

ВВЕДЕННЯ

Визначення 1. *Кібернетика* — це наука, що вивчає загальні закономірності будови складних, систем керування й протікання в них процесів керування. А тому що будь-які процеси керування пов'язані із прийняттям розв'язків на основі одержуваної інформації, то кібернетикові часто визначають ще і як науку про загальні закони одержання, зберігання, передачі й перетворення інформації в складних керуючих системах.

Поява кібернетики як самостійного наукового напрямку відносять до 1948 р., коли американський учений, професор математики Массачусетського технологічного інституту Норберт Вінер (1894-1964) опублікував книгу «Кібернетика, або керування й зв'язок у тварині й машині». У цій книзі Вінер узагальнив закономірності, що ставляться до систем керування різної природи — біологічним, технічним і соціальним. У цих роботах доведено, що всі системи керування мають принципово однакову структуру (мал. В.1), що характеризується наявністю двох каналів зв'язки між керуючим органом і керованим об'єктом: каналу прямого зв'язку для передачі керуючої інформації й каналу зворотному зв'язку для передачі інформаційної інформації про стан і функціонування об'єкта. Більше того, математичні рівняння, якими описуються процеси керування в різномірних системах також виявляються подібними.

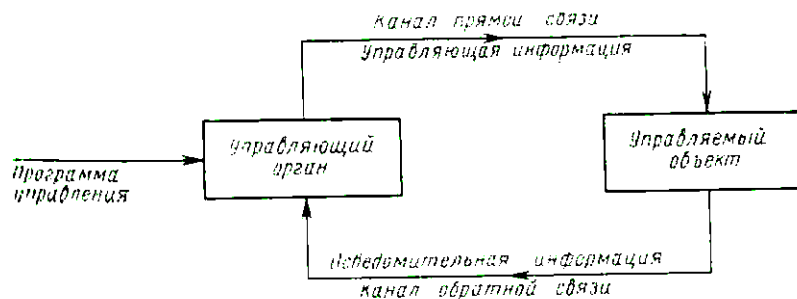


Рис. В.1. Простейшая структура системы управления

Термін «кібернетика» походить від грецького слова «кібернетес», що означає «кермовий», «керманич», причому в Прадавній Греції кібернетикою називали науку про кораблеводіння, навігацію. В 1834 г., становлячи класифікацію наук, відомий французький учений А. М. Ампер назвав кібернетикою науку про керування суспільними системами. Однак незабаром цей термін був забутий і, як було сказано вище, відроджений в 1948 р. Н. Вінером.

Кібернетика як наука про керування має, мабуть, об'єктом свого вивчення керуючі системи. Для того щоб у системі могли протікати процеси керування, ця система повинна мати певний ступінь складності. З іншого боку, здійснення процесів керування в системі має сенс тільки в тому випадку, якщо ця система змінюється, рухається, тобто якщо мова йде про динамічну систему. Тому можна уточнити, що

- об'єктом вивчення кібернетики є складні динамічні системи;
- предметом вивчення кібернетики є процеси керування в складних динамічних системах;
- основним методом кібернетики є метод математичного моделювання систем і процесів керування;
- основною метою кібернетики є оптимізація систем керування.

До основних методологічних принципам кібернетики ставиться застосування системного й функціонального підходу при описі й дослідженні складних систем. Системний підхід виходячи з вистав про певну цілісність системи виражається в комплексній її вивченні з позицій системного аналізу, тобто аналізу проблем і об'єктів як сукупності взаємозалежних елементів.

Функціональний аналіз має своєю метою виявлення й вивчення функціональних наслідків тих або інших явищ або подій для досліджуваного об'єкта. Відповідно функціональний підхід припускає облік результатів функціонального аналізу при дослідженні й синтезі систем керування.

Залежно від типу систем керування, які вивчаються прикладною кібернетикою, останню підрозділяють на технічну, біологічну й економічну кібернетику.

Технічна кібернетика — наука про керування технічними системами. Включає теорію автоматичного регулювання й керування, питання розробки й конструювання автоматів, у тому числі сучасних ЕОМ і роботів, проблеми технічних коштів збору, передачі, зберігання й перетворення інформації, упізнання образів і т.д.

Біологічна кібернетика вивчає загальні закони зберігання, передачі й переробки інформації в біологічних системах, її підрозділяють на:

- *медичну кібернетику*, яка займається моделюванням захворювань і використанням цих моделей для діагностики, прогнозування й лікування;
- *фізіологічну кібернетику*, що вивчає й моделює функції кліток і органів у нормі й патології;
- *нейрокібернетику*, у якій моделюються процеси переробки інформації в нервовій системі;
- *психологічну кібернетику*, що моделює психіку на основі вивчення поведінки людини.

