Тема 2. Загальні підходи до кількісної оцінки економічного ризику

2.1 Основні принципи кількісної оцінки економічного ризику

Рівень економічного ризику є прямо пропорційним величині можливих втрат та їх ймовірності, тому найпростіша кількісна оцінка економічного ризику надається формулою:

$$W = x \cdot p\,, \qquad (2.1)$$

де W – величина економічного ризику, x – максимальна величина можливих збитків, p – їх ймовірність.

Кращою у порівнянні з (2.1) кількісною оцінкою економічного ризику є його визначення як математичного сподівання можливих збитків:

$$W = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i\,, \qquad (2.2)$$

де x_i – величини можливих збитків, p_i – їх ймовірності. При цьому прибуток розглядається як від'ємний збиток.

Приклад 2.1. Підприємство починає виробництво нового товару. Можливі три варіанти попиту на нього, ймовірності яких відповідно дорівнюють p_1 = 0,4; p_2 = 0,5; p_3 = 0,1. Можливі збитки при цьому складають 700 у.г.о. для першого варіанту попиту, 500 у.г.о. для другого варіанту попиту, прибуток складає 1000 у.г.о. для третього варіанту попиту. Оцінити рівень економічного ризику для цього проекту.

Розв'язання. Обчислимо математичне сподівання можливих збитків.

$$W = x_1 p_1 + x_2 p_2 + x_3 p_3 = 700 \cdot 0,4 + 500 \cdot 0,5 - 1000 \cdot 0,1 = 450 \text{ (у.г.о.)}$$

Отже, величина ризику $W = 450$ у.г.о.

Приклад 2.2. Два підприємці зайнялися грою на фондовій біржі. Перший, маючи власні кошти 10 у.г.о., взяв у борг ще 40 у.г.о. під 10% річних і вклав ці кошти у акції однієї з компаній. Інший підприємець вклав у ці акції власні 50 у.г.о. Ймовірність 20%-го зростання ринкової вартості цих акцій становить 0,4, ймовірність того, що вона залишиться незмінною, дорівнює 0,2, з ймовірністю 0,4 можливе 40%-не зниження їх вартості. Оцінити ризик кожного з підприємців у відносному виразі, прийнявши за базу оцінки інвестовані власні кошти.

Розв'язання. Знайдемо математичне сподівання збитків для кожного з підприємців.

$$W_1 = -50 \cdot 1,2 \cdot 0,4 - 50 \cdot 1,0 \cdot 0,2 - 50 \cdot 0,6 \cdot 0,4 + 10 + 40 + 4 = 8 \text{ (у.г.о.)}$$

$$W_2 = -50 \cdot 1,2 \cdot 0,4 - 50 \cdot 1,0 \cdot 0,2 - 50 \cdot 0,6 \cdot 0,4 + 50 = 4$$

Оцінка ризику підприємців у відносному виразі відповідно дорівнює: $w_1 = \frac{8}{10} = 0,8$, $w_2 = \frac{4}{50} = 0,08$. Отже, відносний ризик першого підприємця у 10 разів перевищує ризик другого.

Якщо за базу для порівняння взяти вартість всіх активів підприємства, то максимальну величину збитків, віднесену до цієї бази називають *коефіцієнтом ризику банкрутства*. Так, якщо у попередньому прикладі 10 у.г.о. – це вартість всього майна першого підприємця, а 50 у.г.о. – другого, то для першого підприємця коефіцієнт ризику банкрутства становить $\frac{10+40+4}{10} = 5,4$, для другого – $\frac{50}{50} = 1$.

2.2 Платіжна матриця та критерії прийняття рішень в умовах ризику

Розрізняють три основних типи інформаційних умов, у яких можуть прийматися економічні рішення:

1. *Детерміновані умови*, коли для кожної можливої альтернативи рішення можна вказати її наслідки.

2. *Умови ризику (стохастичні умови)*, коли для кожної альтернативи можна вказати всі можливі *наслідки її реалізації та оцінити ймовірності їх появи.*

3. Умови невизначеності, коли неможливо оцінити наслідки реалізації альтернативи або їх ймовірності.

