**Лабораторна робота №9.**

**Програмування рекурсивних процедур.**

**Варіант №1**

1. Обчислити значення функції

…

1. Дано арифметичний вираз, що містить три види дужок «(», «[», «{». Перевірити правильність розстановки дужок; якщо якась дужка не має парної, надрукувати, яка саме.

**Варіант №2**

1. Обчислити значення функції, використовуючи рекурсію.
2. Студенти двох груп мають порядкові номери від 1 до N в кожній групі. У процедурі P\_1 функцією Random визначаються два числа «a» і «b» від 1 до N. Якщо числа різні, то два учасники з номерами «a» та «b» вибувають, останні учні перенумеровуються від 1 до (N-1) та грають далі (процедура P\_1 повторюється з новими значеннями «a» і «b»), інакше виводиться значення співпадаючого номеру, учні отримують приз і процедура P\_2 пропонує грати знову.

**Варіант №3**

1. Обчислити значення:
2. На карті місцевості є N населених пунктів, пронумерованих від 1 до N (N x 10). Деякі з пунктів з’єднані між собою дорогами. Інформація про дороги задається у вигляді послідовності пар чисел i, j (i<j), які вказують, що i-й та j-й пункти з’єднані дорогою, ознака кінця цієї послідовності – пара нулів. Визначити, чи можна потрапити по цим дорогам з першого пункту в n-й.

**Варіант №4**

1. Добути корінь m-го степеня з числа y за допомогою розкладу:
2. Організувати рекурсивний алгоритм так званого «швидкого сортування» Хоара: є два показника i та j, причому на початку i = 1, j = N (номер останнього елементу). Порівняємо a[i] та a[j], і якщо обмін не потрібен, то зменшимо j на 1 і повторимо цей процес. Після першого обміну збільшимо i на 1 та продовжимо порівняння, збільшуючи i, доки не відбудеться ще один обмін. Тоді знову зменшимо j і т.д., тобто будемо «підпалювати свічку з обох боків», доки не стане i = j’. В результаті отримаємо, що зліва від a[i] опинилися тільки менші елементи, а справа – тільки більші (тим самим елемент a[i] опиниться на своєму кінцевому місці), після чого рекурсивно застосувати цей метод для лівої та правої частини масиву до тих пір, доки в під масиві не залишиться лише один елемент.

**Варіант №5**

1. Обчислити sin(*nA*):
2. Дано цілі невід’ємні числа m, n. Обчислити так звану «функцію Акермана»:

**Варіант №6**

1. Обчислити елементи послідовності, використовуючи рекурсію.

P0(x) = 1,

P1(x) = x,

Pm(x) =

1. Обчислити значення функції, використовуючи рекурсію.

**Варіант №7**

1. Обчислити tan(*nA*) на основі формули:
2. Напишіть рекурсивну процедуру для обчислення значення поліному Лежандра порядку n у точці x. Поліноми Лежандра визначаються наступним чином:

P0(x) = 1,

P1(x) = x,

**Варіант №8**

1. Обчислити значення функції, використовуючи рекурсію:
2. Дано рядок тексту, що закінчується крапкою. Надрукувати цей текст у зворотному порядку, використовуючи рекурсію.

**Варіант №9**

1. Обчислити значення функції, використовуючи рекурсію:
2. Створити рекурсивну програму обчислення визначника N-го порядку (N < 5), використовуючи формулу розкладу визначника i-го рядка та знаючи формулу обчислення визначника 2-го порядку.

**Варіант №10**

1. Обчислити значення функції, використовуючи рекурсію:
2. Організувати обчислення N! за допомогою рекурсивної функції. Який алгоритм працює швидше: рекурсивний чи не рекурсивний? Чому?

**Варіант №11**

1. Обчислити значення функції, використовуючи рекурсію:

За допомогою цього ряду знайти ln2, ln3, ln4.

1. Створити рекурсивну програму знаходження кореня заданої функції F(x) в інтервалі [a,b] методом ділення відрізка навпіл із заданою точністю E.

**Варіант №12**

1. Обчислити елементи послідовності, використовуючи рекурсію.

T0(x) = 1, T1(x) = x,

Tk+1(x) = 2xTk(x) – Tk-1(x) для k≥2.

1. Розрахувати число зерен, вирощених селянином за N років, якщо він посадив 10 зерен, а річний врожай складає 22 зерна на кожне посаджене зерно.

**Варіант №13**

1. Обчислити елементи послідовності, використовуючи рекурсію.

P0(x) = 1, P1(x) = x,

Pk(x) = [(2k-1)xTk-1(x)-(k-1)Tk-2(x)]/2 для k≥2.

1. Розрахувати кількість золотих монет, принесених у данину панові, якщо N+1 підданих послідовно передають монети від першого до останнього. Причому перший віддає одну монету, другий збільшує кількість монет вдвічі, третій – втричі і т.д.

