

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИЧНИЙ
КАФЕДРА ЗАГАЛЬНОЇ МАТЕМАТИКИ

ЗАТВЕРДЖУЮ

Декан математичного факультету

_____ С. І. Гоменюк

« _____ » _____ 2020 р.

ВИЩА АЛГЕБРА

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

підготовки бакалавра
спеціальності 014 – «Середня освіта»,
освітньо-професійна програма «Середня освіта (Математика)»

Укладач: Спиця О.Г., к.ф.-м.н., доцент кафедри загальної математики

Обговорено та ухвалено
на засіданні кафедри загальної математики

Протокол № 01 від «26» серпня 2020 р.
Завідувач кафедри загальної математики

_____ І. В. Зіновєєв
(підпис) (ініціали, прізвище)

Ухвалено науково-методичною радою
факультету математичного
Протокол № 01 від «03» вересня 2020 р.
Голова науково-методичної ради
факультету

_____ О.С. Пшенична
(підпис) (ініціали, прізвище)

2020 рік

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни	
		денна форма навчання	заочна форма навчання
Кількість кредитів – 9	Галузь знань 01 – «Освіта/Педагогіка»	Обов'язкові дисципліни	
Розділів – 4	Спеціальність 014 – «Середня освіта»	Цикл професійної підготовки спеціальності	
Загальна кількість годин – 270	Предметні спеціальності 014.04 – «Середня освіта (Математика)»	Рік підготовки:	
		1-й	1-й
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 4,5 самостійної роботи студента – 4,5	Освітньо-професійна програма «Середня освіта (Математика)»	Лекції	
		60 год	12 год
		Практичні	
	Рівень вищої освіти: бакалаврський	Самостійна робота	
		76 год	16 год
		Вид підсумкового контролю:	
134 год	242 год	залік, екзамен	

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Метою вивчення студентами навчальної дисципліни «Вища алгебра» є засвоєння основних теоретичних відомостей, практичних вмінь та навичок з курсу вищої алгебри.

Основними **завданнями** вивчення дисципліни «Вища алгебра» є:

- засвоєння понять матриця, визначник, дій над ними та основних властивостей матриць;
- оволодіння діями з застосування матриць та визначників при розв'язанні задач лінійної алгебри;
- набуття умінь з дослідження та розв'язання будь-яких систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР);
- засвоєння визначення та основних властивостей лінійних просторів;
- ознайомлення з основними поняттями теорії чисел;
- вивчення найбільш вживаних алгоритмів лінійної алгебри та теорії чисел.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні досягти таких результатів навчання:

знати:

- основні поняття, факти та теореми лінійної алгебри та теорії чисел;
- теоретичні основи і суть методів лінійної алгебри та теорії чисел;

вміти:

- застосовувати основні поняття, твердження та теореми до розв'язання задач;

- наводити приклади, які демонструють суттєвість теоретичних понять чи фактів, або спростовують хибні ствердження;
- використовувати матеріал попередніх тем при вивченні наступних;
- розв'язувати типові задачі кожної з вивчених тем.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми «Середня освіта (Математика)» студенти повинні досягти таких **компетентностей**:

ЗК-1. Здатність до абстрактного та логічного мислення, використання методів аналізу та синтезу, індукції й дедукції, узагальнення і конкретизації.

ЗК-4. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.

СФК-1. Здатність до педагогічної взаємодії.

СФК-3. Здатність до формування навчально-пізнавального інтересу учнів та забезпечення їх мотивації до вивчення математики.

СФК-7. Здатність до об'єктивного оцінювання відповідей, практичних рішень та контрольних робіт учнів.

СПК-2. Здатність до математичного, логічного і алгоритмічного мислення, обґрунтування вибору методів розв'язання задач, інтерпретації отриманих результатів.

