621.3
К309

Міністерство освіти і науки України
Запорізька державна інженерна академія

Ю.Г. Качан

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ

Методичні вказівки до виконання контрольної роботи

для студентів ЗДІА
спеціальності 7.000008 "Енергетичний менеджмент"
всіх форм навчання

Запоріжжя
2004

23.04. Верещага 11127
11.03 Кюшенко 6028
11.11. Гавриленко 12076
Дмитренко

Міністерство освіти і науки України
Запорізька державна інженерна академія

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ

Методичні вказівки
до виконання контрольної роботи

для студентів ЗДІА
спеціальності 7.000008 "Енергетичний менеджмент"
всіх форм навчання

Рекомендовано до видання
на засіданні кафедри ЕМ,
протокол № 11 від 04.06.2004 р.

БІБЛІОТЕКА

Теоретичні основи електротехніки. Методичні вказівки до виконання контрольної роботи для студентів ЗДІА спеціальності 7.000008 "Енергетичний менеджмент" всіх форм навчання /Укл.: Ю.Г. Качан. – Запоріжжя, 2004. – 28 с.

Укладач: ***Ю.Г. Качан, докт. техн. наук, професор***

Відповідальний за випуск : ***зав. кафедрою ЕМ***
докт. техн. наук, професор Ю.Г. Качан

Запорізька державна
інженерна академія
БІБЛІОТЕКА

І. ЗАГАЛЬНІ ВКАЗІВКИ І ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

1.1. Передбачена у цій навчальній дисципліні контрольна робота охоплює матеріал розділів робочої програми, де вивчаються лінійні електричні кола постійного та синусоїдного струму й методи їх розрахунку.

1.2. Перед виконанням контрольної роботи слід опрацювати теоретичний матеріал зазначених в п.1. розділів курсу, користуючись учбовою літературою, список якої наведений в кінці посібника, а також опанувати методики рішення відповідних задач з цих розділів.

1.3. Виконання роботи повинно супроводжуватися пояснюючим текстом з посиланням на джерело, де взяті розрахункові формули, співвідношення і т.п.

1.4. Контрольна робота виконується у вигляді зброшурованих аркушів формату А4, на обкладинці вказується група, прізвище та ініціали студента, варіант вихідних даних і дата надходження роботи для перевірки.

1.5. На кожній сторінці праворуч треба залишити поле шириною не менше ніж 3 см.

1.6. Електричні схеми повинні бути накреслені за допомогою відповідних технічних засобів (не виключаючи комп'ютерний варіант) з додержанням стандартів на одиниці виміру фізичних величин та їх позначення відповідними літерами.

1.7. При виконанні розрахунків слід дотримуватися наступної послідовності: розшукувану електричну величину задати у вигляді формули, потім підставити в неї задані значення параметрів та величин, записати одержаний результат розрахунку й одиницю виміру (розмірність) у системі СІ.

1.8. По закінченні розрахунків треба обов'язково перевірити їх правильність й зробити обґрунтовані висновки по роботі.

1.9. Контрольна робота, після її перевірки керівником захищається студентом в обумовлений графіком учбового процесу термін.

1.10. Якщо робота не захищена, то усі необхідні поправки робляться в її кінці у розділі „Робота над помилками". Вносити будь які виправлення в текст, розрахунки чи графіки після перевірки викладачем забороняється.

II. ЗМІСТ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

2.1. Зміст цієї контрольної роботи відповідає наступній назві: „Розрахунок усталених режимів лінійних електричних кіл постійного та синусоїдного струмів.

2.2. Мета роботи – придбати навики розрахунку й аналізу електричного стану лінійних кіл постійного та синусоїдного струму.

2.3. Вихідні положення:

2.3.1. Лінійні електричні кола (табл. 2.1 та 2.2) живляться відповідно від постійних та синусоїдних джерел ЕРС. Параметри елементів цих кіл задані в таблицях 2.3 та 2.4.

2.3.2. Номера варіантів схеми електричного кола та числових значень його параметрів, що потрібно для виконання роботи, задаються керівником особисто кожному студенту.

2.4. Потрібно окремо для обох електричних кіл зробити наступне:

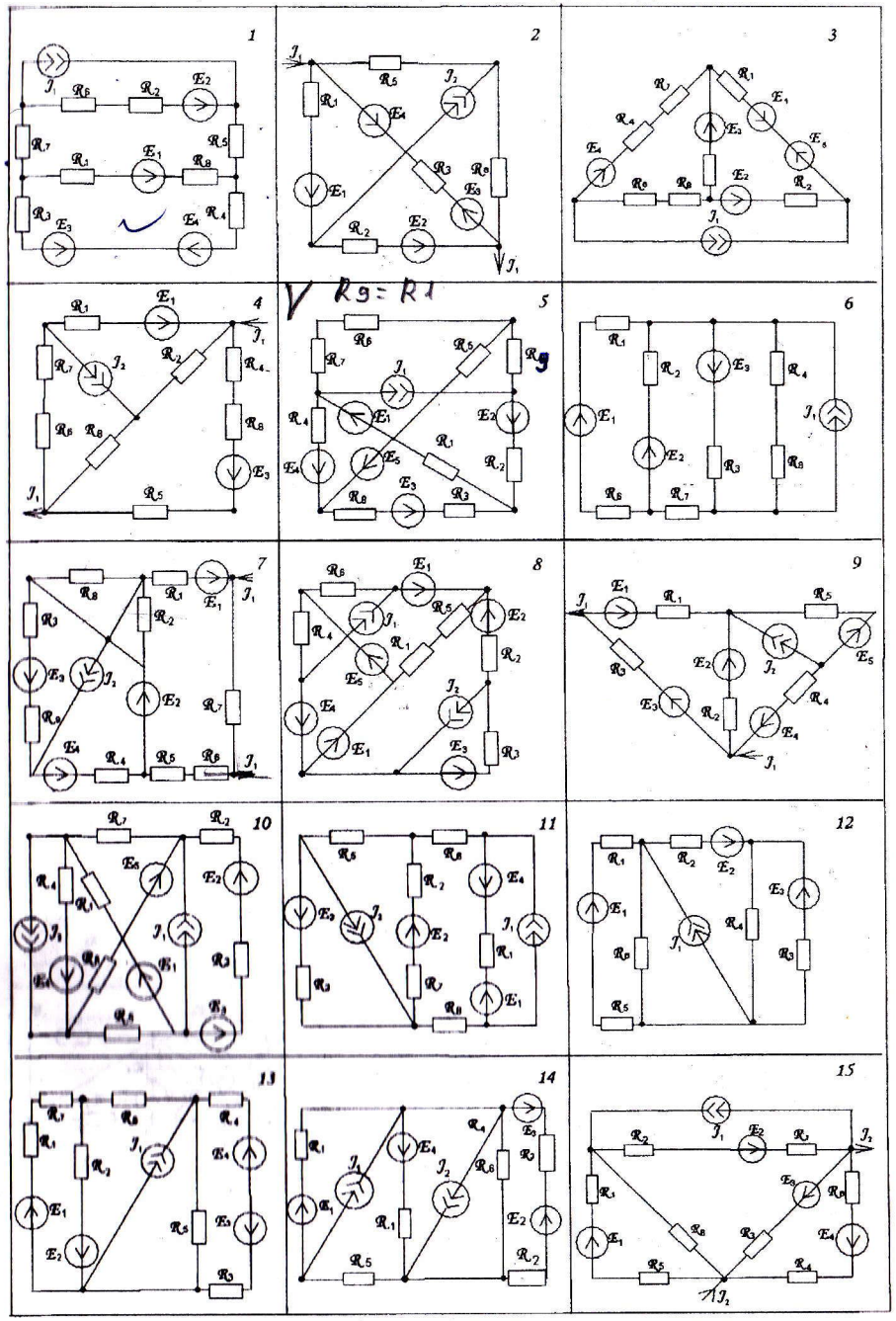
2.4.1. Виконати еквівалентні перетворення кола задля зменшення кількості елементів у схемі, кількості вузлів та віток у ній.

