

Если нужно выбрать два или несколько параметров системы, то такого рода вычисления нужно проделать несколько раз, меняя каждый раз один из параметров при заданных значениях всех остальных.

Вычисление корней при этом можно производить при помощи стандартных программ для цифровых машин с выводом траектории корней на экран дисплея. Другой способ построения траекторий корней рассмотрен в [91].

## § 12.4. Метод стандартных переходных характеристик

Для получения необходимых значений коэффициентов передаточной функции разомкнутой системы можно воспользоваться стандартными переходными характеристиками. Для большей общности эти характеристики строятся в нормированном виде. В этом случае по оси времени откладывается относительное время  $\tau = \Omega_0 t$ , где  $\Omega_0$  — среднегеометрический корень характеристического уравнения, определяющий быстродействие системы.

При построении стандартных переходных характеристик необходимо задаться определенным распределением корней характеристического уравнения.

Ниже приводятся стандартные характеристики и соответствующие передаточные функции [44].

Для систем с астатизмом первого порядка корни приняты вещественными, причем они составляют арифметическую прогрессию. В табл. 12.1 приведены передаточные функции разомкнутой системы для различных порядков характеристического уравнения  $n = 2 + 4$ , получающиеся при этом значения перерегулирования  $\sigma\%$  и добротности по скорости  $K_v$ .

Нормированные переходные характеристики для каждого случая приведены на рис. 12.1, а.

Для систем с астатизмом второго порядка корни также приняты вещественными, причем они составляют геометрическую прогрессию. Соответствующие передаточные функции приведены в табл. 12.2, а переходные характеристики — на рис. 12.1, б.

Таблица 12.1. Стандартные передаточные функции разомкнутой системы с астатизмом первого порядка при  $n = 2 + 4$

| $n$ | $\sigma\%$ | $K_v$                  | $W(p)$   |
|-----|------------|------------------------|--|
| 2   | 5          | $\frac{\Omega_0}{1,4}$ | $\frac{\Omega_0^2}{p^2 + 1,4\Omega_0 p}$   |
| 3   | 8          | $\frac{\Omega_0}{2}$   | $\frac{\Omega_0^3}{p^3 + 2\Omega_0 p^2 + 2\Omega_0^2 p}$                         |
| 5   | 10         | $\frac{\Omega_0}{2,6}$ | $\frac{\Omega_0^4}{p^4 + 2,6\Omega_0 p^3 + 3,4\Omega_0^2 p^2 + 2,6\Omega_0^3 p}$ |

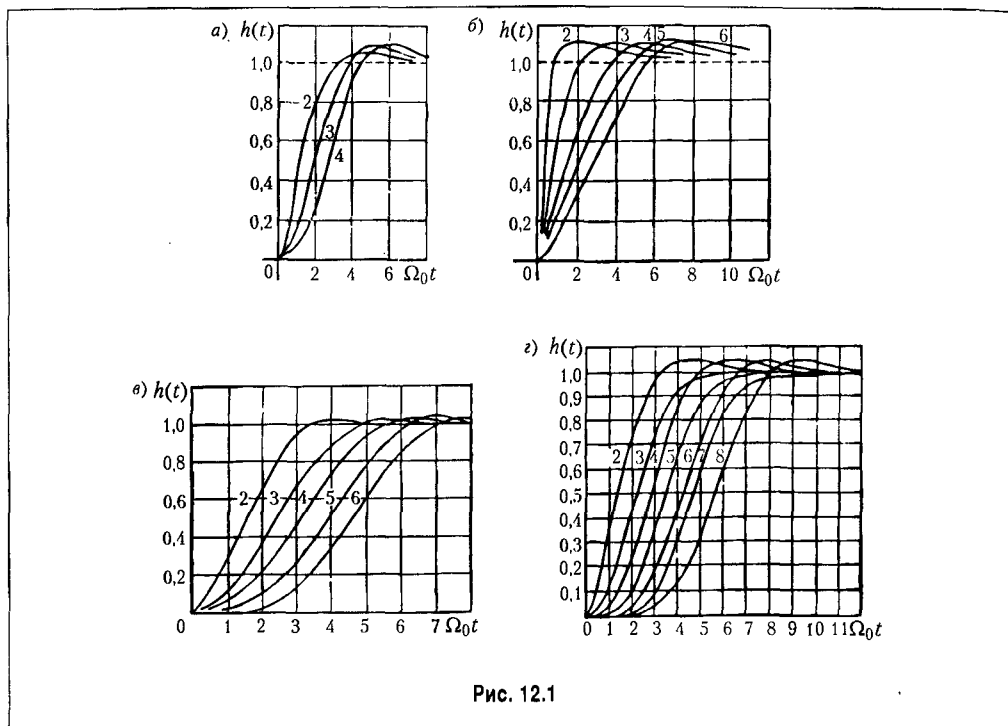


Рис. 12.1

 Таблица 12.2. Стандартные передаточные функции разомкнутой системы с астатизмом второго порядка при  $n = 2 + 6$ 

| $n$ | $\sigma\%$ | $K_e$                    | $W(p)$  |
|-----|------------|--------------------------|---|
| 2   | 10         | $\frac{\Omega_0^2}{5,1}$ | $\frac{2,5\Omega_0 p + \Omega_0^2}{p^2}$  |
| 3   | 10         | $\frac{\Omega_0^2}{5,1}$ | $\frac{6,3\Omega_0^2 p + \Omega_0^3}{p^3 + 5,1\Omega_0 p^3}$  |
| 4   | 10         | $\frac{\Omega_0^2}{16}$  | $\frac{12\Omega_0^3 p + \Omega_0^4}{p^4 + 7,2\Omega_0 p^3 + 16\Omega_0^2 p^2}$                                      |
| 5   | 10         | $\frac{\Omega_0^2}{38}$  | $\frac{18\Omega_0^4 p + \Omega_0^5}{p^5 + 9\Omega_0 p^4 + 29\Omega_0^2 p^3 + 38\Omega_0^3 p^2}$                     |
| 6   | 10         | $\frac{\Omega_0^2}{73}$  | $\frac{25\Omega_0^5 p + \Omega_0^6}{p^6 + 11\Omega_0 p^5 + 43\Omega_0^2 p^4 + 83\Omega_0^3 p^3 + 73\Omega_0^4 p^2}$ |

Использование метода стандартных переходных характеристик для синтеза заключается в том, что для принятой структурной схемы выбирается приемлемый вид переходного процесса. Это позволяет установить необходимое значение среднегеометрического корня  $\Omega_0$ . Далее оказываются известными все коэффициенты желаемой передаточной функции системы. Введением различных корректирующих средств необходимо добиться того, чтобы коэффициенты реальной передаточной функции были возможно ближе к коэффициентам желаемой передаточной функции.

Этот метод может применяться и в том случае, когда важно обеспечить требуемую точность работы системы, которая может быть задана, например, при помощи коэффициентов ошибок. Тогда при заданных значениях коэффициентов ошибок можно определить требуемое значение  $K_v$  или  $K_e$ , а по ним найти величину  $\Omega_0$ . Далее расчет ведется так, как описано выше.

Недостатком рассмотренного метода является то, что при построении стандартных переходных процессов приняты вещественные корни. Это во многих случаях не приводит к оптимальному решению. Однако стандартные переходные характеристики можно сравнительно просто построить для любого другого расположения корней, в том числе и для комплексных корней. Предлагается, например, такое решение [44]. Пусть характеристическое уравнение записано в виде

$$p^n + A_1\Omega_0 p^{n-1} + A_2\Omega_0^2 p^{n-2} + \dots + \Omega_0^n = 0,$$

где  $\Omega_0$  — среднегеометрический корень.

Если принять все корни равными и вещественными, то это характеристическое уравнение приобретает вид

$$(p + \Omega_0)^n = 0. \quad (12.30)$$

В этом случае безразмерные коэффициенты  $A_1, \dots, A_{n-1}$  являются коэффициентами бинома Ньютона.

Однако переходный процесс затухает быстрее, если характеристическое уравнение при четном  $n$  имеет вид

$$(p^2 + 2\zeta\Omega_0 p + \Omega_0^2)^{\frac{n}{2}} = 0 \quad (12.31)$$

и при нечетном  $n$

$$(p + \Omega_0)(p^2 + 2\zeta\Omega_0 p + \Omega_0^2)^{\frac{n-1}{2}} = 0, \quad (12.32)$$

причем безразмерный параметр затухания  $\zeta = 0,7 \div 0,8$ .

В табл. 12.3 для случая  $\zeta = 0,75$  приведены значения безразмерных коэффициентов  $A_1, \dots, A_{n-1}$ , причем  $A_0 = 1$  и  $A_n = 1$ , для степени характеристического уравнения от 2 до 6.

На рис. 12.1, в приведены нормированные переходные характеристики, соответствующие характеристическому уравнению (12.32), если в него ввести правую часть в виде  $\Omega_0^n f(t)$ .

Таблица 12.3. Коэффициенты характеристического уравнения для кратных корней

| $n$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$  | $A_4$ | $A_5$ |
|-----|-------|-------|--------|-------|-------|
| 2   | 1,5   |       |        |       |       |
| 3   | 2,5   | 2,5   |        |       |       |
| 4   | 3     | 4,25  | 3      |       |       |
| 5   | 4     | 7,25  | 7,25   | 4     |       |
| 6   | 4,5   | 9,25  | 12,375 | 9,25  | 4,5   |

Таблица 12.4. Коэффициенты характеристического уравнения (оптимальный случай)

| $n$ | $\gamma/\eta$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ | $A_7$ |
|-----|---------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 2   | 1             | 1,38  |       |       |       |       |       |       |
| 3   | 1,45          | 2,05  | 2,39  |       |       |       |       |       |
| 4   | 0,79          | 2,6   | 3,8   | 2,8   |       |       |       |       |
| 5   | 1,5           | 2,5   | 5,3   | 5,46  | 3,64  |       |       |       |
| 6   | 0,64          | 3,73  | 8,0   | 10,3  | 8,56  | 4,18  |       |       |
| 7   | 1,5           | 2,76  | 8,12  | 11,74 | 14,35 | 11,5  | 4,86  |       |
| 8   | 0,57          | 4,65  | 9,42  | 22,7  | 28,4  | 24,3  | 15,0  | 5,45  |

Переходный процесс затухает еще быстрее, если принять не кратное распределение комплексных корней [44]. В этом случае все корни имеют одинаковую вещественную часть  $\eta$ . Мнимые части корней образуют арифметическую прогрессию с разностью  $\gamma$  и первым членом также  $\gamma$ . Для каждой степени характеристического уравнения существует некоторое оптимальное отношение  $\gamma/\eta$ , которому соответствует наибольшее быстродействие в безразмерном времени. Безразмерные коэффициенты характеристического уравнения для этого случая приведены в табл. 12.4, а переходные характеристики изображены на рис. 12.1, г.

При наличии нулей у передаточной функции принятые в табл. 12.3 и 12.4 распределения корней оказываются неудачными вследствие появления большого перерегулирования. В этом случае оказывается более выгодным использование расположения корней на вещественной оси по арифметической прогрессии (см. табл. 12.1 и 12.2).

## § 12.5. Метод логарифмических амплитудных характеристик

Наиболее приемлемы для целей синтеза логарифмические амплитудные характеристики, так как построение л. а. х., как правило, может делаться почти без вычислительной работы. Особенно удобно использовать асимптотические л. а. х.

Процесс синтеза обычно включает в себя следующие операции.

