

Тема. Аналітична геометрія на площині

Завдання 5. Дано вершини трикутника ABC : $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$.

Записати:

- а) рівняння сторони AB ;
- б) рівняння висоти CH ;
- в) рівняння медіани AM ;
- г) точку перетину медіани AM і висоти CH ;
- д) рівняння прямої, що проходить через вершину C паралельно стороні

AB ;

- е) відстань від точки C до прямої AB .

- 1) $A(-3;3)$, $B(5;1)$, $C(6;-2)$
- 2) $A(2;-1)$, $B(4;5)$, $C(-3;2)$
- 3) $A(2;0)$, $B(5;3)$, $C(3;7)$
- 4) $A(-3;3)$, $B(5;1)$, $C(6;-2)$
- 5) $A(2;1)$, $B(-1;-1)$, $C(3;2)$
- 6) $A(0;1)$, $B(-2;2)$, $C(3;-2)$
- 7) $A(-2;-1)$, $B(1;1)$, $C(4;0)$
- 8) $A(3;-1)$, $B(-3;1)$, $C(1;4)$
- 9) $A(4;-2)$, $B(1;6)$, $C(-3;1)$
- 10) $A(3;2)$, $B(-1;3)$, $C(1;-2)$
- 11) $A(3;4)$, $B(2;1)$, $C(5;2)$
- 12) $A(5;4)$, $B(4;1)$, $C(7;2)$
- 13) $A(2;2)$, $B(1;-1)$, $C(4;0)$
- 14) $A(2;1)$, $B(1;-2)$, $C(4;-1)$
- 15) $A(2;7)$, $B(1;4)$, $C(4;5)$
- 16) $A(2;0)$, $B(1;-3)$, $C(4;-2)$
- 17) $A(2;6)$, $B(1;3)$, $C(4;4)$
- 18) $A(-1;0)$, $B(1;5)$, $C(4;-3)$

Завдання 6. Скласти канонічні рівняння:

- а) еліпса;
- б) гіперболи;
- в) параболи

(A, B – точки, що належать кривій, F – фокус, a – велика (дійсна) піввісь, b – мала (уявна) піввісь, ε – ексцентриситет, $y = kx$ – рівняння асимптот гіперболи, D – директриса гіперболи, $2c$ – фокусна відстань) та схематично зобразити.

- 1) а) $b = 15, F(-10; 0)$; б) $a = 13, \varepsilon = \frac{14}{13}$; в) $D: x = -4$.
- 2) а) $b = 2, F(4\sqrt{2}; 0)$; б) $a = 7, \varepsilon = \frac{\sqrt{85}}{7}$; в) $D: x = 5$.
- 3) а) $A(3, 0), B\left(2; \frac{\sqrt{5}}{3}\right)$; б) $k = \frac{3}{4}, A(-5; 3)$; в) $D: y = -2$.
- 4) а) $\varepsilon = \frac{\sqrt{21}}{5}, A(-5; 0)$; б) $A(\sqrt{80}, 3), B(4\sqrt{6}, 3\sqrt{2})$; в) $D: y = 3$.
- 5) а) $2a = 22, \varepsilon = \frac{\sqrt{57}}{11}$; б) $k = \frac{2}{3}, 2c = 10\sqrt{13}$; в) *вісь симетрії* Ox і $A(27, 9)$.
- 6) а) $b = \sqrt{15}, \varepsilon = \frac{\sqrt{10}}{25}$; б) $k = \frac{3}{4}, 2a = 16$; в) *вісь симетрії* Ox і $A(4, -8)$.
- 7) а) $a = 4, F(3; 0)$; б) $b = 2\sqrt{10}, F(-11, 0)$; в) $D: x = -2$.
- 8) а) $b = 4, F(9; 0)$; б) $a = 5, \varepsilon = \frac{7}{5}$; в) $D: x = 6$.
- 9) а) $A(0, \sqrt{3}), B\left(\sqrt{\frac{14}{3}}, 1\right)$; б) $k = \frac{\sqrt{21}}{10}, A(-7, 2\sqrt{2})$; в) $D: y = -4$.
- 10) а) $\varepsilon = \frac{7}{8}, A(8; 0)$; б) $A\left(3, -\sqrt{\frac{3}{5}}\right), B\left(\sqrt{\frac{13}{5}}, 6\right)$; в) $D: y = 4$.
- 11) а) $2a = 24, \varepsilon = \frac{\sqrt{22}}{6}$; б) $k = \sqrt{\frac{2}{3}}, 2c = 10$; в) *вісь симетрії* Ox і $A(-7, -7)$.
- 12) а) $b = 2, \varepsilon = \frac{5\sqrt{29}}{29}$; б) $k = \frac{12}{13}, 2a = 26$; в) *вісь симетрії* Ox і $A(-5, 15)$.
- 13) а) $a = 6, F(-4, 0)$; б) $b = 3, F(7, 0)$; в) $D: x = -7$.
- 14) а) $b = 7, F(5, 0)$; б) $a = 11, \varepsilon = \frac{12}{11}$; в) $D: x = 10$.
- 15) а) $A\left(-\sqrt{\frac{17}{3}}, \frac{1}{3}\right), B\left(\frac{\sqrt{21}}{2}, \frac{1}{2}\right)$; б) $k = \frac{1}{2}, A(-2\sqrt{3}, \sqrt{2})$; в) $D: y = -1$.
- 16) а) $\varepsilon = \frac{3}{5}, A(0, 8)$; б) $A(1, 1), B(-2\sqrt{2}, 8)$; в) $D: y = 9$.