2.4.2. Розрахувати усталені струми у всіх вітках заданого електричного кола, що виникають у наслідок дії в них постійних чи синусоїдних ЕРС.

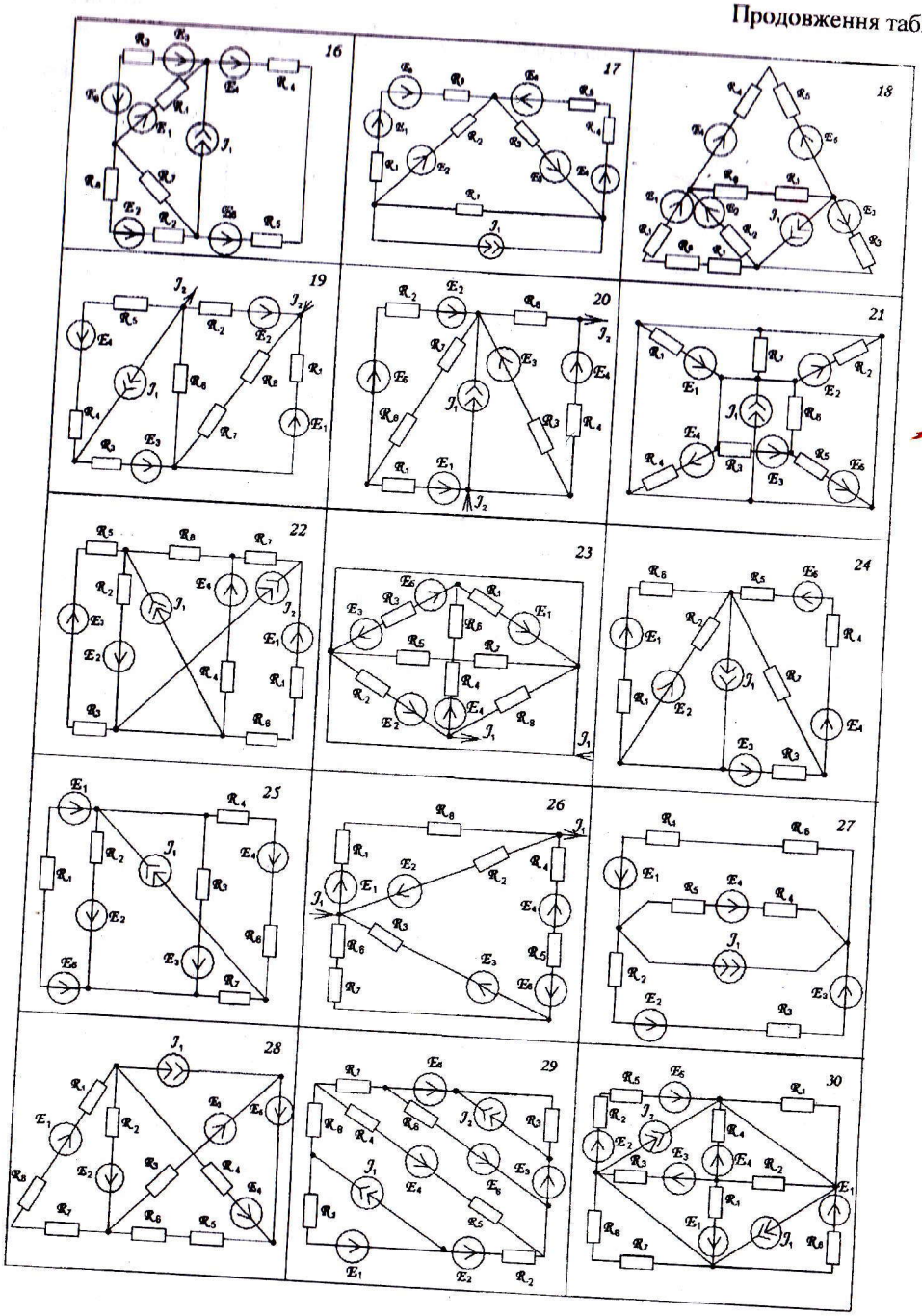
2.4.3. Виконати перевірку правильності одержаних результатів й проаналізувати їх.