Інформацію, необхідну для прийняття рішення в умовах ризику, можна подати у вигляді платіжної матриці. *Платіжною матрицею* називають таблицю, у якій для кожної альтернативи та кожного можливого стану зовнішнього середовища вказуються виграші суб'єкта прийняття рішення. Вона має наступний вигляд (таблиця 2.1).

Таблиця 2.1 Загальний вигляд платіжної матриці

Стан зовнішнього середовища / Альтернатива	$S_1(p_1)$	$S_2(p_2)$	...	$S_m(p_m)$
A_1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1m}
A_2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2m}
....	...	...	...	...
A_n	x_{n1}	x_{n2}	...	x_{nm}

Тут $A_i, i=1,...,n,$ – можливі альтернативи рішення, $S_j,\ j=1,2,...,m,$ – можливі стани зовнішнього середовища, p_j – їх ймовірності, x_{ij} – виграші суб'єкта прийняття рішення при виборі альтернативи A_i та настанні стану S_j.

Для кожної альтернативи A_i визначається математичне сподівання виграшу

$$M_i = \sum_{j=1}^{m} x_{ij} p_j \, . \tag{2.3}$$

Оптимальною вважається альтернатива, для якої ця величина є максимальною. Такий критерій вибору оптимальної альтернативи називають *критерієм Байєса*.

Приклад 2.3. Керівництво підприємства приймає рішення про терміни переходу до масового виробництва нового товару. Можливі альтернативи та прогнозовані терміни настання масового попиту на новий товар, а також відповідні величини прибутку в умовних грошових одиницях наведені у таблиці 2.2 (платіжній матриці). Вибрати оптимальний термін переходу до масового виробництва нового товару.

Таблиця 2.2. Платіжна матриця до прикладу 2.3

Альтернативи переходу до масового виробництва, x_i	Терміни настання масового попиту та їх ймовірності		
	Протягом найближчого року (0,2)	Через 1 рік (0,5)	Через 2 роки (0,3)
x_1, перейти негайно	16	6	–6
x_2, перейти через 1 рік	5	12	2
x_3, перейти через 2 роки	0	2	6

Розв'язання. Для кожної альтернативи знаходимо значення математичного сподівання прибутку:

$$M\left(x_1\right)=16\cdot 0,2+6\cdot 0,5-6\cdot 0,3=4,4 \text{ (у.г.о.)}$$

$$M\left(x_2\right)=5\cdot 0,2+12\cdot 0,5+2\cdot 0,3=7,6 \text{ (у.г.о.)}$$

$$M\left(x_3\right)=0+2\cdot 0,5+6\cdot 0,3=2,8 \text{ (у.г.о.)}$$

Найбільше математичне сподівання прибутку відповідає альтернативі x_2. Отже, оптимальним є рішення про перехід до масового виробництва нового товару через 1 рік.

Ризик окремої альтернативи часто оцінюють можливими коливаннями її результатів відносно прогнозованого (середнього) результату її реалізації. Для оцінки таких коливань використовують дисперсію виграшу для відповідної альтернативи. Чим менша дисперсія виграшу, тим меншим є ризик даної альтернативи.

Приклад 2.4. Приймається рішення про вибір одного з двох інвестиційних проектів, A_1 чи A_2. Кожний з них передбачає перехід до виробництва відповідного нового товару.Інформація для аналізу наведена у платіжній матриці (таблиця 2.3), де наведені прогнозовані прибутки від виробництва та реалізації нових товарів при різних станах попиту. Вибрати менш ризикований інвестиційний проект.