1. Построение желаемой л. а. х. Построение желаемой л. а. х. делается на основе тех требований, которые предъявляются к проектируемой системе управления. При построении желаемой л. а. х. необходимо быть уверенным, что вид амплитудной характеристики полностью определяет характер переходных процессов и нет необходимости вводить в рассмотрение фазовую характеристику. Это будет выполняться в случае минимально-фазовых систем. В этом случае амплитудная характеристика однозначно определяет вид фазовой характеристики. Напомним, что передаточная функция разомкнутой минимально-фазовой системы не должна иметь нулей и полюсов, расположенных в правой полуплоскости.

2. Построение располагаемой л. а. х. Под располагаемой л. а. х. понимается характеристика исходной системы управления, построенной исходя из требуемых режимов стабилизации или слежения, требуемых выходной мощности, скорости, ускорения и т. п. Обычно под исходной системой понимается система, состоящая из управляемого объекта и управляющего устройства и не снабженная необходимыми корректирующими средствами, обеспечивающими требуемое качество переходного процесса. Исходная система должна быть также минимально-фазовой.

3. Определение вида и параметров корректирующего устройства. Наиболее просто определяется корректирующее устройство последовательного типа. Если желаемая передаточная функция разомкнутой системы —  $W_{\text{ж}}(p)$ , располагаемая —  $W_{\text{р}}(p)$  и передаточная функция корректирующего звена последовательного типа —  $W_{\text{пз}}(p)$ , то можно записать равенство

$$W_{\text{ж}}(p) = W_{\text{р}}(p)W_{\text{пз}}(p), \quad (12.33)$$

откуда

$$W_{\text{пз}}(p) = \frac{W_{\text{ж}}(p)}{W_{\text{р}}(p)}. \quad (12.34)$$

Для л. а. х. можно записать

$$L_{\text{пз}}(\omega) = L_{\text{ж}}(\omega) - L_{\text{р}}(\omega). \quad (12.35)$$

Таким образом, при использовании л. а. х. весьма легко осуществляется синтез последовательных корректирующих средств, так как л. а. х. корректирующих средств получается простым вычитанием ординат располагаемой л. а. х. из ординат желаемой.

4. Техническая реализация корректирующих средств. По виду л. а. х. необходимо подобрать схему и параметры корректирующего звена последовательного типа. В случае необходимости последовательное звено может быть пересчитано на эквивалентное параллельное звено или эквивалентную обратную связь по формулам, которые приведены в § 10.4.

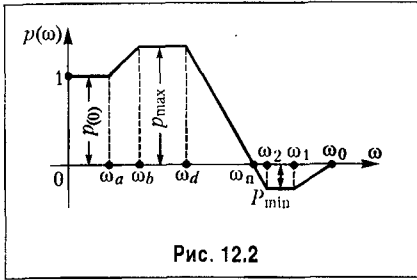


Рис. 12.2

5. Поверочный расчет и построение переходного процесса. В случае необходимости полученная система управления вместе с корректирующими средствами может быть исследована обычными методами анализа.

Ниже приводится краткое изложение метода синтеза, разработанного В. В. Солодовниковым [89] для следящих систем с астатизмом первого порядка.

В основу синтеза положены следующие показатели качества:

- 1) перерегулирование  $\sigma\%$  при единичном ступенчатом воздействии на входе;
- 2) время переходного процесса  $t_{п}$ ;
- 3) коэффициенты ошибок  $c_1$  и  $c_2/2$ .

В рассмотрение вводится типовая вещественная частотная характеристика замкнутой системы (рис. 12.2). Эта характеристика описывается следующими величинами:  $\kappa = \omega_d/\omega_n$  — основной коэффициент наклона;  $\kappa_a = \omega_a/\omega_b$  и  $\kappa_1 = \omega_1/\omega_0$  — дополнительные коэффициенты наклона;  $\lambda_1 = \omega_b/\omega_n$  и  $\lambda_2 = \omega_2/\omega_0$  — основной и дополнительный коэффициенты формы;  $\omega_n$  — интервал положительности.

Если в следящей системе с приемлемыми динамическими качествами для вещественной частотной характеристики выполняются условия:

$$\kappa \leq 0,8, \quad \kappa_a \geq 0,4, \quad \lambda \geq 0,5,$$

то, как показало построение соответствующих типовым вещественным характеристикам переходных процессов, величина перерегулирования в основном определяется величиной  $P_{max}$ . В этом случае перерегулирование  $\sigma\%$  и время переходного процесса могут быть определены по кривым, приведенным на рис. 12.3.

Таким образом, на основании заданного перерегулирования  $\sigma\%$  можно определить  $P_{max}$  и затем по  $P_{max}$  зависимость между временем переходного процесса  $t_{п}$  и частотой  $\omega_n$ , соответствующей интервалу положительности вещественной характеристики. По заданному значению  $t_{п}$  легко определяется требуемое значение  $\omega_n$ .

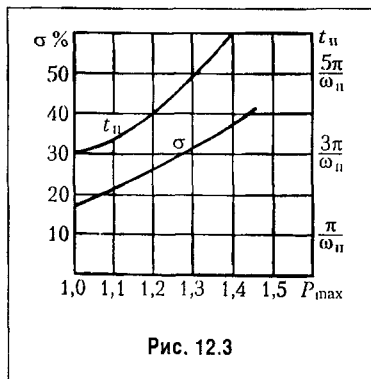


Рис. 12.3

Однако отрицательная часть вещественной характеристики также влияет на перерегулирование, увеличивая его на величину  $\Delta\sigma \leq 0,3 P_{min}$ . Это можно учесть, положив  $P_{min} \approx 1 - P_{max}$ . Тогда по кривой, изображенной на рис. 12.3, можно найти допустимые значения  $P_{max}$  и  $P_{min} = 1 - P_{max}$ , при которых суммарное перерегулирование не будет превосходить заданного значения  $\sigma\%$ .

В табл. 12.5 приведены некоторые типовые значения  $P_{max}$  и соответствующие им качественные показатели замкнутой системы.

После нахождения основных величин для типовой вещественной характеристики переходят к фор-

Таблица 12.5

| $P_{\max}$ | $\sigma\%$ | $t_n$                    | Число колебаний | $P_{\max}$ | $\sigma\%$ | $t_n$                    | Число колебаний |
|------------|------------|--------------------------|-----------------|------------|------------|--------------------------|-----------------|
| 1,4        | $\leq 38$  | $\leq 6\pi/\omega_{\Pi}$ | $\leq 3$        | 1,2        | $\leq 26$  | $\leq 4\pi/\omega_{\Pi}$ | $\leq 2$        |
| 1,3        | $\leq 32$  | $\leq 5\pi/\omega_{\Pi}$ | $\leq 2$        | 1,0        | $\leq 17$  | $\leq 3\pi/\omega_{\Pi}$ | 1               |

мированию желаемой логарифмической амплитудной характеристики. При этом очевидно, что фазовая характеристика разомкнутой системы должна так проходить, чтобы обеспечивалась не только устойчивость, но и определенный запас устойчивости.

Вещественная характеристика замкнутой системы связана с частотной передаточной функцией разомкнутой системы  $W(j\omega)$  зависимостью

$$P(\omega) = \operatorname{Re} \frac{W(j\omega)}{1+W(j\omega)} = \operatorname{Re} \frac{U(\omega) + jV(\omega)}{1+U(\omega) + jV(\omega)}. \quad (12.36)$$

Задаваясь различными значениями  $P(\omega) = \text{const}$ , на комплексной плоскости можно построить кривые, дающие связь между вещественной и мнимой частями  $W(j\omega)$  или между ее модулем и фазой (или запасом по фазе). На рис. 12.4 приведено подоб-

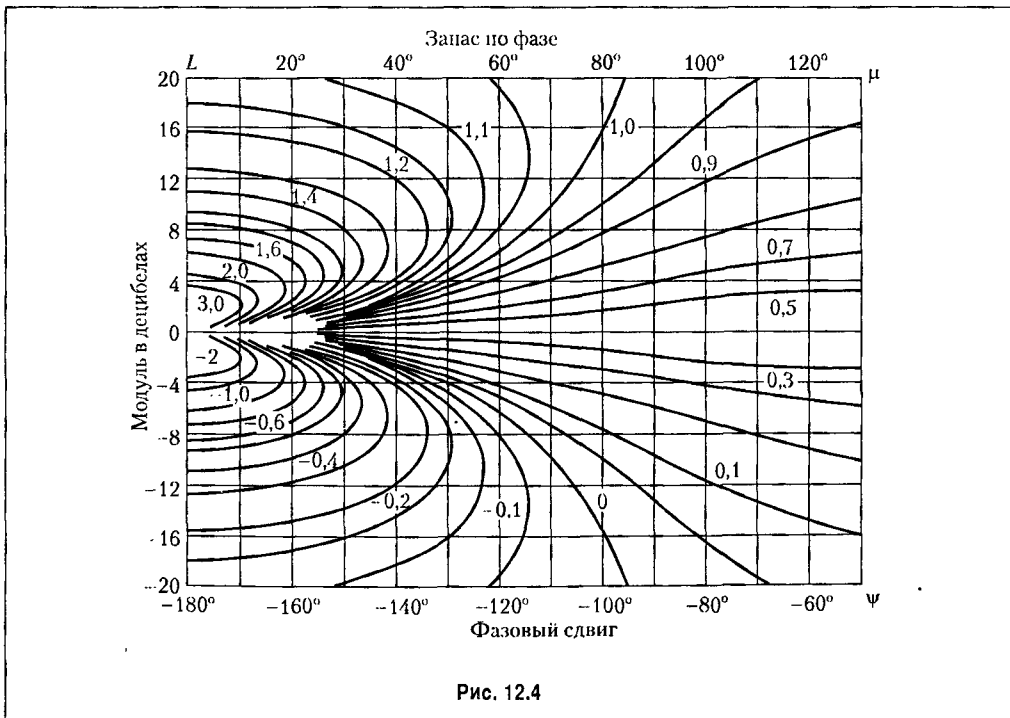


Рис. 12.4

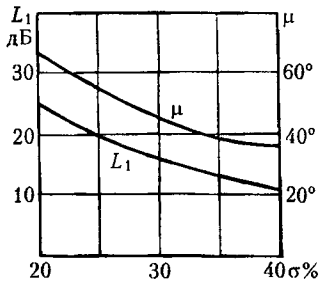


Рис. 12.5

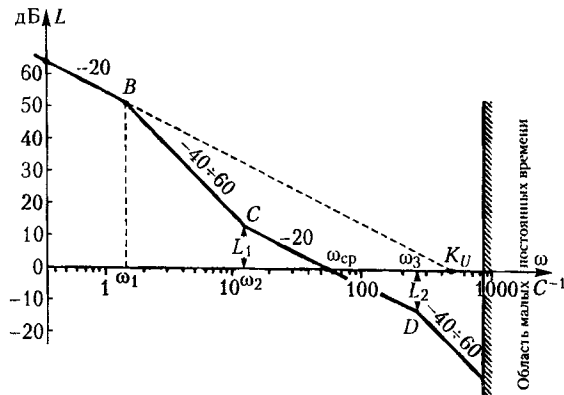


Рис. 12.6

ное семейство кривых для амплитуды, откладываемой в децибелах. Цифры около соответствующих кривых указывают значение  $P(\omega)$ . Если на этом графике нанести амплитудно-фазовую характеристику разомкнутой системы, то по точкам пересечения с кривыми можно построить вещественную характеристику.

Кривые, приведенные на рис. 12.4, позволяют сформулировать требования к амплитудно-фазовой характеристике разомкнутой системы, которые необходимо выполнить, чтобы обеспечить получение желаемой типовой характеристики.

