

Нейронна мережа Хопфілда

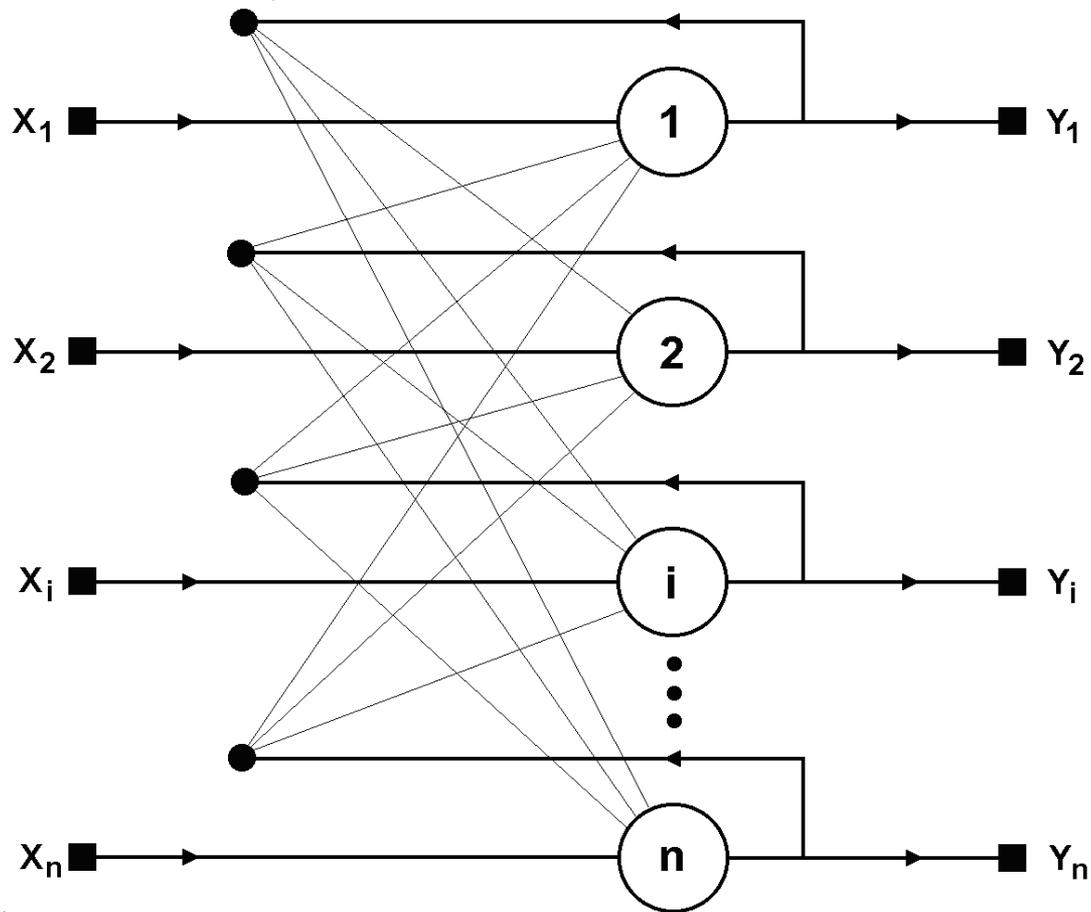
Серед різних конфігурацій штучних нейронних мереж (НС) зустрічаються такі, при класифікації яких за принципом навчання, строго кажучи, не підходять ні навчання з учителем, ні навчання без учителя.

У таких мережах вагові коефіцієнти синапсів розраховуються тільки один раз перед початком функціонування мережі на основі інформації про оброблювані дані, і усе навчання мережі зводиться саме до цього розрахунку.

Нейронна мережа Хопфілда

- З одного боку, пред'явлення апріорної інформації можна розцінювати, як допомога учителя, але з іншого - мережа фактично просто запам'ятовує зразки до того, як на її вхід поступають реальні дані, і не може змінювати свою поведінку, тому говорити про ланку зворотного зв'язку зі "світом" (учителем) не доводиться.
- З мереж з подібною логікою роботи найбільш відомі мережа Хопфілда і мережа Хеммінга, які зазвичай використовуються для організації асоціативної пам'яті.

Структурна схема мережі Хопфілда приведена на рис. Вона складається з єдиного шару нейронів, число яких є одночасно числом входів і виходів мережі.