Таблиця 2.3. Платіжна матриця до прикладу 2.4

Проект	Стан попиту на новий товар	
	Високий (0,8)	Низький (0,2)
A_1	300	–500
A_2	425	–1000

Розв’язання. Обчислимо математичне сподівання випадкової величини – прибутку для кожного з проектів.

$$M_1 = 300 \cdot 0,8 - 500 \cdot 0,2 = 140.$$

$$M_2 = 425 \cdot 0,8 - 1000 \cdot 0,2 = 140,\ M_1 = M_2.$$

Знайдемо дисперсію прибутку для кожної з альтернатив: $\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2 p_j - M_i^2$.

$$\sigma_1^2 = 300^2 \cdot 0,8 + \left(-500\right)^2 \cdot 0,2 - 140^2 = 102400,$$

$$\sigma_2^2 = 425^2 \cdot 0,8 + \left(-1000\right)^2 \cdot 0,2 - 140^2 = 324900.$$

Оскільки $\sigma_{min}^2 = \sigma_1^2$, то проект A_1 є менш ризикованим.

Для кожної можливої альтернативи можна визначити її ризик відносно математичного сподівання прибутку. Мірою цього ризику є *коефіцієнт варіації прибутку*, який обчислюється за формулою:

$$CV = \frac{\sigma}{M}, \tag{2.4}$$

де $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ – середнє квадратичне відхилення прибутку, M – його математичне сподівання. Чим меншим є коефіцієнт варіації прибутку, тим ближчою є альтернатива до оптимальної з точки зору співвідношення ризику та очікуваного прибутку.

Приклад 2.5. Існує можливість виробництва та реалізації двох товарів. Інформація для прийняття рішення наведена у платіжній матриці (таблиця 2.4). Вибрати альтернативу, оптимальну за критерієм співвідношення ризику та очікуваного прибутку.

Таблиця 2.4. Платіжна матриця до прикладу 2.5

Товар	Результат 1		Результат 2	
	Ймовірність	Прибуток	Ймовірність	Прибуток
A_1	0,5	210	0,5	110
A_2	0,99	151	0.01	51

Розв'язання. Знайдемо коефіцієнти варіації прибутків для кожної з альтернатив виробництва та реалізації товарів. Спочатку обчислимо відповідні математичні сподівання прибутку:

$$M_1 = 210 \cdot 0,5 + 110 \cdot 0,5 = 160; M_2 = 151 \cdot 0,99 + 51 \cdot 0,01 = 150.$$

Знаходимо дисперсії прибутку:

$$\sigma_1^2 = 210^2 \cdot 0,5 + 110^2 \cdot 0,5 - 160^2 = 2500; \sigma_2^2 = 151^2 \cdot 0,99 + 51^2 \cdot 0,01 - 150^2 = 99.$$

Коефіцієнти варіації прибутків для кожної з альтернатив відповідно дорівнюють:

$$CV_1 = \frac{\sigma_1}{M_1} = \frac{50}{160} \approx 0,31; CV_2 = \frac{\sigma_2}{M_2} = \frac{9,9}{150} \approx 0,07.$$

Оскільки меншим є коефіцієнт варіації прибутку для альтернативи A_2, то вона є кращою з точки зору співвідношення ризику та очікуваного середнього значення (математичного сподівання) прибутку.

2.3 Застосування леми Маркова та нерівності Чебишева для кількісної оцінки ризику

Необхідним складовим елементом вимірювання економічного ризику є оцінка ймовірності можливих прибутків чи збитків. Для цього можна використати лему Маркова або нерівність Чебишева.

Лема Маркова. Якщо випадкова величина X не набуває від'ємних значень, а її математичне сподівання дорівнює $M(X)$, то для довільного $\alpha > 0$ ймовірність того, що ця випадкова величина буде більшою, ніж α:

$$P(X > \alpha) \le \frac{M(X)}{\alpha}. \tag{2.5}$$

Для оцінки фінансового стану об'єкта ризику можна використати його *коефіцієнт поточної ліквідності* (КПЛ). Цей коефіцієнт дорівнює відношенню вартості ліквідних активів підприємства до його боргів. Фінансовий стан підприємства є стійким, якщо його коефіцієнт КПЛ $\geq$ 2. При КПЛ < 1 маємо ризик банкрутства.

Приклад 2.6. Підприємство просить постачальника відпустити йому товар без передплати. Оцінити ймовірність своєчасної оплати товару, якщо відомо, що тривалий час КПЛ покупця дорівнював 1,8.