Так, например, если необходимо, чтобы  $\sigma\% \leq 30\%$ , то максимальная и минимальная ординаты вещественной характеристики в соответствии с табл. 12.5 не должны превышать значений (ориентировочно)  $P_{\max} \leq 1,2$  и  $|P_{\min}| \leq 0,2$ . Это означает, что логарифмическая амплитудно-фазовая характеристика, нанесенная на рис. 12.4, не должна заходить в области, ограниченные кривыми с отметками 1,2 и 0,2. Сформулированное условие будет выполняться, если амплитудно-фазовая характеристика не будет заходить в прямоугольник, образованный горизонтальными линиями  $L_1 = 16$  дБ и  $L_2 = -16$  дБ и вертикальной линией  $\psi = -135^\circ$  (или в величинах запаса по фазе  $\mu = 180^\circ + \psi = 45^\circ$ ).

В соответствии с этим на рис. 12.5 построены кривые, которые позволяют при заданном значении перерегулирования выбирать требуемое значение запаса по модулю  $L_1 = |L_2|$  и запаса по фазе  $\mu$ .

Построение желаемой асимптотической л. а. х. производится в следующем порядке.

Первая низкочастотная асимптота проводится так, чтобы она имела наклон  $-20$  дБ/дек, соответствующий астатизму первого порядка (рис. 12.6). Продолжение асимптоты должно пересечь ось частот при частоте, равной желаемой добротности по скорости:

$$K_v = 1/c_1, \quad (12.37)$$

где  $c_1$  — заданный коэффициент ошибки.



При однократном изломе в точке  $B$  первая сопрягающая частота определяется по формуле

$$\omega_1 = \frac{2c_1}{c_2} = \frac{K_\varepsilon}{K_v}, \quad (12.38)$$

где  $K_\varepsilon = 2/c_2$  — добротность системы по ускорению, а при двукратном изломе — по формуле

$$\omega_1 = \frac{4c_1}{c_2} = \frac{K_\varepsilon}{K_v}, \quad (12.39)$$

Далее по найденной из рис. 12.3 частоте положительности  $\omega_{\Pi}$  определяется частота среза л. а. х.  $\omega_{\text{ср}}$  так, чтобы она удовлетворяла условию

$$\omega_{\text{ср}} = (0,6 + 0,9) \omega_{\Pi}. \quad (12.40)$$

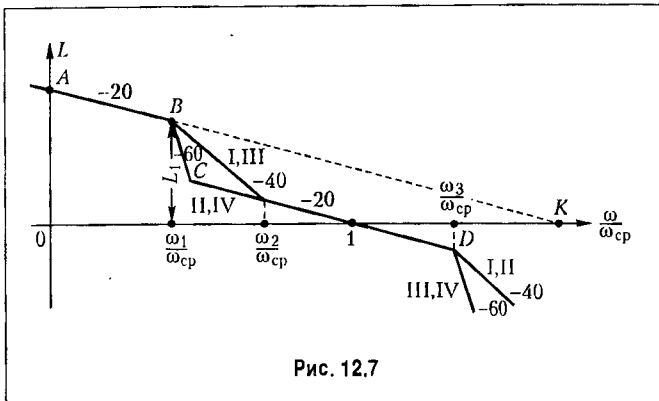
Среднечастотный участок желаемой л. а. х. образуется асимптотой с наклоном  $-20$  дБ/дек, проводимой так, чтобы она пересекла ось частот при  $\omega_{\text{ср}}$ . Этот участок проводится влево и вправо до достижения модулей, равных  $L_1$  и  $L_2$  (рис. 12.6). Затем производится сопряжение среднечастотного участка с низкочастотными асимптотами и высокочастотной частью.

Для облегчения построения желаемой л. а. х. вводятся типовые передаточные функции разомкнутой системы и им соответствующие л. а. х. Они даны в табл. 12.6.

Передаточные функции и л. а. х. всех четырех типов полностью определяются заданием четырех величин: коэффициента передачи  $K$  и трех сопрягающих частот

Таблица 12.6. Типовые передаточные функции и л. а. х.

| Тип л. а. х. | Передаточная функция                              | Отрицательные наклоны асимптот в дБ/дек |
|--------------|---|---|
| I            | $\frac{K(1+\tau_2 p)}{p(1+T_1 p)(1+T_3 p)}$       | 20-40-20-40                             |
| II           | $\frac{K(1+\tau_2 p)^2}{p(1+T_1 p)^2(1+T_3 p)}$   | 20-60-20-40                             |
| III          | $\frac{K(1+\tau_2 p)}{p(1+T_1 p)(1+T_3 p)^2}$     | 20-40-20-60                             |
| IV           | $\frac{K(1+\tau_2 p)^2}{p(1+T_1 p)^2(1+T_3 p)^2}$ | 20-60-20-60                             |



$\omega_1 = 1/T_1$ ,  $\omega_2 = 1/\tau_2$  и  $\omega_3 = 1/T_3$  (рис. 12.7). Л. а. х. полностью определяется также заданием следующих четырех величин: коэффициента передачи в децибелах,  $L_1$  при частоте  $\omega = \omega_1$ , частоты среза  $\omega_{cp}$  и двух относительных сопрягающих частот  $\omega_1/\omega_{cp}$  и  $\omega_3/\omega_{cp}$ .

К малым параметрам (рис. 12.6) относятся те постоянные времени системы, пренебрежение влиянием

которых не сказывается существенно на динамических качествах системы. Обычно считают, что в качестве «малых» постоянных времени можно принять такие, которые удовлетворяют условию

$$T_i \leq \frac{1}{(5 \div 10)\omega_3}. \quad (12.41)$$

При построении желаемой л. а. х. нужно следить, чтобы она как можно меньше отличалась от располагаемой л. а. х., что нужно для упрощения корректирующих средств. Это замечание особенно относится к низкочастотной и высокочастотной частям л. а. х. Желательно делать так, чтобы по крайней мере первая низкочастотная и последняя высокочастотная асимптоты обеих л. а. х. сливались вместе. Совпадение низкочастотных асимптот л. а. х. достигается за счет выбора соответствующего коэффициента передачи в системе  $K$ , равного требуемому. Совпадение высокочастотных асимптот достигается соответствующим выбором желаемой л. а. х. в высокочастотной области. Заметим, что при формировании желаемой л. а. х. можно увеличивать, если это необходимо для совпадения асимптот, запасы по модулю  $L_1$  и  $-L_2$ , так как такое увеличение только повысит качество системы.

После формирования всей желаемой л. а. х. необходимо проверить выдерживается ли требуемое значение запаса по фазе, определяемое из графика на рис. 12.5, для модулей, лежащих в пределах

$$L_1 \geq L(\omega) \geq L_2. \quad (12.42)$$

Для этой проверки необходимо подсчитать фазовый сдвиг в двух крайних точках среднечастотного участка, имеющего наклон  $-20$  дБ/дек, т. е. при частотах  $\omega = \omega_2$  и  $\omega = \omega_3$ . Подсчет фазового сдвига делается на основании принятой желаемой передаточной функции. Так, например, для передаточной функции типа I (см. табл. 12.6) он равен

$$\psi = -90^\circ - \arctg \omega T_1 + \arctg \omega \tau_2 - \arctg \omega T_3.$$

Если требуемый запас по фазе не выдержан, то необходимо расширить среднечастотный участок и произвести вновь проверку.

Чтобы окончательно убедиться в приемлемости сформированной л. а. х., можно по известной желаемой передаточной функции построить любым методом переходный процесс и проверить величины  $\sigma\%$  и  $t_{п}$ .

Далее из ординат желаемой л. а. х. вычитаются ординаты располагаемой л. а. х. Получившаяся л. а. х. соответствует передаточной функции последовательного корректирующего звена. При необходимости это звено может быть пересчитано на эквивалентную обратную связь или эквивалентное параллельное корректирующее звено (см. главу 10).

## § 12.6. Синтез систем автоматического управления на основе частотных критериев качества

Синтез систем автоматического управления методом логарифмических амплитудных характеристик является в настоящее время одним из самых удобных и наглядных. Наиболее трудным моментом при расчете методом логарифмических амплитудных характеристик является установление связи показателей качества переходного процесса с параметрами желаемой л. а. х., что объясняется сравнительно сложной зависимостью между переходной характеристикой линейной системы и ее частотными свойствами. Задача построения желаемой л. а. х. значительно облегчается, если вместо оценки качества работы системы по ее переходной характеристике перейти к оценке качества непосредственно по ее частотным свойствам.

Для оценки качества любой системы управления, в том числе и следящей системы, необходимо знать ее точность, характеризуемую ошибками в некоторых типовых режимах, быстродействие, определяемое по способности системы работать при больших скоростях и ускорениях входного воздействия или по скорости протекания переходных процессов, и запас устойчивости, показывающий склонность системы к колебаниям. В соответствии с этим можно говорить о критериях точности, критериях быстродействия и критериях запаса устойчивости. При использовании частотных критериев необходимо основываться на тех или иных частотных свойствах системы.

При оценке точности по ошибкам при воспроизведении гармонического входного воздействия одновременно можно оценить и быстродействие по частоте этого воздействия. Тогда критерий точности и критерий быстродействия сливаются в один критерий динамической точности системы управления.

Ниже будут рассмотрены методы расчета систем, основанные на использовании частотных критериев качества. При этом кривая переходного процесса может, вообще говоря, не рассматриваться и не использоваться. Однако в целях иллюстрации будут даны универсальные нормированные кривые переходных процессов при единичном входном воздействии для рассматриваемых типовых л. а. х.

В дальнейшем изложении будут, как и ранее, рассматриваться линейные системы, состоящие из минимально-фазовых звеньев.

Под ошибкой следящей системы будет пониматься не действительное рассогласование между задающей и исполнительной осями, а только сигнал рассогласования, выявляемый чувствительным элементом системы. Это вызвано тем обстоятельством, что собственные ошибки чувствительных элементов, несмотря на их большой удельный вес в полной ошибке системы управления, не оказывают влияния на ста-

тический и динамический расчет последней и должны учитываться отдельно. Вопросы расчета ошибок чувствительных элементов относятся к сфере теории соответствующих устройств (сельсинов, вращающихся трансформаторов, потенциометров и т. п.).

Методика расчета излагается в основном применительно к следящим системам воспроизведения угла и воспроизведения скорости. Однако эта методика применима и для других систем автоматического управления.

**Требования к низкочастотной части желаемой л. а. х., связанные с необходимой точностью.** На основании требования по точности формируется низкочастотная часть желаемой л. а. х. следящей системы. Рассмотрим вначале астатические системы.

Наиболее просто оценить точность следящей системы можно по воспроизведению гармонического входного сигнала с амплитудой  $\vartheta_{1\max}$  и частотой  $\omega_k$ :

$$\vartheta_1 = \vartheta_{1\max} \sin \omega_k t. \quad (12.43)$$

Амплитуда ошибки может быть найдена с помощью модуля передаточной функции по ошибке:

$$\vartheta_{\max} = |\Phi_{\vartheta}(j\omega_k)| \vartheta_{1\max} = \frac{\vartheta_{1\max}}{|1 + W(j\omega_k)|}, \quad (12.44)$$

где  $W(j\omega_k)$  — частотная передаточная функция разомкнутой системы.

