

задающего воздействия. Это связано с необходимостью применения прямых разностей, которые в дискретном плане должны здесь заменить процесс дифференцирования (см. § 14.2). При этом возможны следующие ситуации.

1. Если ЦВМ вычисляет значение задающего воздействия по некоторым заложенным в нее данным и использует при этом прогнозирование (например, при вычислении текущих координат небесных тел, спутников, ракет и др.), то вычисление будущего значения интересующей величины может быть легко сделано со сдвигом на практически любое число тактов. В этом случае реализация формулы (15.31) в принципе возможна. Однако практические трудности в реализации слишком сложных алгоритмов и ограничения в элементах не дают возможности получить полную инвариантность.

2. Если ЦВМ вычисляет задающее воздействие не по принципу прогнозирования, а в результате обработки поступающей текущей информации, то точная реализация формулы (15.31) оказывается невозможной. Тогда приходится ограничиться приближенной реализацией формулы (15.30) либо вводить в прямой канал дополнительное запаздывание на один такт. В первом случае условие полной инвариантности (15.30) нарушается, во втором — вводится постоянное временное запаздывание на один такт в обработку задающего воздействия, что также нарушает условие инвариантности.

Таким образом, при использовании комбинированного управления приходится ориентироваться не на полную инвариантность, а на некоторое, во многих случаях весьма существенное, повышение точности.

Поскольку точность систем управления определяется низкочастотной частью л. а. х., а низкочастотная часть л. а. х. дискретных систем практически сливается с л. а. х. непрерывной части системы, то расчет дискретных систем комбинированного управления осуществляется аналогично непрерывному случаю [9].

Важнейшим следствием использования комбинированного управления является возможность снижения требований к ЦВМ в части ограничения периода дискретности. Это связано с понижением требований к каналу управления по отклонению при введении дополнительного канала с передаточной функцией $E(z)$.

§ 15.3. О синтезе систем управления с ЦВМ

Синтез систем управления с ЦВМ наиболее просто производить на основе той методики, которая была изложена в § 12.6 для непрерывных систем. Покажем, как можно перенести ее на дискретные системы управления.

Как и в случае непрерывных систем, будем определять качество переходного процесса устойчивых дискретных систем, точнее их запас устойчивости, по показателю колебательности, соответствующему максимуму амплитудной частотной характеристики замкнутой системы:

$$M = |\Phi(j\lambda)|_{\max} = \left| \frac{W(j\lambda)}{1 + W(j\lambda)} \right|_{\max}. \quad (15.32)$$

Соотношение (15.32) полностью аналогично соответствующему соотношению для непрерывных систем. Поэтому получение требуемого показателя колебательности может быть обеспечено выполнением условия для л. а. х. разомкнутой системы подобно тому, как это было сделано в § 12.6 для непрерывных систем.

Для упрощения выкладок ограничимся рассмотрением систем с астатизмом не выше второго порядка при наличии двух непрерывных интеграторов, хотя методика остается применимой и в случае более высокого порядка астатизма. Пусть передаточная функция непрерывной части разомкнутой системы имеет вид

$$W_0(p) = \frac{K(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p) \dots (1 + \tau_m p)}{p^2(1 + T_1 p)(1 + T_2 p) \dots (1 + T_n p)}. \quad (15.33)$$

При построении л. а. х. следящей системы с учетом ЦВМ введем следующие предположения.

1. Величина, обратная периоду дискретности T , больше половины частоты среза $\omega_{\text{ср}}$ л. а. х. непрерывной части системы, т. е. $\omega_{\text{ср}} T < 2$. При расчете следящих систем с ЦВМ это неравенство приходится выполнять практически во всех случаях в связи с требованиями по устойчивости и запасу устойчивости.

2. Все постоянные времени T_1, \dots, T_n можно разделить на две группы. К первой группе T_1, \dots, T_q отнесем те из них, которым соответствуют сопрягающие частоты, меньшие частоты среза $\omega_{\text{ср}}$ (большие постоянные времени). Ко второй группе T_{q+1}, \dots, T_n отнесем те постоянные времени, которым соответствуют сопрягающие частоты большие, чем частота среза $\omega_{\text{ср}}$ (малые постоянные времени), причем для каждой постоянной времени второй группы должно выполняться неравенство $T_i < T/2$.

3. Постоянным временем τ_1, \dots, τ_m соответствуют сопрягающие частоты меньше, чем частота среза. Это не относится к тем постоянным времени числителя передаточной функции разомкнутой непрерывной части, которые были введены для компенсации некоторых ее полюсов и поэтому после сокращения соответствующих множителей не вошли в окончательное выражение (15.33).

4. Переход оси нуля децибел асимптотической л. а. х. непрерывной части происходит при отрицательном наклоне 20 дБ/дек.

Л. а. х. системы с ЦВМ в области низких частот. Рассмотрим построение л. а. х. для (15.33) в области низких частот, т. е. левее частоты среза. Передаточная функция непрерывной части для этой области может быть представлена в виде

$$W_0(p) = \frac{K(1 + \tau_1 p) \dots (1 + \tau_m p)}{p^2(1 + T_1 p) \dots (1 + T_n p)}. \quad (15.34)$$

Очевидно, что вследствие условия 4 имеем равенство $m = q + 1$.

