Варіаційне числення. URL: <https://uk.wikipedia.org/wiki>
3. Методи оптимізації у економіці. URL: <https://www.google.com/search?q>

## РЕГУЛЯЦІЇ І ПОЛІТИКИ КУРСУ<sup>2</sup>

### Відвідування занять. Регуляція пропусків.

*Відвідування усіх занять є обов'язковим. У разі поважної причини відсутності студента на занятті, його потрібно відпрацювати під час поточних контрольних заходів і при виконання індивідуального завдання. Контрольні заходи, які пропущено з поважних причин відпрацьовуються на консультаціях відповідно до часу, зазначеного на початку даного Силабусу.*

### Політика академічної доброчесності

*Індивідуальні практичні розрахункові завдання виконуються студентом відповідно до індивідуального варіанту. У разі, коли студент помилково виконав не свій варіант, він перероблює завдання відповідно до власного варіанту.*

*Якщо при первинному захисті завдання студент не може відповісти на жодне запитання про хід розв'язання «вірно виконаної» роботи, то робота вважається плагіатом (виконана іншим автором з присвоєнням його досягнень), а студенту дається для виконання інший варіант. При повторному виявленні плагіату відповідна робота оцінюється в 0 балів.*

### Використання комп'ютерів/телефонів на занятті

*Використання технічних засобів (мобільних телефонів, ноутбуків, планшетів та інших персональних гаджетів) під час лекційних і практичних занять дозволено в навчальних цілях. Мобільні телефони під час занять повинні бути переведені в режим «без звуку».*

*Під час проведення заходів поточного і підсумкового контролю використання власних технічних засобів заборонено. У разі їх виявлення результат оцінюється в 0 балів.*

### Комунікація

*У разі очного навчання комунікація студентів з викладачем здійснюється під час аудиторних занять і на консультаціях. При дистанційному навчанні та при очному за потреби – через Viber (група з дисципліни, приватні повідомлення відповідно до зазначеного на початку номеру телефону), Moodle (форум курсу, приватні повідомлення).*

*Повідомлення про терміни тестування, про дистанційні групові заняття, консультації з кодами доступу для конференцій Zoom надсилаються в групу з дисципліни Viber та/або на приватну пошту всім студентам (розсилка).*

*Виконані індивідуальні завдання, викладені студентом на платформу Moodle **вчасно** – у термін, не пізніше як 7 днів після проведення звітної контрольної роботи (КР №1, КР №2 і т.д.) – перевіряються викладачем протягом 3 робочих днів. Якщо завдання надсилається невчасно, то його терміни перевірки не дотримуються.*

*На інші запити викладач відповідає протягом 3 робочих днів.*

---

<sup>2</sup> Тут зазначається все, що важливо для курсу: наприклад, умови допуску до лабораторій, реактивів тощо. Викладач сам вирішує, що треба знати студенту для успішного проходження курсу!



**ДОДАТОК ДО СИЛАБУСУ ЗНУ – 2023-2024 рр.**  
**ДОДАТОК ДО СИЛАБУСУ ЗНУ – 2023-2024 рр.**

**ГРАФІК ОСВІТНЬОГО ПРОЦЕСУ 2023-2024 н. р.** доступний за адресою:  
<https://tinyurl.com/yckze4jd>.

**АКАДЕМІЧНА ДОБРОЧЕСНІСТЬ.** Студенти і викладачі Запорізького національного університету несуть персональну відповідальність за дотримання принципів академічної доброчесності, затверджених **Кодексом академічної доброчесності ЗНУ**: <https://tinyurl.com/ya6yk4ad>. Декларація академічної доброчесності здобувача вищої освіти (додається в обов'язковому порядку до письмових кваліфікаційних робіт, виконаних здобувачем, та засвідчується особистим підписом): <https://tinyurl.com/y6wzzlu3>.

**НАВЧАЛЬНИЙ ПРОЦЕС ТА ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЯКОСТІ ОСВІТИ.** Перевірка набутих студентами знань, навичок та вмінь (атестації, заліки, іспити та інші форми контролю) є невід'ємною складовою системи забезпечення якості освіти і проводиться відповідно до Положення про організацію та методику проведення поточного та підсумкового семестрового контролю навчання студентів ЗНУ: <https://tinyurl.com/y9tve4lk>.

