

ступенчатых релейных характеристик линейными в случае необходимости могут быть учтены в виде шумов [28].

Структурная схема (рис. 15.3) отличается от структурной схемы импульсной системы (рис. 14.7) лишь наличием дополнительного звена с передаточной функцией  $D(z)$ . Передаточная функция  $W_0(z)$  в главе 14 обозначалась  $W(z)$ , так как она представляла собой передаточную функцию разомкнутой импульсной системы.

В тех случаях, когда запаздывание  $\tau$  значительно меньше периода дискретности  $T$ , для определения  $W_0(z)$  можно использовать формулы (14.60) или (14.58), а в противном случае — формулу (14.61). Модифицированная передаточная функция  $W_0(z, \varepsilon)$  определяется по формуле (14.62).

Передаточная функция разомкнутой цифровой системы (рис. 15.3)

$$W(z) = D(z) W_0(z), \quad (15.9)$$

так как

$$Y(z) = W_0(z) U(z), \quad U(z) = D(z) X(z).$$

Модифицированная передаточная функция разомкнутой системы

$$W(z, \varepsilon) = D(z) W_0(z, \varepsilon). \quad (15.10)$$

С учетом (15.9) и (15.10) передаточные функции замкнутой цифровой системы определяются из выражений (14.64), (14.65) и (14.77). Таким образом, на цифровые системы распространяются все методы исследования устойчивости и качества, рассмотренные в главе 14.

## § 15.2. Дискретные алгоритмы управления и дискретная коррекция

При непрерывном управлении реализация алгоритма управления (§ 2.2) и корректирующих средств (§ 10.1) осуществляется за счет введения в систему дополнительных устройств: тахогенераторов, интегрирующих приводов,  $R$ -,  $C$ -,  $L$ -цепей и т. п. В цифровых системах как алгоритмы управления, так и корректирующие средства реализуются программным путем в виде вычислительной процедуры, организованной в соответствии с разностным уравнением (15.7).

Разностное уравнение (15.7) может быть физически реализовано, если для вычисления значения управляющего воздействия в момент времени  $t = iT$ , т. е.  $u(i)$ , не требуются будущие значения ошибки, т. е.  $x(i+1)$ ,  $x(i+2)$ ,... Нетрудно убедиться, что это условие выполняется, если  $s \leq k$ . Если же например  $s = k+1$ , то в правой части уравнения (15.7) появится слагаемое  $p_0 x(i+1)$ .

Применительно к передаточной функции ЦВМ (15.8) условие физической реализуемости выполняется, если степень полинома ее числителя не превышает степени полинома знаменателя.

Вообще говоря, в цифровой системе могут быть использованы и непрерывные алгоритмы управления или непрерывные корректирующие устройства. Тогда передаточная функция ЦВМ  $D(z) = 1$ . При этом цифровая система формально превращается в

импульсную, так как их структурные схемы, изображенные на рис. 15.3 и рис. 14.7, будут одинаковыми. Однако фактически эти системы останутся принципиально различными.

В импульсной системе преобразование непрерывного сигнала в последовательность импульсов осуществляется сравнительно простым устройством – амплитудно-импульсным модулятором, а все остальные элементы и устройства являются аналоговыми. В цифровой системе при  $D(z) = 1$  сохраняется весь комплекс сложных устройств (ЦВМ, АЦП, ЦАП), а на ЦВМ возлагается лишь задача вычисления ошибки и, возможно, формирования задающего воздействия в соответствии с программой управления. Поэтому, очевидно, построение цифровой системы при  $D(z) = 1$  не является рациональным.

В табл. 15.1 приведены некоторые простейшие дискретные алгоритмы и передаточные функции  $D(z)$ , соответствующие рассмотренным в § 2.2 линейным непрерывным алгоритмам. В качестве аналога производной использована не первая разность (14.5)  $\Delta x(i) = x(i+1) - x(i)$ , которая физически не реализуется, а разность  $x(i) - x(i-1)$ . Для вычисления интеграла применены известные приближенные методы интегрирования.