Разложим (15.34) на простые дроби:

$$W_0(p) = \frac{K}{p^2} + \frac{KT_0}{p} + K \sum_{i=1}^q \frac{N_i}{1 + T_i p}, \quad (15.35)$$

где N_i — коэффициенты разложения, $KT_0 = K_{\Omega}$ представляет собой условную добротность по скорости, а

$$T_0 = \sum_{k=1}^m \tau_k - \sum_{i=1}^q T_i. \quad (15.36)$$

На основании (14.60) дискретная передаточная функция, соответствующая (15.34), будет

$$W(z) = \frac{KT^2}{2} \frac{z+1}{(z-1)^2} + \frac{KT_0T}{z-1} + K \sum_{i=1}^q \frac{N_i(1-d_i)}{z-d_i}, \quad (15.37)$$

где

$$d_i = e^{-\frac{T}{T_i}}.$$

Перейдем к дискретной частотной передаточной функции посредством использования ω -преобразования (14.90) и подстановки (14.99). В результате получим

$$W(j\lambda) = \left(1 - j\lambda \frac{T}{2}\right) \left[\frac{K}{(j\lambda)^2} + \frac{KT_0}{j\lambda} + K \sum_{i=1}^q \frac{N_i}{1 + j\lambda \frac{T}{2} \operatorname{cth} \frac{T}{2T_i}} \right], \quad (15.38)$$

где абсолютная псевдочастота

$$\lambda = \frac{2}{T} \operatorname{tg} \frac{\omega T}{2}. \quad (15.39)$$

Ранее было сделано допущение, что $T_i > T/2$. Поэтому можно считать

$$\operatorname{cth} \frac{T}{2T_i} = \frac{1}{\operatorname{th} \frac{T}{2T_i}} \approx 2 \frac{T_i}{T}.$$

Тогда окончательно

$$W(j\lambda) = \left(1 - j\lambda \frac{T}{2}\right) \left[\frac{K}{(j\lambda)^2} + \frac{KT_0}{j\lambda} + K \sum_{i=1}^q \frac{N_i}{1 + j\lambda T_i} \right].$$

Сравнение последнего выражения с (15.35) показывает, что в низкочастотной области частотная передаточная функция системы с ЦВМ может быть получена из передаточной функции непрерывной части подстановкой $p = j\lambda$ и умножением на дополнительный множитель $(1 - j\lambda T/2)$. Псевдочастота λ в этой области практически совпадает с частотой входного воздействия ω , что вытекает из (15.39). Так как было принято, что $2/T > \omega_{cp}$, то влияние дополнительного множителя $(1 - j\lambda T/2)$ при построении асимптотической л. а. х. можно не учитывать. Поэтому в низкочастотной области асимптотическая л. а. х. системы с ЦВМ практически сливается с л. а. х. непрерывной части, причем можно положить $\lambda = \omega$. Это дает большие удобства в формировании низкочастотной части л. а. х. проектируемой системы и позволяет полностью использовать ту методику, которая была изложена ранее для непрерывных систем.

Л. а. х. системы с ЦВМ в области высоких частот. В соответствии с принятыми условиями передаточная функция непрерывной части для этой области может быть представлена в виде

$$W_b(p) = \frac{\omega_{\text{ср}}}{p(1+T_{q+1}p) \dots (1+T_n p)}, \quad (15.41)$$

где частота среза асимптотической л. а. х.

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{K\tau_1\tau_2 \dots \tau_m}{T_1 T_2 \dots T_q}.$$

Разложим (15.41) на простые дроби:

$$W_b(p) = \frac{\omega_{\text{ср}}}{p} - \omega_{\text{ср}} \sum_{i=q+1}^n \frac{N_i}{1+T_i p}. \quad (15.42)$$

Аналогично предыдущему найдем частотную передаточную функцию переходом к псевдочастоте:

$$W_b(j\lambda) = \left(1 - j\lambda \frac{T}{2}\right) \left[\frac{\omega_{\text{ср}}}{j\lambda} - \omega_{\text{ср}} \sum_{i=q+1}^n \frac{N_i}{1 + j\lambda \frac{T}{2} \text{cth} \frac{T}{2T_i}} \right]. \quad (15.43)$$

Так как $T_i < T/2$, то можно положить

$$\text{cth} \frac{T}{2T_i} \approx 1.$$

Учитывая, что

$$\sum_{i=q+1}^n N_i = \sum_{i=q+1}^n T_i = T_{\Sigma},$$

получаем в результате

$$W_b(j\lambda) = \frac{\omega_{\text{ср}} \left[1 + j\lambda \left(\frac{T}{2} - T_{\Sigma} \right) \right] \left(1 - j\lambda \frac{T}{2} \right)}{j\lambda \left(1 + j\lambda \frac{T}{2} \right)}. \quad (15.44)$$

Это выражение и может использоваться для построения л. а. х., причем модуль (15.44)

$$|W_b(j\lambda)| = \frac{\omega_{\text{ср}} \sqrt{1 + \lambda^2 \left(\frac{T}{2} - T_{\Sigma} \right)^2}}{\lambda}. \quad (15.45)$$

Начало л. а. х. в высокочастотной области сливается с концом л. а. х. низкочастотной области в точке $\lambda = \omega_{\text{ср}}$.

