

ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»  
МІНІСТЕРСТВА ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з науково-педагогічної та  
навчальної роботи

\_\_\_\_\_ О.І. Гура  
(підпис) (ініціали, прізвище)

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

**РОЗВ'ЯЗАННЯ ТИПОВИХ ТА НЕСТАНДАРТНИХ ЗАДАЧ**  
**ЕЛЕМЕНТАРНОЇ МАТЕМАТИКИ**

**ПРОГРАМА**

**навчальної дисципліни**  
**підготовки магістра**

(назва ступеня вищої освіти)

**напряму \_\_\_\_\_**  
(шифр і назва напряму)

**спеціальності 111 математика**  
(шифр і назва спеціальності)

**(шифр за ОПП \_\_\_\_\_)**

Кафедра алгебри та геометрії / загальної математики

2016 рік

**РОЗРОБЛЕНО ТА ВНЕСЕНО:** кафедра алгебра та геометрії / загальної математики, математичний факультет, Державний вищий навчальний заклад «Запорізький національний університет» Міністерства освіти і науки України.

**РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:** І.В.Зіновєєв, доцент, к.ф.-м.н., Гречнева М.О., асистент

**ОБГОВОРЕНО ТА РЕКОМЕНДОВАНО ДО ЗАТВЕРДЖЕННЯ КАФЕДРОЮ** алгебри та геометрії / загальної математики

«26» серпня 2016 року, протокол №1

Завідувач кафедри професор, д.ф.-м.н., \_\_\_\_\_ А.К.Приварников  
(підпис) (ініціали, прізвище)

## Вступ

Програма вивчення навчальної дисципліни «Розв'язання типових та нестандартних задач елементарної математики» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки магістра спеціальності 8.04020101 – «Математика (за напрямками)» (111-Математика).

**Предметом** вивчення навчальної дисципліни є основні закономірності, принципи та методи навчання математиці, методи і прийоми підготовки вчителя до уроку математики, методи і прийоми організації навчання математиці на уроках факультативної та поглибленої підготовки. Основні факультативні та спеціальні варіативні курси для загальноосвітніх шкіл та шкіл з поглибленим вивченням математики, а також з методики підготовки до шкільних олімпіад з математики.

**Міждисциплінарні зв'язки:** Для оволодіння курсу студент повинен мати знання основ наступних дисциплін: аналітична геометрія, математичний аналіз, лінійна алгебра, дискретна математика, алгебра і теорія чисел, педагогічна психологія, педагогіка та методика викладання математики й інформатики, шкільний курс математики і методика її викладання.

Програма навчальної дисципліни складається з двох змістових модулів:

**Розділ 1** Методи розв'язання типових задач підвищеної складності елементарної математики.

**Розділ 2.** Класичні та нестандартні задачі олімпіадної математики

### 1. Мета та завдання навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни «Розв'язання типових та нестандартних задач елементарної математики» є забезпечення засвоєння студентами основних закономірностей, принципів та методів навчання математики, методів і прийомів підготовки вчителя до уроку математики, методів і прийомів організації навчання математиці на уроках факультативної та поглибленої підготовки. Ознайомлення з основними факультативними курсами рекомендованими МОН України, а також з методиками підготовки до олімпіад з математики.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни «Розв'язання типових та нестандартних задач елементарної математики» є знайомлення студентів з основними факультативними курсами рекомендованими МОН України, а також з методиками підготовки до олімпіад з математики. Формування компетенцій фахівця в галузі математики.

1.3. Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні:

**знати:** основні поняття, факти та теореми арифметики, алгебри, теорії чисел, комбінаторики, теорії ймовірностей та геометрії в обсязі, достатньому для розв'язання задач математики олімпіадного рівня;

**вміти:** застосовувати основні поняття, твердження та теореми до розв'язку задач; наводити приклади, які демонструють суттєвість теоретичних понять чи фактів, або спростовують хибні ствердження; розв'язувати типові задачі кожної з вивчених тем.

На вивчення навчальної дисципліни відводиться 120 годин 4 кредити ЄКТС.

## **2. Інформаційний обсяг навчальної дисципліни**

### **Розділ 1 Методи розв'язання типових задач підвищеної складності елементарної математики.**

#### **Тема 1. Метод математичної індукції (ММІ)**

Індукція і дедукція. Повна і неповна індукція. Недостатність неповної індукції. Принцип математичної індукції. Метод математичної індукції: класичне та узагальнене формулювання. Приклади застосування індуктивних та дедуктивних міркувань до розв'язання математичних задач. Приклади застосування методу математичної індукції.

