### Лекція №3

### Тема: «Моделі сіткового планування й керування»

### Мета: формування в студентів теоретичних знань з питань сутності моделей сіткового планування й керування, характеристик мережевих моделей та оптимізації графіків за критеріями «час-вартість»

**План**

**3.1 Основні поняття і визначення.**

**3.2 Характеристики елементів мережевої моделі. Приклади обчислення характеристик мережевого графіка.**

**3.3 Оптимізація мережевого графіка за критеріями «час – вартість».**

**Література**

**Основна:**

1 Миксюк С.Ф., Комкова В.Н. Экономико-математические методы и модели – Мн.: БГЭУ, 2006.

2. Браверман Э. М. Математические модели планирования и управления в экономических системах. – М.: Наука, 1976. – 130 с.

3. Бушенков Ю.Н., Молородов Ю.И., Мороков Ю.Н.. Математическое моделирование физ-ких процессов. - Изд-во НГУ, Новосибирск, 2003.

4. Горстко А. Б. Введение в моделирование єколого-єкономических систем. – Ростов-на-Дону: Издательствово Ростов-го университета, 1990.– 111с.

5. Самойленко М.І., Скоков Б.Г. Дослідження операцій (Математичне програмування. Теорія масового обслуговування): Навч. посібник. – Харків: ХНАМГ, 2005. – 176 с.

**Додаткова:**

1. Веников В.А. Теория подобия и моделирования. – Москва, 1976.

2. Козин Р.Г. Математическое моделирование. Примеры решения задач: Учебно-методическое пособие.– Москва: НИЯУ МИФИ, 2010.– 176 с.

**Зміст лекції**

1. **Організаційний момент (2хв.)**

Вітання зі студентами. Перевірка присутності і готовності до заняття.

1. **Мотивація (3хв.)**

Викладач: Актуальність даної теми обумовлена необхідністю грамотного керування великими народногосподарськими комплексами і проектами, науковими дослідженнями, конструкторською і технологічною підготовкою виробництва, нових видів виробів, будівництвом і реконструкцією, капітальним ремонтом основних фондів шляхом застосування сітьових моделей.

1. **Актуалізація опорних знань (5хв)**

Викладач: В моделях сіткового планування застосовуються зв'язкові, орієнтовані графи без циклів, що мають одну початкову і одну кінцеву вершину. Давайте згадаємо що таке граф, які бувають графи і що таке шлях.

Студенти: Граф - це безліч точок площини або простору і безліч ліній, що з'єднують всі або деякі з цих точок. Точки безлічі називаються вершинами, а лінії, їх поєднання - дугами (якщо вказано, яка вершина є початковою) чи ребрами (якщо орієнтація не вказана). Прикладами графів можуть служити схеми залізних або шосейних доріг, схеми зв'язку постачальників і споживачів, структурні формули молекул і т.д.

Граф, що складається з дуг, називається орієнтованим (або орграф), а утворений ребрами - неоріентірованним. Граф, що складається з дуг і ребер, називається змішаним.

Шляхом в неорієнтованому графі називають таку послідовність ребер, в якій будь-які два сусідніх ребра суміжні

Шляхом в орграфе називається послідовність дуг, в якій кінець кожного попереднього дуги збігається з початком наступної.

1. **Формування нових вмінь (10хв)**

**3.1 Основні поняття і визначення.**

Мережевою моделлю називається економіко-математична модель, що відображає весь комплекс робіт і подій, пов'язаних з реалізацією проекту в тому логічного і технологічної послідовності і зв'язку.

Під комплексом робіт ми будемо розуміти будь-яке завдання, для виконання якої необхідно здійснити досить велика кількість різноманітних робіт. Для того щоб скласти план робіт з виконання великих і складних проектів, що включають тисячі окремих досліджень і операцій, необхідно описати їх за допомогою математичної моделі. Таким засобом опису проектів є мережева модель.

В процесі реалізації проектів використовуються різні календарно сітьових планів, а саме: графіки Ганта; плани-графіки та сітьові графіки (метод оцінки та аналізу програми (PERT) та метод критичного шляху).