Таблиця 2.1

Лінійні електричні кола постійного струму

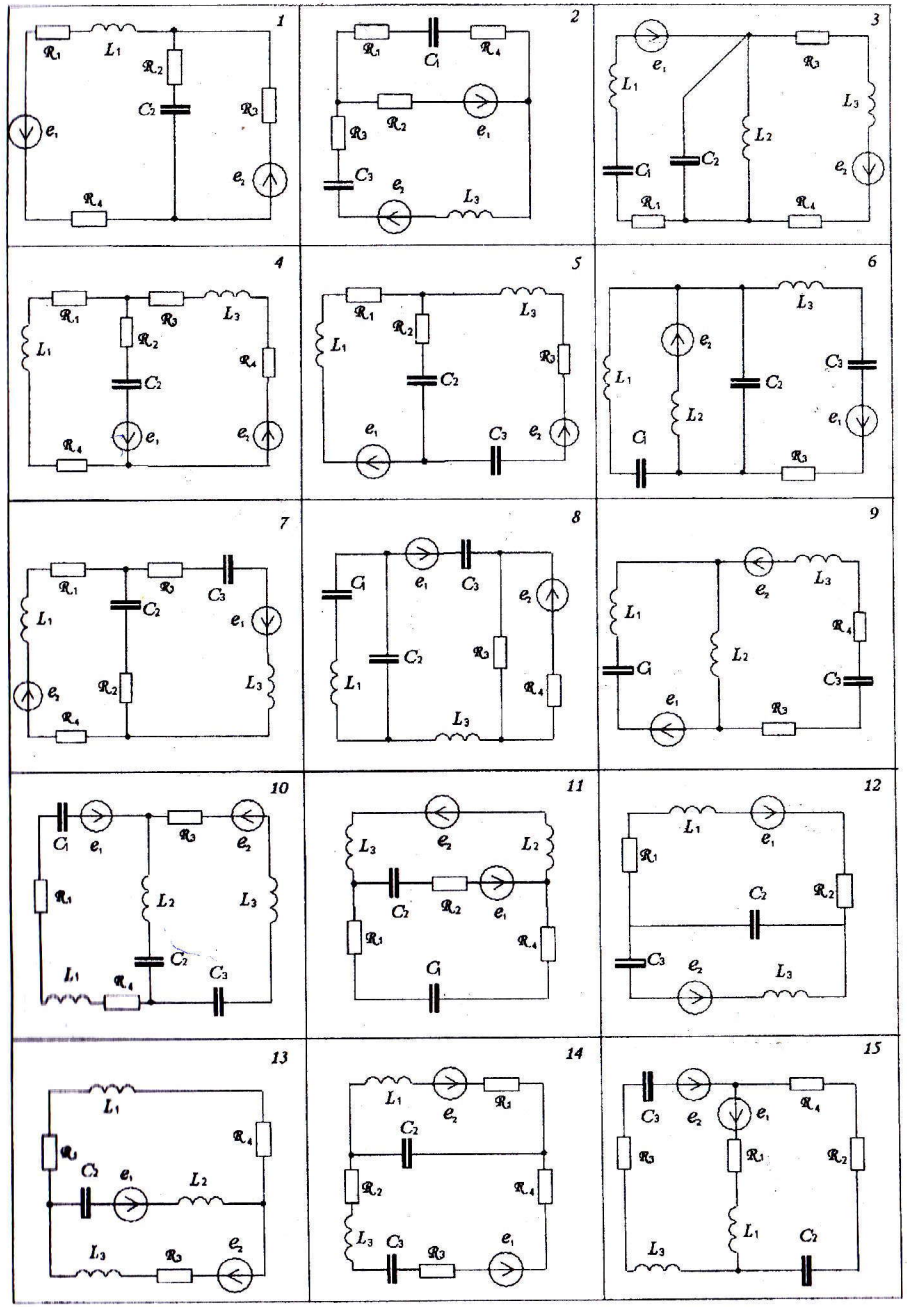


Продовження табл. 2.1

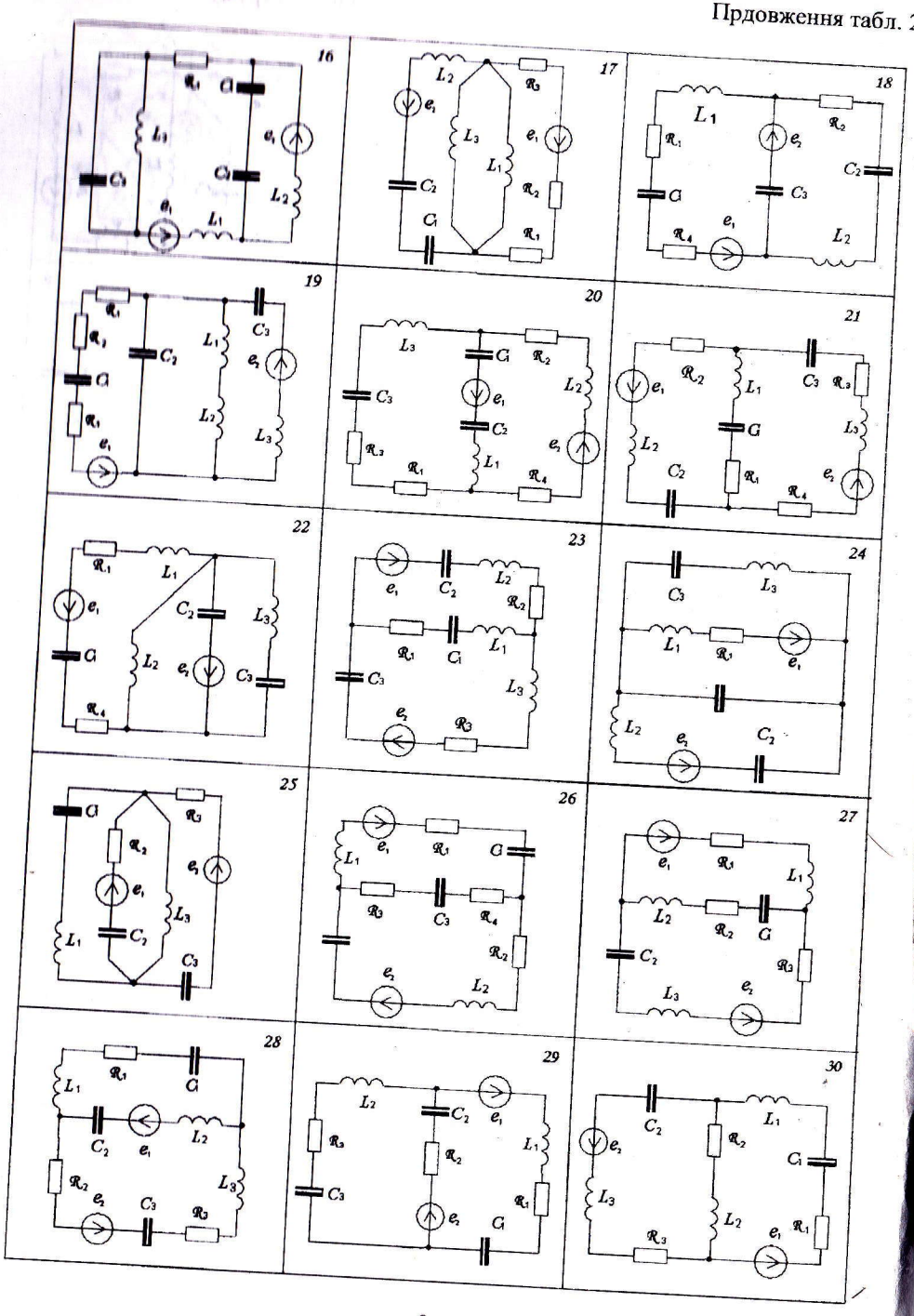


Таблиця 2.2

Лінійні електричні кола синусоїдного струму



Прдовження табл. 2.2



Таблиця 2.3

Числові значення для розрахунку кіл постійного струму

№ п/п	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	R_4, Ом	R_5, Ом	R_6, Ом	R_7, Ом	R_8, Ом	E_1, В	E_2, В	E_3, В	E_4, В	E_5, В	J_1, А	J_2, А
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
01	2	4	6	8	10	12	14	16	1	3	5	7	9	2	3
02	4	6	8	10	12	12	16	18	2	4	6	8	10	3	5
03	6	8	10	12	14	16	18	20	3	5	7	9	11	4	7
04	8	10	12	14	16	18	20	22	4	6	8	10	12	5	8
05	10	12	14	16	18	20	22	24	5	7	9	11	13	6	9
06	9	10	11	12	12	14	15	16	6	7	8	9	10	1	11
07	8	9	10	11	12	13	14	15	7	8	9	10	11	2	15
08	7	8	9	10	11	12	13	14	8	9	10	11	12	3	13
09	6	7	8	9	10	11	12	13	9	10	11	12	13	4	11
10	5	6	7	8	9	10	11	12	8	8	7	7	6	5	8
11	4	5	6	9	10	11	12	13	7	7	6	6	5	6	6
12	3	4	5	7	9	11	13	15	6	6	5	5	4	7	4
13	2	3	5	7	9	13	15	17	5	6	6	7	8	8	2
14	6	6	7	7	15	15	18	2	8	9	6	7	8	10	12
15	1	3	4	6	8	11	13	15	4	5	6	7	8	9	1
16	9	7	5	3	1	9	7	5	3	4	5	6	7	10	7
17	8	7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	11	9
18	7	8	7	8	5	6	5	6	1	2	4	5	7	12	13
19	6	5	3	2	8	6	4	3	2	3	5	7	9	13	15
20	5	7	8	9	11	13	15	4	3	5	7	9	10	14	17
21	4	6	8	10	12	14	15	16	4	7	10	13	15	15	19
22	3	5	7	9	11	13	14	15	2	6	9	13	15	16	21
23	2	6	10	8	13	15	16	18	1	7	8	14	16	14	23
24	1	5	9	9	15	17	18	20	9	9	10	11	12	13	25
25	8	7	8	6	17	19	20	22	7	8	9	10	11	12	15
26	6	6	7	7	15	15	18	2	8	9	6	7	8	10	12
27	15	17	19	22	24	5	18	16	3	16	18	20	22	6	4
28	18	20	23	25	27	4	21	14	1	18	19	21	24	5	3
29	19	21	24	26	28	3	22	12	9	19	20	22	25	4	2
30	20	22	25	27	29	2	23	11	8	20	21	24	27	3	1

