

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ФУНДАМЕНТАЛЬНОЇ МАТЕМАТИКИ

ЗАТВЕРДЖУЮ

Декан математичного факультету

С.І. Гоменюк

2019



КОНФОРМНІ ВІДОБРАЖЕННЯ

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

підготовки бакалавра

спеціальності 111 – математика

освітньо-професійна програма – математика

Укладач: Тітова О.О., к.т.н., доцент, доцент кафедри фундаментальної математики

Обговорено та ухвалено
на засіданні кафедри фундаментальної
математики

Протокол № 1 від 21 серпня 2019 р.
Завідувач кафедри фундаментальної
математики

С.М. Гребенюк
(підпис, прізвище)

Ухвалено науково-методичною радою
математичного факультету

Протокол № 1 від 2 вересня 2019 р.
Голова науково-методичної ради
математичного факультету

О.С. Пивенічна
(підпис, прізвище)

2019 рік

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, напрямок підготовки, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни	
		денна форма навчання	заочна форма навчання
Кількість кредитів – 4	Галузь знань 11 Математика та статистика	за вибором Дисципліни вільного вибору студента.	
Розділів – 1	Спеціальність: 111 – математика	Рік підготовки:	
Загальна кількість годин – 120		4-й	
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 3 самостійної роботи студента – 9	Освітньо-професійна програма математика	Лекції	
		10 год.	
	Практичні		
	20 год.		
	Самостійна робота		
	Рівень вищої освіти: бакалаврський	90 год.	
		Вид підсумкового контролю: залік	

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Метою вивчення навчальної дисципліни «Конформні відображення» є оволодіння студентами систематичними знаннями з теорії конформних відображень, які здійснюють за допомогою функцій комплексної змінної.

Основними **завданнями** вивчення дисципліни «Конформні відображення» є:

- Засвоїти внутрішню логіку розвитку поняття комплексного числа, функції комплексної змінної, конформного відображення.
- Навчитися застосувати поняття та факти теорії конформних відображень до побудови конформних відображень.
- Набути навички розв'язання прикладних задач математики із застосуванням методів конформних відображень.

Згідно з вимогами ОПП студенти повинні досягти таких результатів навчання

знати:

- Основні поняття та факти теорії конформних відображень.
- Елементарні функції комплексного аналізу та їхні властивості.
- Методи побудови конформних відображень.
- Основні області застосування відомих понять та фактів.

вміти: досліджувати функції комплексної змінної, будувати відображення за допомогою елементарних функцій, будувати обернені відображення, розв'язувати типові задачі теорії конформних відображень, застосовувати теоретичні знання при розв'язанні конкретних практичних задач.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні досягти таких **компетентностей**:

- Здатність до навчання, в тому числі, і самостійного. Здатність до саморозвитку та самовдосконалення.
- Здатність застосовувати прийоми логічного мислення: аналіз, синтез, індукцію, дедукцію, узагальнення та конкретизацію та ін.
- Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово.
- Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.
- Здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт.
- Здатність розв'язувати проблеми різної складності та формулювати нові проблеми математичною мовою.
- Здатність конструювати доведення та обґрунтування отриманих результатів у відповідності до обраного методу дослідження.
- Здатність викладення результатів дослідження у логічній послідовності, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей та технічних викладок.
- Здатність проводити обчислення в рамках основних математичних моделей та застосовувати необхідні математичні методи.
- Готовність розв'язувати нові проблеми у нових галузях знань.

Міждисциплінарні зв'язки.

Теорія конформних відображень дає базу для подальшого застосування функцій комплексної змінної при розв'язанні задач прикладного характеру у фізиці, техніці, моделюванні тощо, ґрунтується на базових знаннях з комплексного та математичного аналізу.

3. Програма навчальної дисципліни

Розділ 1. Конформні відображення

Тема 1. Комплексна площина. Сфера Рімана.

Комплексні числа, дії над ними в різних формах запису. Комплексна площина, розширена комплексна площина. Сфера Рімана.

Тема 2. Функції комплексної змінної та їх диференціювання.

Поняття функції комплексної змінної. Однозначні та багатозначні функції. Однолистість функцій. Диференціювання функцій. Умови аналітичності.

Тема 3. Поняття конформного відображення.

Відображення множин комплексної площини за допомогою функції комплексної змінної, види відображень. Конформність відображення, умови конформності, зв'язок з диференційованістю функцій.

Тема 4. Основна задача теорії конформних відображень.

