**Практична частина**

**Завдання №1**

На три бази $A\_{1},A\_{2},A\_{3}$ поступив товар в кількості 140; 180; 160. Цей товар треба перевезти в п'ять **пунктів призначення** $B\_{1},B\_{2},B\_{3},B\_{4},B\_{5}$ в кількостях 60; 70; 120; 130; 100. **Тарифи перевезення** записані в наступній таблиці:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Пункти відправлення | Пункти призначення | Запаси |
| В1 | В2 | В3 | В4 | В5 |
| А1 | 2 | 3 | 4 | 2 | 4 | 140 |
|  |  |  |  |  |
| А2 | 8 | 4 | 1 | 4 | 1 | 180 |
|  |  |  |  |  |
| А3 | 9 | 7 | 3 | 7 | 2 | 160 |
|  |  |  |  |  |
| Потреби | 60 | 70 | 120 | 130 | 100 | 480 |

**Знайти опорний план даної транспортної задачі методом північно-західного кута.**

Розв’язання:

Дана транспортна задача є закритою, бо сумарний запас товару дорівнює сумарній потребі у цьому товарі. Щоб побудувати **опорний план даної транспортної задачі методом північно-західного кута** для цього, спочатку, не враховуючи вартостей перевезення, задовольняємо потреби першого пункту призначення $B\_{1}$, використовуючи запаси першого **пункту відправлення** $A\_{1}$. У нашому прикладі потреби в товарі пункту $B\_{1}$ становлять $b\_{1}=60$, а запаси відправника — $a\_{1}=140$ .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Пункти відправлення | Пункти призначення | Запаси |
| В1 | В2 | В3 | В4 | В5 |
| А1 | 2 | 3 | 4 | 2 | 4 | 140 |
| 60 |  |  |  |  |
| А2 | 8 | 4 | 1 | 4 | 1 | 180 |
|  |  |  |  |  |
| А3 | 9 | 7 | 3 | 7 | 2 | 160 |
|  |  |  |  |  |
| Потреби | 60 | 70 | 120 | 130 | 100 | 480 |

Тепер переходимо до задоволення потреб другого **пункту призначення**— $B\_{2}$, потреби якого становлять $b\_{2}=70$. Після задоволення потреб в пункту $A\_{1}$, залишок запасів першго**пункту відправлення** становить 140 — 60 = 80 (цього достатньо, щоб задовільнити потреби і другого пункту призначення). Тому записуємо в клітинку $A\_{1}B\_{2}$  значення 70 і переходимо до задоволення потреб пункту $B\_{3}$.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Пункти відправлення | Пункти призначення | Запаси |
| В1 | В2 | В3 | В4 | В5 |
| А1 | 2 | 3 | 4 | 2 | 4 | 140 |
| 60 | 70 |  |  |  |
| А2 | 8 | 4 | 1 | 4 | 1 | 180 |
|  |  |  |  |  |
| А3 | 9 | 7 | 3 | 7 | 2 | 160 |
|  |  |  |  |  |
| Потреби | 60 | 70 | 120 | 130 | 100 | 480 |

Залишок запасів у першого **пункту призначення**, після задоволення потреб **пунктів призначення** $B\_{1}$ і $B\_{2}$, становить 140 - 60 - 70 = 10. Тому третьому споживачеві від першого відправника можемо перевезти лише 10 одиниць продукції. Отже, в клітинку $A\_{1}B\_{3}$ помістимо число 10.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Пункти відправлення | Пункти призначення | Запаси |
| В1 | В2 | В3 | В4 | В5 |
| А1 | 2 | 3 | 4 | 2 | 4 | 140 |
| 60 | 70 | 10 |  |  |
| А2 | 8 | 4 | 1 | 4 | 1 | 180 |
|  |  |  |  |  |
| А3 | 9 | 7 | 3 | 7 | 2 | 160 |
|  |  |  |  |  |
| Потреби | 60 | 70 | 120 | 130 | 100 | 480 |

Після цього, оскільки запаси першого відправника повністю вичерпані, переходимо до використання запасів наступного постачальника $A\_{2}$. Його запаси рівні $a\_{2}=180$ . А незадоволені потреби третього **пункту призначення**