Таблиця 2.4

Числові значення для розрахунку кіл синусоїдного струму

№ п/п	f, МГц	$Ем_1$, В	ψ_1, град	$Ем_2$, В	ψ_2, град	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	R_4, Ом	L_1, мГн	L_2, мГн	L_3, мГн	C_1, мкф	C_2, мкф	C_3, мкф
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
01	25	2	10	6	60	10	25	20	15	10	0	0	∞	5	∞
02	50	4	20	8	10	5	10	3	15	0	0	4	10	∞	15
03	75	6	30	2	40	10	0	5	2	2	7	10	20	15	∞
04	95	8	40	12	20	10	2	4	5	10	0	5	∞	25	∞
05	10	10	50	13	50	15	10	5	0	3	0	6	∞	30	25
06	20	12	60	12	40	0	0	10	0	4	9	10	40	35	20
07	30	1	70	11	30	10	4	6	5	10	0	7	∞	45	30
08	40	3	80	10	20	0	0	7	4	5	0	8	50	40	35
09	50	5	10	9	10	0	0	10	5	6	17	10	60	∞	50
10	60	7	20	8	80	10	0	8	6	6	18	14	30	65	40
11	70	9	30	7	60	4	10	0	8	0	10	15	70	45	∞
12	80	11	40	6	40	8	11	0	0	12	0	19	∞	75	65
13	90	13	50	5	20	10	0	9	5	10	26	16	∞	85	∞
14	25	1	60	4	90	12	10	1	6	13	0	17	∞	90	55
15	50	2	70	3	80	14	13	10	7	14	0	18	∞	95	75
16	75	3	80	7	70	10	0	0	0	8	28	23	25	5	60
17	90	4	90	1	60	16	10	5	0	15	10	24	20	25	∞
18	10	5	20	13	50	20	15	0	8	16	29	0	30	15	45
19	20	6	40	11	40	10	18	0	7	10	35	25	35	25	70
20	30	7	60	9	30	3	9	8	5	24	36	26	40	30	75
21	40	8	80	7	20	6	21	10	9	22	37	27	50	35	70
22	50	9	10	3	10	10	0	0	12	6	38	28	55	45	80
23	60	10	20	15	80	9	4	13	0	23	39	29	60	50	85
24	70	11	30	12	70	23	0	0	0	39	40	30	70	60	90
25	80	12	40	10	60	0	24	15	0	40	45	0	80	55	95
26	90	13	50	8	50	15	10	17	14	25	42	35	90	65	50
27	10	12	20	6	40	4	10	22	0	10	0	8	10	15	30
28	90	2	40	4	30	0	2	3	8	42	35	10	50	25	75
29	30	8	10	2	20	10	11	10	5	24	7	17	90	40	25
30	25	6	60	10	20	15	1	11	15	5	10	0	20	30	15

III. ПОЯСНЕННЯ ДО РОБОТИ

3.1. Розрахунок електричного кола зводиться до визначення струмів в усіх його n вітках за відомими електрорушійними силами та параметрами електричного кола. Класично для такого розрахунку складається система з n рівнянь за законами Кірхгофа, частина з яких відповідає першому закону, а інші – другому. Перший закон Кірхгофа застосовується до вузлів електричного кола і відображає баланс струмів у них: алгебраїчна сума струмів у будь-якому вузлі кола дорівнює нулеві. Другий закон Кірхгофа характеризує баланс напруг у замкненому електричному контурі: алгебраїчна сума спадів напруг на приймачах електричної енергії, що знаходяться у вітках, які утворюють розглядуваний контур дорівнює алгебраїчній сумі усіх джерел, що потрапили у цей контур.

Очевидно, що для кола з m вузлами по першому закону Кірхгофа можна скласти (m – 1) незалежних рівнянь. Отже, для визначення струмів в усіх вітках по другому закону треба скласти ще n–(m–1) рівнянь. Перед складанням цих рівнянь напрямок струмів у вітках вибирається довільно, а напрямок позитивного обходу контурів – як правило відповідно ходу стрілки годинника. При цьому, якщо напрямок ЕРС у контурі співпадає з прийнятим напрямком його обходу, то вона вважається позитивною. Так само напруга на опорі береться зі знаком „+”, якщо попередньо прийнятий і позначений на схемі додатний напрямок струму в ньому співпадає з напрямком обходу контуру.

Розв’язуючи отриману таким чином систему алгебраїчних рівнянь визначають значення струмів у вітках. Якщо при цьому якийсь струм буде від’ємним , то його попередньо прийнятий напрямок необхідно змінити на протилежний. Очевидно, що наведена послідовність розрахунку для складного електричного кола виявиться досить громіздкою. Через те, що складання систем рівнянь й їх перетворення не формалізовано, застосування для цього обчислювальної техніки ускладнюється. Для спрощення розрахунків електричних кіл запропоновані різні методи, з яких найбільш формалізованими, а отже пристосованими до використання ЕОМ, є два: контурних струмів та вузлових потенціалів.

3.2. За першим з зазначених методів, запропонованим ще Максвелом, спочатку визначають так звані контурні струми I_{ii}, які нібито пробігають у кожному і-му незалежному елементарному контурі розглядуваного електричного кола. Спрямовують ці умовні струми, як правило, за стрілкою годинника. У методі введені такі поняття як електрорушійна сила E_{ii}, контурний опір R_{ii}, і взаємний опір контурів R_{ij}.

Контурна ЕРС визначається як алгебраїчна сума ЕРС усіх джерел, що знаходяться у вітках, з яких складається розглядуваний контур. Контурний опір теж дорівнює сумі опорів приймачів, що знаходяться у тих же вітках. А взаємний опір контурів – це опір приймачів, що знаходяться у спільній для і-го та j-го контурів вітці. Очевидно що коли ці контури спільної вітки не мають, їх взаємний опір дорівнює нулеві.

У результаті невідомі контурні струми можуть бути визначені за такими співвідношеннями:

$$I_{ii} = \frac{\Delta_i}{\Delta}, \quad i=\overline{1,N},$$

де $\Delta = \begin{vmatrix} R_{11} & -R_{12} & \dots & -R_{1j} & \dots \\ -R_{21} & R_{22} & \dots & -R_{2j} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -R_{i1} & \dots & \dots & R_{ij} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$ – головний визначник системи.

Визначник Δ_i одержують з головного заміною відповідного і-го стовпця опорів стовпцем контурних ЕРС: $E_{11}, E_{22}, E_{ii} \dots, E_n$. Розмір розглядуваних матриць (NxN) у даному випадку дорівнює N=(n–m+1).

Перехід до реальних струмів виконується виходячи з того, що в усіх наружних вітках електричного кола вони дорівнюють відповідним контурним струмам, а в інших, які обов'язково будуть належати до якихось двох контурів і та j визначаються як

$$I_{ij} = I_{ii} - I_{jj}$$

Отже розрахунок електричного кола за методом контурних струмів можна звести до такої послідовності:

1. Усім незалежним контурам (що не мають внутрішніх віток) приписують свої умовні контурні струми, спрямовані в один (бажано за годинниковою стрілкою) бік.

2. Записують головний визначник системи, де при взаємних опорах контурів ставлять від'ємні знаки. Якщо між контурами не має спільної вітки, то відповідний взаємний опір приймають рівним нулеві.

3. Складають додаткові визначники шляхом послідовної заміни стовпців головного визначника стовпцем контурних ЕРС.

4. Розраховують контурні струми.

5. За контурними струмами визначають реальні струми у вітках.