Проміжною ланкою між біологічною й технічною кібернетикою є *біоніка* — наука про використання моделей біологічних процесів і механізмів як прототипів для вдосконалення й створення нових технічних устроїв.

Економічна кібернетика-наука, у якій використовуються методи й кошти кібернетики з метою дослідження й організації процесів керування в економічних системах. Сферою економічної кібернетики є питання оптимізації керування економікою країни в цілому, у галузях народного господарства, в економічних районах, промислових комплексах, на підприємствах, у цехах і т.д.

1. СИСТЕМИ

1.1. СИСТЕМА І ЇЇ ОСНОВНІ ВЛАСТИВОСТІ

Основним предметом дослідження кібернетики є процеси керування в більших, складних, динамічних системах. Таким чином, система є найважливішим поняттям кібернетики, а системологія, або наука про загальні властивості систем будь-якої природи, - одним з основних її розділів.

Єдиного загальноприйнятого визначення системи не існує. У самому широкому змісті під системою (від грецького — складене із частин, з'єднання) розуміють безліч, елементи якого закономірно зв'язані між собою. Елементами безлічі можуть при цьому бути ті або інші предмети, явища, знання, методи і т.д.

Визначення 2. *Системою* є сукупність взаємозалежних елементів, об'єднаних єдністю мети й загальними цілеспрямованими правилами взаємин.

Причому під сукупністю елементів тут слід розуміти не просто набір елементів, хоча б і із загальними ознаками, а набір, який дозволяє виявити в системі деяку загальну характеристику. Ця загальна характеристика хоча й залежить від характеристик окремих елементів, але не властива ні окремому елементу, ні набору взаємозалежних елементів. Взаємозв'язок елементів будемо розуміти так, що елементи, що не мають взаємозв'язки або взаємовпливи з іншими елементами системи, не належать даній системі.

Визначення 2А. *Система* — ця безліч, на якій реалізується заздалегідь дане відношення R з фіксованими властивостями P . Таким чином, якщо є безліч елементів M , на яким

виявляються якісь довільні відносини R , та ця безліч не обов'язкова буде визначатися як система. Системою ми його будемо називати лише в тому випадку, коли на безлічі елементів M буде виконуватися деяке певне, фіксоване відношення, наприклад, зв'язку або порядку. Поняття системи, природно, протиставляється поняттю хаосу. Хаотичним можна назвати така безліч елементів $m_1, \dots, m_i, \dots, m_n$, у якій при деякій події X у елементі m_i можуть відбутися всілякі події в елементах m_j , m_k і інших, причому така незалежність подій спостерігається повсюдно.

Якщо ж подія x в елементі m_i певним чином обмежує можливі події в інших елементах m_j , m_k і т.д., то можна затверджувати, що між m_i і m_j , між m_i і m_k і т.д. існує певний зв'язок. От такі безлічі, у яких спостерігаються певні взаємозв'язки, взаємодії між елементами, і є прикладами систем.

Як усяке фундаментальне поняття, термін «система» найкраще конкретизується при розгляді її основних властивостей. Для системи характерні наступні *основні властивості*:

- *цільспрямованість* — визначає поведінка системи;
- *складність* — залежить від безлічі вхідних у систему компонентів, їх структурної взаємодії, а також від складності внутрішніх і зовнішніх зв'язків і їх динамічності;
- *подільність* — система складається з ряду підсистем або елементів, виділених за певною ознакою, що відповідає конкретним цілям і завданням;
- *цілісність* — функціонування безлічі елементів системи підлегла єдиної мети. При цьому система проявляє так звані інтегративні, емерджентные (від англ. *emergent* — з'являючись виникаючий) властивості, тобто властивості, властиві системі в цілому, але відсутні в окремо взятих її елементах;
- *різноманіття елементів і відмінність їх природи* — це пов'язане з їхньою функціональною специфічністю й автономністю;
- *структурованість* — визначається наявністю встановлених зв'язків і відносин між елементами усередині системи, розподілом елементів системи по рівнях ієрархії.

При цьому існує вид систем, у яких події в одних елементах системи можуть обмежувати події в інших елементах однозначно. У такій системі зв'язку між елементами й подіями в них строго й однозначно визначені, детерміновані, і подібні системи називають *детермінованими*.

У системах іншого виду подія x в елементі m_i , може викликати виникнення подій y або z , а може бути y або z , або u у деякому іншому елементі m_j , причому можливість виникнення цих вторинних подій характеризується відповідно різними ймовірностями p_y, p_z, p_u і т.д. У системах такого роду зв'язки між елементами й подіями в них носять імовірнісний характер, і подібні системи називають *імовірнісними*, або *стохастическими*.