Розв'язання. Випадковою величиною X є КПЛ покупця. Тоді $M(X)=1{,}8$. $\alpha=2$ – значення КПЛ, що відокремлює гарантовано платоспроможні підприємства від інших. За лемою Маркова, ймовірність того, що у найближчому майбутньому значення КПЛ перевищить 2 $P\left(X>2\right)\leq\frac{1{,}8}{2}=0{,}9$, тобто ця ймовірність не перевищить 90%. Отримали досить грубу оцінку ймовірності, для її використання на практиці потрібне подальше уточнення цієї оцінки.

Більш точну оцінку ймовірності потрапляння значення випадкової величини у певний інтервал отримують на основі нерівності Чебишева.

Нерівність Чебишева дозволяє визначити верхню межу ймовірності того, що абсолютна величина відхилення випадкової величини X від її математичного сподівання перевищить задане число $\varepsilon>0$:

$$P\left(\left|X-M\left(X\right)\right|>\varepsilon\right)\leq\frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}. \qquad (2.6)$$

Тут σ^2 – дисперсія випадкової величини X.

Якщо потрібно оцінити ймовірність відхилення лише у одну сторону, наприклад, у більшу сторону, то нерівність Чебишева використовують у наступній формі:

$$P\left(X-M\left(X\right)>\varepsilon\right)\leq\frac{\sigma^2}{2\varepsilon^2}. \qquad (2.7)$$

Приклад 2.7. Банк має двох позичальників, значення КПЛ яких за минулі три квартали склали для першого позичальника 1,5; 1,3; 1,7, для другого позичальника ці показники відповідно дорівнюють 1,6; 1,4; 1,5. Оцінити ймовірність того, що у найближчому кварталі вони ліквідують заборгованість.

Розв'язання. Знайдемо математичне сподівання та дисперсію випадкової величини – значення показника КПЛ для кожного з підприємств-позичальників. Для першого позичальника:

$$M\left(X_1\right)=\frac{1,5+1,3+1,7}{3}=1,5,$$

$$\sigma_1^2=\frac{\left(1,6-1,5\right)^2+\left(1,3-1,5\right)^2+\left(1,7-1,5\right)^2}{3}=0,027.$$

Для другого позичальника:

$$M\left(X_2\right)=\frac{1,6+1,4+1,5}{3}=1,5,$$

$$\sigma_2^2=\frac{\left(1,6-1,5\right)^2+\left(1,4-1,5\right)^2+\left(1,5-1,5\right)^2}{3}\approx 0,007.$$

Застосування леми Маркова надає однакову оцінку ймовірності повернення кредиту для обох позичальників: $P\left(X_1>2\right)\le\frac{1,5}{2}=0,75$, $P\left(X_2>2\right)\le\frac{1,5}{2}=0,75$. Застосування нерівності Чебишева у формі (2.7) дозволяє отримати уточнену оцінку. Щоб значення КПЛ перевищувало 2, потрібно, щоб $X_i-1,5>0,5$ для $i=1,2$. Отже, $P\left(X_i-1,5>0,5\right)\le\frac{\sigma_i^2}{2\cdot\left(0,5\right)^2}$. Для першого позичальника отримуємо оцінку

$$P\left(X_1-1,5>0,5\right)\le\frac{0,027}{2\cdot\left(0,5\right)^2}\approx 0,05.$$

Для другого позичальника маємо:

$$P\left(X_2-1,5>0,5\right)\le\frac{0,007}{2\cdot\left(0,5\right)^2}\approx 0,01.$$

Отже, використання нерівності Чебишева дозволило суттєво уточнити ймовірність ліквідації заборгованості.

Лему Маркова та нерівність Чебишева можна застосовувати при будь-якій кількості спостережень та для довільного закону розподілу ймовірностей випадкової величини.