3.3. На відміну від методу контурних струмів, в основу якого покладено другий закон Кірхгофа, метод вузлових потенціалів базується на першому законі Кірхгофа. Суть його визначається знаходженням потенціалів незалежних вузлів за якими потім розраховуються струми в усіх вітках кола. Очевидно, що використовувати цей метод більш доцільно у тому випадку, коли кількість незалежних вузлів (m-1) для розглядуваного кола буде меншою за кількість незалежних контурів, тобто коли виконується умова:

$$(m-1)<(n-m+1)$$

Струми віток електричного кола, якщо будуть відомі потенціали вузлів до яких вони приєднані, визначаються згідно з законом Ома таким чином:

$$I_i = [(\varphi_{пі} - \varphi_{кі}) \pm E_i]\ g_i,$$

де $g_i = \frac{1}{R_i}$ - провідність і-ї вітки; $\varphi_{пі}$ та $\varphi_{кі}$ - потенціали початкового та кінцевого вузлів і-ї вітки, вибрані у відповідності до прийнятого напрямку шуканого струму (з початкового вузла ток витікає). Тут ЕРС розглядуваної вітки вважається

додатною у тому разі, коли її напрям співпадає із попередньо вибраним напрямом струму I_i.

За аналогією з методом контурних струмів потенціал і-го вузла визначається за співвідношенням:

$$\varphi_i = \frac{\Delta_i}{\Delta},\ i = \overline{1,(m-1)},$$

де $\Delta = \begin{vmatrix} g_{11} & -g_{21} \dots -g_{1i} \dots \\ -g_{12} & g_{22} \dots -g_{2i} \dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ g_{i1} \dots\dots\dots\dots\dots g_{ii} \end{vmatrix}$ – головний визначник системи.

Тут g_{ii} - вузлова провідність розглядуваного кола, яка дорівнює сумі провідностей усіх віток, що приєднанні до цього вузла; g_{ij} - сумарна провідність віток, що приєднанні одночасно до і-го та j-го вузлів.

Визначник Δ_i теж одержують з головного заміною відповідного і-го стовпця провідностей стовпцем т.з. умовних вузлових струмів: $I_{11}, I_{22}, \dots, I_{ii}, \dots, I_{NN}$. Розмір розглядуваних матриць у цьому випадку буде вже іншим, а якщо точніше N=m–1. Самі ж вузлові струми I_{ii} визначаються як алгебраїчна сума добутків ЕРС та провідностей усіх віток, що приєднані до і-го вузла. Тут добуток вважається додатним, якщо сумарна ЕРС вітки направлена у бік цього вузла, а від'ємним – від нього. У цій сумі повинні бути присутні й струми усіх джерел струмів, приєднаних до зазначеного вузла.

3.3. З попереднього зрозуміло, що перш ніж виконувати зазначені вище розрахунки доцільно спростити схему кола таким чином, щоб у кожній вітці було по одному джерелу та одному приймачу електроенергії (у даному випадку – резистору). Для методу контурних струмів характерно ще і те, що він не передбачає наявності у колі джерел струму, а отже їх треба перетворити в еквівалентні джерела

ЕРС. Заміну декількох послідовно з'єднаних приймачів еквівалентним виконати не складно:

$$R_{екв.} = \sum_{i=1}^{k} R_i,$$

де k – кількість опорів у розглядуваній вітці вихідної схеми. Для паралельно з'єднаних приймачів спочатку визначають їх еквівалентну провідність:

$$g_{екв.} = \sum_{i=1}^{\ell} \left(\frac{1}{R_i}\right),$$

де ℓ – кількість паралельних віток що об'єднують. Еквівалентний же опір у цьому випадку буде дорівнювати:

$$R_{екв.} = \frac{1}{g_{екв.}}.$$

Щоб виключити з схеми джерело струму треба в одну з паралельних йому віток внести джерело ЕРС з $E_{екв.} = R_i \cdot J$, де J – струм джерела, R_i - опір і-ї вітки, в яку вноситься джерело ЕРС. Напрям цих джерел ЕРС і джерела струму повинні бути до одного й того ж вузла. Якщо паралельно вітці з джерелом струму підключене послідовне з'єднання двох віток електричного кола (між ними є вузол), то джерела ЕРС треба таким же чином внести в обидві послідовно з'єднані вітки.

3.4. Здійснити перевірку розрахунків можна склавши декілька рівнянь за першим та другим законами Кірхгофа для вузлів і контурів схеми (загальна кількість їх відповідає кількості визначених струмів), або тільки одне рівняння енергетичного балансу кола. Його зміст випливає з закону збереження енергії: потужності, що споживаються усіма електричними приймачами (споживачами) кола, та ті що віддаються у розглядуване коло джерелами, з'єднаними з ним, повинні бути однаковими, тобто:

$$\sum_{j=1}^{n} I_j^2 \cdot R_j = \sum_{j=1}^{n} E_j \cdot I_j,$$

де n – кількість віток у колі.

Слід пам'ятати, що ліва сума цього рівняння є арифметичною, а права – алгебраїчною. Це обумовлено тим, що джерела електричної енергії можуть не тільки віддавати, але й споживати енергію (якщо напрямки ЕРС не співпадають з напрямками струмів у них).

3.5. Розрахунок кіл синусоїдного струму можна виконати за допомогою тих же методів за тими ж алгоритмами якщо усі електрорушійні сили та опори кола (активні та реактивні) представити у комплексному вигляді, тобто таким чином:

$$\dot{E} = (E_m/\sqrt{2})\cdot e^{j(\omega t+\psi_e)};\ \underline{R}=R;\quad \underline{X}_L = j\omega C;\ \underline{X}_C = -j\frac{1}{\omega C};$$

Одержані у результаті таких розрахунків струми матимуть комплексний вигляд і їх треба перетворити у функції часу. Більш детально розрахунки таких кіл розглянуто на прикладах у наступному розділі.

IV. ПРИКЛАДИ РОЗРАХУНКІВ

4.1. Розрахуємо електричне коло постійного струму, схема якого зображена на рис. 4.1а. Значення опорів резисторів, ЕРС та струмів джерел з яких складається це коло наведені у табл.. 4.1.

Таблиця 4.1

R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	R_4, Ом	R_5, Ом	R_6, Ом	R_7, Ом	R_8, Ом	E_1, В	E_2, В	E_3, В	E_4, В	E_5, В	J_1 А.
1	5	9	9	1	17	18	20	9	9	10	11	12	13

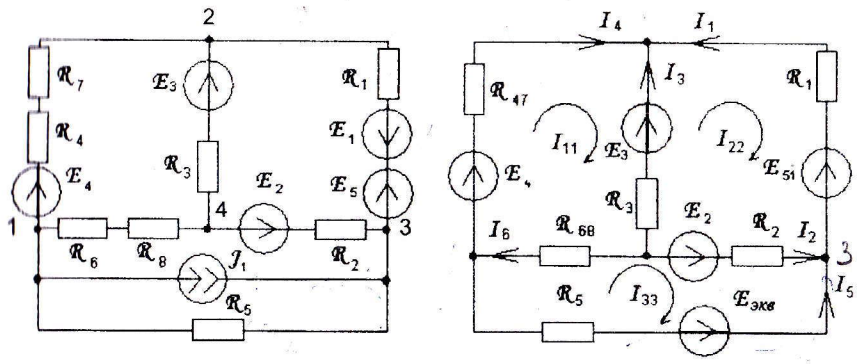
Виконаємо необхідні еквівалентні перетворення розглядуваного кола для чого замінимо одним еквівалентним послідовно включеним в тих же вітках резистором:

$$R_{47} = R_4 + R_7 = 27\ \text{Ом}.$$

$$R_{68} = R_6 + R_8 = 37\ \text{Ом}.$$

Таким же чином замінимо одним два джерела ЕРС:

$$E_{51} = E_5 - E_1 = 3\ \text{В}.$$



а) *б)*

Рис. 4.1

З'ясуємо яким методом доцільніше виконати розрахунки. Так враховуючи, що кількість вузлів на схемі дорівнює n=4, а кількість віток m=7, розмір матриць за методом контурних струмів та вузлових потенціалів у цьому випадку буде відповідно дорівнювати : n–1=3; m–n=3. А це свідчить про те, що переваги не мають ні той, ні інший метод. Отже на свій вибір зупинимося на першому, тобто методі контурних струмів. Враховуючи, що у цьому разі треба звільнитися від джерела струму, замінимо його джерелом ЕРС, розташованим послідовно у одній вітці з резистором R_4 :

$$E_{экв.} = J_1 \cdot R_9 = 13\text{В}.$$

У результаті еквівалентна розрахункова схема електричного кола буде мати вигляд, зображений на рис. 4.1б. На цій же схемі показані вибрані нами напрямки струмів I_{11}, I_{22}, I_{33} (за стрілкою годинника).