Слід зазначити, що строго детермінованих систем взагалі не існує. Тому поділ систем на детерміновані й стохастическіє є в умовним, і строго говорячи, усі системи є стохастическими, а детермінованими ми називаємо ті стохастическіє системи, у яких імовірність очікуваного події настільки близька до одиниці, що можна вважати практично, що ця подія завжди відбувається.

У системах обох видів має місце певний порядок: у першому випадку — твердий, у другому — імовірнісний. У всякому разі й ті, і інші системи протилежні хаосу. Однак найчастіше буває так, що люди визначають як хаос такі складні системи, у яких існують закономірні детерміновані або імовірнісні зв'язки, але ці зв'язки не вдається виявити й вивчити в досить короткі проміжки часу. Таким чином, експериментатор, а виходить, і наука виявляються здатними виявити аж ніяк не всякий вид порядку.

Найважливіша властивість систем виражає неаддитивність властивостей сукупності елементів, що утворюють систему, властивість її нелінійності. Це означає не тільки поява нових властивостей, але в деяких випадках і зникнення окремих властивостей елементів, що

спостерігалися до їхнього з'єднання в систему. Цей принцип появи в цілого властивостей, невиведених зі спостережуваних властивостей частин і зв'язків між ними, що особливо помітно проявляється в складних більших системах, названий принципом *емерджентності*.

1.2. СТРУКТУРА СИСТЕМ

Розглядаючи будь-яку систему, можна встановити, що обов'язковими компонентами її завжди є *елементи й зв'язку* між цими елементами. Результат узагальнення відносини, що описує систему (див. визначення), представляє структуру системи. Будь-яка структура взагалі — це певний взаємозв'язок, взаиморасположение складових частин будова, що характеризує, чого-небудь. Говорячи про кібернетичні системи, необхідно вказати на вирішальне значення для визначення їх структури саме характеру, способу, закону зв'язку між елементами системи. При цьому самі закони зв'язку між елементами у свою чергу суттєво залежать від властивостей елементів.

Будь-який елемент систем може бути розчленований на велику кількість складових елементів і т.д. аж до молекул, атома, електрона. Тому вмовимося називати елементом системи таку її частину, яка виконує певну специфічну функцію й не підлягає подальшому розчленуванню, є як би неподільною з погляду розглянутого процесу функціонування системи.

Процес розчленування системи на елементи й саме поняття елемента представляються досить відносними й умовними. Проте можна виходячи з логічних передумов і практичної доцільності досить зручно й чітко виділяти елементи системи таким чином, що вони будуть мати певну типову внутрішню структуру й представляти утвори, що характеризуються більш високою стабільністю, чому вся система в цілому. Елементи будь-яких реальних систем з погляду їх поведінки в системі в більшості випадків можна характеризувати тільки можливостями утворювати ті або інші види зв'язків — речовинні, енергетичні й інформаційні — з іншими елементами й із зовнішнім стосовно системи середовищем.

Підсистемою будемо називати виділене із системи підмножина взаємозалежних елементів, об'єднаних деяким цільовим призначенням. Поділ системи на підсистеми, а підсистеми — на більш дрібні, можна продовжувати доти, поки залишаються елементи (мінімум два), об'єднані загальною ознакою й метою. Правила об'єднання елементів для великої системи є більш загальними, для підсистеми - більш частками.

Будь-яка система може бути представлена як композиція (об'єднання) підсистем різних рівнів і рангів.

Декомпозиція як (поділ) системи на підсистеми може бути проведена по певних ознаках і різними способами. Розподіл системи на підсистеми по рівнях і рангам називають ієрархією.

При розподілі число рівнів і кількість підсистем у кожному рівні залежить від конкретної системи й не повинне обмовлятися заздалегідь, однак потрібно, щоб підсистеми, що входять у дану систему, при спільнім функціонуванні виконували всі функції системи.

Система керування даного рівня підкоряється системі більш високого рівня, до складу якої вона входить.

Структурою (від лат. *structura* — будова, розташування, прядок, взаємозв'язок складових частин) називається відносно постійний порядок внутрішніх просторово-тимчасових зв'язків системи між її елементами й взаємодії їх із зовнішнім середовищем, що визначає функціональне призначення системи.

Зв'язки системи підрозділяють на *зовнішні* й *внутрішні*. Зв'язки з підлеглими підсистемами або між ними вважаються внутрішніми, а зв'язки, що виходять за межі системи, - зовнішніми.