120 - 10 = 110. Тому в клітинку $A\_{2}B\_{3}$ записуємо число 110, і третій споживач, у такий спосіб, також отримав необхідну кількість продукції.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Пункти відправлення | Пункти призначення | Запаси |
| В1 | В2 | В3 | В4 | В5 |
| А1 | 2 | 3 | 4 | 2 | 4 | 140 |
| 60 | 70 | 10 |  |  |
| А2 | 8 | 4 | 1 | 4 | 1 | 180 |
|  |  | 110 |  |  |
| А3 | 9 | 7 | 3 | 7 | 2 | 160 |
|  |  |  |  |  |
| Потреби | 60 | 70 | 120 | 130 | 100 | 480 |

Переходимо до задоволення потреб наступного споживача, а саме  $B\_{4}$. У результаті часткового використання запасів другого **пункту відправлення** його залишок продукції становить 180 — 110 = 70. Отже від другого **пункту відправлення** до четвертого **пункту призначення** можна перевезти лише 70 одиниць продукції. Тому клітинка $A\_{2}B\_{4}$  міститиме число 70, і цим запаси постачальника $A\_{2}$ будуть також повністю вичерпані.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Пункти відправлення | Пункти призначення | Запаси |
| В1 | В2 | В3 | В4 | В5 |
| А1 | 2 | 3 | 4 | 2 | 4 | 140 |
| 60 | 70 | 10 |  |  |
| А2 | 8 | 4 | 1 | 4 | 1 | 180 |
|  |  | 110 | 70 |  |
| А3 | 9 | 7 | 3 | 7 | 2 | 160 |
|  |  |  |  |  |
| Потреби | 60 | 70 | 120 | 130 | 100 | 480 |

Переходимо до використання запасів останнього **пункту відправлення** $A\_{3}$. Залишок потреб четвертого пункту становить 130 — 70 = 60. Для їх задоволення скористаємось запасами відправника $A\_{3}$. У клітинку $A\_{3}B\_{4}$  запишемо число 60 і потреби четвертого пункту також повністю задоволені.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Пункти відправлення | Пункти призначення | Запаси |
| В1 | В2 | В3 | В4 | В5 |
| А1 | 2 | 3 | 4 | 2 | 4 | 140 |
| 60 | 70 | 10 |  |  |
| А2 | 8 | 4 | 1 | 4 | 1 | 180 |
|  |  | 110 | 70 |  |
| А3 | 9 | 7 | 3 | 7 | 2 | 160 |
|  |  |  | 60 |  |
| Потреби | 60 | 70 | 120 | 130 | 100 | 480 |

Переходимо до останнього споживача $B\_{5}$ з потребами $b\_{5}=100$, які повністю задовольняються за рахунок залишку третього відправника 160 — 60 =100, тобто у клітинку $A\_{3}B\_{5}$ запишемо число 100. Таким чином ми отримали кінцеву таблицю, опорний план методом **північно-західного кута.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Пункти відправлення | Пункти призначення | Запаси |
| В1 | В2 | В3 | В4 | В5 |
| А1 | 2 | 3 | 4 | 2 | 4 | 140 |
| 60 | 70 | 10 |  |  |
| А2 | 8 | 4 | 1 | 4 | 1 | 180 |
|  |  | 110 | 70 |  |
| А3 | 9 | 7 | 3 | 7 | 2 | 160 |
|  |  |  | 60 | 100 |
| Потреби | 60 | 70 | 120 | 130 | 100 | 480 |

**Завдання №2**

На три склади $A\_{1},A\_{2},A\_{3}$ поступив товар в кількості 10; 20; 30. Цей товар треба перевезти в три магазини $B\_{1},B\_{2},B\_{3}$ в кількостях 15; 20; 25. **Тарифи перевезення** записані в наступній таблиці:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Склади | Магазини | Запаси |
| В1 | В2 | В3 |
| А1 | 5 | 3 | 1 | 10 |
|  |  |  |
| А2 | 3 | 2 | 4 | 20 |
|  |  |  |
| А3 | 4 | 1 | 2 | 30 |
|  |  |  |
| Потреби | 15 | 20 | 25 | 60 |

**Знайти опорний план даної транспортної задачі методом мінімального тарифу.**

Розв’язання:

Дана транспортна задача є закритою, бо сумарний запас товару дорівнює сумарній потребі у цьому товарі. Щоб побудувати **опорний план даної транспортної задачі методом мінімального тарифу** для цього необхідно знайти клітинку в транспортній таблиці з найменшим значенням тарифу на перевезення вантажу (якщо виявиться, що є кілька клітинок з однаковими і мінімальними тарифами - вибираємо будь-яку з них). В цю клітинку виписуємо обсяг вантажу ($x\_{ij}$), який можна доставити з відповідного цій клітинці складу на відповідний магазин.

