Прогнозування курсів цінних паперів

Прогнозування із застосуванням методів апроксимації

1) застосування методів інтерполяції:

- метод Лагранжа;
- Метод Ньютона (метод роздільних різниць);

2) використання для прогнозування сплайн-апроксимації;

3) прогнозування методом найменших квадратів;

4) прогнозування шляхом ковзного експонентного зважування.

Метод Лагранжа

Основна ідея цього методу полягає в тому, щоб, насамперед, знайти многочлен, що приймає значення 1 в одній вузловій точці й 0 у всіх інших. При інтерполяції задана функція $R(t)$ часто апроксимується за допомогою многочлена, що має загальний вигляд

$$\varphi(t) = a_0 + a_1 t^1 + \ldots + a_{m-1} t^{m-1}. \tag{1}$$

У даному многочлені необхідно знайти коефіцієнти a_0, a_1, …, a_{m-1}. Оскільки задачею є інтерполяція, то визначення коефіцієнтів необхідно проводити, виходячи з умови рівності $\varphi(t_i) = R(t_i)\ \forall i = 1 \ldots m$, де $t_i = T - m + i$ ($1 \le t \le T$). Для визначення коефіцієнтів застосовують інтерполяційні многочлени спеціального виду, до них відноситься і поліном Лагранжа

$$\varphi(t) = \sum_{t=1}^{m} R(t_i) \prod_{\substack{j=1 \\ j \ne i}}^{m} \frac{t - t_j}{t_i - t_j}. \tag{2}$$

Функція (2) є многочленом ступеня $m-1$, що проходить через m точок $(t_i, R(t_i))$. У точках, відмінних від вузлів інтерполяції, поліном Лагранжа в загальному випадку не збігається із заданою функцією.

Метод Ньютона (метод розділених різниць)

Цей метод дозволяє отримувати апроксимуючі значення функції без побудови в явному вигляді апроксимуючого полінома. В результаті одержуємо формулу для полінома $\varphi(t)$, що апроксимує функцію $R(t)$:

$$\begin{aligned}\varphi(t) = P(t_1) + (t - t_1)P(t_1, t_2) + (t - t_1)(t - t_2)P(t_1, t_2, t_3) + \ldots + \\ +(t - t_1)(t - t_2)\ldots(t - t_m)P(t_1, t_2, \ldots t_m)\end{aligned}, \qquad (3)$$

де $P(t_1, t_2) = \dfrac{P(t_1) - P(t_2)}{t_1 - t_2}$ - розділена різниця 1-го порядку;

Значення $\varphi(t)$ у вузлах збігаються зі значеннями $R(t)$.

Фактично, формули Лагранжа (2) і Ньютона (3) породжують той самий поліном, різниця тільки в алгоритмі його побудови.

Інтерполяційні методи Лагранжа та Ньютона не використовуються для розв’язання задачі екстраполяції.

Використання для прогнозування сплайн-апроксимації

Сплайн-апроксимація – метод апроксимації, відмінний від поліноміальної апроксимації за методами Лагранжа і Ньютона. Сплайном називається функція, що разом з декількома похідними неперервна на відрізку $[T-m+1;T]$, а на кожному частковому інтервалі цього відрізка $[t_i;t_{i+1}]$ є деяким многочленом невисокого степеня, де $[T-m+1;T]=\bigcup_{i=1}^{m-1}[t_i;t_{i+1}]$. В даний час зазвичай застосовують кубічний сплайн, тобто на кожному локальному інтервалі функція наближається до полінома 3-го порядку

$$S_i(t)=a_i+b_i(t-t_{i-1})+c_i(t-t_{i-1})^2+d_i(t-t_{i-1})^3\,. \qquad (4)$$

Сплайн, що задовольняє рівнянню $S_i(t_i)=S_{i+1}(t_i)=R(t_i)\ \forall i=1,\dots,m-1$, де $t_i=T-m+i$, називається інтерполяційним. У такому випадку в точці t_i повинні збігатися перші і другі похідні обох сплайнів, які до неї прилягають.

Коли коефіцієнти всіх сплайнів будуть знайдені, задача інтерполяції розв’язується шляхом знаходження номера сплайна, на який припадає шукана точка та розраховується значення відповідного сплайна в даній точці. Якщо здійснювати прогнозування, тобто розв’язувати задачу екстраполяції, то знаходження функції поза межами заданих точок буде відбуватись шляхом підстановки значення t до виразу останнього сплайну.

Отримана на виході монотонна функція з часом буде зростати або спадати в залежності від значень декількох останніх точок. Такий метод екстраполяції не може бути застосований для прогнозування.