При построении фазовой характеристики следует учитывать появление множителя $(1 - j\lambda T/2)$, соответствующего неминимально-фазовому звену. Для построения фазовой характеристики можно воспользоваться результирующим выражением для дискретной частотной передаточной функции, которое на основании изложенного будет

$$W(j\lambda) = \frac{K(1 + j\lambda\tau_1) \dots (1 + j\lambda\tau_m) \left(1 - j\lambda \frac{T}{2}\right) \left[1 + j\lambda \left(\frac{T}{2} - T_{\Sigma}\right)\right]}{(j\lambda)^2 (1 + j\lambda T_1) \dots (1 + j\lambda T_q) \left(1 + j\lambda \frac{T}{2}\right)}. \quad (15.46)$$

Результирующий фазовый сдвиг

$$\psi = -180^\circ + \sum_{j=1}^m \arctg \lambda \tau_j - \sum_{i=1}^q \arctg \lambda T_i - 2 \arctg \lambda \frac{T}{2} + \arctg \lambda \left(\frac{T}{2} - T_{\Sigma}\right). \quad (15.47)$$

В районе частоты среза при $\lambda < 2/T$ можно считать с достаточной точностью

$$\psi \cong -180^\circ + \sum_{j=1}^m \arctg \lambda \tau_j - \sum_{i=1}^q \arctg \lambda T_i - \arctg \lambda \left(\frac{T}{2} + T_{\Sigma}\right). \quad (15.48)$$

В результате при построении высокочастотного «хвоста» приходится учитывать сумму малых постоянных времени T_{Σ} и дополнительный множитель $(1 - j\lambda T/2)$. Последний приводит к подъему л. а. х. на высоких частотах и дает дополнительный фазовый сдвиг в отрицательную сторону, равный $\arctg \lambda T/2$. Методика расчета следящих систем с ЦВМ и здесь совпадает с методикой расчета непрерывных систем, изложенной выше. Только формула (12.83) должна быть переписана в виде

$$\frac{T}{2} + \sum_{i=q+1}^n T_i \leq \frac{1}{\omega_{\text{ср}}} \frac{M}{M+1}. \quad (15.49)$$

Аналогичным образом для «несимметричных» л. а. х. типа 1–2–3... (рис. 12.15) систем с астатизмом первого порядка можно показать, что вид л. а. х. в низкочастотной области сохраняется, а требуемый запас устойчивости получится при

$$\frac{T}{2} + \sum_{i=1}^n T_i \leq \frac{1}{K} \frac{M^2 + M\sqrt{M^2 - 1}}{2} \quad (M \leq 1,3). \quad (15.50)$$

Последнее выражение является достаточным, если имеется хотя бы одна постоянная времени, по величине большая чем $T/2$. Если для всех постоянных времени выполняется условие $T_i < T/2$, то для предотвращения захода высокочастотного хвоста л. а. х. в запретную зону (рис. 12.13) необходимо выполнить дополнительное условие

$$\frac{T}{2} \leq \frac{1}{K} \frac{M}{M+1} = \frac{1}{\omega_{\text{ср}}} \frac{M}{M+1}. \quad (15.51)$$

При построении л. а. х. для систем с ЦВМ можно не вводить специального обозначения для псевдочастоты λ , а употреблять обычное обозначение ω , считая, что в области рабочих частот (левее частоты среза) это есть частота входного воздействия, а в высокочастотной области она переходит в псевдочастоту.

Сделаем теперь два замечания. Первое относится к случаю наличия в передаточной функции непрерывной части (15.33) сомножителей, соответствующих колебательным звеньям с передаточной функцией

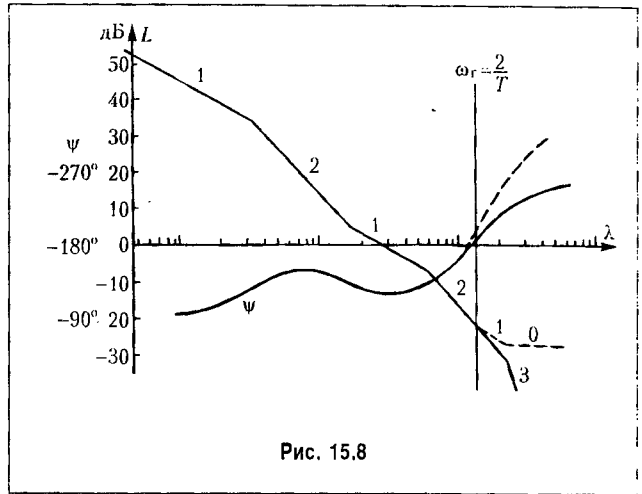


Рис. 15.8

$$W_q(p) = \frac{1}{1 + \frac{2\zeta}{q}p + \frac{p^2}{q^2}}$$

Если выполняется условие $qT < 2$, то дискретная частотная передаточная функция для подобного сомножителя совпадает с частотной передаточной функцией непрерывного звена и она может быть получена подстановкой $p = j\lambda$ и умножением на $(1 - j\lambda T/2)$. При $qT > 2$ построение л. а. х. несколько усложняется вследствие явления транспонирования частот. Однако и здесь не возникает никаких принципиальных трудностей [9].