Невизначеність оцінок ймовірностей зменшується, якщо можна допустити, що випадкова величина розподілена за нормальним законом. Це виконується, коли вона набуває значення внаслідок дії великої кількості факторів, вплив кожного з яких не перевищує впливу інших факторів. Коли кількість спостережень не менша 30, то для оцінки ймовірності того, що випадкова величина не перевищує заданої верхньої межі, можна використати нерівність:

$$P\left(X - M\left(X\right) > \varepsilon\right) = 1 - F\left(t\right), \tag{2.8}$$

де $F\left(t\right)$ – нормована функція нормального розподілу (функція Лапласа),

$$t = \frac{\varepsilon}{\mu},\ \mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}},\ \sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - M\left(X\right)\right)^2,\ M\left(X\right) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i = \overline{x}.$$

Тут n – кількість спостережень.

Якщо кількість спостережень $n < 30$, то оцінка ймовірності здійснюється за формулою:

$$P\left(X - M\left(X\right) > \varepsilon\right) = 1 - S\left(t\right), \tag{2.9}$$

де $S\left(t\right)$ – функція розподілу Стьюдента, $t = \frac{\varepsilon}{\mu_1},\ \mu_1 = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n-1}}$.

2.4 Використання моделі рівномірного розподілу для оцінки ризику

Якщо допустити, що ризик неповернення кредиту рівномірно зменшується зі збільшенням КПЛ позичальника, то для розрахунку ймовірності неповернення ним боргу можна використати формулу:

$$P = \frac{b - x}{b - a}. \tag{2.10}$$

Тут a та b – відповідно нижня та верхня межа зони ризику, x – фактичне значення КПЛ.

Приклад 2.8. Підприємство A збирається укласти угоду з підприємством B пр. постачання йому своєї продукції. Фактичне значення КПЛ у підприємства B дорівнює 1,6. Підприємство A веде статистику несвоєчасної оплати постачань, згідно з якою КПЛ сумнівних партнерів складає від 0,9 до 1,8. У підприємств, що розраховуються своєчасно, цей показник складає від 1,2 до 2,7. Оцінити ймовірність того, що підприємство B несвоєчасно розрахується за продукцію.

Розв'язання. Зона ризику – це інтервал значень КПЛ (1,2; 1,8). Підприємства, у яких значення КПЛ знаходиться у цьому інтервалі, можуть несвоєчасно розрахуватися за поставлену продукцію. Отже, для формули (2.10) у даному прикладі $a=1,2; b=1,8; x=1,6$. Тоді ймовірність несвоєчасного розрахунку становить:

$$P=\frac{1,8-1,6}{1,8-1,2}\approx 0,33.$$

Показник надійності партнера дорівнює ймовірності своєчасного розрахунку: $Q=1-P=1-\frac{b-x}{b-a}=\frac{x-a}{b-a}$.

2.5 **Вибірковий метод оцінки ризику**

Оцінювати рівень ризику можна є допомогою вибіркового спостереження за частотою появи подій, що можуть бути причиною збитків. При цьому виникає необхідність оцінки похибки вибірки.

При оцінці ймовірності події за її відносною частотою похибка вибірки визначається за формулою [17]:

$$\Delta=t\cdot\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}, \quad (2.11)$$

де Δ – гранична похибка вибірки, t – кратність похибки, що пов'язує величину похибки з заданою довірчою ймовірністю p, w – відносна частота появи події у вибірці, $w=\frac{m}{n}$, m – кількість появ події у вибірці, n – об'єм вибірки.

З формули (2.11) отримуємо, що з деякою наперед заданою довірчою ймовірністю p ймовірність появи події знаходиться у проміжку $(w-\Delta;\, w+\Delta)$. Ця формула дає вірні результати при достатньо великих значеннях w ($w > 0{,}01$) та при достатньо великій кількості спостережень n.

Достатньо точні результати отримаємо, застосувавши формулу, згідно з якою нижня та верхня межі a та b інтервалу, у якому знаходиться ймовірність події, визначається за формулами:

$$a = \frac{1}{n+t^2}\left(m + \frac{t^2}{2} - t\sqrt{\frac{m(n-m)}{n} + \frac{t^2}{4}}\right),$$
$$b = \frac{1}{n+t^2}\left(m + \frac{t^2}{2} - t\sqrt{\frac{m(n-m)}{n} + \frac{t^2}{4}}\right). \qquad (2.12)$$

Приклад 2.9. За статистикою комерційного банку зі 100 кредитів, виданих позичальникам групи А, де для розрахунку резервів на покриття втрат від неповернення кредитів встановлено коефіцієнт ризику (ймовірність неповернення кредиту) 2%, лише 1 кредит виявився неповерненим. З 200 кредитів, виданих позичальникам, що затримували виплати за кредитами до 30 днів (група Б), для якої коефіцієнт ризику установлений на рівні 5%, таких кредитів виявилось 10. З довірчою ймовірністю $p = 0{,}9$ визначити верхні межі для коефіцієнтів ризику груп А та Б.