При осуществлении дискретной коррекции желаемая передаточная функция  $D(z)$  может быть определена следующим образом. Пусть известна передаточная функция исходной не скорректированной системы

$$W_0(z) = \frac{B_0(z)}{C_0(z)}, \quad (15.11)$$

а в процессе решения задачи синтеза определена желаемая передаточная функция разомкнутой системы

$$W(z) = \frac{B(z)}{C(z)} = D(z)W_0(z). \quad (15.12)$$

Тогда искомая передаточная функция дискретного корректирующего устройства (передаточная функция ЦВМ)

$$D(z) = \frac{P(z)}{Q(z)} = \frac{W(z)}{W_0(z)} = \frac{B(z)C_0(z)}{C(z)B_0(z)}. \quad (15.13)$$

Если известна желаемая передаточная функция замкнутой системы  $\Phi(z)$ , то вместо (15.13) получим:

$$D(z) = \frac{P(z)}{Q(z)} = \frac{\Phi(z)}{1 - \Phi(z)} \cdot \frac{1}{W_0(z)} = \frac{\Phi(z)}{1 - \Phi(z)} \cdot \frac{C_0(z)}{B_0(z)}. \quad (15.14)$$

Формирование желаемых передаточных функций  $W(z)$  или  $\Phi(z)$  должно производиться с учетом некоторых ограничений. Во-первых, получающаяся передаточная функция ЦВМ (15.13) или (15.14) должна быть физически реализуемой, т. е. степень полинома ее числителя не должна превышать степени полинома знаменателя. Во-вто-

Таблица 15.1

Управление	Непрерывный алгоритм	Дискретный алгоритм	$D(z)$
По отклонению	$u = k_1 x$	$u(i) = k_1 x(i)$	$k_1$
По производной от отклонения	$u = k_2 \dot{x}$	$u(i) = \frac{k_2}{T} [x(i) - x(i-1)]$	$\frac{k_2}{T} \frac{z-1}{z}$
По отклонению и производной	$u = k_1 x + k_2 \dot{x}$	$u(i) = \left( k_1 + \frac{k_2}{T} \right) x(i) - \frac{k_2}{T} x(i-1)$	$\frac{\left( k_1 + \frac{k_2}{T} \right) z - \frac{k_2}{T}}{z}$
По интегралу от отклонения	$u = k_3 \int x dt$	$u(i) = u(i-1) + k_3 T x(i-1)$ (метод Эйлера)	$\frac{k_3 T z}{z-1}$
		$u(i) = u(i-1) + \frac{k_3 T}{2} [x(i) + x(i-1)]$ (метод трапеций)	$\frac{k_3 T}{2} \frac{z+1}{z-1}$
Изодромнос	$u = k_1 x + k_3 \int x dt$	$u(i) = u(i-1) + k_1 x(i) + k_3 T x(i-1)$	$\frac{k_1 z + k_3 T}{z-1}$
		$u(i) = u(i-1) + \left( k_1 + \frac{k_3 T}{2} \right) x(i) + \frac{k_3 T}{2} x(i-1)$	$\frac{\left( k_1 + \frac{k_3 T}{2} \right) z + \frac{k_3 T}{2}}{z-1}$

рых, скорректированная система должна быть грубой, т. е. малое изменение ее параметров не должно приводить к существенному изменению характера протекающих в ней процессов.

В соответствии с условием грубости нули и полюсы (корни числителя и знаменателя) передаточной функции  $W_0(z)$ , модуль которых равен или больше единицы, не должны сокращаться или компенсироваться такими же полюсами и нулями передаточной функции  $D(z)$ . Иными словами «плохие» нули и полюсы  $W_0(z)$  должны входить в качестве нулей и полюсов в желаемую передаточную функцию разомкнутой системы. Применительно к выражению (15.14) это означает, что передаточная функция  $\Phi(z)$  должна содержать в качестве нулей «плохие» корни полинома  $B_0(z)$ , а  $1 - \Phi(z)$  — «плохие» корни полинома  $C_0(z)$ . Невыполнение условий грубости вызывает неустойчивость системы.