Второе замечание касается последней части условия 2, которое было сформулировано выше при построении л. а. х. для передаточной функции (15.33). Если для всех постоянных времени $T_{q-1} \dots T_n$ условие $T_i < 0,5T$ не выполняется, то построение л. а. х. делается следующим образом. Строится л. а. х., соответствующая передаточной функции непрерывной части (рис. 15.8). Затем проводится вертикальная линия, соответствующая граничной частоте $\omega_c = 2/T$. Л. а. х., расположенная левее граничной частоты, соответствует низкочастотной части, и она может быть принята в качестве л. а. х. дискретной системы, так как в этой области абсолютная псевдочастота совпадает с обычной частотой: $\lambda \approx \omega$.

Далее находится формула, соответствующая высокочастотной части л. а. х. непрерывной системы, аналогичная формуле (15.41). Пусть, например, пересечение граничной частоты происходит при наклоне асимптоты -40 дБ/дек так, как это показано на рис. 15.8. Тогда уравнение высокочастотной части будет

$$W_n(p) = \frac{k}{p^2(1+T_1p)\dots(1+T_np)} \quad (15.52)$$

где $\omega_b = \sqrt{k}$ — частота пересечения оси частот асимптотой, имеющей отрицательный наклон 40 дБ/дек.

Раскладывая выражение (15.52) на простые дроби, переходя к $W_b(z)$, а затем к $W_b(j\lambda)$, получим аналогично формуле (15.44) для высокочастотной части

$$W_b(j\lambda) = \frac{k \left(1 - j\lambda \frac{T}{2}\right) \left[1 + j\lambda \left(\frac{T}{2} - T_\Sigma\right) - (j\lambda)^2 \left(\frac{T}{2} T_\Sigma - T_\sigma^2\right)\right]}{(j\lambda)^2 \left(1 + j\lambda \frac{T}{2}\right)}. \quad (15.53)$$

где

$$T_\Sigma = T_1 + T_2 + \dots + T_n,$$

$$T_\sigma^2 = T_1^2 + \dots + T_n^2 + T_1 T_2 + T_1 T_3 + \dots + T_1 T_n + T_2 T_3 + \dots$$

Если выполняется условие $T_\sigma^2 \ll \frac{T}{2} T_\Sigma$, то формула (15.53) упрощается:

$$W_b(j\lambda) = \frac{k \left(1 - j\lambda \frac{T}{2}\right) (1 - j\lambda T_\Sigma)}{(j\lambda)^2}. \quad (15.54)$$

В соответствии с выражением для $W_n(j\lambda)$ строится высокочастотная часть л. а. х., которая показана на рис. 15.8 пунктиром.

Построение фазовой характеристики делается аналогично изложенному выше.

Таким же способом строится высокочастотная часть л. а. х. при пересечении граничной частоты асимптотой -60 дБ/дек, -80 дБ/дек и т. д. Во всех случаях формирование высокочастотной части делается по сумме малых постоянных времени, которым соответствуют сопрягающие частоты, находящиеся правее граничной частоты $\omega_r = 2/T$.

Пр и м е р. Произведем расчет следящей системы с астатизмом второго порядка при следующих исходных данных:

- 1) максимальная входная скорость $\Omega_{\max} = 10$ град/с;
- 2) максимальное входное ускорение $\epsilon_{\max} = 5$ град/с²;
- 3) максимальная допустимая ошибка $\theta_{\max} = 2$ угл. мин.;
- 4) непрерывная часть содержит постоянные времени $T_1 = 0,01$ с, $T_2 = 0,002$ с и $T_3 = 0,001$ с;
- 5) допустимый показатель колебательности $M = 1,5$ и $M = 1,2$.

Требуется определить параметры непрерывной части системы и допустимый период дискретности T .

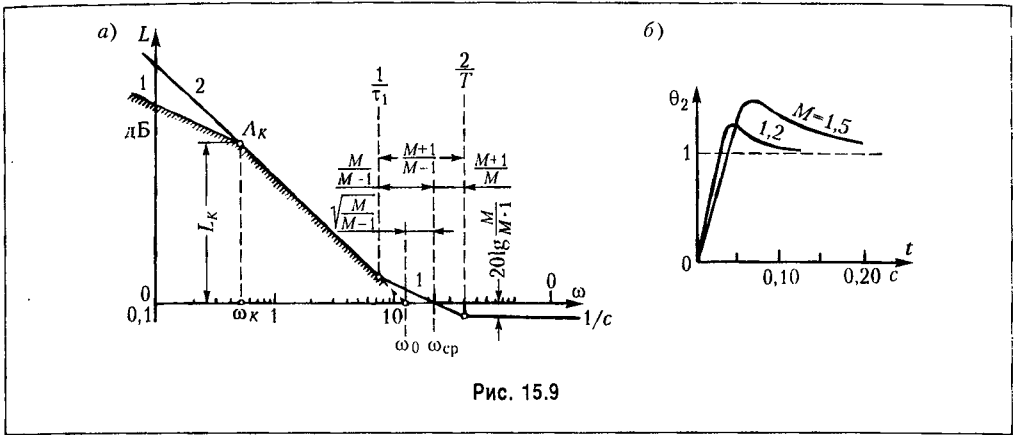


Рис. 15.9

Решим задачу вначале для случая $T_1 = T_2 = T_3 = 0$ и $M = 1,5$. Передаточная функция непрерывной части разомкнутой системы, структурно устойчивой в замкнутом состоянии, должна иметь вид

$$W_0(p) = \frac{K(1 + \tau_1 p)}{p^2}$$

где τ_1 — постоянная времени, вносимая корректирующим звеном дифференцирующего типа.