Розв'язання. Для групи А $w = \frac{1}{100} = 0{,}01$. Для довірчої ймовірності $p = 0{,}9$ з таблиці, наведеної у підручниках з теорії ймовірностей [17], знаходимо квантиль нормального розподілу $t = 1{,}65$. Оскільки $w \le 0{,}01$, то для оцінки верхньої межі коефіцієнта ризику групи А використаємо другу з формул (2.12). Маємо:

$$b = \frac{1}{100 + (1{,}65)^2}\left(1 + \frac{(1{,}65)^2}{2} + 1{,}65\sqrt{\frac{1 \cdot 99}{100} + \frac{(1{,}65)^2}{4}}\right) \approx 0{,}044.$$

Для групи Б $w = 0,05 > 0,01$, тому для оцінки верхньої межі коефіцієнта ризику можна використати формулу (2.11), тобто $b = w + \Delta$, де гранична похибка вибірки $\Delta = 1,65 \cdot \sqrt{\frac{0,05 \cdot 0,95}{200}} \approx 0,025$. Тоді $b = w + \Delta = 0,05 + 0,025 = 0,075$.

У обох випадках верхня межа коефіцієнта ризику значно перевищує його установлені нормативні значення.

2.6 Суб'єктивна оцінка рівня ризику та байєсівський підхід до її уточнення

Об'єктивна ймовірність збитків, що використовується при обчисленні рівня ризику, визначається на основі класичного або статистичного означення ймовірності [17]. Коли дані для використання цих означень відсутні, то застосовують експертні оцінки ймовірності події, тобто суб'єктивну ймовірність. *Суб'єктивна ймовірність* – це міра впевненості експерта у тому, що подія відбудеться. Поняття суб'єктивної ймовірності введене у практику наукових досліджень видатним британським економістом Д. Кейнсом. Для суб'єктивної ймовірності виконуються всі аксіоми та теореми класичної теорії ймовірностей.

Приклад 2.10. Експерти визначили надійність банку А на рівні 90%, банку Б – 80%. Знайти ймовірності того, що: 1) обидва банки не стануть банкрутами; 2) обидва банки збанкрутують; 3) банкрутом стане лише банк А, а банк Б продовжить свою діяльність.

Розв'язання. Нехай подія A_1 – банк А продовжить свою діяльність, подія A_2 – банк Б продовжить свою діяльність. Далі застосуємо теорему множення ймовірностей незалежних подій та формулу ймовірності протилежної події [17]. 1) ймовірність того, що обидва банки не стануть банкрутами $P(A_1 A_2) = P(A_1)P(A_2) = 0,9 \cdot 0,8 = 0,72$; 2) ймовірність того, що обидва банки збанкрутують $P(\overline{A}_1 \overline{A}_2) = P(\overline{A}_1)P(\overline{A}_2) = (1 - 0,9)(1 - 0,8) = 0,02$; 3) ймовірність того, що банкрутом стане лише банк А, а банк Б продовжить свою діяльність, $P\left(\bar{A}_1 A_2\right) = P\left(\bar{A}_1\right) P\left(A_2\right) = 0{,}1 \cdot 0{,}8 = 0{,}08$.

Приклад 2.11. Експерти визначили, що ймовірність банкрутства підприємства на протязі майбутнього року складає 10%. Знайти ймовірність того, що його банкрутство відбудеться протягом найближчих двох років, якщо через рік ймовірність банкрутства банку не зміниться.