Нейронна мережа Хопфілда

Кожен нейрон пов'язаний синапсами з усіма іншими нейронами, а також має один вхідний синапс, через який здійснюється введення сигналу. Вихідні сигнали, як завжди, утворюються на аксонах.

Завдання, що вирішується цією мережею як асоціативна пам'ять, як правило, формулюється таким чином:

1. Відомий деякий набір двійкових сигналів (зображень, звукових оцифрувань, інших даних, що описують деякі об'єкти або характеристики процесів), які вважаються зразковими.
2. Мережа повинна уміти з довільного неідеального сигналу, поданого на її вхід, виділити ("згадати" за частковою інформацією) відповідний зразок (якщо такий є) або "надати висновок" про те, що вхідні дані не відповідають жодному із зразків.

Нейронна мережа Хопфілда

У загальному випадку, будь-який сигнал може бути описаний вектором $\mathbf{X} = \{ x_i: i=1..n \}$, n - число нейронів в мережі і розмірність вхідних і вихідних векторів. Кожен елемент x_i рівний або $+1$, або -1 .

Позначимо вектор, що описує, k -й зразок, через \mathbf{X}_k , а його компоненти, відповідно, - x_{ik} , $k=1..m$, m - число зразків.

Коли мережа розпізнає (або "згадає") який-небудь зразок на основі пред'явлених їй даних, її виходи міститимуть саме його, тобто $\mathbf{Y} = \mathbf{X}_k$, де \mathbf{Y} - вектор вихідних значень мережі: $\mathbf{Y} = \{ y_i: i=1,..n \}$. Інакше, вихідний вектор не співпаде ні з одним зразковим.

Якщо, наприклад, сигнали є деякими зображеннями, то, відобразив в графічному виді дані з виходу мережі, можна буде побачити картинку, що повністю співпадає з однією із зразкових (у разі успіху) або ж "вільну імпровізацію" мережі (у разі невдачі).

Нейронна мережа Хопфілда

На стадії ініціалізації мережі вагові коефіцієнти синапсів встановлюються таким чином :

$$w_{ij} = \begin{cases} \sum_{k=0}^{m-1} x_i^k x_j^k, & i \neq j \\ 0, & i = j \end{cases}$$

Тут i і j - індекси, відповідно, передсинаптичного і постсинаптичного нейронів; x_i^k, x_j^k - i -й і j -й елементи вектору k -го зразка.

Нейронна мережа Хопфілда

Алгоритм функціонування мережі наступний (р - номер ітерації) :

1. На входи мережі подається невідомий сигнал. Фактично його введення здійснюється безпосередньою установкою значень аксонів :

$$y_i(0) = x_i, i = 1..n,$$

тому позначення на схемі мережі вхідних синапсів в явному виді носить чисто умовний характер. Нуль в дужці праворуч від y_i означає нульову ітерацію в циклі роботи мережі.

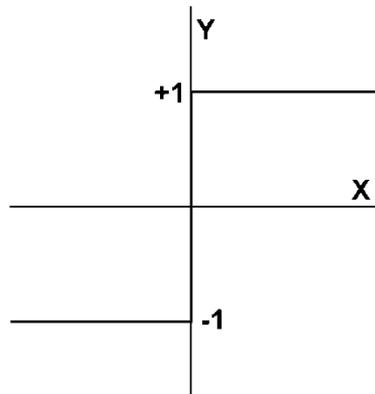
2. Розраховується новий стан нейронів

$$s_j(t+1) = \sum_{i=0}^{n-1} w_{ij} y_i(t), j=1..n$$

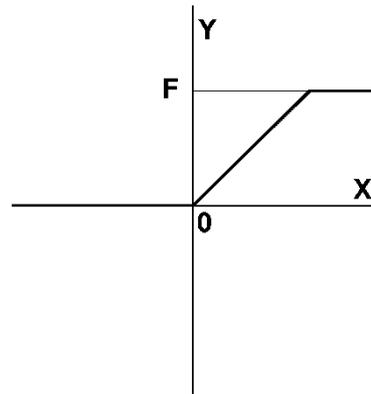
і нові значення аксонів

де F - активаційна функція у вигляді стрибка, приведена на рис.

$$y_j(t+1) = F[s_j(t+1)]$$



а)



б)

3. Перевірка, чи змінилися вихідні значення аксонів за останню ітерацію. Якщо так - перехід до пункту 2, інакше (якщо виходи стабілізувались) - кінець. При цьому вихідний вектор є зразком, що якнайкраще поєднується з вхідними даними.