Прогнозування методом найменших квадратів

Метод найменших квадратів стверджує, що найкраще наближене значення $\varphi(t)$ дає таке число, для якого сума квадратів відхилень буде мінімальною:

$$\sum_{i=1}^{m} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{m} (R(t_i) - \varphi(t_i))^2 \to \min . \qquad (5)$$

Один з найбільш загальних випадків застосування цього методу полягає в тому, що наявні m спостережень $(t_i, R(t_i))$ потрібно описати многочленом типу (1) степеня $s < m$. Обчислена крива $\varphi(t)$ в деякому смислі дає складну множину значень $R(t_i)$. Метод найменших квадратів основується на тому, що необхідно вибрати многочлен, який мінімізує функцію

$$f(a_0, ..., a_s) = \sum_{i=1}^{m} (R(t_i) - a_0 - a_1 t_i^1 - ... - a_s t_s^1)^2 \xrightarrow[a_0, ..., a_s]{} \min . \qquad (6)$$

Якщо проводити апроксимацію курсу цінних паперів методом найменших квадратів, то можна отримати лише усереднені значення, які не можуть бути використані в якості прогнозних оцінок курсу при активному управлінні портфелем цінних паперів, тому що мають великі розбіжності із реальним курсом. Вони можуть бути застосовані лише для оцінки курсів при довгостроковому пасивному управлінні або в якості лінії тренду, який може бути видалений для покращення результатів прогнозування іншими методами.

Прогнозування шляхом ковзного експонентного зважування

Даний підхід може бути використаний, подібно до методу найменших квадратів, для оцінки курсу цінного паперу в довгостроковому пасивному управлінні або для визначення лінії тренду.

В такому випадку лінія тренду проходить досить близько до реальних даних, Проте вона їх повторює із деяким запізненням, а отримані залишки мають дуже великий розкид. І прогнозування по них скоріше за все буде гіршим, ніж по реальних даних через велику дисперсію часового ряду залишків при малому математичному очікуванні елементів даного ряду.

Прогнозування із застосуванням методів нейронних мереж

Нейромережевий аналіз, на відміну від класичного технічного, не припускає ніяких обмежень на характер вхідної інформації. Це можуть бути як індикатори даного часового ряду, так і відомості про поведінку інших фінансових інструментів.

На відміну від теханалізу, заснованого на загальних рекомендаціях, нейронні мережі здатні знаходити оптимальні для даного інструмента і будувати за ними оптимальну для даного ряду стратегію передбачень. Більш того, ці стратегії можуть бути адаптивні, змінюючись разом з ринком, що особливо важливо для молодих ринків, що активно розвиваються.

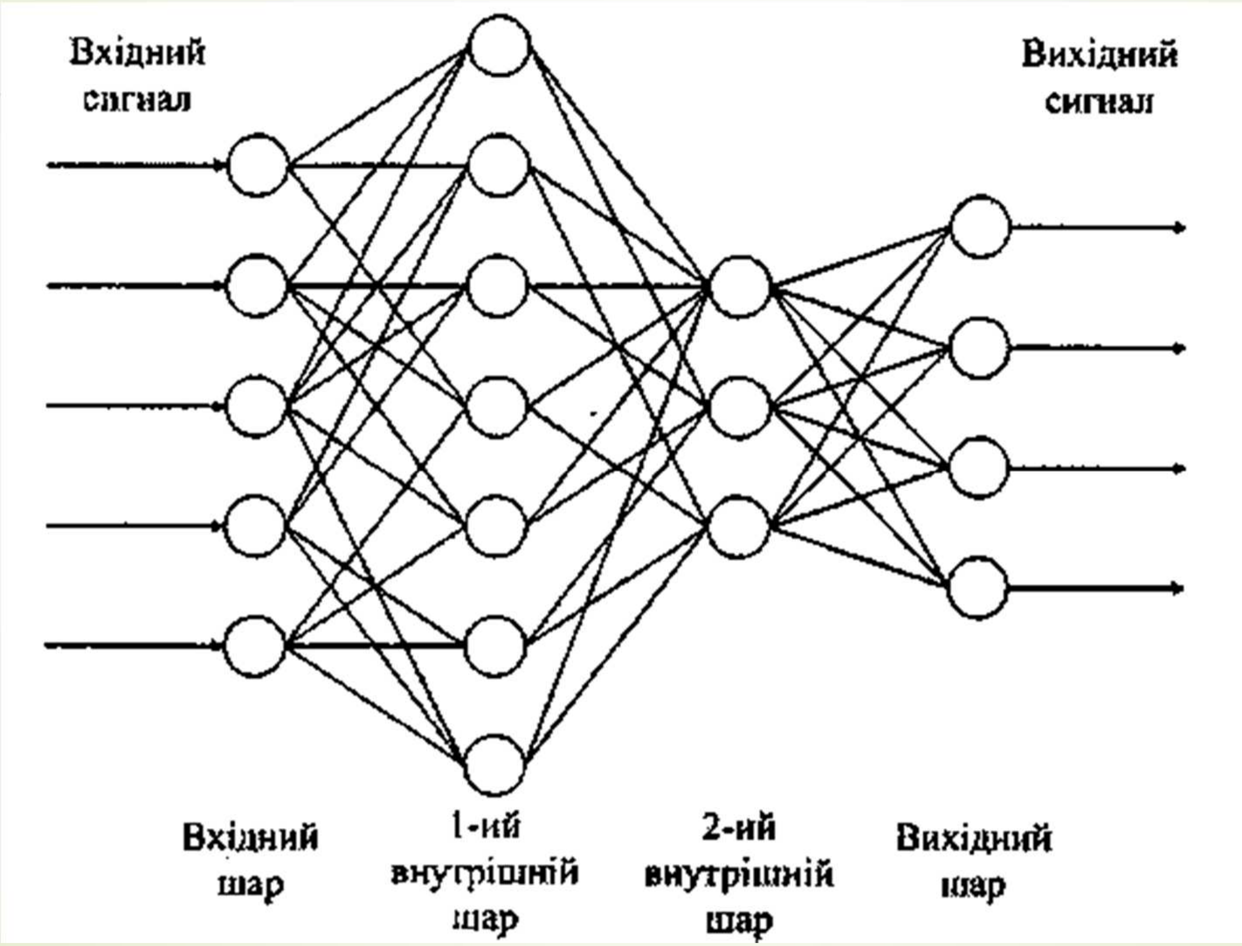
Нейронні мережі - потужний математичний апарат, який може бути застосований в якості універсального відтворювача складних нелінійних функціональних залежностей. Він дозволяє виявити головні тенденції зміни курсу цінного паперу по експериментальних даних попередніх періодів і у відповідності до них робити прогноз зміни курсу паперу в майбутньому на визначену кількість кроків вперед. Він позбавлений таких недоліків прогнозування, як монотонність чи періодичність майбутнього курсу, подібно до чисельних методів екстраполяції, або усереднення прогнозованого курсу, як в методах найменших квадратів, ковзного середнього чи в регресійних моделях.