Основна задача теорії конформних відображень, напрямки її розв'язання. Основні принципи теорії конформних відображень.

Тема 5. Дробово-лінійні відображення.

Лінійна функція. Дробово-лінійна функція. Дробово-лінійні відображення, їх властивості..

Тема 6. Степенева функція. Обернене відображення.

Степенева функція, знаходження кореня з комплексного числа. Властивості відображень, побудованих за допомогою степеневі та оберненої до неї функцій.

Тема 7. Показникова функція. Обернене відображення.

Показникова функція, логарифмічна функція. Властивості відображень, побудованих за допомогою цих функцій.

Тема 8. Функція Жуковського. Обернене відображення.

Функція Жуковського, обернена функція. Властивості відображень, побудованих за допомогою цих функцій.

Тема 9. Тригонометричні та гіперболічні функції. Обернені відображення.

Тригонометричні та гіперболічні функції та обернені до них. Властивості відображень, побудованих за допомогою цих функцій.

Тема 10. Застосування теорії конформних відображень.

Застосування конформних відображень при розв'язанні задач фізики, зокрема аеро- та гідромеханіки, при моделюванні.

4. Структура навчальної дисципліни

Назви тематичних розділів і тем	Кількість годин			
	денна форма			
	усього	у тому числі		
л		пр.	сам. роб.	
1	2	3	4	5
Розділ 1. Конформні відображення				
Тема 1. Комплексна площина. Сфера Рімана.	12	1	2	9
Тема 2. Функції комплексної змінної та їх диференціювання.	12	1	2	9
Тема 3. Поняття конформного відображення.	12	1	2	9
Тема 4. Основна задача теорії конформних відображень.	12	1	2	9
Тема 5. Дробово-лінійні відображення.	12	1	2	9
Тема 6. Степенева функція. Обернене відображення.	12	1	2	9
Тема 7. Показникова функція. Обернене відображення.	12	1	2	9
Тема 8. Функція Жуковського. Обернене відображення.	12	1	2	9
Тема 9. Тригонометричні та гіперболічні функції. Обернені відображення.	12	1	2	9
Тема 10. Застосування теорії конформних відображень.	12	1	2	9
Разом за розділом 1	120	10	20	90
Усього годин	120	10	20	90

5. Теми лекційних занять

№ теми з/прогр.	Назва теми	Кількість годин
1	Комплексна площина. Сфера Рімана.	1
2	Функції комплексної змінної та їх диференціювання.	1
3	Поняття конформного відображення.	1
4	Основна задача теорії конформних відображень.	1
5	Дробово-лінійні відображення.	1
6	Степенева функція. Обернене відображення.	1
7	Показникова функція. Обернене відображення.	1
8	Функція Жуковського. Обернене відображення.	1
9	Тригонометричні та гіперболічні функції. Обернені відображення.	1
10	Застосування теорії конформних відображень.	1
Разом		10

6. Теми практичних занять

№ теми з/прогр.	Назва теми	Кількість годин
1	Комплексна площина. Сфера Рімана.	2
2	Функції комплексної змінної та їх диференціювання.	2
3	Поняття конформного відображення.	2
4	Основна задача теорії конформних відображень.	2
5	Дробово-лінійні відображення.	2
6	Степенева функція. Обернене відображення.	2
7	Показникова функція. Обернене відображення.	2
8	Функція Жуковського. Обернене відображення.	2
9	Тригонометричні та гіперболічні функції. Обернені відображення.	2
10	Застосування теорії конформних відображень.	2
Разом		20

7. Самостійна робота

№ теми з/прогр.	Назва теми	Кількість годин
1	Комплексна площина. Сфера Рімана.	9
2	Функції комплексної змінної та їх диференціювання.	9
3	Поняття конформного відображення.	9
4	Основна задача теорії конформних відображень.	9
5	Дробово-лінійні відображення.	9
6	Степенева функція. Обернене відображення.	9
7	Показникова функція. Обернене відображення.	9
8	Функція Жуковського. Обернене відображення.	9
9	Тригонометричні та гіперболічні функції. Обернені відображення.	9
10	Застосування теорії конформних відображень.	9
Разом		90

Індивідуальне завдання

Індивідуальне завдання передбачає розв'язання 15 задач (для кожного студента): 1 задачу за темою 1, 6 задач за темами 2-5, 3 задачі за темою 6, 5 задач за темами 7-9. Розв'язані з детальними поясненнями задачі оформлюються в окремому зошиті. Строк виконання кожного завдання – наступний тиждень після завершення вивчення відповідної теми.