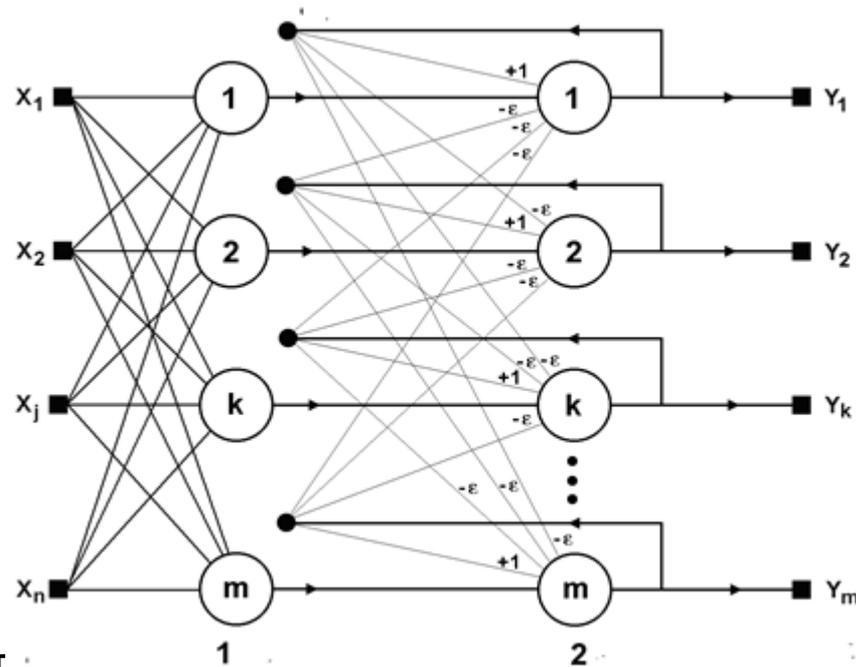
Як говорилося вище, іноді мережа не може провести розпізнавання і видає на виході неіснуючий образ. Це пов'язано з проблемою обмеженості можливостей мережі.

Для мережі Хопфілда число образів m , що запам'ятовуються, не повинне перевищувати величини, приблизно рівної $m \leq 0.15 * n$.

Крім того, якщо два образи А і б дуже схожі, вони, можливо, викликать у мережі перехресні асоціації, тобто пред'явлення на входи мережі вектору А приведе до появи на її виходах вектору б і навпаки.

Нейронна мережа Хеммінга

Коли немає необхідності, щоб мережа в явному виді видавала зразок, тобто досить, скажімо, отримувати номер зразка, асоціативну пам'ять успішно реалізує мережа Хеммінга.



Ця мережа характ... опфілда,
меншими витратами на пам'ять і об'ємом обчислень, що стає очевидним
з її структури

Нейронна мережа Хеммінга

Мережа складається з двох шарів. Перший і другий шари мають по m нейронів, де m - число зразків.

Нейрони першого шару мають по n синапсів, сполучених з входами мережі (що утворюють фіктивний нульовий шар).

Нейрони другого шару пов'язані між собою інгібіторними (негативними зворотними) синаптичeskими зв'язками. Єдиний синапс з позитивним зворотним зв'язком для кожного нейрона сполучений з його ж аксоном.

Ідея роботи мережі полягає в знаходженні відстані Хеммінга від тестованого образу до усіх зразків. Відстанню Хеммінга називається число бітів, що відрізняються, в двох бінарних векторах.

Мережа повинна вибрати зразок з мінімальною відстанню Хеммінга до невідомого вхідного сигналу, внаслідок чого буде активізований тільки один вихід мережі, відповідний цьому зразку.

Нейронна мережа Хеммінга

На стадії ініціалізації ваговим коефіцієнтам першого шару і порогу активаційної функції привласнюються наступні значення:

$$w_{ik} = \frac{x_i^k}{2}, \quad i=0..n-1, k=0..m-1$$
$$T_k = n/2, \quad k=0..m-1$$

Тут x_{ik} - i -й елемент k -го зразка.

Вагові коефіцієнти гальмівних синапсів в другому шарі беруть рівними деякій величині $0 < \theta < 1/m$. Синапс нейрона, пов'язаний з його ж аксоном має вагу $+1$.