Об'єм запасів і потреб зменшуються на величину товару. Якщо запаси складу вичерпані, то повністю викреслюємо цей рядок таблиці. Якщо потреби магазину повністю задоволені ‒ повністю викреслюємо цей стовпчик таблиці.

Обираємо клітинку з найменшим тарифом ‒ 1,клітинка $A\_{1}B\_{3}$. Задовольняємо потреби магазину $B\_{3}$, використовуючи запаси складу $A\_{1}$. Потреби в товарі магазину $B\_{3}$ становлять $b\_{3}=25$, а запаси складу — $a\_{1}=10$ . Тобто ми не повністю задовольнили потреби магазину $B\_{3}$. Запаси складу $A\_{1}$ вичерпали, тому викреслюємо повністю цей рядок.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Склади | Магазини | Запаси |
| В1 | В2 | В3 |
| А1 | 5 | 3 | 1 | 0 |
|  |  | 10 |
| А2 | 3 | 2 | 4 | 20 |
|  |  |  |
| А3 | 4 | 1 | 2 | 30 |
|  |  |  |
| Потреби | 15 | 20 | 15 |  |

Обираємо наступну клітинку з найменшим тарифом ‒ 1, клітинка $A\_{3}B\_{2}$. Задовольняємо потреби магазину $B\_{2}$, використовуючи запаси складу $A\_{3}$. Потреби в товарі магазину $B\_{2}$ становлять $b\_{2}=20$, а запаси складу — $a\_{3}=30$ . Тобто із запасів складу $A\_{3}$, ми можемо повністю задовільнити потреби магазину $B\_{2}$. Тому у клітинку $A\_{3}B\_{2}$ записуємо менше із значень $a\_{3}$, $b\_{2}$ ,тобто 20. Потреби магазину повністю задоволені ‒ викреслюємо цей стовпчик таблиці. Після цього наша таблиця набуде такого вигляду:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Склади | Магазини | Запаси |
| В1 | В2 | В3 |
| А1 | 5 | 3 | 1 | 0 |
|  |  | 10 |
| А2 | 3 | 2 | 4 | 20 |
|  |  |  |
| А3 | 4 | 1 | 2 | 10 |
|  | 20 |  |
| Потреби | 15 | 0 | 15 |  |

Переходимо до наступного мінімального тарифу серед тих, що залишились. Обираємо клітинку $A\_{3}B\_{3}$ з тарифом ‒ 2. Задовольняємо потреби магазину  $B\_{3}$, використовуючи запаси складу  $A\_{3}$. Потреби в товарі магазину  $B\_{3}$  становлять  $b\_{3}=15$, а залишки запасів складу  — $a\_{3}=10$ . Використовуємо повністю склад $A\_{3}$, записуємо в клітинку $A\_{3}B\_{3}$ значення 10. Запаси складу $A\_{3}$ вичерпали, тому викреслюємо повністю цей рядок.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Склади | Магазини | Запаси |
| В1 | В2 | В3 |
| А1 | 5 | 3 | 1 | 0 |
|  |  | 10 |
| А2 | 3 | 2 | 4 | 20 |
|  |  |  |
| А3 | 4 | 1 | 2 | 0 |
|  | 20 | 10 |
| Потреби | 15 | 0 | 5 |  |

Переходимо до наступного мінімального тарифу серед тих, що залишились. Обираємо клітинку $A\_{2}B\_{1}$ з тарифом ‒ 3. Задовольняємо потреби магазину  $B\_{1}$, використовуючи запаси складу  $A\_{2}$. Потреби в товарі магазину  $B\_{1}$  становлять  $b\_{1}=15$, а запаси складу  — $a\_{2}=20$ . Тобто із запасів складу $A\_{2}$, ми можемо повністю задовільнити потреби магазину $B\_{1}$. Тому у клітинку $A\_{2}B\_{1}$ записуємо менше із значень $a\_{2}$, $b\_{1}$ ,тобто 15. Потреби магазину повністю задоволені ‒ викреслюємо цей стовпчик таблиці.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Склади | Магазини | Запаси |
| В1 | В2 | В3 |
| А1 | 5 | 3 | 1 | 0 |
|  |  | 10 |
| А2 | 3 | 2 | 4 | 5 |
| 15 |  |  |
| А3 | 4 | 1 | 2 | 0 |
|  | 20 | 10 |
| Потреби | 0 | 0 | 5 |  |

