**Практичне заняття №1**

### Тема: «Основні поняття математичного моделювання»

### Мета: формування умінь та навичок практичного застосування знань через виконання студентами завдань та вправ.

**Зміст заняття**

1. **Актуалізація знань.**

Перевірка засвоєних знань з теми за допомогою опитування.

Викладач: Моделювання як метод дослідження відоме дуже давно і з розвитком суспільства воно знаходить усе нові й нові застосування. В даний час навряд чи знайдеться така наука, серед математичних засобів якої не було б моделей, створених на основі математики та інформатики.

Застосування методів моделювання часто дає змогу отримати більш точні відомості про поведінку й характеристики досліджуваних систем і процесів, ніж при їх безпосередньому вивченні, витрачаючи при цьому менше часу та коштів.

При застосуванні математики до вирішення задачі центральним є переклад завдання на математичну мову, іншими словами - побудова такої моделі, вивчення якої може дати правильну відповідь на поставлене запитання, тобто модель повинна бути адекватною даній задачі.

Математична модель повинна бути також простою, щоб отримана математична задача піддавалася вирішенню. Ці дві вимоги - адекватності і простоти - знаходяться в постійному протиріччі одне з одним: чим математична модель більш адекватна досліджуваному реальному об'єкту або явищу, тим вона менш проста.

Побудова математичної моделі істотно спирається на гіпотези: про форму розглянутого реального тіла, про пропорційність розглянутих величин. Вибір гіпотези - дуже відповідальна справа, тому що саме їм визначається ступінь адекватності моделі.

Викладач: Назвіть основні етапи математичного моделювання.

Студенти: Можна виділити три основних етапи математичного моделювання.

I етап - етап формалізації (складання математичної моделі);

II етап - дослідження математичної моделі (робота з математичною моделлю);

III етап - етап інтерпретації (відповідь на питання завдання).

**2. Відпрацювання практичний навичок.**

Задача № 1З пункту A в пункт B, відстань між якими 50 км, одночасно виїхали автомобіліст і велосипедист. Відомо, що за годину автомобіліст проїжджає на 40 км більше, ніж велосипедист. Визначте швидкість велосипедиста, якщо відомо, що він прибув в пункт B на 4 години пізніше автомобіліста. Відповідь дайте у км/год.

Рішення. Етап 1. Складання математичної моделі.

Позначимо як $x$ швидкість велосипедиста, де $x$ - додатне число. Автомобіліст проїжджає на 40 кілометрів більше, значить, його швидкість дорівнює $x+40$.

Намалюємо таблицю. У неї відразу можна внести відстань. І велосипедист, і автомобіліст проїхали по 50 км. Можна внести швидкість — вона дорівнює$ x$ і $x+40$ для велосипедиста і автомобіліста відповідно. Залишилося заповнити графу «час».

Його ми знайдемо за формулою: $t=\frac{S}{v}$. Для велосипедиста отримаємо $t\_{1}=\frac{50}{x}$ , для автомобіліста $t\_{2}=\frac{50}{x+40}.$

Ці дані запишемо в таблицю.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | $$v$$ | $$t$$ | $$s$$ |
| Велосипедист | $$x$$ | $$t\_{1}=\frac{50}{x}$$ | 50 |
| Автомобіліст | $$x+10$$ | $$t\_{2}=\frac{50}{x+40}$$ | 50 |

Залишається записати, що велосипедист прибув в кінцевий пункт на 4 години пізніше за автомобіліста. Пізніше — значить часу він витратив більше. Це означає, що $t\_{1}$ на чотири більше, ніж $t\_{2}$, тобто $t\_{2}+4=t\_{1}$

$\frac{50}{x+40}+4=\frac{50}{x} $Математична модель задачі складена.

Етап 2. Робота з математичною моделлю. Розв’язуємо рівняння, отримаємо: $\frac{2000}{x\left(x+40\right)}=4$. Поділимо обидві частини рівняння на 4. $\frac{500}{x\left(x+40\right)}=1$

Помножимо обидві частини рівності на $x(x+40)$. Отримаємо:

$x\left(x+40\right)=500$.Розкриємо дужки та перенесемо все у ліву частину рівняння:$x^{2}+40x=500$, $x^{2}+40x-500=0$. Отримали квадратне рівняння. По теоремі Вієта знаходимо його корені. Вони дорівнюють 10 та -50. Етап 3. Отримання відповіді на запитання задачі.

Зрозуміло, що другий корінь не підходить за змістом завдання — швидкість велосипедиста додатне число. Звідси випливає, що швидкість велосипедиста дорівнює 10 км/год.

Задача № 2 Маса 21 літра нафти становить 16,8 кг. Яка маса 35 літрів нафти?

Рішення. Етап 1. Складання математичної моделі. Нехай маса 35 літрів нафти становить *x* кг ($х>0).$ Тоді складаємо наступну пропорцію: $\frac{16,8}{21}=\frac{x}{35}$

Математична модель задачі складена.