Графіки (діаграми) Ганта -це горизонтальні лінійні графіки, які досить наочно представляють співвідношення часу виконання окремих робіт.

Кожна смуга на діаграмі представляє окреме завдання в складі проекту (вид роботи), її кінці - моменти початку і завершення роботи, її протяжність - тривалість роботи. Вертикальною віссю діаграми служить перелік завдань.

Але графік Ганта не дозволяють встановити логічні взаємозв'язки і взаємозумовленості різних видів робіт. Тому його доцільно використовувати для аналізу рівномірності завантаження виробничих площ.

Плани-графіки це документ в перелік робіт включають рішення про результати виконання робіт і допоміжні роботи (передача інформації, контроль результатів і т.п.), що дозволяє побачити взаємну обумовленість робіт, включених до плану.

Мережевий графік це динамічна модель виробничого процесу, що відображає технологічну залежність і послідовність виконання комплексу робіт, що зв'язує їх звершення в часі з урахуванням витрат ресурсів і вартості робіт з виділенням при цьому вузьких (критичних) місць.

Основна мета яких полягає в тому, щоб максимально Скоротити тривалість проекту, вони включають метод критичного шляху (метод МКП або СРМ - Critical Path Method) і метод оцінки та аналізу програми (PERT - Program Evaluation and Review Techniqe)

Метод критичного шляху - метод мережевого аналізу, який використовується для прогнозу тривалості проекту за допомогою аналізу того, яка послідовність робіт має найменшу розрахункову гнучкість (величину резерву).

Метод оцінки та аналізу програми (PERT) - це метод мережевого аналізу, орієнтований на події і використовується для оцінки тривалості проекту при високого ступеня невизначеності оцінками тривалості окремих робіт. PERT застосовує метод критичного шляху для зваженої оцінки середнього значення тривалості, він дозволяє приблизно оцінити можливий час завершення робіт і рекомендується для аналізу проектів з істотним ризиком.

**Історична довідка (7хв)**

Вчитель: Методики мережевого планування були Розроблено в кінці 50-х років в США. У 1956 р М. Уолкер Досліджуючи можливості більш ефективного використання обчислювальної машини Unіvac, об'єднав свої зусилля з Д. Келлі. Вони спробували використовувати ЕОМ для складання планів-графіків великих комплексів робіт з модернізації заводів фірми. В результаті був створений раціональний і простий метод опису проекту з впровадженням ЕОМ. Спочатку він був названий методом Уолкера-Келлі, а пізніше отримав назву методу критичного шляху - МКШ (або CPM - Crіtіcal Path Method).

Паралельно і незалежно у військово-морських силах США був створений метод аналізу й оцінки програм PERT (Program Evaluatіon and Revіew Technіque). Даний метод був розроблений корпорацією "Локхид" і консалтинговою фірмою "Буз, Аллен энд Гамильтон" для реалізації проекту розробки ракетної системи "Поларис", що поєднував близько 3800 основних підрядчиків і включав 60 тис. операцій. Використання методу PERT дозволило керівництву програми точно знати, що потрібно робити в кожен момент часу і хто саме повинний це робити, а також імовірність своєчасного завершення окремих операцій. Керівництво програмою виявилося настільки успішним , що проект удалося завершити на два роки раніше запланованого терміну. Завдяки такому успішному початку даний метод управління незабаром став використовуватися для планування проектів у всіх збройних силах США. Методика відмінно себе зарекомендувала при координації робіт, виконуваних різними підрядчиками в рамках великих проектів по розробці нових видів озброєння

**Основні поняття мережевої моделі (10хв)**

Роботами вважаються і процеси, які не потребують витрат часу і ресурсів, а встановлюють залежно виконання робіт. Такі роботи називаються фіктивними.

Робота позначається парою чисел (i, j) де i - номер події, що є початковим для даної роботи, j - номер події, що є кінцевим для даної роботи, в якому вона входить. Робота не може початися раніше, ніж здійсниться подія, що є для неї початковим. Кожна робота має свою тривалість t (i, j). Роботи на графах позначаються дугами (стрілками), фіктивні роботи позначаються пунктирними стрілками.