СПК-3. Здатність до аналізу основ і властивостей існуючих математичних структур та розуміння переваг тих чи інших математичних підходів

СПК-5. Здатність проводити обчислення, розв'язання математичних та прикладних задач в рамках прийнятих в шкільному курсі математики систем понять, означень, аксіом, фундаментальних математичних та природничих законів, та застосовувати необхідні математичні методи.

СПК-6. Здатність пояснювати в математичних термінах, та на мові оригінальної постановки задачі, результати, отримані під час розв'язання математичних та прикладних задач, розрахунків.

Міждисциплінарні зв'язки

Знання, уміння і навички засвоєні при вивченні навчальної дисципліни «Вища алгебра» знадобляться студентам предметної спеціальності «Середня освіта (Математика)» під час вивчення дисциплін «Математичний аналіз», «Диференціальні рівняння», «Методи обчислень», «Практикум з розв'язання задач», «Шкільний курс математики та методика її викладання» і «Розв'язання задач підвищеної складності».

3. Програма навчальної дисципліни

Розділ 1. Матриці та визначники

Тема 1. Комплексні числа

Поняття комплексного числа, геометрична інтерпретація. Алгебраїчна та тригонометрична форми запису комплексного числа. Дії над комплексними числами, записаними в різних видах.

Тема 2. Означення системи лінійних алгебраїчних рівнянь, їх класифікація

Метод Гаусса розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Поняття системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Основна термінологія. Еквівалентність систем лінійних рівнянь. Елементарні перетворення. Приклади. Метод Гаусса розв'язання систем лінійних рівнянь. Матриця системи та розширена матриця системи. Зведення системи лінійних рівнянь до ступінчастої форми за допомогою елементарних перетворень.

Тема 3. Поняття матриці. Види матриць. Операції над матрицями та їх властивості

Поняття матриці, її види: квадратні та прямокутні, діагональні, симетричні, трикутні матриці. Лінійні операції над матрицями: сума матриць, множення матриці на дійсне число. Властивості лінійних операцій над матрицями. Добуток матриць. Властивості добутку матриць. Приклади. Транспонування матриць, властивості.

Тема 4. Множини та відображення. Підстановки та перестановки

Поняття множини. Відображення множин, їх види. Підстановки, їх парність, множення підстановок. Перестановки, їх парність, множення перестановок, розкладання в добуток циклів.

Тема 5. Визначники та їх властивості

Означення визначника матриці. Правила обчислення визначників 2-го та 3-го порядків. Властивості визначників. Мінори, алгебраїчні доповнення. Розклад визначника за рядком. Визначник добутку матриць. Методи обчислення визначників вищих порядків.

Розділ 2. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Лінійні векторні простори

Тема 6. Обернена матриця та методи її обчислення

Невироджені матриці, критерії невірності матриць. Властивості невірних матриць. Обернена матриця, її властивості. Метод Гаусса знаходження оберненої матриці. Метод алгебраїчних доповнень знаходження оберненої матриці.

Тема 7. Матричний метод та правило Крамера розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь

Матричні рівняння: їх види та методи розв'язування. Матричний метод розв'язування систем лінійних рівнянь. Метод Крамера розв'язування систем лінійних рівнянь.

Тема 8. Дослідження системи лінійних алгебраїчних рівнянь

Поняття рангу матриці. Ранг матриці по рядках, ранг матриці по стовпчиках. Теорема про рівність рангу по рядках і рангу по стовпчиках для довільної матриці. Ранг матриці. Метод обвідних мінорів та метод елементарних перетворень обчислення рангу матриці. Критерій сумісності системи лінійних рівнянь (теорема Кронекера-Капеллі). Структура множини розв'язків неоднорідної системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

Тема 9. Однорідні системи лінійних алгебраїчних рівнянь, фундаментальна система її розв'язків

Дослідження структури множини розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь. Лінійно залежна та лінійно незалежна сукупність розв'язків системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь, її властивості. Структура множини розв'язків загальної системи лінійних рівнянь. Приклади.