Застосування методу математичної індукції в задачах на підсумовування. Застосування методу математичної індукції в задачах на доведення тотожностей. Застосування методу математичної індукції в задачах на доведення нерівностей. Нерівності Бернуллі, Коші, Чебишова, Йенсена. Застосування методу математичної індукції в задачах на подільність. Теорема Ферма. Дослідження властивостей числових послідовностей. Послідовність Фібоначчі. Застосування методу математичної індукції в задачах на дослідження властивостей кінцевих множин. Застосування методу математичної індукції в задачах геометрії.

#### **Тема 2. Елементи комбінаторики. Елементи теорії ймовірностей.**

Комбінаторика. Поняття комбінаторних задач. Правило добутку множин. Кортежі. Довжина кортежу. Кортежі довжини  $k$ . Впорядкованість елементів кортежу. Олімпіадні задачі на розміщення з повтореннями та без повторень. Узагальнене правило добутку множин. Перестановки. Сполучення з повторенням та без повторень. Трикутник Паскаля. Біном Ньютона та приклади його застосування. Комбінаторні задачі із геометричним змістом.

Відомості із історії теорії ймовірностей. Класичне означення ймовірності події. Підрахунок кількості можливих варіантів подій. Історичні та цікаві задачі теорії ймовірностей.

#### **Тема 3. Розв'язання алгебраїчних рівнянь та доведення алгебраїчних нерівностей.**

Поняття одномонотонних послідовностей. Одномонотонні послідовності розмірності  $2 \times 2$ ,  $2 \times 3$ ,  $2 \times n$ . Одномонотонні послідовності розмірності  $3 \times 3$ ,  $3 \times n$  та  $m \times n$ , Застосування одномонотонних послідовностей до доведення класичних нерівностей.

Векторний спосіб доведення нерівностей. Векторна нерівність Коші-Буняковського. Розв'язання рівнянь та систем рівнянь за допомогою векторної нерівності Коші-Буняковського.

Метод упорядкування. Доведення нерівностей за допомогою ідеї упорядкування. Пошук закономірностей.

#### **Тема 4. Розв'язання алгебраїчних рівнянь в цілих числах**

Остачі від ділення. Олімпіадні задачі 5-7 класів: остачі, ознаки подільності, математичні ребуси та шифри. Основні теореми на остачі. Метод розкладання на множники Застосування формул скороченого множення. Застосування ММІ до розв'язання задач в цілих числах. Порівняння та системи порівнянь першого ступеня. Позиційні системи числення та їх застосування до задач на подільність, задач на доведення простоти числа. Розв'язання нелінійних рівнянь у цілих числах.

### **Розділ 2 Класичні та нестандартні задачі олімпіадної математики**

#### **Тема 5. Задачі логіки на принцип Діріхле. Задачі на розфарбовування.**

Класичне та узагальнене формулювання принципу Діріхле. Задачі арифметики й алгебри, до розв'язання яких застосовується принцип Діріхле. Застосування принципу Діріхле до розв'язання задач комбінаторики. Застосування принципу Діріхле до розв'язання задач геометрії.

Розв'язання задач, в яких розфарбування відоме. Розв'язання задач на пошук можливого або заданого розфарбування. Застосування принципу розфарбовування до розв'язання логічних задач. Задачі на пошук відповідного умовам розфарбування із застосуванням принципу Діріхле.

#### **Тема 6. Принцип парності.**

Класичне та узагальнене формулювання принципу парності. Застосування принципу парності до розв'язання задач арифметики. Застосування принципу парності до розв'язання задач алгебри. Застосування принципу парності до

розв'язання задач геометрії. Застосування принципу парності до розв'язання задач аналізу.

### **Тема 7. Принцип крайнього.**

Класичне та узагальнене формулювання принципу крайнього. Застосування принципу крайнього в задачах арифметики. Принцип крайнього в задачах алгебри. Застосування принципу крайнього в задачах алгебри. Застосування принципу крайнього в задачах геометрії. Принцип крайнього в задачах аналізу.

### **Тема 8. Інваріанти. Функціональні рівняння.**

Класичне та узагальнене поняття інваріанту. Задачі на пошук заданого інваріанту. Інваріант як метод розв'язання задач на подільність. Інваріант як метод розв'язання алгебраїчних задач. Інваріант як метод розв'язання геометричних задач. Застосування інваріантів до розв'язання логічних задач. Застосування інваріантів до розв'язання задач аналізу.