Так как высокочастотная часть после частоты среза в рассматриваемом идеализованном случае представляет собой прямую с наклоном -20 дБ/дек, то вся частотная передаточная функция системы с ЦВМ может быть получена подстановкой $p = j\omega$, где ω — псевдочастота, и введем дополнительный множителя $(1 - j\omega T/2)$:

$$W_0(j\omega) = \frac{K(1 + j\omega\tau_1)\left(1 - j\omega\frac{T}{2}\right)}{(j\omega)^2}$$

Л. а. х. для нее построена на рис. 15.9, а.

На этом же рисунке построена запретная зона для л. а. х. на основании условий по точности и в соответствии с рис. 12.8. Базовая частота (12.63)

$$\omega_{0к} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{\max}}{\theta_{\max}}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 60}{2}} = 12,2 \text{ c}^{-1}.$$

Требуемое значение общего коэффициента передачи разомкнутой системы при совпадении первой асимптоты л. а. х. с границей запретной зоны (рис. 12.21)

$$K = \omega_0^2 = \omega_{0к}^2 = 150 \text{ c}^{-2}.$$

В соответствии с расчетом, проделанным выше, для л. а. х., изображенной на рис. 12.11 и рис. 14.11, получаем требуемое значение постоянной времени

$$\tau_1 = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{\frac{M}{M-1}} = \frac{1}{12,2} \sqrt{\frac{1,5}{1,5-1}} = 0,142 \text{ с.}$$

Частота среза л. а. х.

$$\omega_{cp} = K\tau_1 = \omega_0 \sqrt{\frac{M}{M-1}} = 12,2 \sqrt{\frac{1,5}{1,5-1}} = 21,2 \text{ с}^{-1}.$$