Тема 10. Лінійний векторний простір

Означення векторного простору. Приклади. Основні властивості лінійних векторних просторів. Лінійно залежні, незалежні системи вектор-рядків (вектор-стовпчиків), їх властивості. Приклади. Базис. Поняття розмірності векторного простору. Поняття рангу системи вектор-рядків (вектор-стовпчиків). Поняття лінійного підпростору. Приклади. Лінійна оболонка і ранг системи векторів. Поняття перетину та суми підпросторів, їх розмірності. Розкладання простору в пряму суму підпросторів. Теорема Грасмана, її застосування. Поняття старого та нового базисів. Зміна базису. Матриця переходу від старого базису до нового. Зміна координат при зміні базису.

Розділ 3. Елементи теорії чисел

Тема 11. Цілі числа та їх подільність

Подільність цілих чисел націло. Ділення цілих чисел з остачею. Конгруенції та їх властивості. Найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне, їх властивості. Алгоритм Евкліда. Лінійне подання найбільшого спільного дільника. Ознаки подільності. Лінійні діофантові рівняння.

Тема 12. Прості та складені числа

Власні та невластні дільники цілого числа. Прості та складені числа. Властивості простих чисел. Основна теорема арифметики. Канонічний розклад натурального числа. Знаходження найбільшого спільного дільника та найменшого спільного кратного двох чисел, які мають канонічний розклад. Решето Ератосфена. Мала теорема Ферма та наслідок з неї.

Тема 13. Числові функції

Ціла та дробова частини дійсного числа. Алгоритм знаходження канонічного розкладу числа $n!$. Поняття та властивості мультиплікативної функції. Формули для обчислення суми та кількості дільників натурального числа. Види натуральних чисел в залежності від значення суми його дільників: недостатне число, надлишкове число, досконале число. Дружні числа. Функція Ейлера та її властивості. Функція Мебіуса.

Тема 14. Системи числення

Поняття про системи числення та їх види. Арифметичні дії в позиційних системах: додавання, віднімання, множення, ділення. Методи переходу до іншої позиційної системи числення: переведення чисел у систему числення шляхом ділення на її основу, переведення чисел у систему числення шляхом множення.

Тема 15. Ланцюгові дроби

Запис раціонального числа у вигляді ланцюгового дроби. Раціональні вкорочення ланцюгового дроби. Рекурентні співвідношення для обчислення чисельників та знаменників раціональних вкорочень ланцюгового дроби. Застосування ланцюгових дробів до розв'язування лінійних діофантових рівнянь.

Розділ 4. Алгебраїчні структури. Теорія многочленів. Конгруенції та класи лишків

Тема 16. Алгебраїчні структури

Бінарна операція, приклади. Напівгрупа. Моноід. Комутативна напівгрупа. Група. Абелева група. Приклади. Кільце. Комутативне кільце. Кільце з одиницею. Приклади. Поле. Приклади.

Тема 17. Теорія многочленів

Поняття многочлена, його складових. Дії над многочленами: додавання, віднімання, множення. Властивості операцій над многочленами. Теорема про ділення многочленів з остачею. Виділення цілої частини з раціонального дроби. Властивості подільності многочленів. Найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне многочленів, їх властивості. Алгоритм Евкліда. Взаємно прості многочлени та їх властивості. Корінь многочлена. Теорема Безу. Схема Горнера та її застосування. Основна теорема алгебри. Формули Вієта. Знаходження коренів многочлена.

Тема 18. Конгруенції та класи лишків

Повна та зведена системи лишків. Основні поняття теорії конгруенцій з одним невідомим. Конгруенції першого степеня та методи розв'язання: Спосіб спроб, штучний спосіб, використання функції Ейлера, використання ланцюгових дробів. Обернений елемент за множенням. Системи конгруенцій з одним невідомим. Китайська теорема про лишки.