Подія виражає факт закінчення однієї або декількох безпосередньо передують (що входять в подію) робіт, необхідних для початку безпосередньо наступних робіт. Подія, що стоїть на початку роботи, називається початковим, а в кінці - кінцевим.

На графі події зображуються кружками, всередині яких записується номер події. У моделях СПУ є одне початкова подія (номер 0), одне кінцеве подія або завершальне (номер N) і проміжні події (номер i). У графічної інтерпретації мережевий моделі роботи представляються дугами, а події - вершинами графа.

Шлях - ланцюжок наступних один за одним робіт (дуг), що з'єднують початкову та кінцеву його вершини.

Повний шлях L - шлях, початок якого збігається з початковим подією мережі, а кінець - із завершальним.

Мережевий графік - граф, що відображає роботи проекту і зв'язку між ними (у вигляді мережі), а також стану проекту в цілому (виконані і плановані до виконання роботи).

1. **Порядок і правила побудови мережевих графіків (5хв)**

Викладач: Мережеві графіки складаються на початковому етапі планування. Спочатку запланований процес розбивається на окремі роботи, складається перелік робіт і подій, визначаються їх логічні зв'язки і послідовність виконання, роботи закріплюються за відповідальними виконавцями. З їх допомогою і за допомогою нормативів, якщо такі існують, оцінюється тривалість кожної роботи. Потім складається (зшивається) мережевий графік. Після складання мережного графіка розраховуються параметри подій і робіт, визначаються резерви часу і критичний шлях. Нарешті, проводяться аналіз і оптимізація мережевого графіка, при необхідності переробляється з перерахуванням параметрів подій та робіт.

При побудові мережевого графіка необхідно дотримуватися правил:

1. Довжина стрілки не залежить від часу виконання роботи;

2. Кожна операція повинна бути представлена ​​тільки однією стрілкою;

3. Слід уникати перетину стрілок;

4. У мережевому графіку не повинно бути "хвостових" подій (крім вихідного), яким не передує хоча б одна робота;

5. У мережевій моделі не повинно бути "тупикових" подій, тобто подій, з яких не виходить жодна робота, за винятком завершальної події;

6. У мережі не повинно бути замкнутих контурів і петель.

**3.2 Характеристики елементів мережевої моделі (5хв)**

При розрахунках для мережевої моделі визначаються наступні характеристики її елементів.

1. Характеристики подій

2. Характеристика роботи (i, j)

3. Характеристика шляхів

До основних часових параметрів відносяться тривалість критичного шляху, резерви часу подій і робіт.

Нехай - тривалість роботи (i, j). Це значення зазвичай підписують над відповідною дугою (i, j) і вважають її довжиною.

Тривалість шляху - це час, необхідний для виконання всіх робіт, що лежать на даному шляху.

Повний шлях на мережевому графіку - це шлях від вихідної події I до завершального події S. Їх може бути кілька. Повний шлях, який має найбільшу тривалість, називають критичним, а його тривалість Ткр - критичним терміном. Критичних шляхів також може бути кілька.

Отже, довжина шляху T це сума довжин всіх дуг, що утворюють даний шлях, тобто , де символом позначається дуга, яка з'єднує вершини спрямована від вершини i до вершини j.

1. **Обчислення ранніх та пізніх строків настання подій (10хв)**

Ранній термін  звершення події *j* - це мінімальний термін, необхідний для виконання всіх робіт, що передують даній події. Він визначається тривалістю найтривалішого з попередніх *j-му* події шляхів від вихідної. Для обчислення ранніх строків настання подій використовують алгоритм Форда для мережі з правильною нумерацією вершин. По мережевому графіку при цьому переміщаються від вихідної події І вправо. Алгоритм полягає в наступному:

1.Вважають   = 0.

2. Для  підраховують , де (j) – безліч робіт (дуг), що входять в j-у подію.

Ранній термін настання кінцевого події називається критичним часом і позначається Ткр. Всякий повний шлях, довжина якого дорівнює Ткр, називається критичним шляхом.