Поясним сказанное примером. Рассмотрим систему (рис. 15.3), передаточная функция непрерывной части которой равна

$$W_0(p) = \frac{K}{T_1 p - 1}.$$

Тогда при  $\gamma = 1$  имеем

$$W_0(z) = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{K}{p(T_1 p - 1)} \right\} = \frac{K(d-1)}{z-d}, \quad d = e^{T/T_1} > 1.$$

Положим, например,  $K = 2$ ,  $d = 1,2$ . Тогда

$$W_0(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{0,4}{z-1,2}. \quad (15.15)$$

Введем в систему дискретное корректирующее устройство с передаточной функцией

$$D(z) = \frac{U(z)}{X(z)} = \frac{z-1,2}{z-0,8}. \quad (15.16)$$

В результате получим передаточную функцию разомкнутой системы (15.12)

$$W(z) = D(z)W_0(z) = \frac{0,4}{z-0,8}. \quad (15.17)$$

Корень  $z_1 = 1,2$  знаменателя  $W_0(z)$ , модуль которого больше единицы, сокращен таким же корнем числителя  $D(z)$ . Таким образом, условие грубости нарушено. Однако, если судить по передаточной функции (15.17), замкнутая система устойчива, так как корень ее характеристического уравнения  $z_1 = 0,4 < 1$ .

Допустим теперь, что фактическое значение постоянной времени  $T_1$  несколько меньше расчетного значения и  $d = 1,21$ , а параметры  $D(z)$  остались прежними. Тогда передаточная функция разомкнутой системы

$$W(z) = D(z)W_0(z) = \frac{z-0,2}{z-0,8} \cdot \frac{0,42}{z-1,21}.$$

Характеристическое уравнение замкнутой системы имеет вид

$$z^2 - 1,59z + 0,464 = 0.$$

Нетрудно убедиться, что замкнутая система стала неустойчивой, так как не выполняется третье из условий (14.93). Такой же вывод получится, если например,  $d = 1,201$ . Таким образом, из-за нарушения условия грубости малое изменение параметра (в данном случае  $T_1$ ) привело к существенному изменению поведения системы.

Следует отметить, что даже при идеальной компенсации (что, конечно, практически невозможно) сделанный ранее вывод об устойчивости замкнутой системы с передаточной функцией в разомкнутом состоянии (15.17) оказывается неверным. Это связано с тем, что передаточные функции получаются при нулевых начальных условиях, а последствия нарушения условий грубости проявляются при ненулевых начальных условиях. Чтобы убедиться в этом, составим разностные уравнения (см. § 14.3), соответствующие передаточным функциям (15.15) и (15.16):

$$y(i+1) = 1,2 y(i) + 0,4 u(i);$$

$$u(i) = 0,8 u(i-1) + x(i) - 1,2 x(i-1); \quad x(i) = g(i) - y(i).$$

Положим  $g(i) = 0$ ,  $y(0) = 0,5$ ,  $y(-1) = 0$ . Определяя при  $i = 0, 1, 2, \dots$  последовательно шаг за шагом значения  $x(0)$ ,  $u(0)$ ,  $y(1)$ ;  $x(1)$ ,  $u(1)$ ,  $y(2)$ ; ... можно установить, что  $y(i)$  неограниченно увеличивается, т. е. замкнутая система неустойчива.

Вместо формул (15.13) и (15.14) может применяться соотношение, связывающее частотные передаточные функции

$$D(j\lambda) = \frac{W(j\lambda)}{W_0(j\lambda)} \quad (15.18)$$

или соответствующие им логарифмические частотные характеристики

$$L_D(\lambda) = L(\lambda) - L_0(\lambda). \quad (15.19)$$

После определения  $L_D(j\lambda)$  подстановкой  $j\lambda = 2\omega T^{-1}$  можно получить передаточную функцию  $L_D(\omega)$ , а затем путем перехода от  $\omega$ -преобразования к  $z$ -преобразованию — передаточную функцию  $D(z)$ .

Сформулированные выше ограничения по отношению к выражению (15.18) имеют следующий вид. Необходимо, чтобы передаточная функция  $W(j\lambda)$  содержала в качестве своих нулей и полюсов по переменной  $j\lambda$  все те нули и полюса передаточной функции  $W_0(j\lambda)$ , которые лежат в правой полуплоскости. Кроме того, необходимо, чтобы получающаяся дробно-рациональная функция  $D(j\lambda)$  имела степень числителя не больше, чем степень знаменателя.