Так как в подавляющем большинстве случаев амплитуда ошибки значительно меньше амплитуды входного сигнала, т. е.  $\vartheta_{\max} \ll \vartheta_{1\max}$ , то справедливо соотношение  $|W(j\omega_k)| \gg 1$ . Поэтому вместо (12.44) можно пользоваться приближенным выражением

$$\vartheta_{\max} \approx \frac{\vartheta_{1\max}}{|W(j\omega_k)|}. \quad (12.45)$$

Последнее выражение позволяет легко сформулировать требование к низкочастотной части л. а. х. следящей системы. Для того чтобы входное воздействие (12.43) воспроизводилось с ошибкой, не превышающей  $\vartheta_{\max}$ , л. а. х. системы должна проходить не ниже *контрольной точки*  $A_k$  с координатами

$$\omega = \omega_k, \quad L(\omega_k) = 20 \lg |W(j\omega_k)| = 20 \lg \frac{\vartheta_{1\max}}{\vartheta_{\max}}. \quad (12.46)$$

Часто при определении условий работы следящей системы оговариваются только максимальная скорость  $\Omega_{1\max}$  и максимальное ускорение  $\epsilon_{1\max}$  слежения. В этом случае можно подобрать эквивалентные режимы гармонического входного воздействия. Вначале найдем такой режим (12.43), при котором амплитуда скорости и амплитуда ускорения равны максимальным заданным значениям. Очевидно, что этому режиму соответствуют:

$$\omega_k = \epsilon_{1\max} / \Omega_{1\max}, \quad (12.47)$$

$$\vartheta_{1\max} = \Omega_{1\max}^2 / \epsilon_{1\max}. \quad (12.48)$$

По этим величинам можно построить контрольную точку  $A_k$  (рис. 12.8) в соответствии с (12.46).

Будем теперь рассматривать режим гармонического входного воздействия, в котором амплитуда скорости по-прежнему равна максимальному значению, а амплитуда ускорения меньше максимального. Тогда контрольная частота (12.47) будет пропорционально уменьшаться, а амплитуда (12.48) возрастать обратно пропорционально амплитуде ускорения. При этом контрольная точка  $A_k$  будет перемещаться влево по прямой, имеющей наклон  $-20$  дБ/дек. В предельном случае, если принять амплитуду ускорения равной нулю, контрольная частота  $\omega_k \rightarrow 0$ . Это соответствует режиму вращения с постоянной скоростью  $\Omega_1 = \Omega_{1\max}$ . Тогда формула (12.45) вырождается в известное соотношение

$$\vartheta_{\max} = \Omega_{1\max} / K_{\Omega}, \quad (12.49)$$

где  $K_{\Omega} [c^{-1}]$  — предельное значение добротности по скорости следящей системы с астатизмом первого порядка, ниже которого нельзя иметь реальную добротность по скорости, исходя из условий точности.

Если теперь рассматривать режим гармонического входного воздействия с амплитудой ускорения, равной максимальному значению  $\epsilon_{1\max}$  и амплитудой скорости, меньшей максимального значения  $\Omega_{1\max}$ , то аналогичными рассуждениями можно показать, что контрольная точка  $A_k$  (рис. 12.8) будет двигаться вправо по прямой, имеющей наклон  $-40$  дБ/дек. Квадрат частоты точки пересечения этой прямой с осью нуля децибел равен предельной добротности следящей системы с астатизмом второго порядка по ускорению

$$K_{\epsilon} = \epsilon_{1\max} / \vartheta_{\max}, \quad (12.50)$$

равной отношению ускорения к установившейся ошибке. Это будет при условии, что первая асимптота л. а. х. проектируемой следящей системы совпадает с прямой, по которой движется контрольная точка  $A_k$  (рис. 12.8). Ниже этого предельного значения не может быть реальной добротности следящей системы с астатизмом второго порядка.

Область, расположенная ниже контрольной точки  $A_k$  и двух прямых с наклонами  $-20$  и  $-40$  дБ/дек, представляет собой запретную область для л. а. х. следящей системы с астатизмом любого порядка. При работе со скоростями и ускорениями, не превышающими значений  $\Omega_{1\max}$  и  $\epsilon_{1\max}$ , ошибки следящей системы не будут превосходить значения  $\vartheta_{\max}$ , если л. а. х. будет проходить не ниже запретной области.

Для входного воздействия вида (12.43) можно также ограничивать фазовую и относительную амплитудную составляющие ошибки. Для этого найдем ошибку  $\theta_A$ , находящуюся в фазе, и ошибку  $\theta_{\varphi}$ , находящуюся в квадратуре по отношению к входному воздействию. Для этого на рис. 12.9 построим векторную диаграмму, из которой следует

$$\theta = \frac{\theta_1}{1 + W(j\omega_k)} = (U + jV)\theta_1 = \theta_A + j\theta_{\varphi}, \quad (12.51)$$

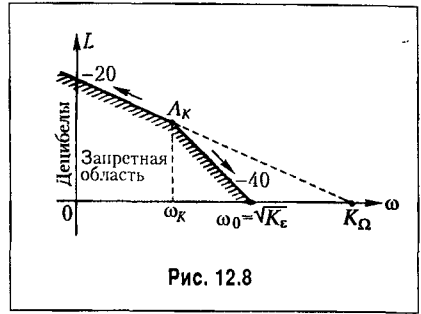


Рис. 12.8

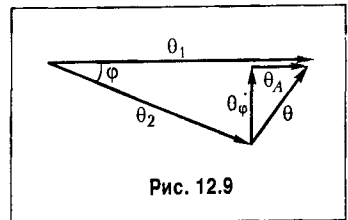


Рис. 12.9

где  $U$  и  $V$  — вещественная и мнимая части частотной передаточной функции по ошибке. Фазовая ошибка следящей системы

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{|\theta_\varphi|}{|0_1 - \theta_A|} = \operatorname{arctg} \frac{\vartheta_{\varphi \max}}{\vartheta_{1 \max} - \vartheta_{A \max}} \quad (12.52)$$

и относительная амплитудная ошибка

$$\frac{\Delta \vartheta}{\vartheta_{1 \max}} = \frac{|\theta_1| - |\theta_2|}{|\theta_1|} = \frac{\vartheta_{1 \max} - \vartheta_{2 \max}}{\vartheta_{1 \max}} \quad (12.53)$$

В формулах (12.51)–(12.53) и на рис. 12.9 величины  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta$ ,  $\theta_\varphi$  и  $\theta_A$  представляют собой векторные изображения соответствующих гармонических функций времени  $\vartheta_1$ ,  $\vartheta_2$ ,  $\vartheta$ ,  $\vartheta_\varphi$  и  $\vartheta_A$ .

В большинстве случаев, аналогично изложенному выше, можно считать, что  $|W(j\omega_k)| \gg 1$  и передаточная функция разомкнутой системы с астатизмом первого порядка в области низких частот имеет вид

$$W(j\omega) = \frac{K_\Omega}{j\omega(1 + j\omega T_1)}$$

Тогда фазовая ошибка (при  $\operatorname{arctg} \varphi \approx \varphi$ ) на основании (12.51)

$$\varphi = \frac{1}{\vartheta_{1 \max}} \operatorname{Im} \frac{\vartheta_{1 \max}}{W(j\omega_k)} = \frac{\omega_k}{K_\Omega} \quad (12.54)$$

и относительная амплитудная ошибка

$$\frac{\Delta \vartheta}{\vartheta_{1 \max}} \approx \frac{|\theta_A|}{\vartheta_{1 \max}} \approx \frac{1}{\vartheta_{1 \max}} \operatorname{Re} \frac{\vartheta_{1 \max}}{W(j\omega_k)} = \frac{\omega_k^2 T_1}{K_\Omega} = \frac{\omega_k^2}{K_\epsilon} \quad (12.55)$$

Задание величины фазовой и относительной амплитудной ошибок определяет предельные положения первой и второй асимптот л. а. х., т. е. необходимые значения добротности по скорости  $K_\Omega$  и добротности по ускорению  $K_\epsilon = K_\Omega/T_1$ . Нетрудно видеть, что предельные положения асимптот и в этом случае формируют запретную зону для низкочастотной части л. а. х. вида, изображенного на рис. 12.8. Использование приведенных выше формул для формирования низкочастотной части л. а. х. возможно лишь в том случае, если двигатель в состоянии обеспечивать получение на исполнительской оси требуемых максимальных значений скорости  $\Omega_{1 \max}$  и ускорения  $\epsilon_{1 \max}$ .

При выводе всех приведенных выше формул предполагалось, что ошибка в системе определяется только наличием задающего воздействия  $\vartheta_1(t)$ . При действии на систему возмущений, например момента нагрузки на оси двигателя, необходимо увеличение коэффициента передачи разомкнутой системы для того, чтобы результирующая ошибка не превосходила заданного значения. Более подробно это изложено, например, в [9].

В статических системах установившаяся ошибка по задающему воздействию может быть сделана равной нулю применением неединичной обратной связи (§ 9.3). Однако появление статической ошибки возможно при неустойчивости коэффициента передачи разомкнутой системы. В соответствии с формулой (9.66) для рассматриваемого случая максимальное значение ошибки составит

$$\vartheta_{\max} = \frac{\Delta K}{K} \frac{\vartheta_{1\max}}{K}, \quad (12.56)$$

где  $\frac{\Delta K}{K}$  — относительное изменение коэффициента передачи разомкнутой системы.

Из выражения (12.56) можно получить требуемые значения коэффициента передачи  $K$  или коэффициента ошибки  $c_0$ :

$$K = \frac{1}{c_0} = \frac{\Delta K}{K} \frac{\vartheta_{1\max}}{\vartheta_{\max}}. \quad (12.57)$$

Пусть, кроме того, задано требуемое значение коэффициента ошибки  $c_1$ , являющегося коэффициентом пропорциональности между скоростью входного воздействия и ошибкой.

Примем, что в низкочастотной области частотная передаточная функция статической системы может быть сведена к выражению

$$W(j\omega) = \frac{K}{(1 + T_0 j\omega)(1 + T_1 j\omega)}.$$

Тогда коэффициент ошибки  $c_1$  для этой передаточной функции будет равен

$$c_1 = \frac{T_0 - T_1}{K}. \quad (12.58)$$

Отсюда может быть получена допустимая сумма двух постоянных времени:

$$T_0 + T_1 \leq c_1 K = c_1 \frac{\Delta K}{K} \frac{\vartheta_{1\max}}{\vartheta_{\max}}. \quad (12.59)$$

Формулы (12.57) и (12.59) устанавливают требования к низкочастотной части желаемой л. а. х.

Если к проектируемой системе кроме задающего воздействия приложено возмущение, то в формуле для коэффициента передачи разомкнутой системы необходимо дополнительно учесть составляющую, определяемую этим возмущением. Пусть, например, статическая ошибка от возмущения определяется формулой (8.4):

$$x_{\text{ст}}'' = \frac{\gamma_1 f_{10}}{1 + K} \approx \frac{\gamma_1 f_{10}}{K},$$

где  $\gamma_1$  — коэффициент статизма, а  $f_{10}$  — постоянное возмущение.

Тогда вместо (12.56) можно записать

$$\vartheta_{\max} = \frac{\Delta K}{K} \frac{\vartheta_{1\max}}{K} + \frac{\gamma_1 f_{10}}{K}. \quad (12.60)$$

Отсюда находим требуемое значение коэффициента передачи:

$$K = \frac{\Delta K}{K} \frac{\vartheta_{1\max}}{\vartheta_{\max}} + \frac{\gamma_1 f_{10}}{\vartheta_{\max}}. \quad (12.61)$$

В системах стабилизации ошибка определяется только наличием возмущения (или возмущений). В этом случае требование к низкочастотной части л. а. х. сводится к необходимости иметь определенное значение коэффициента передачи разомкнутой системы, вне зависимости от того, является ли система по виду передаточной функции  $W(p)$  статической или астатической.

Это значение коэффициента передачи будет определяться вторым слагаемым в правой части (12.61) или суммой подобных слагаемых при действии нескольких возмущений. По коэффициенту передачи может быть построена первая асимптота желаемой л. а. х.