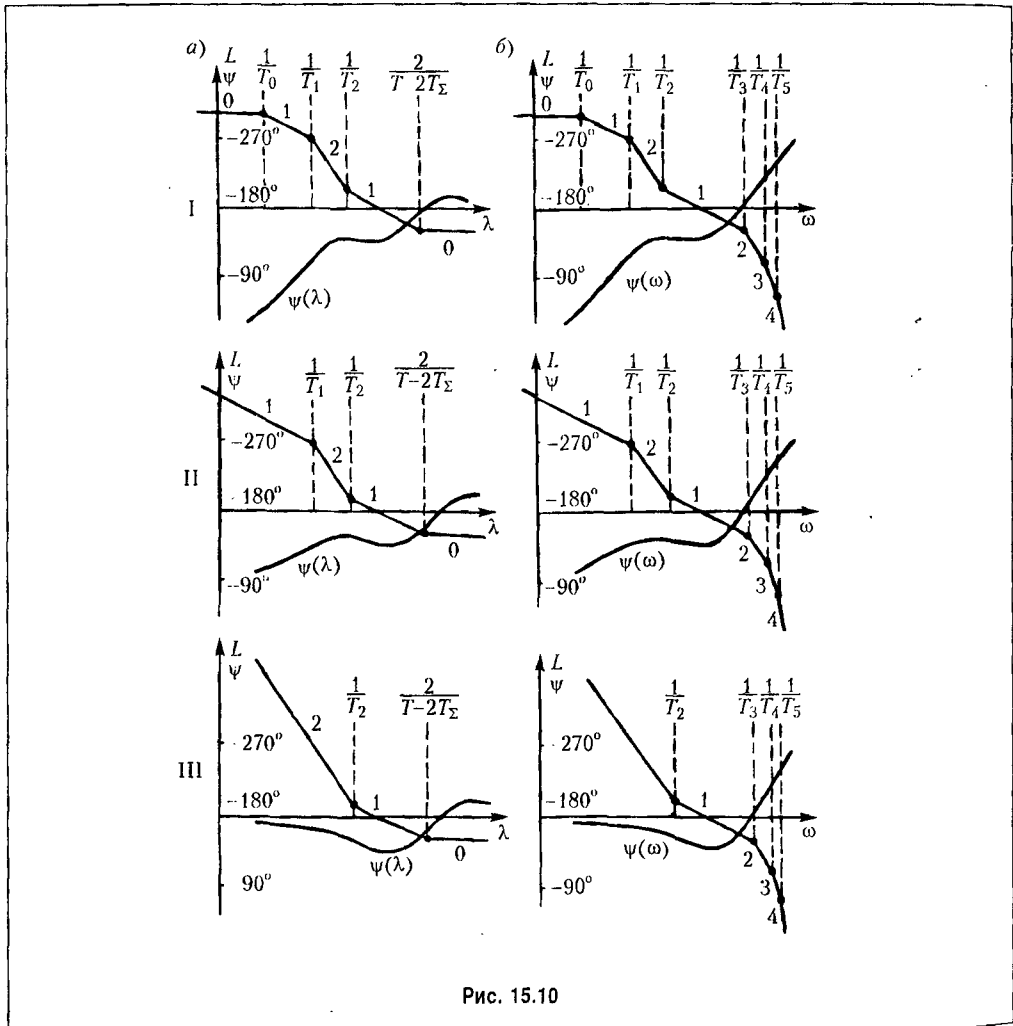


Рис. 15.10

В соответствии с формулой (15.41) получаем далее

$$\frac{T}{2} \leq \frac{1}{\omega_{\text{ср}}} \frac{M}{M+1} = \frac{1}{21,2} \frac{1,5}{1,5+1} = 0,0284 \text{ с},$$

откуда допустимый период дискретности $T \leq 0,0568 \text{ с}$. В случае учета постоянных времени T_1, T_2 и T_3 имеем

$$\frac{T}{2} \leq \frac{1}{\omega_{\text{ср}}} \frac{M}{M+1} - (T_1 + T_2 + T_3) = 0,0284 - 0,013 = 0,0154 \text{ с}$$

и допустимый период дискретности $T \leq 0,0308 \text{ с}$.

Аналогичные расчеты для случая $M = 1,2$ дают $\tau_1 = 0,2 \text{ с}$, $\omega_{\text{ср}} = 30 \text{ с}^{-1}$ и $T \leq 0,0368 \text{ с}$ (при $T_1 = T_2 = T_3 = 0$) и $T \leq 0,026 \text{ с}$ (при $T_1 \neq 0$, $T_2 \neq 0$ и $T_3 \neq 0$).

На рис. 15.9, б для иллюстрации построены переходные процессы при воздействии на входе в виде единичной ступенчатой функции. Переходные процессы построены посредством разложения в ряд Лорана z -преобразования выходной величины.

Таким образом, синтез следящих систем методом л. а. х. на основе частотных критериев качества (по точности и запасу устойчивости) оказывается применимым и для систем, содержащих в своем контуре ЦВМ. При этом все расчеты сохраняют свою простоту и наглядность.

Для расчета удобно применять абсолютную псевдочастоту, которая в области низких частот (левее частоты среза) совпадает с обычной угловой частотой ω . При этом в области высоких частот л. а. х. приходится строить по сумме малых постоянных времени. Влияние квантования по времени, вносимое ЦВМ, легко учитывается при построении только л. а. х., без необходимости рассмотрения фазовой характеристики.

Для облегчения процесса синтеза можно ввести понятие типовых л. а. х. систем управления с ЦВМ. На рис. 15.10, а приведены типовые л. а. х. для статической системы и астатической первого и второго порядков без учета временного запаздывания. На рис. 15.10, б изображены соответствующие им л. а. х. непрерывной части, а в табл. 15.2 приведены передаточные функции.

Синтез непрерывных корректирующих средств. В импульсных системах (глава 14) для коррекции используются непрерывные корректирующие средства. Наиболее просто производится расчет корректирующих средств последовательного типа. В этом случае дискретная передаточная функция разомкнутой системы должна равняться желаемой передаточной функции

$$W_{\text{ж}}(z) = W_{\text{пк}} W_0(z). \quad (15.55)$$

Здесь $W_{\text{пк}} W_0(z)$ представляет собой дискретную передаточную функцию последовательно включенных корректирующего звена с передаточной функцией $W_{\text{пк}}(p)$ и непрерывной части с передаточной функцией $W_0(p)$. Напомним, что $W_{\text{пк}} W_0(z) \neq W_{\text{пк}}(z) W_0(z)$. Поэтому расчет последовательных корректирующих средств в дискретных системах не является столь простой задачей, как в непрерывных системах.

Таблица 15.2. Типовые передаточные функции

Тип л. а. х.	Степень астатизма	Дискретная частотная передаточная функция	Передаточная функция непрерывной части
I	0	$\frac{K(1+j\lambda T_2)\left(1-j\lambda\frac{T}{2}\right)}{(1+j\lambda T_0)(1+j\lambda T_1)\left(1+j\lambda\frac{T}{2}\right)} \times \left[1+j\lambda\left(\frac{T}{2}-T_\Sigma\right)\right]$	$K(1+T_2p) \times \{(1+T_0p)(1+T_1p) \times (1+T_3p)\dots(1+T_ip)\dots\}^{-1}$
II	1	$\frac{K(1+j\lambda T_2)\left(1-j\lambda\frac{T}{2}\right)}{j\lambda(1+j\lambda T_1)\left(1+j\lambda\frac{T}{2}\right)} \times \left[1+j\lambda\left(\frac{T}{2}-T_\Sigma\right)\right]$	$K(1+T_2p) \times \{p(1+T_1p)(1+T_3p) \times (1+T_4p)\dots(1+T_ip)\dots\}^{-1}$
III	2	$\frac{K(1+j\lambda T_2)\left(1-j\lambda\frac{T}{2}\right)}{(j\lambda)^2\left(1+j\lambda\frac{T}{2}\right)} \times \left[1+j\lambda\left(\frac{T}{2}-T_\Sigma\right)\right]$	$K(1+T_2p) \times \{p^2(1+T_3p)(1+T_4p)\dots (1+T_ip)\dots\}^{-1}$
$T_\Sigma = \sum_{i=3}^n T_i = T_3 + T_4 + \dots + T_n$			