Залишилась одна клітинка $A\_{2}B\_{3}$ з тарифом ‒ 4. Потреби в товарі магазину  $B\_{3}$  залишились  $b\_{3}=5$, а залишки запасів складу  — $a\_{2}=5$. Тобто ми можемо повністю задовільнити потреби магазину $B\_{3}$. Тому у клітинку $A\_{2}B\_{3}$ записуємо значення 5.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Склади | Магазини | Запаси |
| В1 | В2 | В3 |
| А1 | 5 | 3 | 1 | 0 |
|  |  | 10 |
| А2 | 3 | 2 | 4 | 0 |
| 15 |  | 5 |
| А3 | 4 | 1 | 2 | 0 |
|  | 20 | 10 |
| Потреби | 0 | 0 | 0 |  |

Отримали опорний план транспортної задачі методом мінімального тарифу:

|  |  |
| --- | --- |
| Склади | Магазини |
| В1 | В2 | В3 |
| А1 | 5 | 3 | 1 |
|  |  | 10 |
| А2 | 3 | 2 | 4 |
| 15 |  | 5 |
| А3 | 4 | 1 | 2 |
|  | 20 | 10 |

**Побудова опорного плану транспортної задачі методом Фогеля:**

На три бази $A\_{1},A\_{2},A\_{3} $поступив товар в кількості 160, 140,170 одиниць відповідно. Цей товар потрібно перевезти в чотири пункти призначення $B\_{1},B\_{2},B\_{3},B\_{4}$, потреби яких становлять 120,50,190,110. Дана задача є закритою. Тарифи на перевезення одиниці продукції записані в наступній таблиці.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Пункти відправлення | Пункти призначення | Запаси |
| В1 | В2 | В3 | В4 |
| А1 | 7 | 8 | 1 | 2 | 160 |
|  |  |  |  |
| А2 | 4 | 5 | 9 | 8 | 140 |
|  |  |  |  |
| А3 | 9 | 2 | 3 | 6 | 170 |
|  |  |  |  |
| Потреби | 120 | 50 | 190 | 110 | 470 |

Розглянемо алгоритм даного методу :

1. На довільному кроці методу, для кожного рядка та стовпця обчислюється різниця (*"штраф"*) між значеннями найменшої вартості та вартості, наступної за величиною. Якщо ж виявиться, що в рядку чи стовпці містяться дві комірки з однаковими мінімальними значеннями тарифів, то беремо саме їх. В такому випадку різниця буде дорівнює нулю.
2. Обчислені штрафи записуються у додаткові рядки та стовпі транспортної таблиці.
3. Виокремлюємо рядок чи стовпець з найбільшим *"штрафом"* (якщо їх є декілька, то обираємо довільний з них).
4. У виокремленому на попередньому кроці рядку чи стовпці, обираємо комірку з найменшою вартістю.
5. Для обраної комірки встановлюємо величину перевезень, аналогічно методу мінімального елемента, після чого, повторюємо всі вищеописані дії знову, тільки вже не враховуючи заповнені клітини.

Для побудови опорного плану транспортної задачі методом Фогеля, на першому кроці доповнимо транспортну таблицю додатковим рядком і стовпцем. Далі, згідно алгоритму, заповнимо їх комірки обчисленими для кожного рядка та стовпця *"штрафами"*.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Пункти відправлення | Пункти призначення | Запаси | Різниці по рядках |
| В1 | В2 | В3 | В4 |
| А1 | 7 | 8 | 1 | 2 | 160 | |1 – 2| = 1 |
|  |  |  |  |
| А2 | 4 | 5 | 9 | 8 | 140 | |4 – 5| = 1 |
|  |  |  |  |
| А3 | 9 | 2 | 3 | 6 | 170 | |2 – 3| = 1 |
|  |  |  |  |
| Потреби | 120 | 50 | 190 | 110 | 470 |  |
| Різниці по стовпцях | |4 – 7| = 3 | |2 – 5| = 3 | |1 – 3| = 2 | |2 – 6| = 4 |  |  |