Поясним сказанное примером. Пусть в цифровой системе с экстраполятором нулевого порядка передаточная функция непрерывной части

$$W_0(p) = \frac{K}{p^2}$$

соответствует интегрирующему звену второго порядка. Тогда без коррекции имеем

$$W_0(z) = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{K}{p^3} \right\} = \frac{KT^2(z+1)}{2(z-1)^2}.$$

Далее можно получить частотную передаточную функцию

$$W_0(j\lambda) = \frac{K \left( 1 - j\lambda \frac{T}{2} \right)}{(j\lambda)^2}.$$

Соответствующая ей л. а. х.  $L$  построена на рис. 15.4. Если принять в качестве желаемой л. а. х.  $L_1$ , то желаемая частотная передаточная функция

$$W_1(j\lambda) = \frac{K(1 + j\lambda T_2) \left( 1 - j\lambda \frac{T}{2} \right)}{(j\lambda)^2}. \quad (15.20)$$

Она совпадает с передаточной функцией 14.110, если положить  $\tau = T_2$ .

Дискретная частотная передаточная функция требуемого корректирующего звена последовательного типа

$$D(j\lambda) = \frac{W_1(j\lambda)}{W_0(j\lambda)} = 1 + j\lambda T_2. \quad (15.21)$$

Переход к передаточной функции ЦВМ дает

$$D(z) = \frac{\left( 1 + \frac{2T_2}{T} \right) z + \left( 1 - \frac{2T_2}{T} \right)}{z+1}. \quad (15.22)$$

Последнее выражение определяет неустойчивую программу, так как полюс передаточной функции  $z_1 = -1$  соответствует границе устойчивости третьего типа и нарушаются условия гурови.

Заметим, что получившаяся частотная передаточная функция корректирующего устройства (15.21) не может быть реализована, вообще говоря, и в непрерывном варианте. Эта функция соответствует бесконечному подъему усиления при росте частоты до бесконечности. При реализации в дискретном варианте эта функция приводит к неустойчивой программе ЦВМ.

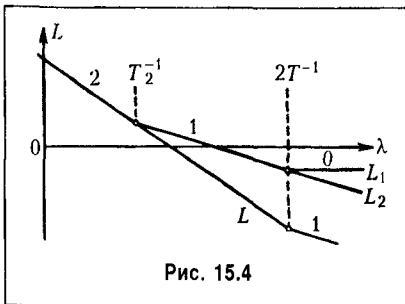


Рис. 15.4

Для исключения этого явления примем желаемую л. а. х.  $L_2$  в другом виде (рис. 15.4). Желаемая передаточная функция

$$W_2(j\lambda) = \frac{K(1+j\lambda T_2)\left(1-j\lambda\frac{T}{2}\right)}{(j\lambda)^2\left(1+j\lambda\frac{T}{2}\right)}. \quad (15.23)$$

Передаточная функция корректирующего устройства в этом случае имеет вид

$$D(j\lambda) = \frac{W_2(j\lambda)}{W_0(j\lambda)} = \frac{1+j\lambda T_2}{1+j\lambda\frac{T}{2}}. \quad (15.24)$$

Переход к передаточной функции ЦВМ дает

$$D(z) = \frac{\left(1 + \frac{2T_2}{T}\right)z + 1 - \frac{2T_2}{T}}{2z}. \quad (15.25)$$

Этой передаточной функции соответствует устойчивая программа ЦВМ, так как условия грубости не нарушаются.