**Варіант №14**

1. Обчислити елементи послідовності, використовуючи рекурсію.

L0(x) = 1, L1(x) = β+1-x,

kLk(x) = (-x+2x+β-1)Lk-1(x)-(k+β-1)Lk-2(x) для k=2,3,…

1. Розрахувати функцію y=sin(sin(sin(…(sin(x))))), у якій ім’я функції «sin» повторюється n разів.

**Варіант №15**

1. Розрахувати кількість риб, вирощених в акваріумі за N років, якщо спочатку було дві риби, а кількість риб збільшується пропорційно кількості років, тобто 4, 12, 48 і т.д.
2. Функція Акермана розраховується наступним чином:

A(0,y) = y+1,

A(x,0) = A(x-1.1),

A(x,y) = A(x-1, A(x,y-1)).

x, y – цілі невід’ємні числа. Функція зростає настільки швидко, що незабаром «вибиває» з роботи будь-який комп’ютер. Визначимо «модульну функцію Акермана» як A mod m, де значення параметру m вводиться. Побудуйте таблицю значень цієї функції.

**Варіант №16**

1. Обчислити числову послідовність:

,

,

.

1. Розрахувати функцію y = a/(b+(a/(b+(a/(b+(…+a/b)))))), у якій знак ділення «/» повторюється N разів.

**Варіант №17**

1. Обчислити числову послідовність, використовуючи рекурсію.

,

 *.*

(π визначити як константу, заміною змінних перейти до цілого представлення індексів).

1. Скласти рекурсивний алгоритм знаходження N-го числа Фібоначчі: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, …, тобто кожне наступне число дорівнює сумі двох попередніх.

**Варіант №18**

1. Зведення в степінь числа (без використання покажчиків), із використанням рекурсії.
2. Обчислити значення функції, використовуючи рекурсію:

**Варіант №19**

1. Обчислити значення функції, використовуючи рекурсію.
2. Обчислити кількість студентів, випущених університетом за N років, якщо в середньому на перший курс вступає 2000 абітурієнтів, а до п’ятого курсу доходить кожен третій.

**Варіант №20**

1. Обчислити sin*nA* і cos*nA* на основі рівностей:

*,*

*.*

1. Дано дійсне число A, ціле число n. Організувати обчислення An за допомогою рекурсивної функції. Показник степені n може бути будь-яким цілим числом.

**Варіант №21**

1. Створити програму, у якій рекурсивна функція використовується для підсумовування цілих чисел від 1 до n, де n введене користувачем число, більше чи рівне 1.
2. Знайти значення функції, використовуючи рекурсію.

**Варіант №22**

1. Обчислити елементи послідовності, використовуючи рекурсію.

H0(x) = 1, H1(x) = 2x,

Hk+1(x) = 2xHk(x)-2kHk-1(x) для k≥2.

1. Описати рекурсивну функцію pow(n,x) від дійсного x (x <> 0) та цілого n, яка обчислює величину xn згідно за формулою:

**Варіант №23**

1. Програма обчислення значення функції цілочисельного аргументу, рекурсивне визначення якої має вигляд:
2. Створити рекурсивну програму обчислення НСД (найбільшого спільного дільника), засновану на відношенні НСД(n,m) = НСД(m,r), де r – остача від ділення n на m.

**Варіант №24**

1. Напишіть рекурсивну процедуру для розв’язання рівнянь вигляду F(x) = x методом простих ітерацій. Перевірте її роботу на функціях cos(x) та sqrt(x+1).
2. Обчислити елементи послідовності:

N0(x) = 1,

N1(x) = x,

Nk(x) = .

**Варіант №25**

1. Обчислити елементи послідовності:

R0(x) = 1,

R1(x) = x,

Rn+1(x) = x+x(1-Rn(x))+(1-Rn-1(x))2, для n≥2.

1. Обчислити значення функції, використовуючи рекурсію.

**Варіант №26**

1. Обчислити елементи послідовності:

N0(x) = 1,

N1(x) = x,

Na(x) = .

1. Потрібно розрахувати кількість уламків, отриманих у результаті ділення за n мілісекунд, якщо кожен уламок ділиться на два за одну мілісекунду.

**Варіант №27**

1. Обчислити значення функції, використовуючи рекурсію.
2. Визначити максимальний елемент у масиві, використовуючи рекурсивну процедуру для пошуку максимуму.

**Варіант №28**

1. Обчислити значення функції, використовуючи рекурсію.
2. Розкласти задане число на всі можливі доданки з використанням рекурсії.

**Варіант №29**

1. Обчислити значення функції, використовуючи рекурсію.
2. Запрограмуйте з використанням рекурсії обчислення функції F(x) = xn.

**Варіант №30**

1. Обчислити елементи числової послідовності, використовуючи рекурсію.

A0(x) = 1,

A1(x) = x,

1. Розрахувати значення послідовності, заданої наступним чином:

a(1) = 1,

a(n) = n-a(a(n-1)), n>1.