Пізнім терміном звершення події *i* називається найбільш пізній термін закінчення всіх робіт, що входять в відповідна подія *i*. Для кінцевої вершини пізній термін настання збігається з часом виконання всього проекту Ткр. При обчисленні позадніх строків звершення подій переміщаються по мережевому графіку від завершального події S вліво. Алгоритм полягає в наступному:

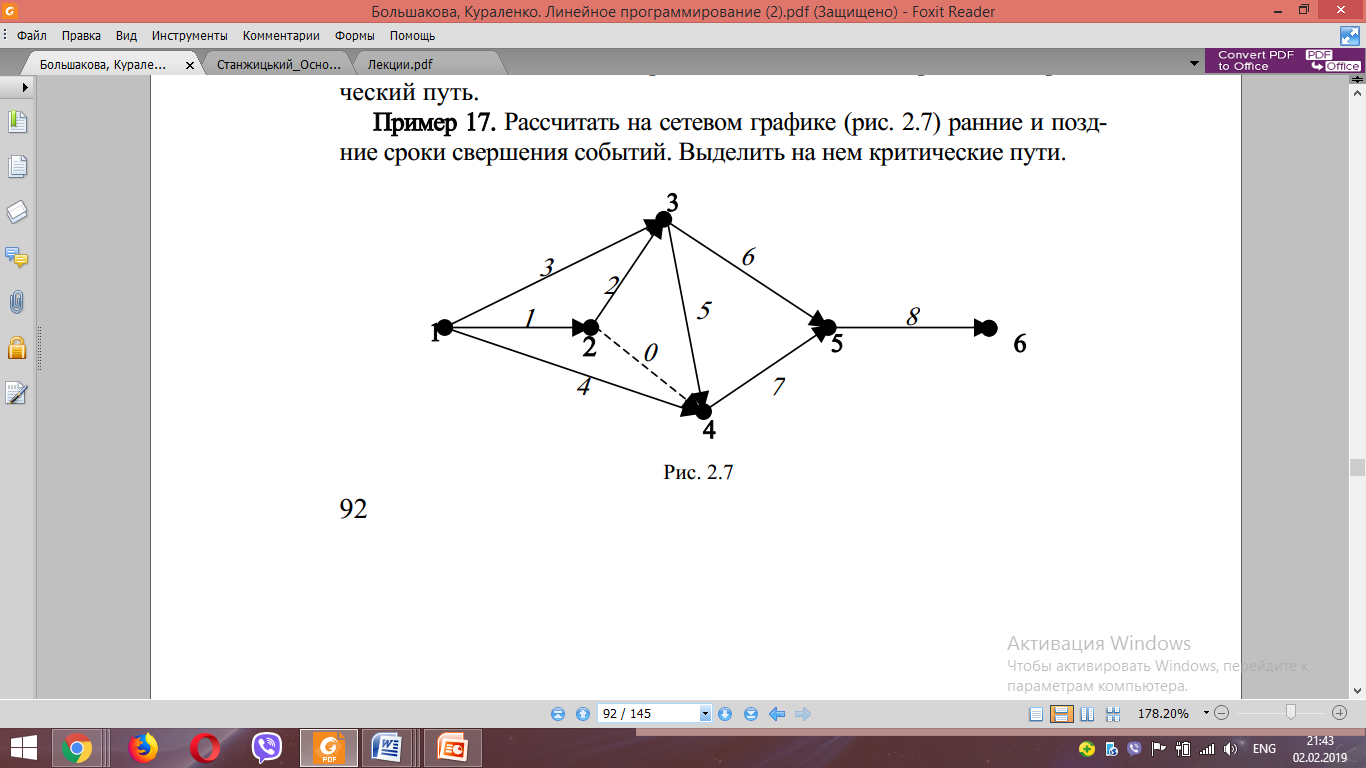
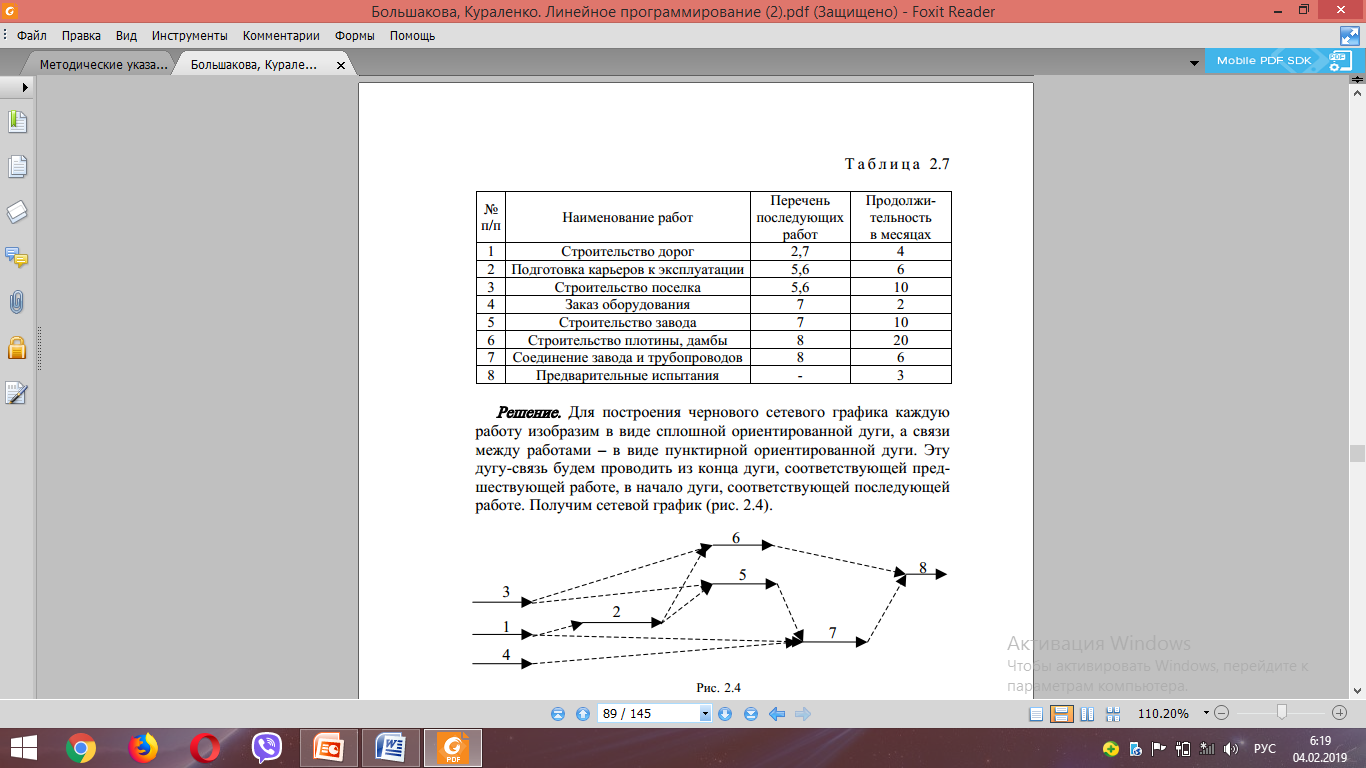
1. Вважають