Однако выше было показано, что л. а. х. дискретных систем, построенные в функции абсолютной псевдочастоты $\lambda = \frac{2}{T} \operatorname{tg} \frac{\omega T}{2}$ для частот $\lambda < 2/T$ практически сливаются с л. а. х. непрерывной части. Поэтому можно воспользоваться известными приемами расчета последовательных корректирующих средств, если в качестве желаемых л. а. х. использовать характеристики, соответствующие передаточным функциям непрерывной части.

Требуемый вид последовательного корректирующего звена определяется в этом случае по виду л. а. х., полученной вычитанием ординат л. а. х. нескорректированной системы из ординат желаемой (типовой) л. а. х.

Рассмотрим иллюстративный пример [9].

Пример. Произведем расчет системы с астатизмом первого порядка по следующим исходным данным: максимальная скорость слежения $\Omega_{\max} = 20$ град/с; максималь-

ное ускорение слежения $\varepsilon_{\max} = 10 \text{ град/с}^2$; максимальная допустимая ошибка $\theta_{\max} = 4 \text{ угл. мин.}$; допустимый показатель колебательности $M = 1,5$; период дискретности $T = 0,02 \text{ с}$; передаточная функция непрерывной части имеет вид

$$W_0(p) = \frac{K}{p(1+T_I p)(1+T_{II} p)(1+T_{III} p)}$$

где $T_I = 0,05 \text{ с}$, $T_{II} = 0,003 \text{ с}$, $T_{III} = 0,001 \text{ с}$.

Определим вид и параметры последовательного корректирующего звена, которое должно быть включено в непрерывную часть системы, а также необходимое значение коэффициента передачи разомкнутой системы K .

Левее частоты среза л. а. х. дискретной системы совпадает с л. а. х. ее непрерывной части, а псевдочастота λ — с реальной частотой ω . Поэтому формирование желаемой л. а. х. левее частоты среза произведем обычными приемами.

Построим запретную зону для л. а. х. из условий точности (рис. 15.11). Контрольная частота

$$\omega_k = \frac{\varepsilon_{\max}}{\Omega_{\max}} = \frac{10}{20} = 0,5 \text{ с}^{-1}$$

Модуль передаточной функции разомкнутой системы при $\omega = \omega_k$

$$|W_0(j\omega_k)| = \frac{\Omega_{\max}^2}{\varepsilon_{\max} \theta_{\max}} = \frac{20^2 \cdot 60}{10 \cdot 4} = 600 = 55,6 \text{ дБ.}$$

По этим данным на рис. 15.11 построены контрольная точка A_k и запретная зона, сформированная из прямых с наклоном -20 и -40 дБ/дек (наклоны 1 и 2).

Желаемая л. а. х. в низкочастотной области формируется так, чтобы она проходила выше точки A_k на 3 дБ. Она состоит из отрезков прямых с наклонами $1-2-1$. В низкочастотной области частотная передаточная функция разомкнутой системы имеет вид

$$W_0(j\omega) = \frac{K(1+j\omega\tau_1)}{j\omega(1+j\omega T_I)}$$

Параметры желаемой л. а. х. и передаточной функции разомкнутой системы в низкочастотной области определим в следующем порядке.

Базовая частота л. а. х.

$$\omega_0 = \sqrt{\sqrt{2} \frac{\varepsilon_{\max}}{\theta_{\max}}} = \sqrt{1,41 \frac{10 \cdot 60}{4}} = 14,5 \text{ с}^{-1}$$

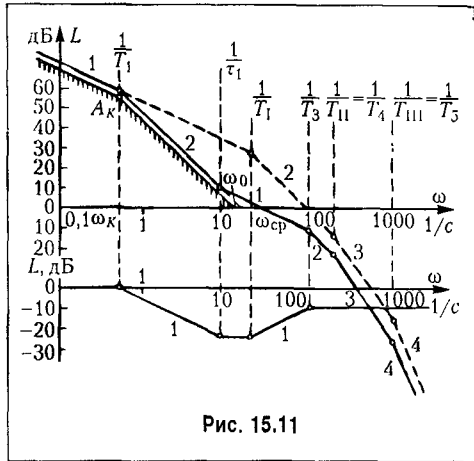


Рис. 15.11

Постоянная времени корректирующего звена, формирующая первый взлом л. а. х.,

$$T_1 = \frac{1}{\omega_k} = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ с.}$$

Для получения заданного показателя колебательности должно выдерживаться условие (формула 12.73)

$$\tau_1 = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{\frac{M}{M-1}}.$$