Прогнозування із застосуванням методів нейронних мереж

Головною перевагою нейронних мереж є їх здатність до навчання. Вона реалізується за допомогою спеціально розроблених алгоритмів, серед яких найпопулярнішим є метод, що називається ***узагальненим дельта-правилом*** або ***правилом зворотного поширення помилки (error backpropagation algorithm)***.

До переваг даного методу слід віднести також ту особливість, що навчання нейронної мережі не вимагає ніякої апріорної інформації про структуру шуканої функціональної залежності - потрібна лише навчальна вибірка у вигляді експериментальних пар “входи - виходи”.

Прогнозування із застосуванням методів нейронних мереж



Базова структура нейронної мережі (модель типу багатошаровий персептрон)

Прогнозування із застосуванням методів нейронних мереж

Найбільш поширеною моделлю нейронної мережі можна вважати ***модель типу багатоіларовий персептрон***. Саме цю модель було вирішено взяти за основу для ідентифікації нелінійних об'єктів.

Кожний нейрон в нейронній мережі здійснює перетворення вхідних сигналів у вихідний сигнал і пов'язаний з іншими нейронами. Всі шари нейронної мережі оброблюють ці сигнали до тих пір, доки вони не досягнуть вихідного шару.

В моделях такого типу ***перший шар*** нейронів служить для введення вхідних сигналів, ***останній*** - для виведення вихідних сигналів, а ***внутрішні*** (один або декілька) - для обробки вхідної інформації та збереження інформації про внутрішню структуру об'єкта, що моделюється. Міжелементні зв'язки в такій мережі утворюються лише між нейронами сусідніх шарів: окремо взятий нейрон може з'єднуватись з одним, кількома або всіма нейронами із сусіднього шару. В останньому випадку така нейронна мережа називається ***повнозв'язною***. При цьому на входи того чи іншого нейрона надходять сигнали від нейронів попереднього шару, а вихідний сигнал нейрона передається на входи нейронів у наступному шарі.

Прогнозування із застосуванням методів нейронних мереж

Задача нейронної мережі - перетворення інформації необхідним чином. З цією метою мережа спочатку навчається. При навчанні використовуються еталонні значення пар “входи - виходи”, які дозволяють надати певні характеристики поведінки нейронній мережі. Навчальний алгоритм модифікує окремі нейрони мережі та ваги їх зв’язків таким чином, щоби поведінка мережі відповідала бажаній.

Після завершення навчання нейронна мережа готова до використання. В результаті навчання нейронна мережа буде розраховувати вхідні сигнали, що є близькими до еталонних даних при відповідних вхідних сигналах. Поведінка нейронної мережі в робочій фазі детермінована, тобто для кожної комбінації вхідних сигналів на виході завжди при даній настройці буде той самий результат. Впродовж робочої фази нейронна мережа не навчається. Це є досить важливим. Оскільки система в такому випадку не буде схильною до екстремальної поведінки.