**ПОВТОРНЕ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІН, ВІДРАХУВАННЯ.** Наявність академічної заборгованості до 6 навчальних дисциплін (в тому числі проходження практики чи виконання курсової роботи) за результатами однієї екзаменаційної сесії є підставою для надання студенту права на повторне вивчення зазначених навчальних дисциплін. Порядок повторного вивчення визначається Положенням про порядок повторного вивчення навчальних дисциплін та повторного навчання у ЗНУ: <https://tinyurl.com/y9pkmmmp5>. Підстави та процедури відрахування студентів, у тому числі за невиконання навчального плану, регламентуються Положенням про порядок переведення, відрахування та поновлення студентів у ЗНУ: <https://tinyurl.com/yeds57la>.

**НЕФОРМАЛЬНА ОСВІТА.** Порядок зарахування результатів навчання, підтверджених сертифікатами, свідоцтвами, іншими документами, здобутими поза основним місцем навчання, регулюється Положенням про порядок визнання результатів навчання, отриманих у неформальній освіті: <https://tinyurl.com/y8gbt4xs>.

**ВИРІШЕННЯ КОНФЛІКТІВ.** Порядок і процедури врегулювання конфліктів, пов'язаних із корупційними діями, зіткненням інтересів, різними формами дискримінації, сексуальними домаганнями, міжособистісними стосунками та іншими ситуаціями, що можуть виникнути під час навчання, регламентуються Положенням про порядок і процедури вирішення конфліктних ситуацій у ЗНУ: <https://tinyurl.com/57wha734>. Конфліктні ситуації, що виникають у сфері стипендіального забезпечення здобувачів вищої освіти, вирішуються стипендіальними комісіями факультетів, коледжів та університету в межах їх повноважень, відповідно до: Положення про порядок призначення і виплати академічних стипендій у ЗНУ: <https://tinyurl.com/yd6bq6p9>; Положення про призначення та виплату соціальних стипендій у ЗНУ: <https://tinyurl.com/y9r5dpwh>.

**ПСИХОЛОГІЧНА ДОПОМОГА.** Телефон довіри практичного психолога Марті Ірини Вадимівни (061)228-15-84, (099)253-78-73 (щоденно з 9 до 21).

**УПОВНОВАЖЕНА ОСОБА З ПИТАНЬ ЗАПОБІГАННЯ ТА ВИЯВЛЕННЯ КОРУПЦІЇ**  
Запорізького національного університету: **Борисов Костянтин Борисович**  
Електронна адреса: [uv@znu.edu.ua](mailto:uv@znu.edu.ua) Гаряча лінія: Тел. [\(061\) 228-75-50](tel:+380612287550)



**РІВНІ МОЖЛИВОСТІ ТА ІНКЛЮЗИВНЕ ОСВІТНЄ СЕРЕДОВИЩЕ.** Центральні входи усіх навчальних корпусів ЗНУ обладнані пандусами для забезпечення доступу осіб з інвалідністю та інших маломобільних груп населення. Допомога для здійснення входу у разі потреби надається черговими охоронцями навчальних корпусів. Якщо вам потрібна спеціалізована допомога, будь-ласка, зателефонуйте (061) 228-75-11 (начальник охорони). Порядок супроводу (надання допомоги) осіб з інвалідністю та інших маломобільних груп населення у ЗНУ: <https://tinyurl.com/ydhcsagx>.

**РЕСУРСИ ДЛЯ НАВЧАННЯ.** Наукова бібліотека: <http://library.znu.edu.ua>. Графік роботи абонементів: понеділок – п'ятниця з 08.00 до 16.00; вихідні дні: субота і неділя.

**ЕЛЕКТРОННЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАВЧАННЯ (MOODLE):** <https://moodle.znu.edu.ua>

Якщо забули пароль/логін, направте листа з темою «Забув пароль/логін» за адресою: [moodle.znu@znu.edu.ua](mailto:moodle.znu@znu.edu.ua).

У листі вкажіть: прізвище, ім'я, по-батькові українською мовою; шифр групи; електронну адресу. Якщо ви вказували електронну адресу в профілі системи Moodle ЗНУ, то використовуйте посилання для відновлення паролю <https://moodle.znu.edu.ua/mod/page/view.php?id=133015>.

**Центр інтенсивного вивчення іноземних мов:** <http://sites.znu.edu.ua/child-advance/>

**Центр німецької мови, партнер Гете-інституту:** <https://www.znu.edu.ua/ukr/edu/ocznu/nim>

**Школа Конфуція (вивчення китайської мови):** <http://sites.znu.edu.ua/confucius>