Поняття функціональних рівнянь та методи їх розв'язання. Метод підстановок. Метод заміни змінної. Граничний перехід. Похідна та функціональні рівняння. Розв'язок функціональних рівнянь на множині натуральних чисел.

## **3. Рекомендована література**

### **Основна:**

1. Агаханов Н. Х. Математика. Районные олимпиады. 6-11 классы / Н.Х. Агаханов, О.К. Подлипский – М. : Просвещение, 2010. – 148с
2. Апостолова Г.В. Ціла та дробова частина числа / Г.В. Апостолова. – К.: Факт, 1996. – 97с.
3. Бабинская О. Сборник олимпиадных задач по математике / О.Бабинская. – М: Наука, 1981. – 112с.
4. Башмакова И.Г. Диофант и диофантовы уравнения / И.Г.Башмакова. – М. : Наука, 1972. – 75с.
5. Вишенський В.А. Українські математичні олімпіади / В.А. Вишенський – К.: Вища школа, 1993. – 415с.
6. Вышенский В.А. Сборник задач киевских математических олимпиад / В.А. Вишенський – К.: Вища школа, 1984. – 238с.

7. Лейфура В.М. Задачі міжнародних математичних олімпіад та методи їх розв'язування / В.М. Лейфура. – Л., 1999. – 128с.
8. Лоповок Л.М. Збірник математичних задач логічного характеру / Л.М. Лоповок. – К.: Радянська школа, 1972. – 151с.
9. Мельник М.П. Олімпіади юних математиків / М.П. Мельник, В.І. Лукавецький.– К.: Радянська школа, 1985. – 104с.
- 10.Федак І.В. Методи розв'язування олімпіадних завдань з математики і не тільки їх / І.В. Федак. – Чернівці: Зелена Буковина, 2002. – 337с.
11. Ясінський В.А. Задачі математичних олімпіад та методи їх розв'язування / В.А. Ясінський — Тернопіль: Навчальна книга — Богдан, 2008. – 208 с.
- 12.Математичні олімпіади школярів України: 2001 - 2006 рік / В.М.Лейфура, І.М.Мітельман, В.М.Радченко, В.А.Ясінський. Львів, Каменярь, 2006. – 348с.

### **Додаткова**

1. Пойа Д. Математическое открытие. / Д.Пойа. – М.: Наука, 1977. – 448с.
2. Петраков И.С. Математические кружки в 8-10 классах / И.С.Петраков. – М.: Просвещение, 1987. – 113с.
3. Васильев Н.Б. Заочные математические олимпиады / Н.Б. Васильев, В.Л. Гутенмахер, Ж.М. Раббот. – М.: Просвещение, – 1986. – 230с.
4. Агаханов Н.Х. Математические олимпиады школьников / Н.Х.Агаханов, Л.П. Купцов, Ю.В. Нестеренок – М.: Просвещение: Учеб. лит. , 1997. - 208 с.

### **Інформаційні ресурси**

- |  |   |
|--|---|
| 1. <a href="http://www.math.ru/lib/">http://www.math.ru/lib/</a>                       | бібліотека математичної літератури            |
| 2. <a href="http://www.edu.ru/modules/">http://www.edu.ru/modules/</a>                 | сайт освітніх ресурсів                        |
| 3. <a href="http://gen.lib.rus.ec/">http://gen.lib.rus.ec/</a>                         | Library Genesis                               |
| 4. <a href="http://window.edu.ru">http://window.edu.ru</a>                             | сайт освітніх ресурсів                        |
| 5. <a href="http://elib.fksu.ru/index.php/book">http://elib.fksu.ru/index.php/book</a> | електронна бібліотека математичної літератури |
| 6. <a href="http://ebookey.com">http://ebookey.com</a>                                 | електронна бібліотека освітньої літератури    |
| 7. <a href="http://library.znu.edu.ua/">http://library.znu.edu.ua/</a>                 | сайт наукової бібліотеки ЗНУ                  |

## **4. Форма підсумкового контролю успішності навчання – залік**

## **5. Засоби діагностики успішності навчання**



- тестування;
- контрольні роботи;
- опитування за матеріалом для самостійної роботи;
- співбесіда за тематикою рефератів;
- залік.