Далі розрахуємо значення усіх необхідних для використання цього метода параметрів та електричних величин (контурних опорів, взаємних опорів контурів та контурних ЕРС), що стануть у подальшому елементами матриць, за якими й одержимо головний та контурні визначники системи, тобто:

$$R_{11} = R_3 + R_{47} + R_{68} = 73\ \text{Ом}.$$

$$R_{22} = R_1 + R_2 + R_3 = 15\ \text{Ом}.$$

Запорізька державна інженерна академія
БІБЛІОТЕКА

$$R_{33} = R_2 + R_5 + R_{68} = 43 \text{ Ом}.$$

$$R_{12} = R_3 = 9 \text{ Ом}.$$

$$R_{13} = R_{68} = 37 \text{ Ом}.$$

$$R_{23} = R_2 = 5 \text{ Ом}.$$

$$E_{11} = E_4 - E_3 = 1 \text{ В}.$$

$$E_{22} = E_3 - E_2 - E_{51} = -2 \text{ В}.$$

$$E_{33} = E_2 - E_{екв.} = -4 \text{ В}.$$

Отже:

$$\Delta = \begin{vmatrix} R_{11} & -R_{12} & -R_{13} \\ -R_{21} & R_{22} & -R_{23} \\ -R_{31} & -R_{23} & R_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 73 & -9 & -37 \\ -9 & 15 & -5 \\ -37 & -5 & 43 \end{vmatrix} = 17910;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} E_{11} & -R_{12} & -R_{13} \\ E_{21} & R_{22} & -R_{23} \\ E_{31} & -R_{23} & R_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -9 & -37 \\ -2 & 15 & -5 \\ -4 & -5 & 43 \end{vmatrix} = -2924;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} R_{11} & E_{11} & -R_{13} \\ -R_{21} & E22 & -R_{23} \\ -R_{31} & E_{23} & R_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 73 & 1 & -37 \\ -9 & -2 & -5 \\ -37 & -4 & 43 \end{vmatrix} = -5760;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} R_{11} & -R_{21} & E_{11} \\ -R_{21} & R_{22} & E_{23} \\ -R_{31} & -R_{23} & E_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 73 & 9 & 1 \\ -9 & 15 & -2 \\ -37 & -5 & -4 \end{vmatrix} = -4852;$$

Скориставшись цими значеннями визначників одержимо контурні струми як:

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = -\frac{2924}{17910} = -0{,}163 \text{ А}.$$

$$I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = -\frac{5760}{17910} = -0{,}322 \text{ А}.$$

$$I_{33} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = -\frac{4852}{17910} = -0{,}271 \text{ А}.$$

Тоді струми у вітках будуть дорівнювати:

$$I_1 = -I_{22} = -0{,}322 \text{ А}.$$

$$I_4 = I_{11} = -0{,}163 \text{ А}.$$

$$I_5^{(1)} = -I_{33} = 0{,}271 \text{ А}.$$

$$I_2 = I_{22} - I_{33} = -0{,}322 + 0{,}271 = -0{,}051 \text{ А}.$$

$$I_3 = I_{11} - I_{22} = -0{,}163 + 0{,}322 = 0{,}159 \text{ А}.$$

$$I_6 = I_{11} - I_{33} = -0{,}163 + 0{,}271 = 0{,}108 \text{ А}.$$

Реальні напрями розрахованих струмів показані на рис.4.1б.

Перевірку рішення виконаємо за рівнянням енергетичного балансу, яке в розглядуваному випадку має вигляд:

$$I_4^2 \cdot R_{47} + I_3^2 \cdot R_3 + I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 + I_5^{(1)2} \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_{68} =$$
$$= E_4 \cdot I_4 - E_3 \cdot I_3 + E_{51} \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 + E_{экв} \cdot I_5^{(1)}$$

Підставивши відповідні значення одержимо:

$$(0{,}163)^2 \cdot 27 + (0{,}159)^2 \cdot 9 + (0{,}322)^2 \cdot 1 + (0{,}051)^2 \cdot 5 + (0{,}271)^2 \cdot 1 + (0{,}108)^2 \cdot 37 = 1{,}563;$$

$$11 \cdot 0{,}163 - 10 \cdot 0{,}159 + 0{,}322 \cdot 3 + 9 \cdot 0{,}051 + 13 \cdot 0{,}271 = 1{,}563.$$

Отже розрахунки виконано вірно. Залишається виконати останнє: повернутися до вихідної схеми і з'ясувати який же струм буде перебігати у вітці з резистором R_5

Склавши рівняння за першим законом Кірхгофа для вузла 3`:

$$J_1 + I_5 - I_5^{(1)} = 0$$

одержимо :

$$I_5 = I_5^{(1)} - J_1 = 0{,}271 - 13 = -12{,}729 \text{ А}.$$

Знак „ – " свідчить про те, що цей струм перебігає в зворотному напрямку, тобто не до вузла 3` (в рівнянні ми поставили „+"), а від нього.

4.2.Розрахуємо електричне коло, схема якого зображена на рис.4.2а. Числові дані, що потрібні для цього, наведені в таблиці 4.2. Після відповідних перетворень одержимо еквівалентну розрахункову схему, представлену на рис.4.2б. Тут :

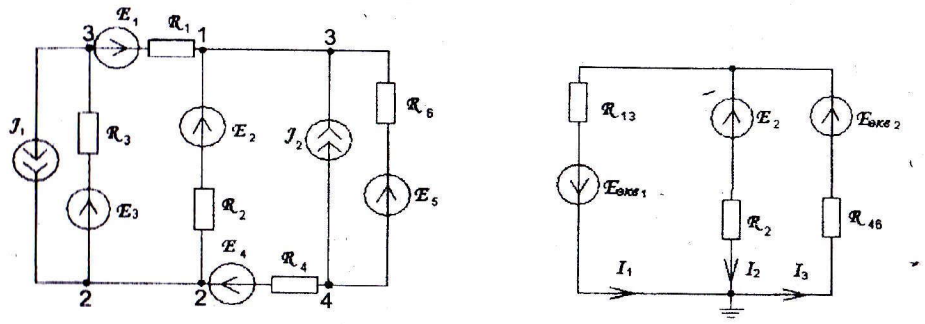
$$E_{экв_1} = J_1 \cdot R_3 - E_3 - E_1 = 12 \cdot 7 - 4 - 1 = 79\,В;$$

$$E_{экв_2} = J_2 \cdot R_6 + E_5 - E_4 = 13 \cdot 6 + 7 - 5 = 80\,В;$$

$$R_{13} = R_1 + R_3 = 7 + 7 = 14\,Ом;$$

$$R_{46} = R_4 + R_6 = 14\,Ом.$$

Як бачимо, вихідна схема, що має чотири вузли та сім віток перетворилася на найпростіше паралельне з'єднання трьох віток з одним незалежним вузлом. Цю схему доцільніше розрахувати за методом вузлових потенціалів.