Речовинні зв'язки представляють канали, по яких елементи системи або системи в цілому обмінюються між собою тими або іншими речовинами. Енергетичні – представляють канали обміну різними видами енергії: механічної, тепловий, світловий, електричної й ін. Інформаційні – зв'язки, по яких передаються сигнали керування, команди, накази і т.д. {керуюча інформація} і відомості про стан об'єкта й навколишнього середовища (інформаційна інформація).

Ці три види зв'язків існують завжди невіддільно друг від друга, але залежно від того, який вид зв'язку тут є визначальним, можна віднести даний зв'язок до одному з перерахованих видів.

Основною характеристикою елемента в системі є його здатність до встановлення зв'язків, тобто породженню (генерації) або сприйняттю (поглинанню) безлічі зв'язків певного виду.

У першому випадку елемент виступає в ролі джерела, або генератора зв'язків, у другому випадку — у якості приймача, або поглинача зв'язків. Загальна кількість зв'язків, що входять або вихідних, які здатний утворювати елемент, можна назвати його валентністю. Однак ця здатність елементів, розглянутих поза системою, перебуває в потенційному стані й актуалізується тільки при включенні їх у систему.

Ідеалізований елемент представляє деякий абстрактний елемент, у якого відсутні будь-які фізичні властивості крім здатності до реалізації зв'язків з іншими подібними ідеалізованими елементами. Сукупність ідеалізованих елементів, об'єднаних необхідними зв'язками, утворює ідеалізовану модель системи.

1.5 РІВНІ АБСТРАКТНОГО ОПИСУ СИСТЕМ

Найбільш застосовними в практиці системного аналізу є наступні рівні абстрактного опису систем: символічний, або лінгвістичний; множинний[^]-множинний-теоретико-множинний; алгебраїчний[^]-алгебраїчний-абстрактно-алгебраїчний; топологічний; математичний[^]-математичний-логіко-математичний; інформаційний[^]-інформаційний-теоретико-інформаційний; динамічний; евристичний.

Лінгвістичний рівень опису системи — найбільш загальний урівень абстрагування. На лінгвістичному рівні опису, по М. Месаровичу, системою називається безліч правильних висловлень у деякій абстрактній мові, для якої визначені граматичні правила побудови висловлень. Усі висловлення діляться на два класи: терми (об'єкти дослідження) і функтори (відносини між термами). Для визначення абстрактної мови вводиться сукупність деяких символів, і задаються правила оперування ними.

Множинний[^]-множинне-теоретико-множинне визначення системи: система є власну підмножину $X_s \subset X$, де X - пряме (декартово) добуток безлічей X_i , $i = \overline{1, n}$:

$$X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n \quad (1.1)$$

Кожний елемент $x_i \in X_i$, у свою чергу, може бути безліччю, що дозволяє описувати ієрархію досить складних систем.

Алгебраїчний[^]-алгебраїчне-абстрактно-алгебраїчне визначення поняття системи: системою S називається деяка безліч елементів $\{S_i\} \in S, i = \overline{1, n}$, на яким задано відношення R з фіксованими властивостями P . Отже, система визначається завданням $S = S_1 \times S_2 \times \dots \times S_n$ і сімейством відносин $R = \{R_1, R_2, \dots, R_m\}$, наприклад, бінарних, тернарних і т.д.

Важливе значення в дослідженні реальних систем має *динамічне визначення складної системи*. З позицій динамічного підходу визначення системи зводиться до завдання вісімки величин:

$$S = \{T, X, U, \Omega, Y, \Gamma, \eta, \varphi\} \quad (1.2)$$

де

T - безліч моментів часу;

X - безліч припустимих вхідних впливів, $X = \{x: T \rightarrow \Omega\}$;

Ω - безліч миттєвих значень вхідних впливів;

U - безліч станів, або внутрішніх характеристик системи;

Y - безліч миттєвих значень вихідних сигналів;

Γ - безліч вихідних, величин, $\Gamma = \{\gamma: \mathbb{F} \rightarrow Y\}$;

η - вихідне відображення, $\eta: T \times U \rightarrow Y$;

φ - перехідна функція стану, $\varphi: T \times T \times U \times X \rightarrow U$.

Наведене визначення динамічної системи є надзвичайно загальним. Таке визначення має концептуальне значення, дозволяє виробити загальну термінологію, але не забезпечує одержання змістовних практичних висновків, і тому вимагає подальшої конкретизації й уведення додаткових структур, що буде здійснено нижче. Завдання, розглянуті в теорії систем на основі наведеного визначення, традиційні: це завдання стабільності, керування, ідентифікації, оптимізації, еквівалентності, структури, декомпозиції, синтезу й ряд інших.