Максимальне значення такої різниці на першому кроці відповідає четвертому стовпцю і означає, що у разі, коли не буде задоволена потреба четвертого пункту призначення перевезенням продукції від першого пункту відправлення за ціною 2 ум. о. за одиницю товару, то на наступних кроках вартість перевезення може бути на 4 ум. о. більшою. Тобто інакше може статися, що потребу четвертого пункту необхідно буде задовольняти перевезенням продукції від третього відправника, що призведе до збільшення вартості цього перевезення в 3 рази. Водночас для всіх інших пунктів призначення та пунктів відправлення такі різниці є меншими. Отже, найдоцільніше на першому кроці заповнити комірку $A\_{1}B\_{4}$.Після цього потреби пункту $B\_{4} $повністю задоволені, і всі комірки четвертого стовпчика виключаємо з подальших розрахунків різниць по рядках і стовпцях, після чого переходимо до наступного кроку.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Пункти відправлення | Пункти призначення | Запаси | Різниці по рядках |
| В1 | В2 | В3 | В4 |
| А1 | 7 | 8 | 1 | 2 | 160 | 1 | |1 – 7| = 6 |
|  |  |  | 110 |
| А2 | 4 | 5 | 9 | 8 | 140 | 1 | |4 – 5| = 1 |
|  |  |  |  |
| А3 | 9 | 2 | 3 | 6 | 170 | 1 | |2 – 3| = 1 |
|  |  |  |  |
| Потреби | 120 | 50 | 190 | 110 | 470 |  |  |
| Різниці по стовпцях | 3 | 3 | 2 | 4 |  |  |  |
| |4 – 7| = 3 | |2 – 5| = 3  | |1 – 3| = 2 |  |  |  |  |

На другому кроці максимальна різниця дорівнює 6 і відповідає першому рядку таблиці. Тому заповнюємо її комірку з мінімальною вартістю, а саме комірку $A\_{1}B\_{3}$. Після цього з розгляду виключаються одразу всі комірки першого рядка, оскільки його запаси повністю вичерпані. Переходимо до кроку під номером три.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Пункти відправлення | Пункти призначення | Запаси | Різниці по рядках |
| В1 | В2 | В3 | В4 |
| А1 | 7 | 8 | 1 | 2 | 160 | 1 | 6 |  |
|  |  | 50 | 110 |
| А2 | 4 | 5 | 9 | 8 | 140 | 1 | 1 | |4 – 5| = 1 |
|  |  |  |  |
| А3 | 9 | 2 | 3 | 6 | 170 | 1 | 1 | |2 – 3| = 1 |
|  |  |  |  |
| Потреби | 120 | 50 | 190 | 110 | 470 |  |  |  |
| Різниці по стовпцях | 3 | 3 | 2 | 4 |  |  |  |  |
| 3 | 3 | 2 |  |  |  |  |  |
| |4 – 9| = 5 | |2 – 5| = 3 | |3 – 9| = 6 |  |  |  |  |  |

Третій крок розрахунку різниць (найбільше значення 6 відповідає третьому стовпцю) говорить про те, що доцільно, скориставшись запасами третього пункту відправлення, повністю задовільнити потреби третього пункту призначення, тобто заповнюємо комірку таблиці $A\_{3}B\_{3}$ і викреслюємо третій стовпець з розгляду. Далі, переходимо до четвертого кроку.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Пункти відправлення | Пункти призначення | Запаси | Різниці по рядках |
| В1 | В2 | В3 | В4 |
| А1 | 7 | 8 | 1 | 2 | 160 | 1 | 6 |  |  |
|  |  | 50 | 110 |
| А2 | 4 | 5 | 9 | 8 | 140 | 1 | 1 | 1 | |4 – 5| = 1 |
|  |  |  |  |
| А3 | 9 | 2 | 3 | 6 | 170 | 1 | 1 | 1 | |2 – 9| = 7 |
|  |  | 140 |  |
| Потреби | 120 | 50 | 190 | 110 | 470 |  |  |  |  |
| Різниці по стовпцях | 3 | 3 | 2 | 4 |  |  |  |  |  |
| 3 | 3 | 2 |  |  |  |  |  |  |
| 5 | 3 | 6 |  |  |  |  |  |  |
| |4 – 9| = 5 | |2 – 5| = 3 |  |  |  |  |  |  |  |