Для рассмотренного примера произведем числовой расчет. Пусть по условиям точности  $K = 100 \text{ с}^{-2}$ , а показатель колебательности  $M = 1,5$ . Дальнейший расчет произведем в соответствии с формулами § 12.6. Базовая частота л. а. х.

$$\lambda_0 = \sqrt{K} = \sqrt{100} = 10 \text{ с}^{-1}.$$

Требуемое значение постоянной времени равно

$$T_2 = \frac{1}{\lambda_0} \sqrt{\frac{M}{M-1}} = \frac{1}{10} \sqrt{\frac{1,5}{1,5-1}} = 0,173 \text{ с}.$$

Допустимое значение суммы малых постоянных времени для передаточной функции (15.23) равно периоду дискретности:

$$\frac{T}{2} + \frac{T}{2} = T \leq \frac{1}{\lambda_0} \frac{\sqrt{M(M-1)}}{M+1} = \frac{1}{10} \frac{\sqrt{1,5(1,5-1)}}{1,5+1} = 0,0346 \text{ с}.$$

Примем период дискретности  $T = 0,0346 \text{ с}$ . Передаточная функция ЦВМ (15.25) имеет вид

$$D(z) = \frac{\left(1 + \frac{2 \cdot 0,173}{0,0346}\right)z + 1 - \frac{2 \cdot 0,173}{0,0346}}{2z} = 5,5(1 - 0,82z^{-1}).$$

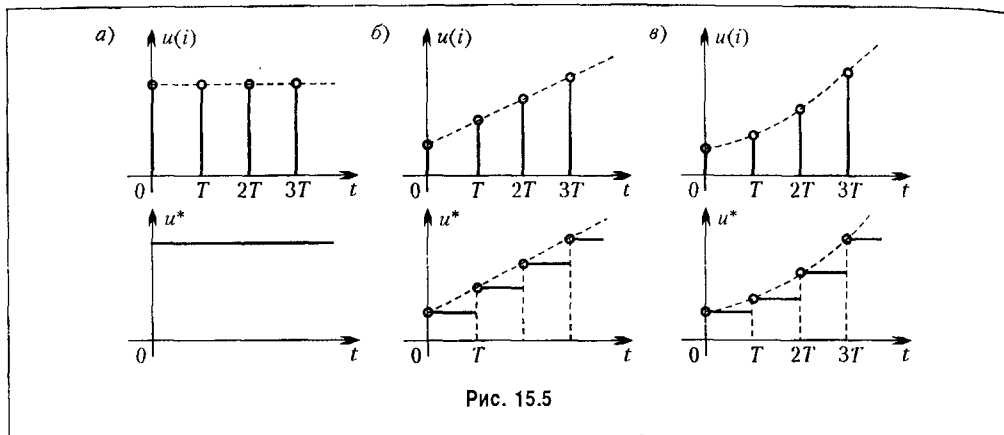


Рис. 15.5

С целью повышения точности ЦВМ может быть использована для повышения порядка астатизма системы или реализации комбинированного управления.

Повышение порядка астатизма, как отмечалось в § 9.1, применяется для устранения установившейся ошибки от задающего воздействия в различных типовых режимах: в неподвижном состоянии, при движении с постоянной скоростью, при движении с постоянным ускорением и т. д. Оно достигается введением в систему интегрирующих или изодромных устройств. Передаточные функции  $D(z)$  для их дискретных аналогов приведены в табл. 15.1.

В непрерывных системах астатизму  $r$ -го порядка соответствует наличие сомножителя  $p^r$  в передаточной функции разомкнутой системы  $W(p)$ , а в дискретных – наличие сомножителя  $(z - 1)^r$  в знаменателе передаточной функции разомкнутой системы  $W(z)$ , так как каждому корню  $p = 0$  соответствует корень  $z = e^{pT} = 1$ . Поэтому повышение порядка астатизма цифровой системы может быть достигнуто за счет как непрерывных, так и дискретных интеграторов.

Принципиальная особенность дискретного интегратора состоит в том, что на его выходе образуется не непрерывный сигнал, а последовательность  $u(i)$ , что показано на рис. 15.5. Формирующее устройство при  $\gamma = 1$  сохраняет значение  $u(i)$  в течение периода дискретности  $T$  и образует сигнал  $u^*$ . Если окажется, что  $u(i)$  в установившемся режиме изменяется (рис. 15.5, б и рис. 15.5, в), то сигнал  $u^*$  будет ступенчатым (разрывным). Поэтому следует ожидать, что ошибка системы между моментами замыкания  $t = iT$  будет иметь пульсации.