Процес пізнання людиною навколишнього світу значною мірою пов'язаний зі створенням моделей, побудованих за принципом аналогій з досліджуваними об'єктами. Концепція моделі використовувалася людьми для вираження як реальних об'єктів (наскальний живопис, ідоли), так і абстрактних понять (системи диференціальних рівнянь). Мир моделей безмежно великий і різноманітний. Численні визначення моделі, використовувані різними дослідниками. Досить загальним, але змістовним представляється наступне визначення.

1.3. ІЄРАРХІЯ Й ВИДИ СИСТЕМ

Уже в попередньому параграфі під час обговорення поняття елемента системи вказувалося на умовність і відносність цього поняття. Справа в тому, що будь-який елемент завжди може розглядатися, що як полягає у свою чергу з ряду інших елементів.

Класифікація систем

Постепени складності структури виділяють прості й складні системи, іноді в окремий клас зводять так звані «більші» системи — сукупність різнорідних складних систем з порівняно слабкими зв'язками між ними.

Характеристики «складності» систем різноманітні й супроводжуються одночасно багатьма специфічними рисами, такими, як:

- багатокомпонентність системи (велика кількість елементів, зв'язків, більші обсяги циркулюючої інформації, ін.);
- різноманіття можливих форм зв'язків елементів (різнорідність структур деревоподібних, ієрархічних, ін.);
- многокритеріальність, тобто наявність ряду різнопланових (у тому числі суперечливих) критеріїв;
- різноманіття природи елементів, що становлять систему;
- високий динамізм поведінки системи і її структурних характеристик і ін.

Таким чином, будь-яка система має, як правило, ієрархічну структуру (від грецького «ієрархія» — «службові сходи», тобто ряд ланок, розташованих у порядку поступовості, від нижчого до вищого). Ієрархічну систему керування визначають як систему, що має багаторівневу структуру у функціональному, організаційному або якому-небудь іншому плані. Однак при розв'язку практичних завдань аналізу тих або інших систем достатнім виявляється виділення обмеженого числа шаблів ієрархії. При цьому системи нижчого рівня є підсистемами систем більш високого рівня, які у свою чергу є підсистемами систем ще більш високого рівня і т.д. аж до так званої суперсистеми, що перебуває на верхньому шаблі ієрархічної структури.

Достаток можливих зв'язків між більшою кількістю підсистем, що входять у систему, наявність таких зв'язків як між системами й підсистемами різних рівнів (по вертикалі), так і на одному рівні (по горизонталі), нарешті, наявність перехресних зв'язків надзвичайно утрудняють аналіз систем як єдиного цілого. У такий спосіб

Визначення 3. *Прості* називають таку систему, функціонування якої можна досліджувати (у межах поставленого завдання) як щось ціле без розбивки її на більш дрібні системи.

Визначення 4. *Більшими й складними* називають системи з розгалуженою структурою й значною кількістю взаємозалежних і взаємодіючих елементів. При цьому вважають, що більші системи переходять у складні в міру посилення взаємовпливу складових їхніх

компонентів, хоча чітку границю між більшими й складними системами провести неможливо.

По характеру переходу з одного стану в інше системи ділять на статичні й динамічні. *Динамічними* називають такі системи, перехід яких у новий стан не може відбуватися миттєво, а відбувається в результаті деякого процесу, розтягнутого в часі. Строго говорячи, усі реальні системи є динамічними. Однак практично можна зневажити часом перехідного процесу, якщо воно досить мало в порівнянні із часом того або іншого стану системи.

По своєму походженню системи розділяються на природні й штучні. До *природніх систем* ставляться всі системи, що виникли без участі людини, до *штучних* — системи, спроектовані й побудовані людиною.

1.4. СИСТЕМИ Й ЗОВНІШНЄ СЕРЕДОВИЩЕ

Функціонування будь-якої системи відбувається в деякій навколишній їй зовнішньому середовищі, що не входить у систему, але певним чином взаємодіючої з нею. Залежно від ступеня й практичної значимості цього, впливу кібернетичний системи підрозділяють на відкриті й закриті.

Процеси у *відкритих* системах визначаються впливами зовнішнього середовища й самі виявляють на неї вплив. Отже, їхнє функціонування визначається як внутрішньої, так і зовнішньою інформацією, що надходить на входи системи. У якості типових видів відкритих систем можна назвати:

системи, не повністю ізольовані від зовнішнього середовища (із зовнішніми збурюваннями або невизначеностями);

систем, що реагує на зовнішній вплив так, що цю викликає істотні зміни характеру поведінки (наприклад, організм тварин й рослин й взагалі різні, що самоорганізуються

системи, з якими зовнішнє середовище взаємодіє двустороннє, тобто при впливі на систему ззовні зовнішнє середовище одночасно випробовує реакції системи — вплив з її боку.