а)

б)

Рис.4.2

Таблиця 4.2

R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	R_4, Ом	R_6, Ом	E_1, В	E_2, В	E_3, В	E_4, В	E_5, В	J_1 А.	J_2 А.
7	8	7	8	6	1	2	4	5	7	12	13

Отже нам треба визначити потенціал φ_{11} , для чого у даному випадку не знадобляться навіть згадані у розділі 3 матриці, які фактично вироджуються у

елементи, що знаходяться на перетині їх першого стовпця та першого рядка, тобто I_{11} та g_{11}:

$$\varphi_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{I_{11}}{g_{11}} = \frac{\frac{E_2}{R_2} + \frac{E_{экв_2}}{R_{46}} - \frac{E_{экв_1}}{R_{13}}}{\frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{46}}} = \frac{\frac{79}{14} + \frac{2}{8} + \frac{80}{14}}{\frac{1}{14} + \frac{1}{8} + \frac{1}{14}} = 1{,}2\,В.$$

У результаті одержимо струми віток еквівалентної схеми:

$$I_1 = \frac{\varphi_{11} - \varphi_{22} + E_{экв_2}}{R_{13}} = \frac{1{,}2 - 0 + 79}{14} = 5{,}73\,А.$$

$$I_2 = \frac{\varphi_{11} - \varphi_{22} - E_2}{R_2} = \frac{1{,}2 - 0 - 2}{8} = -0{,}1\,А.$$

$$I_3 = \frac{\varphi_{22} - \varphi_{11} + E_{экв_2}}{R_{46}} = \frac{0 - 1{,}2 + 80}{14} = 5{,}63\,А.$$

У вихідній схемі струм I_1 перебігає тільки по вітці, що знаходиться між вузлами 1 та 3 у напрямку відповідно названій послідовності цих вузлів, а I_3 - між вузлами 2 та 4. Струм I_2 має напрям від вузла 2 до вузла 1. Отже треба ще визначити струми, що реально протікають через резистори R3 та R6. Для цього складемо рівняння за першим законом Кірхгофа для вузлів 3 та 4 відповідно. Одночасно зробимо припущення, що шукані струми I_4 та I_5 перебігають до зазначених вузлів теж відповідно:

$$I_1 - J_1 + I_4 = 0;$$

$$I_3 - J_2 + I_5 = 0.$$

Звідки:

$$I_4 = J_1 - I_1 = 12 - 5{,}73 = 6{,}27\,А.$$

$$I_5 = J_2 - I_3 = 13 - 5{,}63 = 7{,}37\,А.$$

Остаточні напрямки усіх розрахованих струмів показані на рис.4.3.

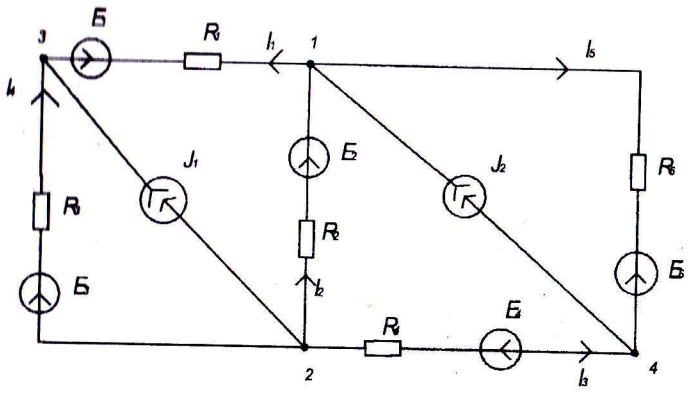


Рис.4.3

Залишається тільки перевірити правильність розрахунку, для чого складено рівняння енергетичного балансу кола:

$$I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_4 + I_4^2 \cdot R_3 + I_5^2 \cdot R_6 =$$
$$= -E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 + E_3 \cdot I_4 - E_4 \cdot I_3 - E_5 \cdot I_5 + J_1 \cdot (\varphi_2 - \varphi_3) + J_2(\varphi_1 - \varphi_4).$$

Звідси виходить, що для перевірки треба ще розрахувати напруги на джерелах струмів. Зробити це можна, якщо використати залежності, складені за рис.4.3:

$$\varphi_2 = \varphi_3 - E_3 + I_4 \cdot R_3;$$

$$\varphi_1 = \varphi_4 + E_5 + I_5 \cdot R_6.$$

звідки:

$$U_1 = (\varphi_2 - \varphi_3) = I_4 \cdot R_3 - E_3 = 6{,}27 \cdot 7 - 4 = 39{,}89\,\text{В}.$$

$$U_2 = (\varphi_1 - \varphi_4) = I_5 \cdot R_6 + E_5 = 7{,}32 \cdot 6 + 7 = 51{,}22\,\text{В}.$$

Підставивши відповідні значення параметрів та електричних величин у праву та ліву частини рівняння енергетичного балансу одержимо:

$$5{,}73^2 \cdot 7 + 0{,}1^2 \cdot 8 + 5{,}63^2 \cdot 8 + 6{,}27^2 \cdot 7 + 7{,}37^2 \cdot 6 = 1084{,}57;$$

$$-1 \cdot 5{,}73 + 2 \cdot 0{,}1 + 4 \cdot 6{,}27 - 5 \cdot 5{,}63 - 7 \cdot 7{,}37 + 12 \cdot 39{,}89 + 13 \cdot 51{,}22 = 1084{,}35.$$

Отже енергетичний баланс у колі виконується, що підтверджує правильність усіх розрахунків.

4.3. Розрахуємо електричне коло синусоїдного струму, схема якого зображена на рис.4.4. Значення параметрів усіх елементів та діючих у ньому ЕРС наведені у таблиці 4.3.

Таблиця 4.3

R_1, Ом	R_3, Ом	R_4, Ом	C_1, Ф.	C_2, Ф	L_1, Гн	L_2, Гн	L_3, Гн	f_1, Гц	ψ_1, град	ψ_2, град	E_{m1}, В	E_{m2}, В
10	5	2	$20 \cdot 10^{-6}$	$15 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-3}$	$10 \cdot 10^{-3}$	118	30	30	6	8

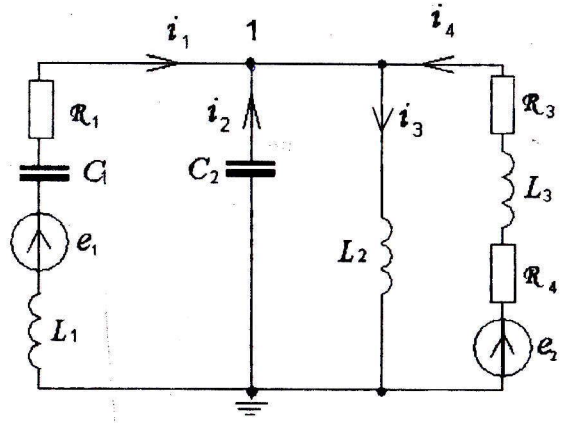


Рис. 4.4

Виходячи з того, що у цьому колі тільки один незалежний вузол, то розрахунок доцільніше виконати за методом вузлових потенціалів. Для цього представимо ЕРС, що діють у колі, у комплексному вигляді:

$$\dot{E}_1 = E_{m_1} \cdot (\cos\psi_1 + j \cdot \sin\psi_1) = 6 \cdot (\cos 30^0 + j\sin 30^0) = (5{,}20 + j3),\ \text{В}.$$

$$\dot{E}_2 = E_{m_2} \cdot (\cos\psi_2 + j\sin\psi_2) = 8 \cdot (\cos 30^0 + j\sin 30^0) = (6{,}93 + j4),\ \text{В}.$$