На четвертому кроці, скориставшись запасами, що залишились, третього пункту відправлення, частково задовільнимо потреби другого пункту призначення і таким чином викреслимо третій рядок таблиці з розгляду. Відмітимо, що на цьому процес обчислення різниць (*"штрафів"*) завершується, і решта клітин заповнюємо згідно алгоритму методу мінімального елемента.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Пункти відправлення | Пункти призначення | Запаси | Різниці по рядках |
| В1 | В2 | В3 | В4 |
| А1 | 7 | 8 | 1 | 2 | 160 | 1 | 6 |  |  |
|  |  | 50 | 110 |
| А2 | 4 | 5 | 9 | 8 | 140 | 1 | 1 | 1 | |4 – 5| = 1 |
| 120 | 20 |  |  |
| А3 | 9 | 2 | 3 | 6 | 170 | 1 | 1 | 1 | |2 – 9| = 7 |
|  | 30 | 140 |  |
| Потреби | 120 | 50 | 190 | 110 | 470 |  |  |  |  |
| Різниці по стовпцях | 3 | 3 | 2 | 4 |  |  |  |  |  |
| 3 | 3 | 2 |  |  |  |  |  |  |
| 5 | 3 | 6 |  |  |  |  |  |  |
| |4 – 9| = 5 | |2 – 5| = 3 |  |  |  |  |  |  |  |

В результаті виконання даного кроку, ми отримали таблицю, у заповнених комірках якої містяться числа, які означають можливий план перевезення продукції із загальною вартістю:

$F=120\*4+20\*5+30\*2+50\*1+140\*3+110\*2=1330$.

Завдання №1

**Побудувати математичну модель.**

Фірма набирає штат співробітників. Вона має в своєму розпорядженні n групами різних посад по $b\_{j}$ вакантних одиниць у кожній групі, $j=1,…,n$. Кандидати для заняття посад проходять тестування, за результатами якого їх поділяють на m груп по $a\_{i}$ кандидатів в кожній групі, $i=1,…,m$. Для кожного кандидата з $i$ -ої групи потрібні певні витрати $C\_{ij}$ на навчання для заняття j-ой посади, $i=1,…,m$; $j=1,…,n$. (Зокрема, деякі $C\_{ij}=0$, тобто кандидат повністю відповідає посаді, або $C\_{ij}=\infty $($C\_{ij}=M$), тобто кандидат взагалі не може зайняти дану посаду.) Потрібно розподілити кандидатів на посади, витративши мінімальні кошти на їх навчання.

**Розв’язання:**

Припустимо, що загальна кількість кандидатів відповідає числу вакантних посад. Тоді дана задача відповідає транспортної моделі. У ролі постачальників виступають групи кандидатів, а в ролі споживачів - групи посад. Як тарифів на перевезення розглядаються витрати на перенавчання. Математична модель записується у вигляді:

$$C=\sum\_{i-1}^{m}\sum\_{J-1}^{n}p\_{ij}x\_{ij} \rightarrow min$$

$$\sum\_{j-1}^{n}x\_{ij}=a\_{i}, i=1,…,m;$$

$$\sum\_{i-1}^{m}x\_{ij}=b\_{j}. j=1,…,n;$$

$$\sum\_{i-1}^{m}a\_{i} = \sum\_{j-1}^{n}b\_{j} ;$$

$$x\_{ij}\geq 0, i=1,…,m;j=1,…,n.$$

Завдання №2

Побудувати закриту модель транспортної задачі.

$a=\left(15,25,10\right)$,

$b=\left(2,20,18\right)$,

$C=\left(\begin{matrix}2&5&7\\8&12&2\\1&3&8\end{matrix}\right)$.

Розв’язання:

Спочатку перевіримо збалансованість (закритість) задачі.

$\sum\_{i=1}^{3}a\_{i}=15+25+10=50$,

$\sum\_{j=1}^{3}b\_{j}=2+20+18=40$.

Обмеження і потреби не збігаються, отже, задача не збалансована (відкрита), потрібно привести її до закритого виду. Так як запаси більше потреб на 10 одиниць, введемо ще одного (фіктивного) споживача з потребою 10 одиниць і нульовими тарифами доставки до нього. Отримаємо:

$a=\left(15,25,10\right)$,

$b=\left(2,20,18\right)$,

$C=\left(\begin{matrix}2&5&7\\8&12&2\\1&3&8\end{matrix}\begin{matrix} 0\\ 0\\ 0\end{matrix}\right)$.

Тепер складемо математичну модель закритої транспортної задачі.

1. Цільова функція (сумарна вартість перевезень):

$F=\sum\_{i=1}^{3}\sum\_{j=1}^{4}\tilde{n}\_{ij}x\_{ij}\rightarrow min$.