Исследуем вначале возможность появления пульсаций исходя из физических соображений.

Пусть имеем статическую непрерывную часть системы и  $D(z) = 1$ . Тогда в режиме неподвижного состояния (см. § 8.2) будет существовать постоянная статическая ошибка от задающего воздействия, а  $u(i)$  и  $u^*$  будет изменяться так, как показано на рис. 15.5, а. Сигнал  $u^*$  непрерывный и появление пульсаций исключается. Для устранения ошибки можно использовать как непрерывный, так и дискретный интеграторы. В любом из этих случаев  $u(i)$  и  $u^*$  будут такими же по форме, как на рис. 15.5, а, но при нулевой ошибке.



Для обеспечения режима движения с постоянной скоростью в системе, как показано в § 8.2, должен иметься по крайней мере один интегратор. Если он непрерывный, то существует постоянная скоростная ошибка, а  $u(i)$  и  $u^*$  изменяются так же, как на рис. 15.5, а, т.е. пульсации отсутствуют. Если же этот интегратор дискретный, то при постоянной ошибке сигнал  $u(i)$  в установившемся состоянии должен изменяться по линейному закону (рис. 15.5, б). При этом сигнал  $u^*$  имеет разрывный характер, что приводит к появлению пульсаций. Таким образом, система может воспроизводить линейно изменяющееся задающее воздействие без пульсаций (но с ошибкой) только при наличии в ней непрерывного интегратора. Для устранения скоростной ошибки можно использовать дополнительно как непрерывные, так и дискретные интеграторы.

Рассуждая аналогично нетрудно убедиться, что для обеспечения движения с постоянным ускорением без пульсаций в системе должно иметься не менее двух непрерывных интеграторов. При наличии одного непрерывного и одного дискретного интеграторов сигнал  $u^*$  будет изменяться так, как показано на рис. 15.5, в, а при наличии двух дискретных интеграторов — как на рис. 15.5, г.

Для исследования возможности появления пульсаций можно использовать также формулу (14.102). Из нее с учетом выражения (14.67) получим

$$x_{\text{уст}}(\varepsilon) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) \left[ G(z, \varepsilon) - \frac{W(z, \varepsilon)}{1+W(z)} G(z) \right]. \quad (15.26)$$

Если окажется, что  $x_{\text{уст}}(\varepsilon)$  не зависит от  $\varepsilon$ , то пульсации отсутствуют.

В качестве примера рассмотрим систему, передаточная функция непрерывной части которой

$$W_0(p) = \frac{K}{T_1 p + 1},$$

при наличии дискретного аналога интегрирующего звена с передаточной функцией

$$D(z) = \frac{T}{z-1}.$$

По формулам (14.60) и (14.62) находим:

$$W_0(z, \varepsilon) = K \frac{z-d-(z-1)d^\varepsilon}{z-d}, \quad W_0(z) = K \frac{1-d}{z-d}, \quad d = e^{-\frac{T}{T_1}}.$$

Передаточные функции разомкнутой системы (15.10) и (15.9) имеют вид

$$W(z, \varepsilon) = D(z)W_0(z, \varepsilon) = KT \frac{z-d-(z-1)d^\varepsilon}{(z-1)(z-d)},$$

$$W(z) = D(z)W_0(z) = KT \frac{1-d}{(z-1)(z-d)}.$$

В режиме неподвижного состояния задающее воздействие  $g(t) = g_0 \cdot 1(t)$ . Его изображение

$$G(z, \varepsilon) = G(z) = \frac{g_0}{z-1}.$$

По формуле (15.26) находим установившуюся ошибку системы

$$x_{\text{уст}}(\varepsilon) = \lim_{z \rightarrow 1} g_0 \frac{(z-1) [z-d-KT(1-d^\varepsilon)]}{(z-d)(z-1)+KT(1-d)} = 0.$$

Таким образом, при введении дискретного интегратора статическая ошибка полностью устраняется, что соответствует сделанному ранее выводу.