Закриті, або замкнені, системи — це системи, у процесі функціонування яких використовується тільки та інформація, яка виробляється усередині самої системи, так що всі взаємодії між елементами системи визначаються процесами, що протікають усередині самої системи.

Простором станів системи називається простір, кожній крапці якого (так званій крапці, що зображує) однозначно відповідає певний стан розглянутої динамічної системи, а кожному процесу зміни станів системи відповідає певна траєкторія переміщення крапки, що зображує, у просторі.

Рух будь-якої системи представляє деяку послідовність змін її станів.

Під стабільністю, або стійкістю, системи в широкому змісті розуміється властивість системи вертатися в деякий стан, що встановився, або режим після порушення останнього якими-небудь зовнішніми або внутрішніми факторами.

Система може характеризуватися досить складною поведінкою, безупинно змінюватися, але при цьому деякі її параметри можуть зберігати постійні значення. У такому випадку можна говорити про стабільність системи щодо саме цих параметрів.

З поняттям стабільності тісно зв'язане поняття *гомеостазу* або *гомеостазиса* (від грецького *гомео* — рівний, *стазис* — стан), застосоване спочатку в біології, де воно позначало підтримку сталості істотних параметрів організму (температури, тиску, складу крові й ін.). У цей час гомеостазисом називають взагалі властивість системи при взаємодії із зовнішнім середовищем зберігати істотні параметри в деяких заданих межах.

2. Модель

Модель — представлені системи, об'єкта, поняття в деякій формі, відмінної від форми їхнього реального існування.

У кібернетичній моделюванні домінуючу роль відіграє подібність поведінки й/або структури оригіналу й моделі, відмінність в утримуванні не відіграє визначальної ролі, оскільки

аналогічні залежності між входами й виходами можуть бути, по визначенню, реалізовані об'єктами різної природи.

Оцінка адекватності пари «оригінал-модель» може бути здійснена з використанням понять ізоморфізму гомоморфізму.

Ізоморфізм. У строго математичному змісті ізоморфізм двох систем: $S_1 : X_1 \rightarrow Y_1$, $S_2 : X_2 \rightarrow Y_2$ означає, що між входами й виходами обох систем існує взаємно однозначна відповідність, або що системи неотличимі для спостерігача, якому доступні лише входи й виходи цих систем:

$$h_x : X_1 \rightarrow X_2, h_y : Y_1 \rightarrow Y_2 \wedge h_x : X_2 \rightarrow X_1, h_y : Y_2 \rightarrow Y_1 \quad (2.1)$$

де h_x, h_y – відносини ізоморфізму, або

$$h_x(X_1, X_2) \wedge h_y(Y_1, Y_2) \quad (2.2)$$

такі, що

$$h = (h_x, h_y) : X_1 \times Y_1 \rightarrow X_2 \times Y_2 \wedge X_2 \times Y_2 \rightarrow X_1 \times Y_1 \quad (2.3)$$

Поняття ізоморфізму систем поширюється й на структурні й на поведінкові характеристики систем.

Системи S_1 і S_2 між якими існує відношення ізоморфізму, називаються *ізоморфними*, якщо будь-яким однаковим просторово-тимчасовим розподілом порушень їх входів відповідають однакові просторово-тимчасові розподіли реакцій на їхніх виходах.

Так, наприклад ізоморфні місцевість і географічна карта, об'єкт зйомки й фотографія, знімок і негатив і т.д.

Наявність ізоморфізму між системою-оригіналом і системою-моделлю характеризує досить високий ступінь адекватності, забезпечення якої при побудові моделі сполучене з більшими труднощами й, загалом кажучи, не є необхідним. При побудові моделей виконавець, керуючись конкретними цілями, виділяє лише найбільш істотні фактори, властиві реальній системі, які в моделі повинні бути відбиті з максимальною повнотою й точністю, необхідною в данім дослідженні. Інші, несуттєві фактори можуть відобразитися в моделі або з меншою точністю, або можуть бути виключені. Це є перевагою моделі, оскільки дозволяє проводити дослідження на більш простому, у порівнянні з реальним, об'єкті. Відсутність повного збігу всіх характеристик моделі й оригіналу, особливо в області економіко-математичного моделювання, не дозволяє затверджувати наявність ізоморфізму між реальною системою і її моделлю.

Важливою часткам случаємо співвідношення «оригінал-модель» є відношення гомоморфізму, при яким між системами S_1 і S_2 , існує однозначне пряме й неоднозначно-зворотна відповідність. Так, модель, отримана з реальної системи шляхом її спрощення (наприклад, за рахунок зменшення числа змінних шляхом їхнього об'єднання) є гомоморфною моделлю.