Визначивши кутову частоту як $\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 118 = 741\,(1/\text{сек.})$ знайдемо комплексну провідність та струм вузла 1:

$$\dot{g}_1 = \frac{1}{R_1 + (\omega \cdot L_1 - \frac{1}{\omega \cdot C_1}) \cdot j} - \frac{1}{\frac{1}{\omega \cdot C_2} \cdot j} + \frac{1}{\omega \cdot L_2 \cdot j} + \frac{1}{(R_3 + R_4) + \omega \cdot L_3 \cdot j} =$$

$$= \frac{1}{10 + (741\cdot 2\cdot 10^{-3} - \frac{1}{741\cdot 20\cdot 10^{-6}})\cdot j} - \frac{1}{\frac{1}{741\cdot 15\cdot 10^{-6}}\cdot j} + \frac{1}{741\cdot 7\cdot 10^{-3}\cdot j} +$$

$$+ \frac{1}{(5+2) + 741\cdot 10\cdot 10^{-3}\cdot j} = (0{,}099 - 0{,}353j);$$

$$\dot{I}_1 = \dot{E}_1\cdot(\frac{1}{(R_3+R_4)+\omega\cdot L_3\cdot j}) + \dot{E}_2\cdot(R_1 + (\omega\cdot L_1 - \frac{1}{\omega\cdot C_1})\cdot j) =$$

$$= (5{,}2+3j)\cdot(\frac{1}{(5+2)+741\cdot 10\cdot 10^{-3}\cdot j}) +$$

$$+ (6{,}93+4j)\cdot(\frac{1}{10+(741\cdot 2\cdot 10^{-3} - \frac{1}{741\cdot 20\cdot 10^{-6}})\cdot j}) = (0{,}678 + 0{,}02j).$$

Отже комплексний потенціал вузла 1 визначається як:

$$\dot{\varphi}_1 = \frac{\dot{I}_1}{\dot{g}_1} = \frac{0{,}678+0{,}02j}{0{,}099-0{,}353j} = (0{,}448 + 1{,}798j),$$

звідки комплексні струми віток, згідно позначених на рис.4.3. напрямків струмів, дорівнюють:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_2 - \dot{\varphi}_1}{(R_1 + (\omega\cdot L_1 - \frac{1}{\omega\cdot C_1})\cdot j)} = \frac{(6{,}93+4j)-(0{,}448+1{,}798j)}{10+(741\cdot 2\cdot 10^{-3} - \frac{1}{741\cdot 20\cdot 10^{-6}})\cdot j} = -0{,}015 + 0{,}063j;$$

$$\dot{I}_2 = -\frac{\dot{\varphi}_1}{\frac{1}{\omega\cdot C_2}j} = -\frac{0{,}448+1{,}798j}{\frac{1}{741\cdot 15\cdot 10^{-6}}\cdot j} = -0{,}013 + j3{,}169\cdot 10^{-3};$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{\varphi}_1}{\omega\cdot L_2\cdot j} = \frac{0{,}448+1{,}798j}{741\cdot 7\cdot 10^{-3}\cdot j} = 0{,}544 - 0{,}136j;$$

$$\dot{I}_4 = \frac{\dot{E}_1 - \dot{\varphi}_1}{(R_3+R_4)+\omega\cdot L_3\cdot j} = \frac{(5{,}2+3j)-(0{,}448+1{,}798j)}{(5+2)+741\cdot 10\cdot 10^{-3}\cdot j} = 0{,}546 - 0{,}196j.$$

Виконаємо перевірку зроблених розрахунків, для чого складемо рівняння енергетичного балансу кола у вигляді:

$$\sum_{i=1}^{4} Z_i\cdot \dot{I}_i^2 = \sum_{i=1}^{4} \dot{E}_i\cdot \dot{I}_i$$

Тут арифметична сума, що знаходиться ліворуч дорівнює:

$$(R_1 + (\omega\cdot L_1 - \frac{1}{\omega\cdot C_1})\cdot j)\cdot \dot{I}_1^2 - (\frac{1}{\omega\cdot C_2}\cdot j)\cdot \dot{I}_2^2 + (\omega\cdot L_2\cdot j)\cdot \dot{I}_3^2 + ((R_3+R_4)+\omega\cdot L_3\cdot j)\cdot \dot{I}_4^2 =$$

$$= (10 + (741\cdot 2\cdot 10^{-3} - \frac{1}{741\cdot 20\cdot 10^{-6}})\cdot j)\cdot(-0{,}015+0{,}063j)^2 -$$

$$= (\frac{1}{741\cdot 15\cdot 10^{-6}}\cdot j)\cdot(-0{,}013 + 3{,}169j\cdot 10^{-3}) + (741\cdot 2\cdot 10^{-3} j)\cdot(0{,}544 - 0{,}136j)^2 + ((5+2) +$$

$$+ 741\cdot 10\cdot 10^{-3}\cdot j)\cdot(0{,}546 - 0{,}196j)^2 = 3{,}071 + 0{,}999j$$

а алгебраїчна, що знаходиться праворуч:

$$\dot{E}_2\cdot\dot{I}_1 + \dot{E}_1\cdot\dot{I}_4 = (6{,}93+4j)\cdot(-0{,}015+0{,}063j) + (5{,}20+3j)\cdot(0{,}546-0{,}196j) = 3{,}071 + 0{,}999j$$

Отже розрахунок виконано вірно.

Залишається тільки повернутися до реальності, тобто перейти від комплексів струму до функцій часу:

$$i_1 = \sqrt{(0{,}015)^2 + 0{,}063^2}\sin[\ 741t + \operatorname{arctg}(\frac{+0{,}063}{-0{,}015})\ ] = 0{,}064\cdot\sin[741t + 103{,}4^\circ]$$

$$i_2 = \sqrt{(0{,}013)^2 + (3{,}169\cdot 10^{-3})^2}\sin[\ 741t + \operatorname{arctg}(\frac{3{,}169\cdot 10^{-3}}{-0{,}013})\ ] =$$

$$= 0{,}0341\cdot\sin[\ 741t + 166{,}3^\circ\ ]$$

$$i_3 = \sqrt{0{,}514^2 + 0{,}136^2}\sin[\ 741t + \operatorname{arctg}(\frac{-0{,}136}{0{,}544})\ ] = 0{,}502\cdot\sin[\ 741t - 14^\circ\ ]$$

$$i_4 = \sqrt{0{,}546^2 + 0{,}196^2}\sin[\ 741t + \operatorname{arctg}(\frac{-0{,}196}{0{,}546})\ ] = 0{,}58\cdot\sin[\ 741t + 19{,}7^\circ\ ]$$

4.4. Приклад розрахунку електричного кола синусоїдного струму методом контурних струмів наведено у [5] стор. 58 – 60.

ЛІТЕРАТУРА

1. Белецкий А.Ф. Теория линейных электрических цепей. – М.: Радио и связь, 1986.-544с.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. – М.: Высш. шк., 1978.-528с.
3. Нейман Л.Р., Демирчан К.С. Теоретические основы электротехники: В 2-х т. – Л.: Энергия, 1981.-Т.1.-534с.
4. Перхач В.С. Теоретична електротехніка. Лінійні кола. – К.:Вища шк., 1992.-439с.
5. Качан Ю.Г. Лінійна електротехніка (теоретичні основи). – Запоріжжя: Видавництво ЗДІА, 1995.-206с.
6. Поляков М.Г., Фомічова Л.Я., Сушко С.О. Математичні основи теоретичної електротехніки. – Дніпропетровськ: НГА України, 2001.-ч.1.-210с.

Підписано до друку 08.07.2004р. Формат 60x84 1/32. Папір офсетний.
Умови. друк. арк. 1,5. Наклад 100 прим.
Замовлення № 1211К.

Віддруковано друкарнею
Запорізької державної інженерної академії
з комп'ютерного оригінал-макету

69006, м. Запоріжжя, пр. Леніна, 226
РВВ ЗДІА, тел. 601-240