**Требования к запасу устойчивости.** В следящих системах повышение коэффициента передачи разомкнутой системы вызывает приближение к колебательной границе устойчивости. Это проявляется в увеличении колебательности системы. Для оценки запаса устойчивости, т.е. степени удаления от колебательной границы устойчивости, могут использоваться различные критерии, в том числе такие, как, например, перерегулирование при единичном входном возмущении, запас устойчивости по амплитуде и по фазе и т.п.

При использовании частотных критериев качества наиболее удобно оценивать запас устойчивости замкнутой системы по показателю колебательности  $M$ , который характеризует склонность системы к колебаниям (см. гл. 8).

В астатических системах для замкнутой системы коэффициент передачи на нулевой частоте равен единице. Поэтому под показателем колебательности понимается абсолютное значение наибольшего максимума

$$M = \left| \Phi(j\omega) \right|_{\max} = \left| \frac{W(j\omega)}{1 + W(j\omega)} \right|_{\max}.$$

Это положение остается справедливым и для статических систем, так как для исключения статической ошибки по задающему воздействию в них, как правило, используется масштабирование выходной величины посредством применения неединичной обратной связи (см. § 9.3) с коэффициентом  $k_{oc} < 1$ . Тогда коэффициент передачи замкнутой системы на нулевой частоте может быть сделан равным единице соответствующим выбором величины  $k_{oc}$ :

$$\Phi(j0) = \frac{W(j0)}{1 + k_{oc} W(j0)} = \frac{K}{1 + k_{oc} K} = 1,$$

где  $K$  – коэффициент передачи разомкнутой системы.



Отсюда находится требуемое значение коэффициента обратной связи:

$$k_{oc} = \frac{K-1}{K}.$$

Показатель колебательности  $M = 1,1 \div 1,3$  соответствует очень хорошему демпфированию системы, при котором перерегулирования весьма малы. Показатель колебательности  $M = 1,3 \div 1,5$  обычно является вполне достаточным для большинства следящих систем. Во многих случаях следящие системы работают удовлетворительно и при значениях  $M = 1,6 \div 1,8$ .

Необходимым и достаточным условием того, чтобы в устойчивой системе показатель колебательности был не больше заданного, является нахождение фазовой характеристики вне запретной зоны (рис. 8.21). В минимально-фазовых системах это условие может быть выдержано соблюдением определенных правил построения л. а. х. без нахождения фазовой характеристики.

Рассмотрим принципы построения л. а. х. с заданным показателем колебательности. По методическим соображениям рассмотрение начнем со следящих систем с астатизмом второго порядка, хотя эти системы и не относятся к наиболее простым и распространенным.

Как правило, в качестве типовых используются л. а. х., имеющие в низкочастотной части наклон не более  $-40$  дБ/дек. Это вызвано стремлением избавиться от условий, при которых возможно появление неустойчивости в большом, т. е. при согласовании следящей системы с большого угла.

**Типовые л. а. х. систем с астатизмом второго порядка.** В системах с астатизмом второго порядка обычно имеются два интегрирующих звена. Такими звеньями могут быть исполнительный и вспомогательный двигатели, например гидромурфта и управляющий двигатель, поворачивающий шпиндель или чашу гидронасоса. В некоторых случаях астатизм второго порядка может появляться вследствие особенностей механических характеристик единственного исполнительного двигателя, у которого вращающий момент не зависит от скорости вращения.

Рассмотрим передаточную функцию разомкнутой системы вида

$$W(p) = \frac{K_e(1+T_2p)}{p^2(1+T_3p)}, \quad (12.62)$$

где  $K_e [c^{-2}]$  — коэффициент передачи по разомкнутой системе, называемый добротностью по ускорению.

Асимптотическая л. а. х., соответствующая (12.62), изображена на рис. 12.10. В соответствии с наклонами асимптот, кратными  $-20$  дБ/дек, ей присвоен тип 2–1–2.

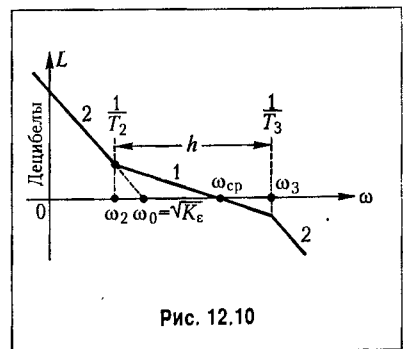


Рис. 12.10

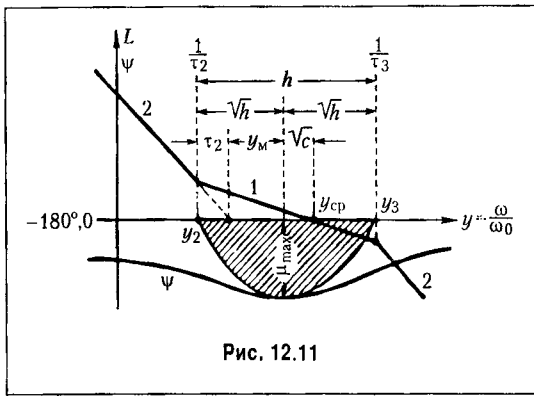


Рис. 12.11

Положение всей л. а. х. может быть задано точкой пересечения первой асимптоты с осью нуля децибел. Этой точке соответствует частота

$$\omega_0 = \sqrt{K_\varepsilon}, \quad (12.63)$$

которую назовем *базовой*.

При введении новой переменной  $q = p/\omega_0$  передаточная функция будет представлена в нормированном виде:

$$W(q) = \frac{1 + \tau_2 q}{q^2 (1 + \tau_3 q)}, \quad (12.64)$$

где  $\tau_2 = \omega_0 T_2$  и  $\tau_3 = \omega_0 T_3$  — относительные постоянные времени.

Соответствующая нормированная л. а. х., построенная для относительной частоты  $y = \omega/\omega_0$ , изображена на рис. 12.11. Здесь же показаны для иллюстрации фазовая характеристика и запретная область для нее.

Протяженность участка с единичным наклоном, т. е. с отрицательным наклоном 20 дБ/дек, определяется отношением двух постоянных времени (см. § 8.8 и рис. 8.25):

$$h = \frac{T_2}{T_3} = \frac{\tau_2}{\tau_3}. \quad (12.65)$$

Под протяженностью участка вдоль оси частот (рис. 12.11) понимается отношение частот конечных точек участка (большой к меньшей).

Запас по фазе для функции (12.64)

$$\mu = \arctg y \tau_2 - \arctg y \tau_3 = \arctg \frac{(h-1)y \tau_3}{1 + h y^2 \tau_3^2}. \quad (12.66)$$

Исследование на максимум дает

$$y_m = \frac{1}{\tau_3 \sqrt{h}}, \quad (12.67)$$

$$\mu_{\max} = \arctg \frac{h-1}{2\sqrt{h}}. \quad (12.68)$$

Максимальный запас по фазе определяется только протяженностью асимптоты л. а. х., имеющей единичный наклон.

Приравнивание максимальных запасов по фазе (8.88) и (12.68) даст зависимость между протяженностью участка  $h$  и показателем колебательности  $M$  при оптималь-

ном выборе параметров, т. е. при совпадении максимумов реальной фазовой характеристики и запретной зоны (рис. 12.11):

$$h = \frac{M+1}{M-1}, \quad (12.69)$$

$$M = \frac{h+1}{h-1}. \quad (12.70)$$

Эти формулы связывают протяженность участка  $h$  с минимальным значением показателя колебательности, который может быть получен при этой протяженности, или величину показателя колебательности  $M$  с минимальной протяженностью участка  $h$ , обеспечивающей этот показатель колебательности.

Из рис. 12.11 легко найти оптимальные параметры л. а. х.:

$$\tau_2 = \omega_0 T_2 = \sqrt{\sqrt{h} \cdot \sqrt{C}} = \sqrt{\sqrt{\frac{M+1}{M-1}} \sqrt{\frac{M^2}{M^2-1}}} = \sqrt{\frac{M}{M-1}}, \quad (12.71)$$

где  $\sqrt{C}$  соответствует модулю, а  $\frac{1}{\sqrt{C}}$  — относительной частоте, при которых запас по фазе (в запретной области) получается максимальным (см. формулу (8.88));

$$\tau_3 = \omega_0 T_3 = \frac{\tau_2}{h} = \frac{\sqrt{M(M-1)}}{M+1}. \quad (12.72)$$

Эти параметры соответствуют минимальному значению показателя колебательности при заданной протяженности участка  $h$ .

Следует заметить, что технически реализовать систему тем легче, чем меньше протяженность участка  $h$ . Это связано с необходимостью подъема на этом участке верхних частот, что во многих случаях затруднено вследствие наличия в системе внешних и внутренних высокочастотных помех. Поэтому с точки зрения оптимальности инженерного решения необходимо стремиться к реализации желаемых динамических качеств при минимальной требуемой протяженности участка  $h$ .

Для получения заданного показателя колебательности в замкнутой системе при фиксированной базовой частоте л. а. х. необходимо иметь следующие постоянные времени:

$$T_2 = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{\frac{M}{M-1}}, \quad (12.73)$$

$$T_3 = \frac{1}{\omega_0} \frac{\sqrt{M(M-1)}}{M+1}. \quad (12.74)$$

Вместо базовой частоты  $\omega_0$  за точку, фиксирующую положение л. а. х. (рис. 12.10 и 12.11), можно принять, например, точку пересечения второй асимптоты л. а. х. с

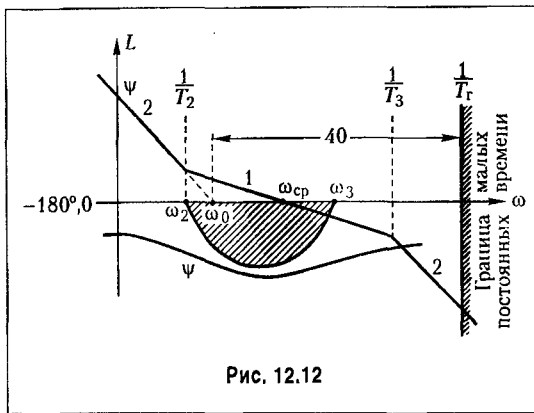


Рис. 12.12

осью децибел, которой соответствует частота  $\omega_{\text{ср}} = \omega_0 \tau_2$ . Тогда вместо (12.73) и (12.74) получим выражения, которые при фиксированной частоте среза, а следовательно, и фиксированном положении запретной зоны для фазовой характеристики можно превратить в неравенства:

$$T_2 \geq \frac{1}{\omega_{\text{ср}}} \frac{M}{M-1}, \quad (12.75)$$

$$T_3 \leq \frac{1}{\omega_{\text{ср}}} \frac{M}{M+1}. \quad (12.76)$$

При равенстве левых частям правым показатель колебательности будет равен заданному значению  $M$ . При неравенстве левых и правых частей будет вводиться некоторый дополнительный запас устойчивости и показатель колебательности будет снижаться.

Эти формулы легко запоминаются, и они просто связаны с параметрами окружности — запретной зоны на комплексной плоскости (см. рис. 8.22).

В неравенство может быть превращена и формула (12.74). Формулу (12.73) лучше иметь в виде равенства, так как увеличение  $T_2$  по сравнению с тем, что дает формула, в некоторых случаях может привести к ухудшению запаса устойчивости.

При использовании типовой передаточной функции (12.62) может быть предусмотрен дополнительный запас устойчивости для возможности иметь в усилительном канале некоторое количество не учитываемых при расчете малых постоянных времени. Дополнительный запас устойчивости создается уменьшением величины постоянной времени  $T_3$  или, соответственно,

$$\tau_3 = \omega_0 T_3,$$

чтобы отодвинуть фазовую характеристику от запретной области (рис. 12.12).