Етап 2. Робота з математичною моделлю. Знаходимо середній член пропорції. Для цього перемножуємо крайні члени пропорції (16,8 і 35) і ділимо на відомий середній член (21). $x=\frac{16,8∙35}{21}$

Скоротимо дріб на 7 і помножимо чисельник та знаменник дробу на 10, щоб у чисельнику і знаменнику були тільки натуральні числа.$x=\frac{168∙5}{30}$

Звідси знаходимо, що $x=28$. Етап 3. Отримання відповіді на запитання задачі. Рішенням завдання – згідно з її змістом – є додатне число. Знайдений корінь є додатнім. Тому отримаємо, що 35 літрів нафти мають масу 28 кг.

Задача №3.Знайдіть площу прямокутного трикутника, якщо його висота ділить гіпотенузу на відрізки 32 см і 18 см.

Рішення. Етап 1. Складання математичної моделі.



Площа прямокутного трикутника обчислюється за формулою: $S\_{∆ABC}=\frac{1}{2}∙AB∙CD$, де сторони $AB>0,CD>0. $Математична модель задачі складена.

Етап 2. Робота з математичною моделлю. Трикутники ACD та CBD подібні, тому: $CD=\sqrt{AD∙DB}=\sqrt{32∙18}=\sqrt{576}=24 см$

$$AB=AD+DB=32+18=50 см$$

$$S\_{∆ABC}=\frac{1}{2}∙AB∙CD=\frac{1}{2}∙AB∙\sqrt{AD∙DB}=25∙24=600 см^{2}.$$

Етап 3. Отримання відповіді на запитання задачі. Шукана величина за змістом задачі виражається додатним числом, що ми і отримали. Звідси отримаємо, що площа шуканого трикутника дорівнює 600 см2.

Відповідь: 600 см2.

1. **Завдання для самостійної роботи**

Задача №1 Яку температуру T має азот масою $m = 2$ г, що займає об'єм $V = 820$ см3 при тиску $р = 0,2 МПа$?

Рішення: Температуру азоту можна визначити з рівняння Менделєєва-Клайперона$ pV=\frac{m}{μ}RT$, звідки$ T=\frac{pVμ}{mR}$.

Молярна маса азоту $μ=0,028$ кг/моль. Підставляючи числові дані, отримаємо $T=\frac{0,2∙10^{6}∙820∙10^{-6}∙0,028}{2∙10^{-3}∙8,31}=280 K=7°C$

При масі $m = 2 $г, об'єм $V = 820$ см3 і тиску $р = 0,2$ Мпа температура азоту дорівнює 7°C.

Відповідь: 7°С.

Задача №2Тризначне число закінчується цифрою 3. Якщо цю цифру перенести вліво (тобто помістити на початку), то нове число буде на одиницю більше потроєного початкового числа. Знайти це число.

Рішення. Вихідне число має вигляд $\overbar{ab3}=100a+10b+3,$ де a і b — цифри від 0 до 9. Перенесемо останню цифру числа початок. Отримаємо число $\overbar{3ab}=300+10a+b$

За умовою, друге число на одиницю більше потроєного вихідного, тобто маємо рівняння $3∙\overbar{ab3}+1=\overbar{3ab}.$ Математична модель задачі складена.

Етап 2. Робота з математичною моделлю.

$$300a+30b+9+1=300+10a+b$$

$$10\left(a-1\right)+b=0$$

Етап 3. Отримання відповіді на запитання задачі.

Оскільки $a\geq 0,b\geq 0$, то єдиний можливий варіант:$ a=1,b=0$.

Відповідь: 103.

1. **Домашнє завдання.**

Розв’язати задачі:

1. Суму всіх парних двозначних чисел розділили без залишку на одне з них. Знайдіть дільник, якщо відомо, що сума його цифр дорівнює 9 і що приватна відрізняється від дільника тільки порядком цифр.

2. Курс гривні по відношенню до євро падає на 0,5% в місяць. Що вигідніше: а) зробити валютний вклад на рік з нарахуванням 10% річних або б) конвертувати євро в гривні і зробити внесок в гривнях з нарахуванням 18% річних?

3. З судини, наповненого гліцерином, відлили 2 л гліцерину, а до залишився гліцерину долили 2 л води. Після перемішування відлили 2 л суміші і долили 2 л води і знову повторили процедуру. В результаті цих дій обсяг води в посудині став на 3 л більше обсягу залишився в ньому гліцерину. Скільки літрів гліцерину і води виявилося в посудині в результаті?

1. **Питання для перевірки засвоєння знань :**

1. Дайте визначення поняття модель і моделювання.

2. В чому відмінність між моделлю та математичною моделлю?

3. Як класифікують математичні моделі?

4. Які етапи побудови моделей?

5. Яке практичне завдання математичного моделювання?