4. Структура навчальної дисципліни

Назви тематичних розділів і тем	Кількість годин							
	денна форма				Заочна форма			
	усього	у тому числі			усього	у тому числі		
л		пр	с.р.	л		пр	с.р.	
Розділ 1. Матриці та визначники								
Тема 1. Комплексні числа	10	3	3	6	10,5	0,5		10
Тема 2. Означення системи лінійних алгебраїчних рівнянь, їх класифікація	8	2	2	4	7,5	0,5	1	6
Тема 3. Поняття матриці. Види матриць. Операції над матрицями та їх властивості	10	3	3	6	10	0,5	0,5	9
Тема 4. Множини та відображення. Підстановки та перестановки	8	2	2	4	10	0,5	0,5	9
Тема 5. Визначники та їх властивості	16	4	4	8	14	0,5	0,5	13
Разом за розділом 1	56	14	14	28	52	2,5	2,5	47
Розділ 2. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Лінійні векторні простори								
Тема 6. Обернена матриця та методи її обчислення	8	2	2	4	8	0,5	0,5	7
Тема 7. Матричний метод та правило Крамера розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь	12	2	2	6	11,5	1	0,5	10
Тема 8. Дослідження системи лінійних алгебраїчних рівнянь	12	2	2	7	10,5	0,5		10
Тема 9. Однорідні системи лінійних алгебраїчних рівнянь, фундаментальна система її розв'язків	12	2	2	7	11	0,5	0,5	10
Тема 10. Лінійний векторний простір	24	6	6	12	27	1	2	24
Разом за розділом 2	64	14	14	36	68	3,5	3,5	61
Розділ 3. Елементи теорії чисел								
Тема 11. Цілі числа та їх подільність	18	4	6	8	16	1	1	14
Тема 12. Прості та складені числа	15	3	5	7	14	0,5	0,5	13
Тема 13. Числові функції	17	4	5	8	16	1	1	14
Тема 14. Системи числення	13	3	4	6	16	1	1	14

Назви тематичних розділів і тем	Кількість годин							
	денна форма				Заочна форма			
	усього	у тому числі			усього	у тому числі		
		л	пр	с.р.		л	пр	с.р.
Тема 15. Ланцюгові дроби	12	2	4	6	13	0,5	0,5	12
Разом за розділом 3	75	16	24	35	75	4	4	67
Розділ 4. Алгебраїчні структури. Теорія многочленів. Конгруенції та класи лишків								
Тема 16. Алгебраїчні структури	14	2	4	8	19	1	1	17
Тема 17. Теорія многочленів	34	8	12	14	30	2	2	26
Тема 18. Конгруенції та класи лишків	27	6	8	13	26	1	1	24
Разом за розділом 4	75	16	24	35	75	4	4	67
Разом	270	60	76	134	270	14	14	242

5. Теми лекційних занять

№ теми з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Комплексні числа	3
2	Означення системи лінійних алгебраїчних рівнянь, їх класифікація	2
3	Поняття матриці. Види матриць. Операції над матрицями та їх властивості	3
4	Множини та відображення. Підстановки та перестановки	2
5	Визначники та їх властивості	4
6	Обернена матриця та методи її обчислення	2
7	Матричний метод та правило Крамера розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь	2
8	Дослідження системи лінійних алгебраїчних рівнянь	2
9	Однорідні системи лінійних алгебраїчних рівнянь, фундаментальна система її розв'язків	2
10	Лінійний векторний простір	6
11	Цілі числа та їх подільність	4
12	Прості та складені числа	3
13	Числові функції	4
14	Системи числення	3
15	Ланцюгові дроби	2
16	Алгебраїчні структури	2
17	Теорія многочленів	8
18	Конгруенції та класи лишків	6
Разом		60