Для нашої задачі отримуємо:

$$F=\sum\_{i=1}^{3}\sum\_{j=1}^{4}\begin{array}{c}\tilde{n}\_{ij}x\_{ij}=2x\_{11}+5x\_{12}+7x\_{13}+8x\_{21}+12x\_{22}+2x\_{23}+\\+x\_{31}+3x\_{32}+8x\_{33}\end{array}$$

1. Обмеження задачі.

Система обмежень щодо запасів:

$$x\_{11}+x\_{12}+x\_{13}+x\_{14}=15$$

$$x\_{21}+x\_{22}+x\_{23}+x\_{24}=25$$

$$x\_{31}+x\_{32}+x\_{33}+x\_{34}=10$$

Система обмежень за потребами:

$$x\_{11}+x\_{21}+x\_{31}=2$$

$$x\_{12}+x\_{22}+x\_{32}=20$$

$$x\_{13}+x\_{23}+x\_{33}=18$$

$$x\_{14}+x\_{24}+x\_{34}=10$$

Невідємність перевезень:

$x\_{ij}\geq 0, i=1,2,3;j=1,2,3,4 $*.*

Отримаємо математичну модель:

$$F=2x\_{11}+5x\_{12}+7x\_{13}+8x\_{21}+12x\_{22}+2x\_{23}+x\_{31}+3x\_{32}+8x\_{33}\rightarrow min$$

$\left\{\begin{array}{c}x\_{11}+x\_{12}+x\_{13}+x\_{14}=15\\x\_{21}+x\_{22}+x\_{23}+x\_{24}=25\\x\_{31}+x\_{32}+x\_{33}+x\_{34}=10\\x\_{11}+x\_{21}+x\_{31}=2\\x\_{12}+x\_{22}+x\_{32}=20\\x\_{13}+x\_{23}+x\_{33}=18\\x\_{14}+x\_{24}+x\_{34}=10\\x\_{ij}\geq 0, i=1,2,3;j=1,2,3,4\end{array}\right.$.

Завдання №3

Побудувати таблицю транспортної задачі.

В даному прикладі показано застосування алгоритму вирішення транспортної задачі в рішенні проблем, пов'язаних з неприпустимістю прямих перевезень товарів з пунктів виробництва в пункти призначення. У прикладі буде розглянуто рух продукту в часі. Нехай в нашому розпорядженні є виробничий графік терміном на чотири місяці, який необхідно виконати. Нижче наведені значення попиту на продукцію і виробничих потужностей.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Місяць** | **Виробничі потужності, виробів** | **Попит, виробів** |
| 1 | 300 | 300 |
| 2 | 350 | 275 |
| 3 | 325 | 400 |
| 4 | 375 | 300 |

До початку першого місяця є початковий запас виробів об'ємом 50 шт. Вироби можна робити як для задоволення поточного попиту, так і створення запасу для задоволення попиту в наступні місяці. Якщо попит на вироби протягом місяця не задовольняється повністю, то прибуток від продажу втрачається. Витрати виробництва становлять 100 00 євро за одиницю виробу. Вартість зберігання запасів дорівнює 2 00 євро за одиницю виробу.

Розв’язання:

Дану ситуацію можна формалізувати, використовуючи транспортну таблицю, в якій рядками є початковий запас і обсяги виробництва виробів на місяць, а стовпці відображають щомісячний попит на продукцію. Маршрути (клітинки), в яких мається на увазі задоволення попиту за поточний місяць в наступних місяцях, вважаються неприпустимими. У таблиці нижче цим клітинам відповідають нескінченні значення вартості.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Вартість одиниці виробу, 100 євро Місяці** | **Загальна пропозиція** |
| **М1** | **М2** | **М3** | **М4** |
| **Запас** | **М1** | 2 | 4 | 6 | 8 | 50 |
| **Виробництво** | **М1** | 100 | 102 | 104 | 106 | 300 |
| **М2** | $$\infty $$ | 100 | 102 | 104 | 350 |
| **М3** | $$\infty $$ | $$\infty $$ | 100 | 102 | 325 |
| **М4** | $$\infty $$ | $$\infty $$ | $$\infty $$ | 100 | 375 |
| **Загальна потреба** |  | 300 | 275 | 400 | 300 |  |

Вирішення цієї транспортної задачі проводиться за допомогою звичайного алгоритму, що дозволяє мінімізувати вартість виконання виробничого графіка.