На малые постоянные времени отводится обычно несколько градусов запаса по фазе. Так, например, в [9] предлагается отводить на эти цели величину, соответствующую сумме малых постоянных,

$$\sum T_m = \frac{0,1}{\omega_0}, \quad (12.77)$$

а число малых постоянных времени принимать равным  $4 \div 6$ . Тогда граница малых постоянных времени определяется значением

$$T_r = \frac{\sum T_m}{4} = \frac{0,025}{\omega_0}. \quad (12.78)$$

Если некоторая постоянная времени  $T_M$  дает сопрягающую частоту  $\omega_M = 1/T_M$ , которая больше граничной частоты (рис. 12.12)

$$\omega_r = 1/T_r = 40\omega_0, \quad (12.79)$$

то эта постоянная может не учитываться при расчете.

Расчетная формула для определения допустимого значения постоянной времени  $T_2$  (12.73) при этом сохраняется, а вместо формулы (12.74) должно использоваться выражение

$$T_3 \leq \frac{1}{\omega_0} \left( \frac{\sqrt{M(M-1)}}{M+1} - 0,1 \right). \quad (12.80)$$

В более сложном случае передаточная функция разомкнутой системы может иметь произвольное число постоянных времени, входящих в ее знаменатель:

$$W(p) = \frac{K_\varepsilon(1+T_2p)}{p^2(1+T_3p)(1+T_4p)(1+T_5p)\dots} \quad (12.81)$$

Этой передаточной функции соответствует л. а. х. типа 2-1-2-3-4...

Расчеты и здесь оказываются достаточно простыми. Для получения заданного показателя колебательности необходимо выполнение условия (12.73) для постоянной времени  $T_2$ . Сумма всех остальных постоянных времени  $\Sigma T = T_3 + T_4 + T_5 + \dots$ , включая малые постоянные времени, должна удовлетворять неравенству

$$\Sigma T \leq \frac{1}{\omega_0} \frac{\sqrt{M(M-1)}}{M+1}. \quad (12.82)$$

При использовании расчета по частоте среза для постоянной времени  $T_2$  должно выполняться условие (12.75), а для суммы остальных постоянных времени — условие

$$\Sigma T \leq \frac{1}{\omega_0} \frac{M}{M+1}. \quad (12.83)$$

В л. а. х. подобного типа легко учесть наличие звеньев постоянного запаздывания. В этом случае время запаздывания должно учитываться при подсчете сумм постоянных времени  $\Sigma T$ .

Возможен случай, когда в передаточную функцию разомкнутой системы входит множитель, соответствующий колебательному звену с комплексными корнями:

$$W(p) = \frac{K_\varepsilon(1+T_2p)}{p^2(1+T_3p)(1+ap+bp^2)\dots} \quad (12.84)$$

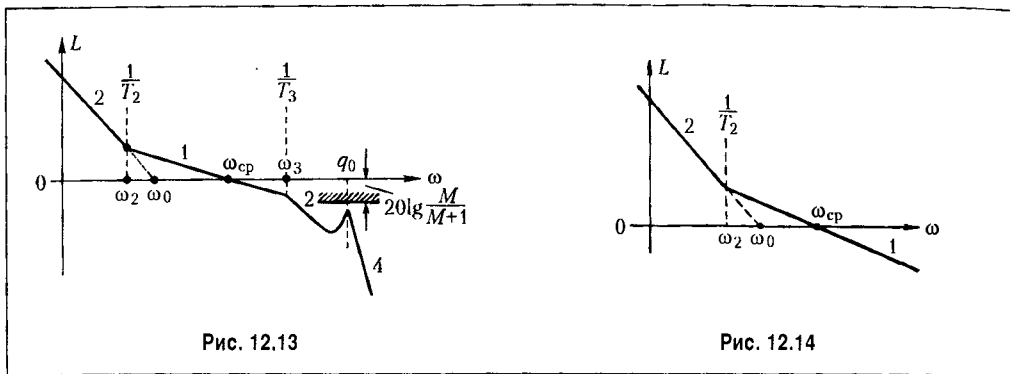


Рис. 12.13

Рис. 12.14

Допустить наличие такого множителя можно в том случае, если частота свободных колебаний звена значительно больше базовой частоты:

$$q_0 = \frac{1}{\sqrt{b}} \gg \omega_0. \quad (12.85)$$

Асимптотическая л. а. х. для этого случая изображена на рис. 12.13.

При выполнении условия (12.85) фазовый сдвиг, вносимый колебательным звеном в районе максимального запаса по фазе, можно принять равным  $\arctg a\omega$ . Поэтому коэффициент  $a$  должен входить в общую сумму постоянных времени (12.82) или (12.83).

Для того чтобы избежать появления второй запретной зоны в районе пика л. а. х. при  $\omega \approx q_0$  (рис. 12.13), необходимо выполнение дополнительного условия, которое вытекает из неравенства (8.87):

$$\text{mod } W(jq_0) = A(q_0) < \frac{M}{M+1}. \quad (12.86)$$

Выполнение этого условия может быть легко проверено при построении л. а. х.

Более подробно этот вопрос рассмотрен для случая гироскопических следящих систем в [9].

Предельным случаем л. а. х. типа 2-1-2 или типа 2-1-2-3 является л. а. х. типа 2-1 (рис. 12.14), соответствующая случаю, когда  $\Sigma T \rightarrow 0$ . Тогда передаточная функция разомкнутой системы (12.81) приобретает вид

$$W(p) = \frac{K_\varepsilon(1+T_2p)}{p^2} = \frac{K_\varepsilon}{p^2} + \frac{K_\varepsilon T_2}{p}. \quad (12.87)$$

Передаточная функция подобного вида соответствует издромному управлению. Она может встречаться, например, в сглаживающих системах различного типа, построенных на электромеханических, электронных, гироскопических и тому подобных интеграторах.

Показатель колебательности для подобной передаточной функции может быть определен прямым отысканием максимума модуля частотной передаточной функции замкнутой системы

$$\left| \frac{W(j\omega)}{1+W(j\omega)} \right|_{\max} = M.$$

Подстановка (12.87) и исследование получившегося выражения на максимум дает следующее условие, которое должно быть выполнено, чтобы показатель колебательности не превышал заданного значения:

$$T_2 \geq \frac{1}{\omega_0} \sqrt{2 \frac{M^2 - M\sqrt{M^2 - 1}}{M^2 - 1}}$$

или, в другом виде (при условии, что  $\omega_{cp} > \omega_0$ ),

$$T_2 \geq \frac{2}{\omega_{cp}} \frac{M^2 - M\sqrt{M^2 - 1}}{M^2 - 1}. \tag{12.88}$$

**Типовые л. а. х. систем с астатизмом первого порядка.** Следящие системы с астатизмом первого порядка представляют собой наиболее распространенный тип систем, содержащих одно интегрирующее звено — исполнительный двигатель. В простейшем случае, когда следящая система состоит из безынерционного усилителя и исполнительного двигателя с постоянной времени  $T_1$  и не имеет дополнительных корректирующих средств кроме, возможно, жесткой тахометрической обратной связи, передаточная функция разомкнутой системы может быть сведена к виду

$$W(p) = \frac{K_{\Omega}}{p(1+T_1 p)}. \tag{12.89}$$

Асимптотическая л. а. х. типа 1–2, соответствующая этой передаточной функции, изображена на рис. 12.15.

Определение допустимого значения постоянной времени может быть сделано прямым нахождением максимума амплитудной частотной характеристики замкнутой системы

$$\left| \frac{W(j\omega)}{1+W(j\omega)} \right|_{\max} = M.$$

Подставляя (12.89) и исследуя получившееся выражение на максимум, можно найти условие того, чтобы показатель колебательности не превышал заданного значения:

$$K_{\Omega} T_1 \leq \frac{M^2 + M\sqrt{M^2 - 1}}{2}. \tag{12.90}$$

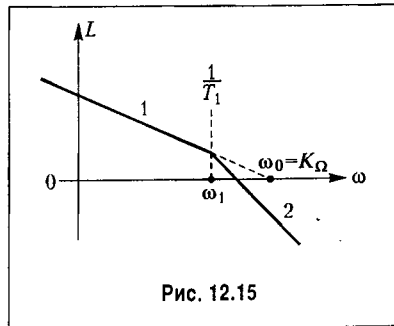


Рис. 12.15

Последняя формула позволяет при заданном значении постоянной времени исполнительного двигателя легко определять максимальное значение добротности по скорости, которое можно иметь в следящей системе при данном значении показателя колебательности.

При заданном значении требуемой добротности по скорости эта же формула позволяет определять допустимое значение постоянной времени исполнительного двигателя и необходимый коэффициент передачи по петле жесткой тахометрической обратной связи, служащей для снижения постоянной времени двигателя. Определение коэффициента передачи для тахометрической обратной связи может производиться по формуле

$$T_1 = \frac{T_d}{1 + k_{oc}},$$

где  $T_d$  — постоянная времени исполнительного двигателя;  $k_{oc}$  — коэффициент передачи по петле тахометрической обратной связи.

В более сложном случае передаточная функция (12.89) может быть представлена в виде

$$W(p) = \frac{K_\Omega}{p(1+T_1p)(1+T_2p)(1+T_3p)...} \quad (12.91)$$

Этой функции соответствует л. а. х. типа 1–2–3–4...

Здесь может быть получена приближенная формула, ориентировочно связывающая сумму всех постоянных времени с добротностью по скорости:

$$K_\Omega(T_1 + T_2 + T_3 + ...) \leq \frac{M^2 + M\sqrt{M^2 - 1}}{2} \quad (12.92)$$

при  $M \leq 1,3$ .

Приближенная формула (12.92) становится точной при  $M = 1$  и любом числе постоянных времени либо при наличии только одной постоянной времени и любом значении  $M$ . В последнем случае она вырождается в формулу (12.90). При значениях  $M$ , мало отличающихся от единицы, например при  $M \leq 1,3$ , формула (12.92) является достаточно точной и может использоваться для расчета при наличии любого числа

постоянных времени, а также при наличии временного запаздывания  $\tau$ , которое должно учитываться в общей сумме постоянных времени.

Л. а. х. рассмотренного типа может использоваться в простейших следящих системах с невысокими требованиями в отношении статической и динамической точности. При невозможности удовлетворить требованиям технического задания приходится переходить к более сложным типам л. а. х. На рис. 12.16 изображена асимптотическая л. а. х. типа 1–2–1–2–3... Она может быть получена из соответ-

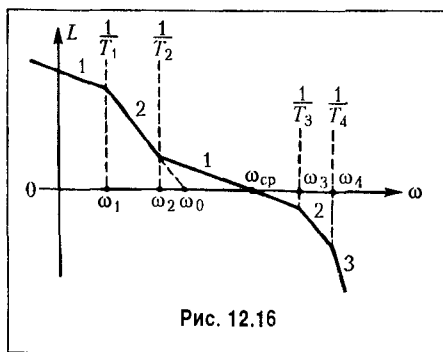


Рис. 12.16



ствующей л. а. х. типа 2-1-2-3... система с астатизмом второго порядка (рис. 12.12) добавлением одного излома при сопрягающей частоте  $\omega_1 = 1/T_1$ . Этой л. а. х. соответствует передаточная функция разомкнутой системы

$$W(p) = \frac{K_{\Omega}(1+T_2 p)}{p(1+T_1 p)(1+T_3 p)(1+T_4 p)\dots} \quad (12.93)$$

Так как обычно сопрягающая частота  $\omega_1$  значительно отличается от частоты в зоне максимума требуемого запаса по фазе, то с большой степенью точности расчет можно вести по формулам, полученным для систем с астатизмом второго порядка. В этом случае положение л. а. х., изображенной на рис. 12.16, определяется базовой частотой

$$\omega_0 = \sqrt{K_{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{K_{\Omega}}{T_1}}$$

В соответствии с формулами (12.73) и (12.82) имеем

$$T_2 \geq \frac{1}{\omega_0} \sqrt{\frac{M}{M-1}}, \quad T_3 + T_4 + \dots \leq \frac{1}{\omega_0} \frac{\sqrt{M(M-1)}}{M+1}$$

или в соответствии с формулами (12.75) и (12.83)

$$T_2 \geq \frac{1}{\omega_{\text{ср}}} \frac{M}{M-1}, \quad T_3 + T_4 + \dots \leq \frac{1}{\omega_{\text{ср}}} \frac{M}{M+1}$$

Для уточнения расчета можно учесть то обстоятельство, что по сравнению с системой, имеющей астатизм второго порядка, здесь имеется дополнительный запас по фазе

$$\Delta\mu = \arctg \frac{1}{\omega T_1} \quad (12.94)$$

Это позволяет немного увеличить допустимую сумму постоянных времени, которым соответствуют сопрягающие частоты правее частоты среза (формулы (12.82) и (12.83)), или немного уменьшить постоянную времени  $T_2$  (формулы (12.73) и (12.75)). Однако подобное уточнение обычно не имеет практического значения [9] и почти всегда с достаточной степенью точности можно вести расчет параметров л. а. х. типа 1-2-1-2-3... по формулам, которые были получены для системы с астатизмом второго порядка (л. а. х. типа 2-1-2-3...).