В режиме движения с постоянной скоростью, т. е. при  $g(t) = Vt$ , имеем

$$G(z, \varepsilon) = \frac{VTz}{(z-1)^2} [1 + \varepsilon(z-1)], \quad G(z) = \frac{VTz}{(z-1)^2}.$$

Аналогично предыдущему получаем:

$$x_{\text{уст}}(\varepsilon) = \frac{V}{K} \left[ 1 - KT \left( \frac{1-d^\varepsilon}{1-d} - \varepsilon \right) \right].$$

Скоростная ошибка зависит от  $\varepsilon$ , что (как и ожидалось) свидетельствует о наличии пульсаций между моментами замыкания  $t = iT$ . В моменты времени  $t = iT$  она совпадает со скоростной ошибкой системы при наличии одного непрерывного интегратора:  $x_{\text{ск}} = V/K$ . На рис. 15.6 это показано для случая  $T/T_1 = 0,5$ ,  $KT = 5$ .

В цифровых системах возможно использование комбинированного управления по задающему или возмущающему воздействиям. При выполнении заданных условий по точности комбинированное управление позволяет снизить требования к основному каналу.

Комбинированное управление особенно удобно применять в тех случаях, когда задающее воздействие вычисляется в управляющей ЦВМ. В этом случае на ЦВМ может быть также возложена задача вычисления производных этого воздействия, что

позволяет просто реализовать схемы, аналогичные рассмотренным в § 9.2. Подобное положение возникает, например, при слежении телескопов за планетами, при управлении почисляемым координатам и т. н.

Структурная схема системы комбинированного управления для случая использования дополнительного канала с передаточной функцией  $E(z)$  по задающему воздействию изображена на рис. 15.7.

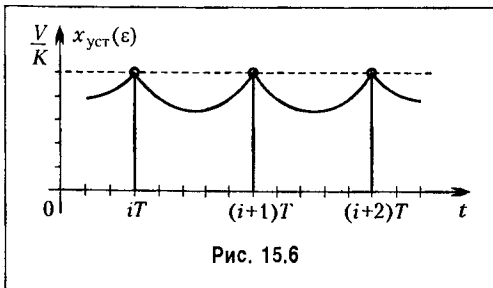


Рис. 15.6

Эквивалентная передаточная функция замкнутой системы с учетом дополнительного канала

$$\Phi_{\text{з}}(z) = \frac{W_0(z)[D(z) + E(z)]}{1 + D(z)W_0(z)} = \frac{W(z) \left[ 1 + \frac{E(z)}{D(z)} \right]}{1 + W(z)} = \frac{W_{\text{з}}(z)}{1 + W_{\text{з}}(z)}, \quad (15.27)$$

где  $W(z) = D(z)W_0(z)$  – передаточная функция разомкнутой системы;  $W_{\text{з}}(z)$  – эквивалентная передаточная функция разомкнутой системы.

Эквивалентная передаточная функция по ошибке

$$\Phi_{\text{ош}}(z) = 1 - \Phi_{\text{з}}(z) = \frac{1 - E(z)W_0(z)}{1 + W(z)}. \quad (15.28)$$

Эквивалентная передаточная функция разомкнутой системы

$$W_{\text{з}}(z) = \frac{\Phi_{\text{з}}(z)}{1 - \Phi_{\text{з}}(z)} = \frac{W_0(z)[D(z) + E(z)]}{1 - E(z)W_0(z)}. \quad (15.29)$$

Из формулы (15.28), если положить  $\Phi_{\text{ош}}(z) = 0$ , можно получить условие полной инвариантности

$$E(z) = \frac{1}{W_0(z)} = \frac{E_1(z)}{E_2(z)}. \quad (15.30)$$

Для большинства реальных систем степень числителя  $W_0(z)$  оказывается меньше степени знаменателя на единицу. Поэтому степень полинома  $E_1(z)$  будет на единицу больше степени полинома  $E_2(z)$  и формула (15.30) может быть приведена к виду

$$E(z) = cz + \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_k z^{-k}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_k z^{-k}}. \quad (15.31)$$

Слагаемое  $cz = ce^{pT}$  означает, что при формировании сигнала по каналу с передаточной функцией  $E(z)$  необходимо использовать упрежденное на один такт значение

