

Матеріали до практичного заняття «Системи числення»

Запис в системах счисления первых двух десятков целых чисел:

Таблица 1

10-я	2-я	8-я	16-я
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9

10-я	2-я	8-я	16-я
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12
19	10011	23	13

1. Перевести число 75 із десятикової системи числення у двійкову, вісімкову, шістнадцятькову.

Двійкова:

Для того, щоб перевести число із десятикової системи числення у двійкову потрібно розділити число з остачею на 2. Потім неповну частку, отриману від такого ділення знову розділити на 2, і т.д. до тих пір поки остання отримана неповна частка не стане рівною нулю. Представленням числа у двійковій системі числення буде послідовність остач від ділення, записаних у порядку зверненому їх отримання. Аналогічно здійснюється перевід із десятикової у будь-яку іншу систему числення

Для того, щоб не нагромаждати запис у діленні стовпчиком будемо записувати одразу остачі.

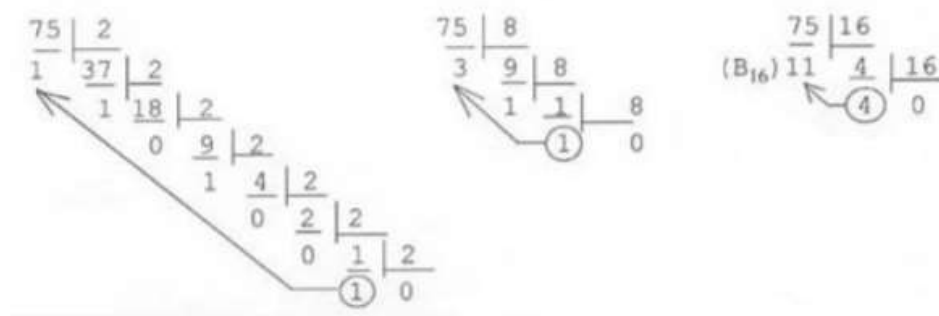


Рисунок 1. Перевід числа у двійкову, вісімкову, шістнадцятькову системи числення відповідно

Таким чином, $75_{10} = 1001011_2 = 113_8 = 4B_{16}$

2. Перевести числа 1011_2 ; 276_8 ; $1F3_{16}$ у десяткову систему числення

Решение:

Разряды	3 2 1 0 -1
Число	$1 0 1 1, 1_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} = 11,5_{10}$

Разряды	2 1 0 -1
Число	$2 7 6, 5_8 = 2 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 + 5 \cdot 8^{-1} = 190,625_{10}$

Разряды	2 1 0
Число	$1 F 3_{16} = 1 \cdot 16^2 + 15 \cdot 16^1 + 3 \cdot 16^0 = 499_{10}$

3. Виконати додавання чисел 15 і 6 у різних системах числення

При додаванні цифри сумуються за розрядами, і якщо при цьому виникає надлишок, то він переноситься вліво.

а)
$$\begin{array}{r} 1 \\ + 15 \\ + 6 \\ \hline 21 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5+6=11=10+1 \\ \hline 1+1=2 \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} 111 \\ + 1111 \\ + 0110 \\ \hline 10101 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1+0=1 \\ 1+1=2=2+0 \\ 1+1+1=3=2+1 \\ 1+1=2=2+0 \end{array}$$

в)
$$\begin{array}{r} 1 \\ + 17 \\ + 6 \\ \hline 25 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 7+6=13=8+5 \\ \hline 1+1=2 \end{array}$$

г)
$$\begin{array}{r} 1 \\ + F \\ + 6 \\ \hline 15 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 15+6=21=16+5 \end{array}$$

Рисунок 3. Примеры сложения заданных чисел в а) десятичной б) двоичной, в) восьмеричной, г) шестнадцатеричной системах счисления.

Проверка. Преобразуем полученные суммы к десятичному виду: $10101_2 = 2^4 + 2^2 + 2^0 = 16 + 4 + 1 = 21$, $25_8 = 2 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 = 16 + 5 = 21$, $15_{16} = 1 \cdot 16^1 + 5 \cdot 16^0 = 16 + 5 = 21$.