**Типовые л. а. х. статических систем.** В простейшем случае передаточная функция разомкнутой статической системы имеет вид

$$W(p) = \frac{K}{(1+T_0 p)(1+T_1 p)}, \quad (12.95)$$

где  $K$  — коэффициент передачи разомкнутой системы.

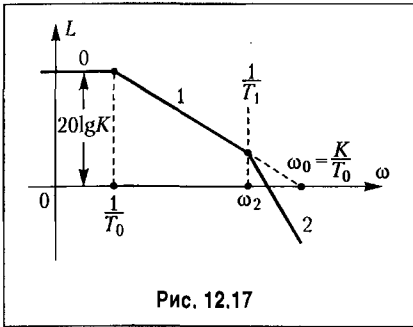


Рис. 12.17

Соответствующая асимптотическая л. а. х. типа 0–1–2 изображена на рис. 12.17.

В районе пересечения л. а. х. оси нуля децибел передаточная функция может быть приближенно сведена к передаточной функции системы с астатизмом первого порядка

$$W(p) = \frac{\omega_0}{p(1+T_1p)}, \quad (12.96)$$

где базовая частота л. а. х.

$$\omega_0 = \frac{K}{T_0}. \quad (12.97)$$

Это дает возможность использовать полученную выше формулу (12.90) для л. а. х. типа 1–2 (рис. 12.15) при замене  $K_\Omega$  на  $\omega_0$ . Тогда можно получить условие обеспечения заданного показателя колебательности

$$\frac{KT_1}{T_0} \leq \frac{M^2 + M\sqrt{M^2 - 1}}{2}. \quad (12.98)$$

Для передаточной функции более сложного вида

$$W(p) = \frac{K}{(1+T_0p)(1+T_1p)(1+T_2p)...} \quad (12.99)$$

аналогично (12.92) имеем

$$\frac{K(T_1+T_2+...)}{T_0} \leq \frac{M^2 + M\sqrt{M^2 - 1}}{2} \quad (M \leq 1,3). \quad (12.100)$$

Из этих формул видно значение первой большой постоянной времени  $T_0$  как фактора, увеличивающего запас устойчивости системы. Повышение коэффициента передачи или повышение суммы остальных постоянных времени при заданном показателе колебательности может быть сделано при одновременном увеличении постоянной времени  $T_0$ .

Отклонение передаточной функции (12.96) от более точного выражения (12.95) в области низких частот дает некоторое увеличение запаса устойчивости, т. е. уменьшение колебательности. Учет этого обстоятельства обычно нецелесообразен ввиду незначительности получаемого эффекта [9].

При повышенных требованиях по статической и динамической точности могут применяться л. а. х. типа 0–1–2–1–2–3... (рис. 12.18), образованные из л. а. х. типа 2–1–2–3... (рис. 12.10) систем с астатизмом второго порядка.

Таким л. а. х. соответствует передаточная функция разомкнутой системы

$$W(p) = \frac{K(1+T_2p)}{(1+T_0p)(1+T_1p)(1+T_3p)(1+T_4p)...} \quad (12.101)$$

Как и в случае систем с астатизмом первого порядка, здесь можно с достаточной степенью точности пользоваться универсальными формулами (12.73)–(12.76) и (12.82), (12.83).

Учет звеньев постоянного запаздывания и колебательных звеньев, а также введение границы малых постоянных времени может делаться аналогично изложенному выше.

**Переходные процессы, соответствующие типовым л. а. х.** Для л. а. х. типа 2–1–2 можно показать, что при заданной протяженности  $h$  асимптоты с единичным наклоном (рис. 12.10) выбор параметров, при котором обеспечивается

минимальное значение показателя колебательности (12.70), вместе с тем соответствует некоторому оптимальному протеканию переходных процессов. При этом будет иметь место максимальное приближение кривой переходного процесса к некоторой экстремали, которая является экспонентой с постоянной времени  $T = \omega_0^{-1} h^{-2}$ .

Чем больше протяженность участка  $h$ , тем меньше показатель колебательности и тем более благоприятным будет протекание переходного процесса, так как постоянная времени экспоненты будет меньше.

Определим вид переходного процесса при единичном входном воздействии  $\vartheta_1 = 1(t)$  для случая использования л. а. х. типа 2–1–2 (рис. 12.10).

Для нормированной передаточной функции (12.64) изображение Лапласа выходной величины будет иметь вид

$$\vartheta_2(q) = \frac{1 + \tau_2 q}{\tau_3 q^3 + q^2 + \tau_2 q + 1} \cdot \frac{1}{q} \tag{12.102}$$

Задаваясь различными значениями показателя колебательности, можно найти относительные постоянные времени  $\tau_2 = \omega_0 T_2$  и  $\tau_3 = \omega_0 T_3$  и затем построить переходный процесс для выходной величины  $\vartheta_2$  в функции безразмерного времени  $\omega_0 t$ . Переходные характеристики показаны на рис. 12.19.

Параметры переходных процессов — перерегулирование  $\sigma\%$  и относительное время переходного процесса  $\omega_0 t_n$  — для  $|1 - \vartheta_2(\omega_0 t)| < 0,05$  приведены в табл. 12.7.

Хотя эти кривые переходных процессов соответствуют л. а. х. типа 2–1–2 системы с астатизмом второго порядка (рис. 12.10), они с большой степенью точности могут использоваться для оценки переходных процессов при использовании л. а. х. других типов, изображенных, например, на рис. 12.13, 12.16 и 12.18, для которых характерным является наличие участка с наклоном  $-20$  дБ/дек в районе пересечения оси частот.

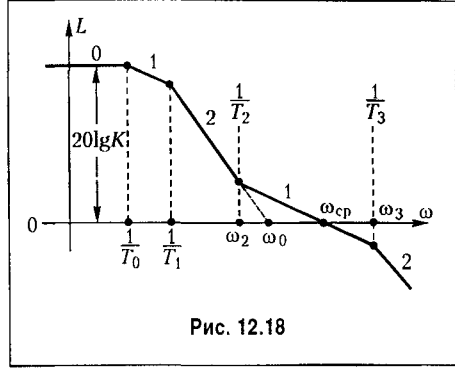


Рис. 12.18

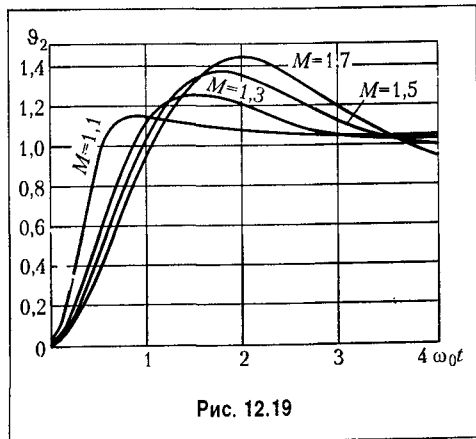


Рис. 12.19

Таблица 12.7. Параметры переходных процессов

| $M$               | 1,1  | 1,3  | 1,5  | 1,7  |
|-------------------|------|------|------|------|
| $\sigma, \%$      | 13,8 | 26,5 | 37,2 | 44,6 |
| $\omega_0 t_{II}$ | 7,75 | 5,85 | 5,45 | 7,25 |

Различие будет наблюдаться в начальной части, если высокочастотная часть л. а. х. отличается от высокочастотной части л. а. х. типа 2–1–2, и в конечной части, если будут отличаться их пизкочастотные части.

Таким образом, в случае нужды оценка переходных процессов может делаться по универсальным кривым, приведенным на рис. 12.19, во всяком случае для средней части кривой переходного процесса, которая показывает степень склонности системы к колебаниям.

В тех случаях, когда л. а. х. не имеет специального участка с наклоном  $-20$  дБ/дек при переходе оси частот (см. например, рис. 12.15 и 12.17), оценка переходных процессов может быть сделана следующим образом.

В качестве исходной примем л. а. х. типа 1–2 (рис. 12.15). Ей соответствует передаточная функция (12.89). Вводя единичное ступенчатое воздействие  $\vartheta_1(t)$ , можно аналогично изложенному выше построить нормированные переходные процессы в функции безразмерного времени  $\omega_0 t$  (рис. 12.20). Здесь в качестве  $\omega_0$  принята частота пересечения асимптоты, имеющей наклон  $-20$  дБ/дек, с осью частот (рис. 12.15).

Эти же кривые переходного процесса могут использоваться для оценки переходного процесса в случае использования л. а. х. другого типа, например 1–2–3 или 0–1–2 (рис. 12.17). Как и в предыдущем случае, различие может наблюдаться только в начальной и конечной стадиях переходного процесса.

**Построение низкочастотной области желаемой л. а. х.** Построение желаемой л. а. х. начинается с низкочастотной области. Из условий требуемой точности работы определяется положение контрольной точки или запретной области (см. рис. 12.8). Низкочастотная часть л. а. х. должна проходить не ниже контрольной точки или так, чтобы не заходить в запретную область.

В следящих системах с астатизмом второго порядка положение первой низкочастотной асимптоты, имеющей наклон  $-40$  дБ/дек, опреде-

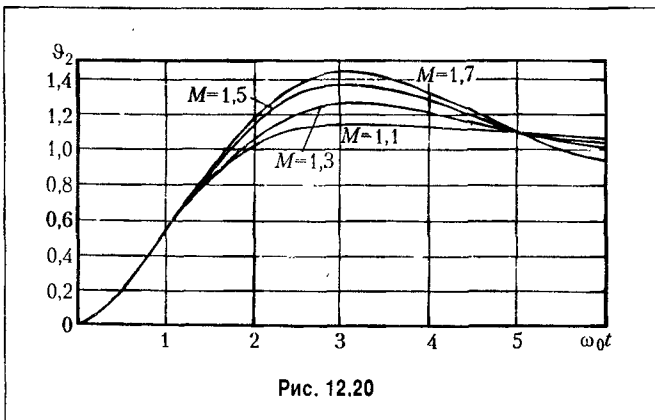


Рис. 12.20

ляется совершенно однозначно. Из условий облегчения задачи демпфирования выгодно сдвигать эту асимптоту как можно более влево, т. е. в сторону низких частот. Очевидно, что предельное положение первой асимптоты будет в том случае когда она или пройдет через контрольную точку  $A_k$ , или сольется с правой границей запретной области (рис. 12.21).