Отсюда получаем значение второй постоянной времени корректирующего звена:

$$\tau_1 = \frac{1}{14,5} \sqrt{\frac{1,5}{1,5-1}} = 0,12 \text{ с.}$$

Далее определяем необходимое значение коэффициента передачи разомкнутой системы:

$$K = \sqrt{2} \frac{\Omega_{\max}}{\theta_{\max}} = 1,41 \frac{20 \cdot 60}{4} = 420 \text{ с}^{-1}.$$

и частоту среза л. а. х.:

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{K \tau_1}{T_1} = \frac{420 \cdot 0,12}{2} = 25,2 \text{ с}^{-1}.$$

Для обеспечения заданного показателя колебательности в высокочастотной области должно удовлетворяться неравенство (15.49):

$$\frac{T}{2} + \sum_{i=3}^n T_i \leq \frac{1}{\omega_{\text{ср}}} \frac{M}{M+1},$$

где $\sum_{i=3}^n T_i = T_{\Sigma}$ — сумма постоянных времени меньших, чем $T/2$.

Отсюда получаем допустимое значение для суммы постоянных времени:

$$T_{\Sigma} \leq \frac{1}{\omega_{\text{ср}}} \frac{M}{M+1} - \frac{T}{2} = \frac{1}{25,2} \frac{1,5}{1,5+1} - \frac{0,02}{2} = 0,014 \text{ с.}$$

На рис. 15.11 пунктиром построена л. а. х. непрерывной части нескорректированной системы, сплошной линией — желаемая (скорректированная) л. а. х. непрерывной части. В низкочастотной области (до частоты среза $\omega_{\text{ср}}$) она совпадает с л. а. х. дискретной системы (см. рис. 15.10, а; на рис. 15.11 л. а. х. дискретной системы не изображена). В области высоких частот вид желаемой л. а. х. непрерывной части, вообще говоря,

может быть произвольным. Важно только, чтобы сумма постоянных времени T_{Σ} не превышала допустимого значения.

Наиболее простые корректирующие звенья получаются в тех случаях, когда сопрягающие частоты л. а. х. нескорректированной системы и желаемой л. а. х. совпадают между собой. В рассматриваемом примере

$$T_{\Sigma} = T_3 + T_4 + T_5.$$

Целесообразно принять

$$T_4 = T_{II} = 0,003 \text{ с}, \quad T_5 + T_{III} = 0,001 \text{ с}.$$

Тогда

$$T_3 = T_{\Sigma} - T_4 - T_5 = 0,014 - 0,003 - 0,001 = 0,01 \text{ с}.$$

Вычитая из ординат желаемой л. а. х. ординаты характеристики нескорректированной системы, получим искомую л. а. х. последовательного корректирующего звена. Она соответствует интегро-дифференцирующему звену с передаточной функцией

$$W_{\text{нк}}(p) = \frac{(1 + T_{2\text{к}}p)(1 + T_{3\text{к}}p)}{(1 + T_{1\text{к}}p)(1 + T_{4\text{к}}p)},$$

где

$$\begin{aligned} T_{1\text{к}} = T_1 = 2 \text{ с}, & & T_{2\text{к}} = \tau_1 = 0,12 \text{ с}, \\ T_{3\text{к}} = T_1 = 0,05 \text{ с}, & & T_{4\text{к}} = T_3 = 0,01 \text{ с}. \end{aligned}$$

Из приведенного примера видно, что при синтезе непрерывных последовательных корректирующих устройств метод логарифмических частотных характеристик не теряет своей простоты и наглядности. Более детально цифровые системы рассмотрены в работах [8, 39, 48].

РАЗДЕЛ IV

НЕЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Глава 16

СОСТАВЛЕНИЕ УРАВНЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

§ 16.1. Общие понятия

Нелинейной системой автоматического управления называется такая система, которая содержит хотя бы одно звено, описываемое нелинейным уравнением. Перечислим виды нелинейных звеньев:

- 1) звено релейного типа (рис. 1.12);
- 2) звено с кусочно-линейной характеристикой (рис. 1.10, *д* и др.);
- 3) звено с криволинейной характеристикой любого очертания;
- 4) звено, уравнение которого содержит произведение переменных или их производных и другие их комбинации;
- 5) нелинейный импульсный элемент;
- 6) логическое звено;
- 7) звенья, описываемые кусочно-линейными дифференциальными уравнениями, в том числе переменной структуры.

Различают статические и динамические нелинейности. Первые описываются нелинейными алгебраическими уравнениями, а вторые представляются в виде нелинейных дифференциальных уравнений.

Общий метод составления уравнений для нелинейных систем состоит в следующем. Сначала по правилам § 3.1 производится линеаризация уравнений всех звеньев системы, для которых это допустимо, кроме существенно нелинейных звеньев (чаще всего одного-двух). Затем составляются уравнения этих последних звеньев со всеми допустимыми упрощениями их характеристик.

В результате получается система линейных уравнений, к которым добавляется одно-два (иногда более) нелинейных. В соответствии с этим обобщенную структурную схему любой нелинейной системы в случае одного нелинейного звена можно представить в виде рис. 16.1, *а*, где линейная часть может иметь структуру любой сложности (с обратными связями и т. п., как, например, на рис. 16.1, *б* или *в*). В случае двух нелиней-