$$17) \quad a) 2a = 22, \varepsilon = \frac{10}{11}; b) k = \frac{\sqrt{11}}{5}, 2c = 12; c) \text{ вісь симетрії } Ox \text{ і } A(-7, 5).$$

$$18) \quad a) b = 5, \varepsilon = \frac{12}{13}; b) k = \frac{1}{3}, 2a = 6; c) \text{ вісь симетрії } Oy \text{ і } A(-9, 6)$$

Тема. Аналітична геометрія в просторі

Завдання 7. Пряма задана загальним рівнянням. Записати її канонічне та параметричне рівняння.

$$1) \quad \begin{cases} x - 2y + 3z - 4 = 0 \\ 3x + 2y - 5z - 4 = 0 \end{cases}$$

$$2) \quad \begin{cases} x - 4y + 3z - 4 = 0 \\ 2x + 4y - 5z + 1 = 0 \end{cases}$$

$$3) \quad \begin{cases} 3x - y - 5 = 0 \\ 2x + y - 3 = 0 \end{cases}$$

$$4) \quad \begin{cases} x + y + z - 4 = 0 \\ 2x - y - 3z + 1 = 0 \end{cases}$$

$$5) \quad \begin{cases} -x - y + 3z - 5 = 0 \\ 3x + 2y - 5z + 3 = 0 \end{cases}$$

$$6) \quad \begin{cases} x - 2y - 35 = 0 \\ x + 2y - 2z - 7 = 0 \end{cases}$$

$$7) \quad \begin{cases} x - y + z - 3 = 0 \\ x + 2y - 2z - 4 = 0 \end{cases}$$

$$8) \quad \begin{cases} 4x + y + z - 10 = 0 \\ x + 3y - 2z + 3 = 0 \end{cases}$$

$$9) \quad \begin{cases} 2x + 2y + z - 1 = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases}$$

$$10) \quad \begin{cases} 3x - y + z - 4 = 0 \\ -2x + 2y - 5z = 0 \end{cases}$$

$$11) \quad \begin{cases} x - y + z - 1 = 0 \\ 2x + 4y - z + 10 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
12) \quad & \begin{cases} 2x + 2y + z + 9 = 0 \\ x - y + 3z - 1 = 0 \end{cases} \\
13) \quad & \begin{cases} 3x - y + 4z - 6 = 0 \\ x + y - 5z - 4 = 0 \end{cases} \\
14) \quad & \begin{cases} 6x - 3y + z - 3 = 0 \\ x + y - 5z - 5 = 0 \end{cases} \\
15) \quad & \begin{cases} x - 3y - 2z - 8 = 0 \\ x + y - z + 3 = 0 \end{cases} \\
16) \quad & \begin{cases} -x - 2y + 2z - 2 = 0 \\ x + 5y + 3z - 1 = 0 \end{cases} \\
17) \quad & \begin{cases} 2x + y + 2z + 4 = 0 \\ -x - 3y - z + 3 = 0 \end{cases} \\
18) \quad & \begin{cases} 6x + 3y - 2z = 0 \\ x + 2y + 6z - 12 = 0 \end{cases}
\end{aligned}$$

Завдання 8. Скласти рівняння:

- а) площини $A_1A_2A_3$;
- б) прямої A_1A_2 ;
- в) прямої A_4M перпендикулярної до площини $A_1A_2A_3$;
- г) прямої A_3N паралельної до прямої A_1A_2 ;

та обчислити:

- д) синус кута між прямою A_1A_4 і площиною $A_1A_2A_3$;
- е) косинус кута між прямими A_1A_2 та A_1A_4 .
- є) відстань від точки A_4 до площини $A_1A_2A_3$;
- ж) точку перетину прямої A_4M та площини $A_1A_2A_3$.

- 1) $A_1(0,4,5), A_2(3,-2,1), A_3(4,5,6), A_4(3,3,2)$.
- 2) $A_1(3,1,4), A_2(-1,6,1), A_3(-1,1,6), A_4(0,4,-1)$.
- 3) $A_1(3,-1,2), A_2(-1,0,1), A_3(1,7,3), A_4(8,5,8)$.
- 4) $A_1(3,5,4), A_2(5,8,2), A_3(1,2,-2), A_4(-1,0,2)$.
- 5) $A_1(2,4,3), A_2(1,1,5), A_3(4,9,3), A_4(3,6,7)$.
- 6) $A_1(9,5,5), A_2(-3,7,1), A_3(5,7,8), A_4(6,9,2)$.
- 7) $A_1(0,7,1), A_2(2,-1,5), A_3(1,6,3), A_4(3,-9,8)$.
- 8) $A_1(5,6,4), A_2(1,-1,4), A_3(3,5,1), A_4(5,8,-1)$.
- 9) $A_1(6,1,1), A_2(4,6,6), A_3(4,2,0), A_4(1,2,6)$.
- 10) $A_1(7,5,3), A_2(9,4,4), A_3(4,5,7), A_4(7,9,6)$.

- 11) $A_1(6,8,2), A_2(5,4,7), A_3(2,4,7), A_4(7,3,7).$
- 12) $A_1(4,2,5), A_2(0,7,1), A_3(0,2,7), A_4(1,5,0).$
- 13) $A_1(4,4,10), A_2(7,10,2), A_3(2,8,4), A_4(9,6,9).$
- 14) $A_1(4,6,5), A_2(6,9,4), A_3(2,10,10), A_4(7,5,9).$
- 15) $A_1(3,5,4), A_2(8,7,4), A_3(5,10,4), A_4(4,7,8).$
- 16) $A_1(10,9,6), A_2(2,8,2), A_3(9,8,9), A_4(7,10,3).$
- 17) $A_1(1,8,2), A_2(5,2,6), A_3(5,7,4), A_4(4,10,9).$
- 18) $A_1(1,2,-1), A_2(1,5,-5), A_3(5,1,0), A_4(8,4,7).$