Алгоритм функціонування мережі Хеммінга

1. На входи мережі подається невідомий вектор $X = \{x_i: i=0..n - 1\}$, виходячи з якого розраховуються стани нейронів першого шару (верхній індекс в дужках вказує номер шару) :

$$y_j^{(1)} = s_j^{(1)} = \sum_{i=0}^{n-1} w_{ij} x_i, j = 0..m - 1$$

Після цього набутих значень ініціалізувалися значення аксонів другого шару : $y_j^{(2)} = y_j^{(1)}, j = 0..m - 1$

2. Вичислити нові стани нейронів другого шару :

$$s_j^{(2)}(p+1) = y_j(p) - \varepsilon \sum_{k=0}^{m-1} y_k^{(2)}(p), k \neq j, j = 0..m - 1$$

і значення їх аксонів :

$$y_j^{(2)}(p+1) = F[s_j^{(2)}(p+1)], j = 0..m - 1$$

Активаційна функція F має вигляд порогу (мал. б), причому величина F має бути досить великою, щоб будь-які можливі значення аргументу не призводили до насичення.

3. Перевірити, чи змінилися виходи нейронів другого шару за останню ітерацію. Якщо так - перейди до кроку 2. Інакше - кінець.



Барт Ендрю Коско (**Bart Andrew Kosko**)

- Письменник, професор електротехніки в Південно-Каліфорнійському університеті (USC).
- Він відомий як науковий і популяризатор нечіткої логіки, нейронних мереж, а також як автор декількох книг по темах, пов'язаних з штучним інтелектом.
- Коско отримав ступінь бакалавра з філософії та економіки в USC, а також магістра математики в UC San Diego, PhD на електротехніку в UC Irvine.
- Самою популярною книгою в Коско на сьогодні є книга "Нечітке мислення", книга про мислення людей і машин у "градаціях сірого", а також широко відомою його книзі "Шум".
- Він також опублікував короткий кібер-триллер "Нанотіме", про Третю світову війні, яка може мати місце в 2030 році.

Двонаправлена асоціативна пам'ять (ДАП) Bi-directional associative memories (BAM)

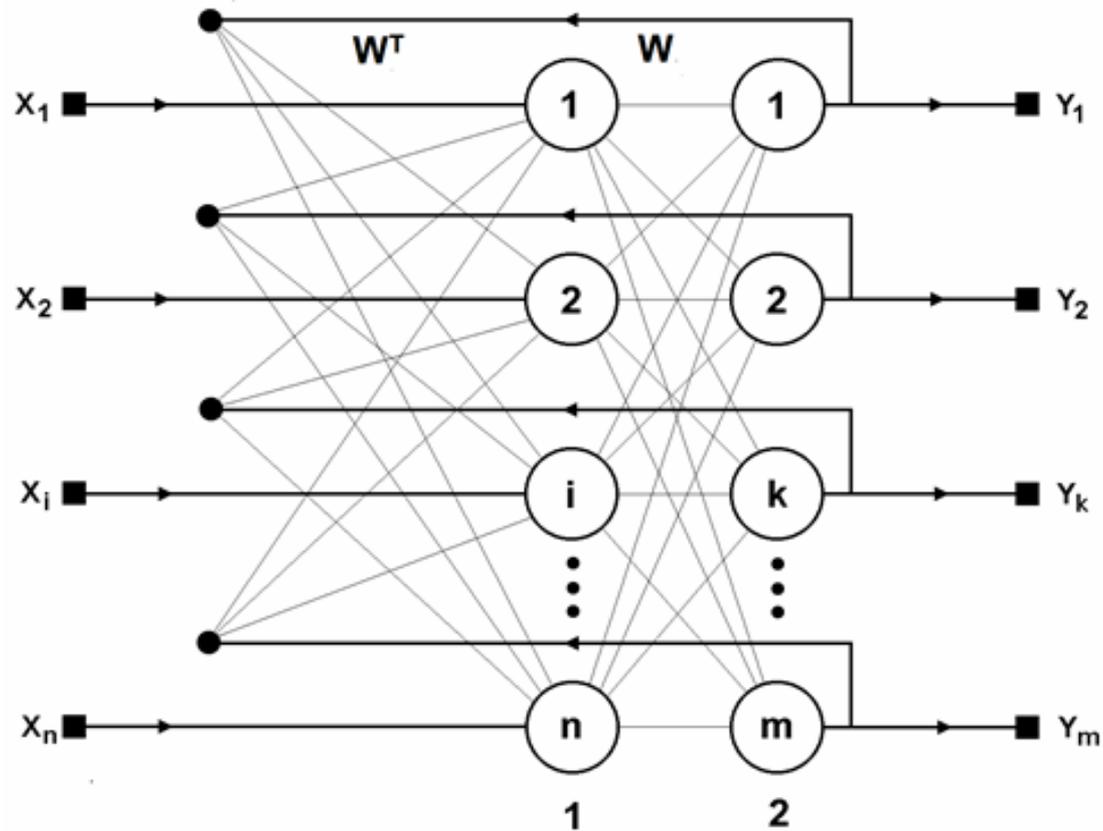
Пам'ять людини часто є асоціативною; один предмет нагадує нам про інше, а цей інший про третє. Якщо дозволити нашим думкам, вони переміщатимуться від предмета до предмета по ланцюжку розумових асоціацій. Крім того, можливе використання здатності до асоціацій для відновлення забутих образів.