Гомоморфізм. Нехай $S_1 : X_1 \rightarrow Y_1$, $S_2 : X_2 \rightarrow Y_2$ – система оригінал і її модель, а $h = (h_x, h_y)$ – гомоморфізм із $X_1 \times Y_1$ в $X_2 \times Y_2$, причому відображення h_x – сюр'єктивно. Відображення h_x називається *сюр'єктивним* (накриттям, або відображенням на), якщо для кожного $x_2 \in X_2$, існує такий $x_1 \in X_1$, що $h_x(x_1) = x_2$. Тоді система S_2 називається гомоморфною моделлю S_1 в тому й тільки в тому випадку, коли $(\forall (x_i, y_i))((x_i, y_i) \in S_1 \Rightarrow h(x_i, y_i) \in S_2)$.

Аналогічно визначається поняття гомоморфних моделей для структурованих і динамічних систем.

Математичне моделювання. Традиційною виставою про математичну модель є її сприйняття як інструмента для прогнозування наслідків альтернативних дій з метою вибору найбільш кращого. Однак значно важливіше те, що моделювання – це метод, що підвищує ефективність суджень і розв'язків. Математичні моделі використовуються для формалізації

цілей, властивих більшості економічних систем і наявних обмежень, що накладають діючими економічними законами.

Однак є велика кількість проблем, що не піддаються адекватному моделюванню, наприклад: захист навколишнього середовища від забруднень, запобігання злочинності, керування розвитком і ростом міст і т.п. – вони характеризуються неясністю й суперечливістю цілей, альтернатив розвитку, диктуємих нестабільними політичними й соціальними факторами.

Математичні моделі багатофункціональні, їх основні функції характеризують широту області їх застосування:

1. Моделі є важливим коштом осмислення дійсності (графічні, масштабні, мережні, мережні моделі).
2. Моделі виступають своєрідним коштом спілкування, оскільки в стислій, точній формі дозволяють організувати діалог.
3. Моделі виконують функцію навчання й тренажу (навчальні програми, імітаційні ігри на ЕОМ, що використовують принципово відмінні від реальних стимули й мотиви прийняття розв'язків).
4. Моделі широко використовуються як інструмент прогнозування й планування, дозволяючи розглянути значне число альтернатив і оцінити можливі наслідки від прийняття того або іншого розв'язку.
5. Моделювання є основним методом оптимізації управлінських розв'язків, відображаючи або відтворюючи умови розвитку досліджуваного процесу.
6. Застосування моделей як кошту побудови експериментів дозволяє здійснювати керування процесом експериментування з більшою простотою й меншими витратами, чому якби експеримент проводився з реальною системою, одержуючи, найчастіше, більше корисної інформації про поведінку системи в умовах широкого спектра мінливих факторів зовнішнього середовища.

Визначення економіко-математичної моделі: це сукупність математичних виражень, що описуються економічні об'єкти, процеси і явища, дослідження яких дозволяє одержати необхідну інформацію для реалізації цілей керування моделіруємою системою.

Економіко-математична модель, як правило, включає три основні складові частини:

цільову функцію або функціонал моделі – математичне вираження мети;

систему функціональних обмежень, що визначають межі зміни досліджуваних характеристик об'єктів, процесів або явищ;

систему параметрів моделі, що фіксують умови проведення модельного експерименту (система норм, нормативів, тимчасові параметри реального часу, системного часу, початкові умови й т.п.).

У загальному виді статична економіко-математична модель системи може бути записана у вигляді:

$$Y = F(x, \omega, \alpha), \quad (2.4)$$

де

x – екзогенні змінні, або керування, керовані змінні; фактори; входи;

ω - некеровані змінні або збурювання;

α - параметри системи; будь-які дійсні числа;

Y - ендогенні або залежні змінні, відгуки;

F - визначає вид функціональної залежності, відіграє роль оператора перетворення.

При вивченні економічної системи в русі рівняння моделі має вигляд:

$$Y(t) = F(x(t), \omega(t), \alpha), \quad (2.4)$$

При цьому часто використовують дві концепції побудови **динамічних** моделей: без обліку лагів або запізнювань між входами й виходами – так звані динамічні безынерционные моделі; і з урахуванням лагів – інерційні динамічні моделі. Безынерционные інакше називають **кінематичними**. Слід підкреслити, що кінематична модель відрізняється від динамічної тим, що перехідні процеси в системі, обумовлені її інерційними властивостями,

що й демпфірують, не враховуються. В інформативнім відношенні вони менш змістовні, чому динамічні. В англійській мові для опису таких систем служать терміни «dynamic» і «dynamical».