Орієнтовний варіант індивідуального завдання.

1). Побудувати множину точок комплексної площини, що визначається умовами.

$$\begin{array}{ll} \text{а) } |z + 2| + |z - 3| = 9; & \text{б) } 1 < |z - 1 - i| < \frac{5}{2}; \\ \text{в) } -1 < \operatorname{Re}(iz) \leq 3; & \text{г) } -\frac{\pi}{3} < \arg\left(z - \frac{3}{2} - \frac{3}{2}i\right) < \frac{\pi}{4}. \end{array}$$

2). Знайти значення функції $w = f(z)$ в точці z_0 .

$$\text{а) } w = z + 3i, \quad z_0 = 1 + 2i; \quad \text{б) } w = \frac{z + 5i}{3z + 2}, \quad z_0 = 3i.$$

3). Вказати геометричний зміст (зсув, розтягнення, поворот) перетворення. $w = 2z + 3i$

4). Знайти лінійне відображення $w = az + b$, яке

а) точки z_1 та z_2 переводить в точки w_1 та w_2 ;

б) точку z_1 переводить в точку w_1 і залишає нерухомою точку z_0 .

$$z_1 = 1 + i, \quad z_2 = 1 + 2i, \quad w_1 = 9i, \quad w_2 = 1 - 2i, \quad z_0 = 1 - i.$$

5). Знайти лінійну функцію, яка відображає трикутник з вершинами в точках z_1, z_2, z_3 в площині z на подібний йому трикутник з вершинами в точках w_1, w_2, w_3 в площині w .

$$z_1 = 1 + i, \quad z_2 = 1 + 2i, \quad z_3 = 2i, \quad w_1 = 3i, \quad w_2 = 0, \quad w_3 = 3.$$

6). Знайти образ кола $|z| = r$ при відображенні $w = \frac{k}{z}$, $r = 4$, $k = 10$.

7). Знайти дробово-лінійну функцію, яка відображає три точки z_1, z_2, z_3 в три точки w_1, w_2, w_3 відповідно.

$$z_1 = 1 + i, \quad z_2 = 1 + 2i, \quad z_3 = 2i, \quad w_1 = 2i, \quad w_2 = 5 + 6i, \quad w_3 = -5i.$$

8). Знайти значення функції.

$$\text{а) } \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{101}; \quad \text{б) } \sqrt[6]{-4 - 4i}.$$

9). Знайти образи вказаних множин при відображенні степенною функцією $w = z^n \cdot \left\{z : 0 < \arg z < \frac{\pi}{3}\right\}$, $n = 3$.

10). Знайти образи вказаних множин при відображенні функцією $w = \sqrt{z}$, де гілка однозначності задається значенням функції в точці.

$\{z : \operatorname{Im} z > 0\}$, гілку задано відповідно $\sqrt{i} = -\frac{1+i}{\sqrt{2}}$.

11). Знайти образи вказаних множин при відображенні функцією $w = e^z$. $\{z : \operatorname{Im} z = 2\}$.

12). Знайти значення функції.

a) $\sin(\pi + i \ln 5)$; б) $\operatorname{th}(i\pi)$; в) $\operatorname{ch}\left(i\frac{\pi}{2}\right)$.

13). Знайти значення функції.

a) $\operatorname{Ln}(5 - 6i)$; б) $i^{\frac{2}{i}}$; в) $\operatorname{Arccos}(3i)$.

14). Знайти образи вказаних множин при відображенні функцією Жуковського. $\left\{z : |z| = \frac{1}{2}\right\}$, додатньо орієнтоване.

15). Знайти образи вказаних множин при відображенні вказаною функцією. $\{z : 0 < \operatorname{Re} z < \pi\}$ при $w = \operatorname{tg} z$.

8. Види контролю і система накопичення балів

	Вид контролю	Кількість балів
Поточний контроль за темами 1-5	1) Самостійна робота 1	5
	2) Самостійна робота 2	5
	3) Тестування за темами 1-5	10
	4) Контрольна робота 1	10
Разом		30
Поточний контроль за темами 6-10	5) Самостійна робота 3	5
	6) Самостійна робота 4	5
	7) Тестування за темами 6-10	10
	8) Контрольна робота 2	10
Разом		30
Підсумковий контроль	Захист індивідуального завдання	20
	Залік	20
Всього за семестр		100

Критерії оцінювання кожного з проведених видів контролю

1) Самостійна робота 1 складається з 5 завдань, кожне з яких оцінюється в 1 бал, за темами 1-2.