2. Для інших підраховують за формулою

де  (*i*)– безліч робіт (дуг), що виходять з *i-ї* події

**3.2 Приклади обчислення характеристик мережевого графіка(10хв)**

Інформація про будівництво комплексу задана переліком робіт, їх тривалістю, послідовністю виконання та оформлена у вигляді табл. 1. Розрахувати характеристика мережевого графіка.



Рішення: . Далі для кожної вершини j в порядку зростання номерів розглядаємо всі вхідні дуги (i,j) і до ранніх термінах початкових вершин *i* додаємо тривалість робіт  .

=

 = =

 = =30+3=33

Ранній термін настання кінцевого події називається критичним часом і позначається Ткр. У нашому прикладі Ткр = 33 (місяці). Це мінімальний час виконання всього комплексу робіт.

Визначимо пізні терміни настання подій. Для кінцевої вершини пізній термін співпаде з часом виконання всього проекту і буде дорівнює критичного часу, тобто  = Ткр = 33 (місяці).

Потім переглянемо всі вершини в порядку убування їх номерів. Для кожної такої вершини визначимо безліч всіх виходять робіт і з пізніх термінів віднімемо їх тривалість. Мінімальна з різниць дасть величину  .

**3.3 Оптимізація мережевого графіка за критеріями «час- вартість» (10хв)**

Викладач: У реальних проектах кожна робота характеризується не тільки часом, але і вартістю виконання. У цьому випадку повна вартість проекту дорівнюватиме сумі вартостей всіх назв робіт. Можуть бути поставлені і вирішені наступні два завдання оптимізації мережевого графіка за критеріями «час-вартість»:

1. Мінімізація вартості проекту при збереженні часу його виконання

2. Мінімізація часу виконання при заданій вартості проекту.

При оптимізації мережевого графіка передбачається:

1) зменшення тривалості робіт веде до збільшення їх вартості;

2) для кожної роботи *(i, j)* її тривалість *t (i, j)* лежить в межах

*a (i, j) ≤ t (i, j) ≤ b (i, j),* де *а (i, j)* - мінімально можлива тривалість роботи; *b (i, j)* - максимально допустима тривалість виконання роботи;

3) вартість *С (i, j)* роботи укладена в межах *Cmax (i, j)* і *Cmin (i, j).*

Зазвичай застосовують лінійну модель залежності витрат від часу (рис. 3.3). Тоді зміна вартості роботи ΔС (i, j) при збільшенні її тривалості на величину Δt (i, j) визначається співвідношенням

де h (i, j) показує зміну витрат при зміні часу виконання роботи (i, j) на одиницю.

ÐÐ±ÑÑÐ½Ð¾ Ð¿ÑÐ¸Ð¼ÐµÐ½ÑÑÑ Ð»Ð¸Ð½ÐµÐ¹Ð½ÑÑ Ð¼Ð¾Ð´ÐµÐ»Ñ Ð·Ð°Ð²Ð¸ÑÐ¸Ð¼Ð¾ÑÑÐ¸ Ð·Ð°ÑÑÐ°Ñ Ð¾Ñ Ð²ÑÐµÐ¼ÐµÐ½Ð¸ (ÑÐ¸Ñ. 3.3). Ð¢Ð¾Ð³Ð´Ð° Ð¸Ð·Ð¼ÐµÐ½ÐµÐ½Ð¸Ðµ ÑÑÐ¾Ð¸Ð¼Ð¾ÑÑÐ¸ ÑÐ°Ð±Ð¾ÑÑ AC(i, j) Ð¿ÑÐ¸ ÑÐ²ÐµÐ»Ð¸ÑÐµÐ½Ð¸Ð¸ ÐµÐµ Ð¿ÑÐ¾Ð´Ð¾Ð»Ð¶Ð¸ÑÐµÐ»ÑÐ½Ð¾ÑÑÐ¸ Ð½Ð° Ð²ÐµÐ»Ð¸ÑÐ¸Ð½Ñ At(i, j) Ð¾Ð¿ÑÐµÐ´ÐµÐ»ÑÐµÑÑÑ ÑÐ¾Ð¾ÑÐ½Ð¾ÑÐµÐ½Ð¸ÐµÐ¼


Рис. 3.3 Залежність вартості від часу виконання проекту

Щоб обчислити h(i, j) використовують формулу:

Більш точної буде нелінійна модель виду (3.3) або лінійна логарифмічна модель .

1. **Питання для перевірки засвоєння знань (3хв)**
   * + 1. Охарактеризуйте основні види календарно-сітьових планів проекту.
       2. Охарактеризуйте сутність та основні поняття сітьового планування.
       3. Охарактеризуйте правила побудови сітьових графіків.
       4. В чому полягає необхідність введення фіктивних робіт та подій до сітьового графіка?
       5. Охарактеризуйте сутність ранніх та пізніх строків настання подій.