Класифікація моделей. При класифікації економіко-математичних моделей ураховуються різні ознаки, кожний служить певної мети. Деякі типові групи моделей, які можуть бути покладені в основу системи класифікації:

статистичні й динамічні;

детерміновані й стохастические;

дискретні й безперервні;

лінійні й нелінійні;

балансові моделі;

імітаційні моделі;

моделі математичного програмування;

моделі, засновані на теорії графів;

моделі засновані на теорії ймовірностей і математичній статистиці.

При моделюванні складної системи дослідник звичайно досліджує сукупність декількох моделей із числа різновидів, згаданих вище. Будь-яка система може бути представлена різними способами, що відрізняються по складності й у деталях. У міру того, як дослідник глибше аналізує й пізнає проблему, прості моделі переміняються усе більш складними.

Методика моделювання. Основної успішної методики моделювання є багатоетапний процес обробки моделі. Звичайно починають із боле простий моделі, поступово вдосконалюючи її домагаючись, щоб вона відображала моделювану систему більш точно. Доти, поки модель піддається математичному опису, дослідник може одержувати всі нові її модифікації, деталізуючи й конкретизуючи вихідні передумови. Коли ж модель стає некерованою, проектувальник прибігає до її спрощення й використовує більш загальні абстракції. Процес моделювання, таким чином, носить еволюційний характер і здійснюється у відповідності з наступними етапами.

Етапи моделювання:

1. Аналіз проблеми й визначення загального завдання дослідження.
2. Декомпозиція загального завдання на ряд більш простих підзадач, що утворюють взаємозалежний комплекс.
3. Визначення чітке сформульованих цілей і їх упорядочивание.
4. Пошук аналогій або прийняття розв'язків про спосіб побудови підмоделей.
5. Вибір системи екзогенних і ендогенних змінних, необхідних параметрів.
6. Запис очевидних співвідношень між ними.
7. Аналіз отриманої моделі й початок еволюційного конструювання: розширення або спрощення моделі.

Спростити модель можна, виконавши одну з перерахованих нижче операцій:

- перетворення змінних величин у константи;
- перетворення імовірнісних факторів у детерміновані;
- виключення деяких змінних або їх об'єднання;
- використання припущень про лінійний характер залежностей між змінними;
- уведення твердих вихідних передумов і обмежень;
- зменшення кількості ступенів волі шляхом накладення більш твердих граничних умов.

Розширення моделі припускає зворотне.

Помітимо, що не існує надійних і ефективних рецептів щодо того, як слід здійснювати процес моделювання, тому процес розробки моделі найчастіше носить евристичний характер, що дає можливість дослідникові виявити свої творчі здібності.

Творчий характер процесу моделювання визначає різноманітність оцінки якості моделі. З погляду розроблювача «гарною» моделлю є *нетривіальна, потужна й витончена модель*. Нетривіальна модель дозволяє проникнути в сутність поведінки системи й розкрити деталі, не очевидні при безпосередньому спостереженні. Потужна дозволяє одержати безліч таких нетривіальних висновків. Витончена має досить просту структуру й реалізуемость. З погляду користувачів, які проявляють більше прагматизму при оцінці моделі, «гарна» модель – це модель **релевантна, точна, результативна, економічна**. Модель є релевантною, якщо вона відповідає поставленій перед нею мети; точною, якщо її результати достовірні; результативною, якщо отримані результати дають продуктивні висновки; і економічною, якщо ефект від використання отриманих результатів перевершує витрати на її обробку й реалізацію.

У кожному разі, дослідник повинен обґрунтовувати необхідність використання конкретно застосовуваної моделі.

Обґрунтування моделі припускає виконання наступних процедур:

Вертифікація, проведення якої переконує в тому, що модель поводить ся так, як було задумано.

Оцінка адекватності – перевірка відповідності між поведінкою моделі й поведінкою реальної системи.

Проблемний аналіз – формулювання значимих висновків на основі результатів, отриманих у ході моделювання.

Як показує досвід, найбільша обґрунтованість моделі досягається:

- використанням здорового глузду й логіки;
- максимальним використанням емпіричних даних;
- перевіркою правильності вихідних припущень і коректності перетворень від входу до виходу;
- застосуванням на стадії доведення моделі контрольних випробувань моделі, що підтверджують працездатність моделі;
- порівнянням відповідності входів і виходів моделі й реальної системи (якщо вони доступні) з використанням статистичних методів і випробувань типу тесту Тьюрінга;
- проведенням, коли це доцільно, натурних або польових випробувань моделі або її підмоделей;
- проведенням аналізу чутливості моделі стосовно мінливих зовнішніх умов;
- порівнянням результатів модельних прогнозів з результатами функціонування реальної системи, яка зазнала моделювання.