2) Самостійна робота 2 складається з 5 завдань, кожне з яких оцінюється в 1 бал, за темою «Дробово-лінійні відображення».

3) Тестування за темами 1-5 проводиться у письмовому вигляді (перевірка означень, теорем, формул), складається з 10 завдань, кожне з яких оцінюється в 1 бал.

4) Контрольна робота 1 складається з 5 завдань (властивості функцій, поняття конформного відображення, лінійні та дробово-лінійні відображення) кожне з яких оцінюється в 2 бали.

5) Самостійна робота 3 складається з 2 завдань кожне з яких оцінюється в 2,5 бали за темами «Степенева функція», «Показникова функція».

6) Самостійна робота 4 складається з 2 завдань, кожне з яких оцінюється в 2,5 бали за темами «Функція Жуковського», «Тригонометричні функції».

7) Тестування за темами 6-10 проводиться у письмовому вигляді (перевірка означень, основних теорем, формул), складається з 10 завдань, кожне з яких оцінюється в 1 бал.

8) Контрольна робота 2 складається з 5 завдань на побудову конформних відображень за допомогою комбінацій елементарних функцій, кожне з яких оцінюється в 2 бали.

9) Під час захисту індивідуального завдання потрібно пояснити або окремі етапи розв'язання обраних викладачем завдань, або повністю завдання. Максимальна кількість балів за індивідуальне завдання дорівнює 20 балів (по 2 бали за 1, 4, 5, 7, 10 завдання, по 1 балу – за інші завдання)

Шкала оцінювання: національна та ECTS

За шкалою ECTS	За шкалою університету	За національною шкалою	
		Екзамен	Залік
A	90 – 100 (відмінно)	5 (відмінно)	Зараховано
B	85 – 89 (дуже добре)	4 (добре)	
C	75 – 84 (добре)		
D	70 – 74 (задовільно)	3 (задовільно)	
E	60 – 69 (достатньо)		
FX	35 – 59 (незадовільно – з можливістю повторного складання)	2 (незадовільно)	Не зараховано
F	1 – 34 (незадовільно – з обов'язковим повторним курсом)		

9. Рекомендована література

Основна:

1. Волковыский Л. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. Москва : ФИЗМАЛИТ, 2002. 312 с.

2. Гребенюк С. М., Тітова О. О., Панасенко С. В. Теорія функцій комплексної змінної: навчальний посібник для студентів освітньо-кваліфікаційного рівня „бакалавр” напряму підготовки „Прикладна математика”. Запоріжжя: ЗНУ, 2015. 72 с.
3. Грищенко О. Ю., Ляшко С. І. Теорія функцій комплексної змінної. Київ : Київ. ун-т, 2009. 496 с.
4. Краснов М. Л., Киселев Л. И., Макаренко Г. И. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. Задачи и упражнения. Москва: Наука, 1981. 215 с.
5. Лаврентьев М. А., Шабат В. В. Методы теории функций комплексного переменного. Москва: Наука, 1973. 749 с.
6. Привалов И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного. Москва: Наука, 1984. 432 с.
7. Свешников А. Г., Тихонов А. Н. Теория функций комплексного переменного. Москва: Физматлит, 2005. 336 с.

Додаткова:

1. Копенфельс В., Штальман Ф. Практика конформных отображений. Москва : Изд-во иностранной лит-ры, 1963. 390 с.
2. Краснов М. Л., Киселев Л. И., Макаренко Г. И. Функции комплексного переменного: задачи и примеры с подробными решениями. Москва: Наука, 2003. 208 с.
3. Александров И. А., Луиц Г. Л., Эльсгольц Л.Э. Аналитические функции комплексного переменного. Москва: Высш. шк., 1984. 186 с.
4. Титчмарш Е. Теория функций. Москва: Наука, 1980. 463 с.
5. Иванов В. И. Конформные отображения и их приложения. Москва : Изд-во Едиториал УРСС, 2002. 324 с.

Інформаційні ресурси:

1. Сайт кафедри фундаментальної математики. URL:
http://kma-znu.ucoz.ru/index/uchebnaja_literatura/0-49
2. Бібліотека сайту EqWorld. URL:
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/complex.htm>
3. Бібліотека TWIRPX. URL:
<http://www.twirpx.com/files/mathematics/algebra/analysis/>

Погоджено

з навчальним відділом

Олена Шевченко О.В.

« 09 » вересня 2019р.