Двонаправлена асоціативна пам'ять (ДАП), яку запропонував Бартоломео Коско (Bart Kosko)

, є гетеро асоціативною; вхідний вектор поступає на один набір нейронів, а відповідний вихідний вектор виробляється на іншому наборі нейронів.

Вона є логічним розвитком парадигми мережі Хопфілда, до якої для цього досить додати другий шар. Структура ДАП представлена на рис.

Двонаправлена асоціативна пам'ять



Двонаправлена асоціативна пам'ять (ДАП)

Мережа здатна запам'ятовувати пари асоційованих один з одним образів. Нехай пари образів записуються у вигляді векторів-рядків:

$$\mathbf{X}_k = \{x_{ip}: i=1\dots n\} \text{ і } \mathbf{Y}_k = \{y_{jp}: j=1\dots m\}, \quad p=1\dots M, \text{ де } M - \text{число пар.}$$

Подача на вхід першого шару деякого вектору $\mathbf{P} = \{p_i: i=1\dots n\}$ викликає утворення на вході другого шару деякого іншого вектору $\mathbf{Q} = \{q_j: j=1\dots m\}$, який потім знову поступає на вхід першого шару.

При кожному такому циклі вектори на виходах обох шарів наближаються до пари зразкових векторів, перший з яких - \mathbf{X} - найбільш схожий на \mathbf{P} , який був поданий на вхід мережі на самому початку, а другий - \mathbf{Y} - асоційований з ним на \mathbf{Q} .

Асоціації між векторами кодуються у ваговій матриці \mathbf{W} першого шару. Вагова матриця другого шару дорівнює транспонованій першій - \mathbf{W}^T .

Процес навчання ДАП, так як і у мережі Хопфілда, полягає в попередньому обчисленні елементів матриці \mathbf{W} (і відповідно \mathbf{W}^T) за формулою:

$$w_{ij} = \sum_k x_i y_j, i = 1 \dots n, j = 1 \dots m$$

Ця формула є розгорнутим записом матричного рівняння

$$\mathbf{W} = \sum_{k=1}^M \mathbf{X}_k^T \mathbf{Y}_k$$

для окремого випадку, коли образи записані у вигляді векторів, при цьому добуток двох матриць розміром відповідно $[n \times 1]$ і $[1 \times m]$ призводить до (11).

Якщо задана активаційна функція $F(S)$, то вихідні вектори обчислюються за формулами:

$$\mathbf{Y} = F(\mathbf{X} \mathbf{W}), \quad \mathbf{X} = F(\mathbf{Y} \mathbf{W}^T)$$

При цьому, бінарні вектори рекомендується кодувати -1 та +1 і активаційна функція повинна повертати значення на проміжку $[-1, +1]$.

Двонаправлена асоціативна пам'ять (ДАП)

При функціонуванні ДАП вектори X і Y обчислюються по черзі до стабілізації значень. Стабілізовані значення і будуть відновленою парою асоціативних образів, що збігається з найближчою парою із навчальної вибірки.

Об'єм ДАП - кількість пар образів, що може відновлюватись, визначається формулою:

$$M \leq \frac{\min(m, n)}{4 \log_2 \min(m, n)}$$

У висновку можна зробити наступне узагальнення:

Мережі Хопфілда, Хеммінга і ДАП дозволяють просто і ефективно вирішувати завдання відтворення образів за неповною і спотвореною інформацією.

Невисока місткість мереж (число образів, що запам'ятовуються) пояснюється тим, що, мережі не просто запам'ятовують образи, а дозволяють проводити їх узагальнення.