Розв'язання. Нехай подія A_1 – банк збанкрутує на протязі першого року, A_2 – другого року, A – банкрутство відбудеться протягом найближчих двох років. Тоді $A = A_1 + \bar{A}_1 A_2$, ймовірність події A знаходимо з допомогою теорем додавання та множення ймовірностей:

$$P(A) = P\left(A_1 + \bar{A}_1 A_2\right) = P\left(A_1\right) + P\left(\bar{A}_1 A_2\right) = P\left(A_1\right) + P\left(\bar{A}_1\right) P\left(A_2\right) = \\ = 0{,}1 + 0{,}9 \cdot 0{,}1 = 0{,}19.$$

Уточнення у експертну оцінку суб'єктивної ймовірності можна внести з допомогою формули Байєса [17]. Вона дозволяє коректувати ймовірності подій, що є факторами ризику, на основі отримання додаткової інформації. Ця формула має вигляд [17]:

$$P\left(H_i / A\right) = \frac{P\left(A / H_i\right) \cdot P\left(H_i\right)}{P(A)}. \qquad (2.13)$$

У формулі Байєса (2.13) A – це подія, що може відбутися лише з однією з подій $H_1, H_2, ..., H_n$, що утворюють повну групу подій, $P\left(H_i\right)$ – ймовірність події H_i, $P\left(H_i / A\right)$ – уточнена ймовірність події H_i, якщо відомо, що подія A уже відбулася, $P\left(A / H_i\right)$ – ймовірність події A за умови настання події H_i, $P(A)$ – ймовірність події A, що обчислюється за формулою повної ймовірності [17]:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P\left(H_i\right) \cdot P\left(A / H_i\right). \qquad (2.14)$$

Приклад 2.12. На думку експертів підприємства, конкурент може почати випуск нового товару з вищим рівнем якості з ймовірністю 70%. Перед тим, як у відповідь почати розробку нового товару, керівництво підприємства вирішило зібрати додаткову інформацію про наміри конкурентів. Експерти вважають, що для виробництва нового товару конкурент з ймовірністю 90% почне збільшувати виробничі потужності. Він може збільшувати їх і з інших причин, ймовірність цього експерти оцінили у 20%. Керівництву підприємства стало відомо про початок будівництва у конкурента. Як ця інформація змінить ймовірність виробництва конкурентом нового товару?

Розв'язання. Нехай подія H_1 – конкурент виробляє новий товар, $H_2 = \overline{H}_1$, A – початок нового будівництва. $P(H_1) = 0,7$, $P(H_2) = 1 - P(H_1) = 1 - 0,7 = 0,3$, $P\left(A/H_1 \right) = 0,9$, $P\left(A/H_2 \right) = 0,2$. За формулою Байєса знаходимо:

$$P\left(H_1/A \right) = \frac{P(H_1) \cdot P\left(A/H_1 \right)}{P(H_1) \cdot P\left(A/H_1 \right) + P(H_2) \cdot P\left(A/H_2 \right)} = \frac{0,7 \cdot 0,9}{0,7 \cdot 0,9 + 0,3 \cdot 0,2} \approx 0,913.$$

2.7. Гранична ціна інформації про ризик

Розглянемо питання визначення максимальної ціни, яку можна сплатити за додаткову інформацію про ризик. Для її розв'язання потрібно знайти математичне сподівання прибутку, що відповідає повній інформації, та порівняти його з математичним сподіванням прибутку, отриманим при наявній інформації. Різниця між цими величинами дорівнює максимальній ціні інформації про ризик. У якості прикладу розглянемо визначення цієї ціни у прикладі 2.3. За наявної інформації оптимальною є альтернатива про перехід до масового виробництва нового товару через 1 рік. Цьому рішенню відповідає математичне сподівання прибутку 7,6 у.г.о.

Якби підприємство мало повну інформацію про реакцію ринку на нову продукцію і при цьому регулярно виводило б новий товар на ринок, то математичне сподівання прибутку склало б $16 \cdot 0,2 + 12 \cdot 0,5 + 6 \cdot 0,3 = 11$ (у.г.о.).

Максимальна ціна інформації про ризик у цьому випадку складе $11-7,6=3,4$ (у.г.о.).