Необходимое значение базовой частоты л. а. х.  $\omega_0$  и необходимый коэффициент передачи разомкнутой системы определяются из выражения (12.50):

$$\omega_0^2 = K_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{1\max}}{\vartheta_{\max}} \left[ \frac{1}{c^2} \right].$$

В следящих системах с астатизмом первого порядка необходимо определить положение двух первых асимптот, что можно сделать различным образом в зависимости от выбранного значения первой сопрягающей частоты  $\omega_1 = 1/T_1$ .

Если принять, что первая сопрягающая частота больше контрольной частоты не менее чем в 2–3 раза, то первые две асимптоты можно расположить так, чтобы через контрольную точку  $A_k$  прошла первая асимптота (рис. 12.22, а).

При этом коэффициент усиления по разомкнутой цепи или добротность по скорости  $K_\Omega$  будет иметь минимальную возможную величину, равную предельному значению, определяемому из (12.49):

$$K_\Omega = \frac{\Omega_{1\max}}{\vartheta_{\max}} \left[ \frac{1}{c} \right],$$

что является благоприятным. Однако частота точки пересечения второй асимптоты с осью нуля децибел  $\omega_0$  будет значительно больше минимального достижимого значения, определяемого по требуемому предельному коэффициенту передачи по ускорению (12.50). Это является нежелательным, так как вся л. а. х. будет сдвигаться в область более высоких частот, что

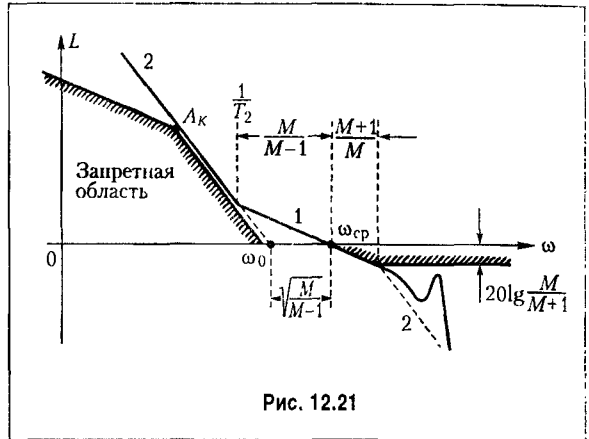


Рис. 12.21

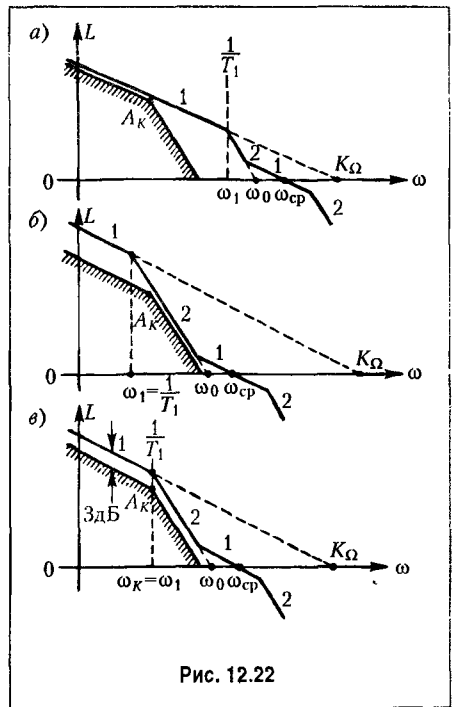


Рис. 12.22

затрудняет демпфирование вследствие относительного возрастания влияния всех постоянных времени системы.

Если теперь принять, что первая сопрягающая частота  $\omega_1$  меньше контрольной частоты  $\omega_k$  по крайней мере в 2–3 раза, то первые две асимптоты можно расположить так, чтобы через контрольную точку  $A_k$  прошла вторая асимптота (рис. 12,22, б). При этом частота пересечения второй асимптоты с осью нуля децибел  $\omega_0$  будет иметь минимальную возможную величину, определяемую предельным значением добротности по ускорению (12.50), что является благоприятным с точки зрения облегчения демпфирования системы. Однако при этом требуемый коэффициент передачи разомкнутой системы  $K_\Omega$  будет в 2–3 раза превышать минимальное возможное значение, определяемое формулой (12.50). Увеличение коэффициента передачи может неблагоприятным образом сказаться на возрастании влияния помех и наводок на входе. Поэтому выбор того или иного расположения низкочастотной части л. а. х. относительно контрольной точки должен определяться конкретными условиями.

При отсутствии преобладания того или иного фактора оптимальным следует считать такое расположение низкочастотных асимптот (рис. 12.22, в), при котором первая сопрягающая частота  $\omega_1$  совпадает с контрольной частотой  $\omega_k$ .

Так как истинная л. а. х. в точке  $\omega = \omega_1$  проходит ниже точки пересечения двух асимптот на 3 дБ, или на  $\sqrt{2}$ , то вся л. а. х. при  $\omega_1 = \omega_k$  должна быть поднята вверх на 3 дБ. При этом требуемое значение коэффициента передачи

$$K_\Omega = \sqrt{2} \frac{\Omega_{1\max}}{\vartheta_{\max}}. \quad (12.103)$$

Точке пересечения второй асимптоты с осью нуля децибел соответствует частота

$$\omega_0 = \sqrt{K_\varepsilon} = \sqrt{\sqrt{2} \frac{\varepsilon_{1\max}}{\vartheta_{1\max}}}. \quad (12.104)$$

В статических следящих системах, а также в системах стабилизации построение низкочастотной части делается в соответствии с формулами (12.56)–(12.61).

**Построение средне- и высокочастотной частей л. а. х.** В системах с астатизмом второго порядка (рис. 12.21) необходимо осуществить типовой переход оси нуля децибел в соответствии с рис. 12.10. При этом известно значение базовой частоты  $\omega_0$ .

Требуемое значение постоянной времени  $T_2$  определяется формулой (12.73).

Среднечастотной части л. а. х. соответствует асимптота с единичным наклоном, проходящая в интервале амплитуд

$$\frac{M}{M-1} > A(\omega) > \frac{M}{M+1}$$

или в интервале частот

$$\frac{1}{T_2} = \omega_{\text{ср}} \frac{M-1}{M} > \omega > \omega_{\text{ср}} \frac{M+1}{M}. \quad (12.105)$$

Часть л. а. х., лежащая правее частоты среза, может иметь, вообще говоря, произвольный вид, определяемый имеющимися в системе звеньями. Однако в соответствии с изложенным выше необходимо выполнение следующих условий.

1. Высокочастотная часть л. а. х. не должна заходить в запретную область, образованную асимптотой с единичным наклоном, пересекающей ось нуля децибел в точке  $\omega = \omega_{cp}$ , и горизонтальной прямой, соответствующей

$$L(\omega) = 20 \lg \frac{M}{M+1}. \quad (12.106)$$

2. Сумма постоянных времени и коэффициентов при операторе в первой степени передаточных функций колебательных звеньев не должна превышать значения (12.82):

$$\sum_{i=1}^m T_i \leq \frac{1}{\omega_{cp}} \frac{M}{M+1} = \frac{1}{\omega_0} \frac{\sqrt{M(M-1)}}{M+1}.$$

При построении желаемой л. а. х. в высокочастотной области вначале можно ориентироваться на наиболее простой ее вид и сформулировать ее при помощи одной асимптоты с наклоном  $-40$  дБ/дек, положение которой определяется постоянной времени

$$T_3 \leq \frac{1}{\omega_{cp}} \frac{M}{M+1} = \frac{1}{\omega_0} \frac{\sqrt{M(M-1)}}{M+1}.$$

Эта л. а. х. показана в высокочастотной части на рис. 12.21 пунктирной линией. Она соответствует типу 2-1-2. При дальнейшем расчете вид высокочастотной части л. а. х. может уточняться. Однако два сформулированных выше условия не должны нарушаться. В окончательном виде высокочастотная часть л. а. х. может иметь произвольный вид, например показанный сплошной линией на рис. 12.21.

В следящих системах с астатизмом первого порядка необходимо вначале проверить возможность сведения желаемой л. а. х. к типу 1-2 или ее модификациям 1-2-3... Для этого необходимо исследовать возможность доведения суммы всех постоянных времени до значения, определяемого формулой (12.92):

$$T_1 + T_2 + T_3 + \dots \leq \frac{1}{K_{\Omega}} \frac{M^2 + M\sqrt{M^2 - 1}}{2} \quad (M \leq 1.3).$$

При отрицательном ответе необходимо сформировать переход оси нуля децибел асимптотой с единичным наклоном так, как показано на рис. 12.22. Весь расчет ведется аналогично изложенному выше для следящих систем с астатизмом второго порядка.

Исходные данные для расчета — базовая частота  $\omega_0$ , и постоянная времени  $T_1$  — известны по построению низкочастотной части л. а. х. (см. рис. 12.22).

Для статических систем расчет ведется аналогично расчету систем с астатизмом первого порядка. Вначале необходимо проверить возможность использования л. а. х. типа 0-1-2 (рис. 12.17) или ее модификации 0-1-2-3... по формуле (12.100). При

отрицательном ответе, необходимо сформировать переход оси нуля децибел аналогично рис. 12.21 и 12.22.

**Расчет корректирующих (демпфирующих) средств.** По наиболее простой схеме расчета корректирующие средства определяются сравнением желаемой передаточной функции с передаточной функцией системы без корректирующих средств или сравнением л. а. х., соответствующих этим передаточным функциям.

Часто эта схема расчета оказывается слишком упрощенной, что затрудняет ее использование. Это объясняется главным образом трудностью непосредственного перехода в сложных случаях от имеющейся передаточной функции к желаемой, а также тем обстоятельством, что формирование высокочастотной части л. а. х. может быть выполнено многозначно. Если вид желаемой л. а. х. в низкочастотной части является вполне определенным, то для ее высокочастотной части могут быть сформулированы лишь общие требования в отношении допустимой суммы постоянных времени и отсутствия пиков, заходящих в запретную зону (см. рис. 12.21).

Поэтому более гибкой оказывается схема расчета, при которой построение желаемой л. а. х. и расчет корректирующих средств, обеспечивающих получение желаемой л. а. х., делаются в два этапа.

На первом этапе расчета на основании требований к точности строится желаемая л. а. х. и рассчитываются корректирующие средства, формирующие ее в низкочастотной части. При этом будет получена некоторая промежуточная система, имеющая требуемую точность, но не имеющая, возможно, требуемого запаса устойчивости.

В некоторых случаях возможно формирование одновременно с низкочастотной частью л. а. х. ее средне-, а в простейших случаях и высокочастотной частей.

На втором этапе расчета уточняется вид и рассчитываются параметры корректирующих средств, формирующих средне- и высокочастотную части л. а. х. В результате должна быть получена система, обеспечивающая не только требуемую точность в типовых режимах, но и имеющая необходимый запас устойчивости. Методы решения задачи оптимального синтеза будут рассмотрены в гл. 23.

## Глава 13

# СИСТЕМЫ С ПЕРЕМЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

### § 13.1. Основные понятия

Системами с *переменными параметрами* называются системы, движение которых описывается линейными дифференциальными уравнениями с переменными во времени коэффициентами:

$$a_0(t) \frac{d^n x}{dt^n} + \dots + a_{n-1}(t) \frac{dx}{dt} + a_n(t)x = b_0(t) \frac{d^m f(t)}{dt^m} + \dots + b_{m-1}(t) \frac{df(t)}{dt} + b_m(t)f(t). \quad (13.1)$$