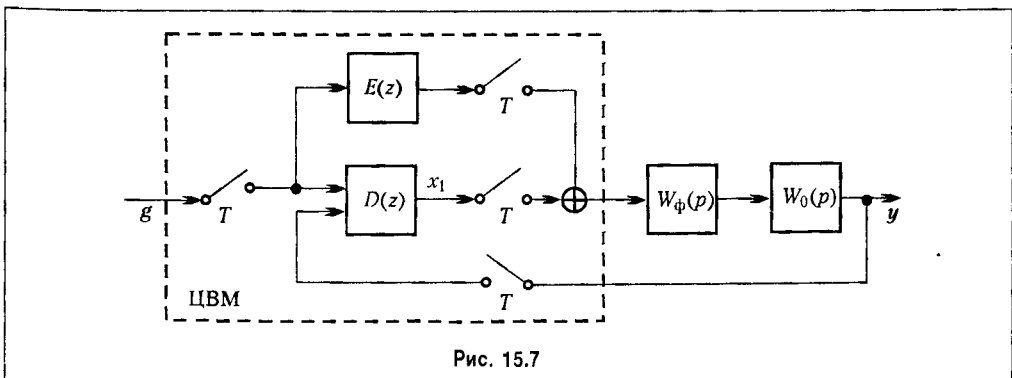


Рис. 15.7

задающего воздействия. Это связано с необходимостью применения прямых разностей, которые в дискретном плане должны здесь заменить процесс дифференцирования (см. § 14.2). При этом возможны следующие ситуации.

1. Если ЦВМ вычисляет значение задающего воздействия по некоторым заложенным в нее данным и использует при этом прогнозирование (например, при вычислении текущих координат небесных тел, спутников, ракет и др.), то вычисление будущего значения интересующей величины может быть легко сделано со сдвигом на практически любое число тактов. В этом случае реализация формулы (15.31) в принципе возможна. Однако практические трудности в реализации слишком сложных алгоритмов и ограничения в элементах не дают возможности получить полную инвариантность.

2. Если ЦВМ вычисляет задающее воздействие не по принципу прогнозирования, а в результате обработки поступающей текущей информации, то точная реализация формулы (15.31) оказывается невозможной. Тогда приходится ограничиться приближенной реализацией формулы (15.30) либо вводить в прямой канал дополнительное запаздывание на один такт. В первом случае условие полной инвариантности (15.30) нарушается, во втором — вводится постоянное временное запаздывание на один такт в обработку задающего воздействия, что также нарушает условие инвариантности.

Таким образом, при использовании комбинированного управления приходится ориентироваться не на полную инвариантность, а на некоторое, во многих случаях весьма существенное, повышение точности.

Поскольку точность систем управления определяется низкочастотной частью л. а. х., а низкочастотная часть л. а. х. дискретных систем практически сливается с л. а. х. непрерывной части системы, то расчет дискретных систем комбинированного управления осуществляется аналогично непрерывному случаю [9].

Важнейшим следствием использования комбинированного управления является возможность снижения требований к ЦВМ в части ограничения периода дискретности. Это связано с понижением требований к каналу управления по отклонению при введении дополнительного канала с передаточной функцией  $E(z)$ .

### § 15.3. О синтезе систем управления с ЦВМ

Синтез систем управления с ЦВМ наиболее просто производить на основе той методики, которая была изложена в § 12.6 для непрерывных систем. Покажем, как можно перенести ее на дискретные системы управления.

Как и в случае непрерывных систем, будем определять качество переходного процесса устойчивых дискретных систем, точнее их запас устойчивости, по показателю колебательности, соответствующему максимуму амплитудной частотной характеристики замкнутой системы:

$$M = |\Phi(j\lambda)|_{\max} = \left| \frac{W(j\lambda)}{1 + W(j\lambda)} \right|_{\max}. \quad (15.32)$$

Соотношение (15.32) полностью аналогично соответствующему соотношению для непрерывных систем. Поэтому получение требуемого показателя колебательности может быть обеспечено выполнением условия для л. а. х. разомкнутой системы подобно тому, как это было сделано в § 12.6 для непрерывных систем.