Також користуйтеся таблицями додавання у різних системах числення

4. Відняти одиницю із чисел 10_2 , 10_8 , 10_{16}

При відніманні цифри віднімаються по розрядах, якщо виникає нестача, то займається один розряд зліва

а)
$$\begin{array}{r} 1 \\ - 10 \\ - 1 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2-1=1 \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} 1 \\ - 10 \\ - 1 \\ \hline 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 8-1=7 \end{array}$$

в)
$$\begin{array}{r} 1 \\ - 10 \\ - 1 \\ \hline F \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 16-1=15=F_{16} \end{array}$$

Рисунок 4. Примеры вычитания единицы а) двоичной б) восьмеричной, в) шестнадцатеричной системах счисления

5. Відняти число 59 з числа 201 у різних системах числення (десятковій, двійковій, вісімковій, шістнадцятковій).

Переведемо числа 59 та 201 у двійкову, вісімкову, шістнадцяткову системи числення

$$59_{10} = 111011_2 = 73_8 = 3B_{16}$$

$$201_{10} = 11001001_2 = 311_8 = C9_{16}$$

$\begin{array}{r} \overset{11}{\underline{201}} \\ \underline{59} \\ 142 \\ \begin{array}{l} \quad \\ \hline 10+1-9=2 \\ \hline 10-1-5=4 \\ \hline 2-1=1 \end{array} \end{array}$	$\begin{array}{r} \overset{11}{\underline{11001001}} \\ \underline{111011} \\ 10001110 \\ \begin{array}{l} \quad \quad \quad \\ \hline 1-1=0 \\ \hline 2-1=1 \\ \hline 1-0=1 \\ \hline 2-1=1 \\ \hline 1-1=0 \\ \hline 1-1=0 \\ \hline 1-1=0 \end{array} \end{array}$	$\begin{array}{r} \overset{11}{\underline{311}} \\ \underline{73} \\ 216 \\ \begin{array}{l} \quad \\ \hline 8+1-3=6 \\ \hline 8-7=1 \\ \hline 3-1=1 \end{array} \end{array}$	$\begin{array}{r} \overset{1}{\underline{C9}} \\ \underline{3B} \\ 8E \\ \begin{array}{l} \quad \\ \hline 9+16-11=14=E \\ \hline C-1-3=12-1-3=8 \end{array} \end{array}$
---	---	---	--

Рисунок 5. Віднімання у десятковій, двійковій, вісімковій, шістнадцятковій системах числення відповідно

Для подальших прикладів потрібно користуватись таблицею множення для різних систем числення

6. Перемножити числа 5 і 6 у різних системах числення.

Решение:

$\begin{array}{r} \times 5 \\ \times 6 \\ \hline 30 \end{array}$	$\begin{array}{r} \times 101 \\ \times 110 \\ \hline 101 \\ \hline 11110 \end{array}$	$\begin{array}{r} \times 5 \\ \times 6 \\ \hline 36 \end{array}$
а)	б)	в)

Рисунок 7. Приклади множення чисел а) $5_{10} * 6_{10}$; б) $101_2 * 110_2$; в) $5_8 * 6_8$ в різних системах числення.

Таким образом, $5 * 6 = 30_{10} = 11110_2 = 36_8$.

Проверка. Преобразуем полученные произведения к десятичному виду:

$$11110_2 = 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 = 30; 36_8 = 3 * 8^1 + 6 * 8^0 = 30.$$

7. Перемножити числа 115 і 51 у різних системах числення.

Переведемо числа 115 і 51 у різні системи числення

$$115_{10} = 1110011_2 = 163_8$$

$$51_{10} = 110011_2 = 63_8$$

Виконаємо множення

десятькова
вісімкова

$\begin{array}{r} \times 115 \\ \times 51 \\ \hline 115 \\ \hline 575 \\ \hline 5865 \end{array}$	$\begin{array}{r} \times 163 \\ \times 63 \\ \hline 531 \\ \hline 1262 \\ \hline 13351 \end{array}$
---	---

двійкова:

$$\begin{array}{r} 1110011 \\ 110011 \\ 1110011 \\ 1110011 \\ 0000000 \\ 0000000 \\ 1110011 \\ \hline 1110011 \\ \hline 1011011101001 \end{array}$$

Перевіримо результати:

$$13351_8 = 1 \cdot 8^0 + 5 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^3 + 1 \cdot 8^4 = 1 + 40 + 192 + 1536 + 4096 = 5865_{10}$$

$$1011011001001_2 = 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^9 + 1 \cdot 2^{10} + 0 \cdot 2^{11} + 1 \cdot 2^{12} = 1 + 8 + 64 + 128 + 512 + 1024 + 4096 = 5865$$