6. Теми практичних занять

№ теми з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Види запису комплексних чисел, дії над ними	3
2	Метод Гаусса розв'язування СЛАР	2
3	Дії над матрицями	3
4	Парність підстановок і перестановок, їх множення	2
5	Обчислення визначників	4
6	Знаходження оберненої матриці	2
7	Матричні рівняння. Правило Крамера розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь	2
8	Дослідження системи лінійних алгебраїчних рівнянь	2
9	Знаходження фундаментальної системи розв'язків однорідної системи лінійних алгебраїчних рівнянь	2
10	Лінійно залежні та незалежні системи елементів простору, розкладання елементу по базису	2
10	Знаходження суми та перетину підпросторів	2
10	Знаходження координат елементу простору нового базису по старому базису	2
11	Подільність цілих чисел. Конгруенції	2
11	Найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне. Алгоритм Евкліда	2
11	Ознаки подільності. Лінійні діофантові рівняння	2
12	Канонічний розклад числа. Прості числа	3
13	Числові функції	4
14	Арифметичні дії в позиційних системах. Переход до іншої позиційної системи числення	3
15	Запис раціонального числа у вигляді ланцюгового дроби	2
15	Застосування ланцюгових дробів до розв'язування лінійних діофантових рівнянь	2
16	Групи. Кільця. Поля	4
17	Виділення цілої частини з раціонального дроби. Алгоритм Евкліда	4
17	Теорема Безу. Схема Горнера та її застосування	2
17	Формули Вієта	2
17	Знаходження коренів многочлена	4
18	Спосіб спроб та штучний спосіб розв'язання конгруенцій першого степеня	2
18	Використання функції Ейлера до розв'язання конгруенцій першого степеня	2
18	Використання ланцюгових дробів до розв'язання конгруенцій першого степеня	2
18	Системи конгруенцій з одним невідомим	2
Разом		76

7. Самостійна робота

№ теми з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Комплексні числа	6
2	Модифікація методу Гаусса розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь шляхом пошуку зведеної матриці	4
3	Переставні матриці. Піднесення матриці в натуральний степінь	6
4	Методи знаходження парності підстановок та перестановок. Поновлення перестановки по її розкладу в добуток циклів	4
5	Методи обчислення визначників n порядку.	4
5	Визначник Вандермонда	2
5	Визначник від добутку матриць	2
6	Застосування оберненої матриці до розв'язування матричних рівнянь	4
7	Правило Крамера для вироджених систем лінійних алгебраїчних рівнянь	6
8	Дослідження системи лінійних алгебраїчних рівнянь	7
9	Одночасне розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь та зведеної до неї	7
10	Приклади основних лінійних просторів, їх базиси та розмірність	4
10	Ізоморфізм лінійних просторів	4
10	Розкладання простору в пряму суму підпросторів	4
11	Ділення цілих чисел з остачею	2
11	Лінійне представлення найбільшого спільного дільника чисел	2
11	Ознаки подільності	2
11	Діофантові рівняння	2
12	Решето Ератосфена та його застосування	4
12	Мала теорема Ферма та її застосування	3
13	Сума m -их степенів усіх натуральних дільників числа n	4
13	Прості числа Мерсенна	4
14	Системи числення	6
15	Поновлення раціонального дроби за його вкороченням	6
16	Алгебраїчні структури	8
17	Лінійне представлення найбільшого спільного дільника многочленів	2
17	Теорема Тейлора	2
17	Кратні корені многочлена	2
17	Теорема про корені многочлена з дійсними коефіцієнтами	4

№ теми з/п	Назва теми	Кількість годин
17	Ознаки існування цілих та раціональних коренів многочлена	4
18	Алгебраїчні конгруенції з одним невідомим	2
18	Обернений елемент за множенням	2
18	Китайська теорема про лишки та її застосування	4
Разом		134

Індивідуальні завдання

Індивідуальні завдання являють собою виконання домашньої контрольної роботи за обраним варіантом (розрахункове завдання).

ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ № 1 з теми «Арифметика цілих чисел»

Завдання 1.1 Використовуючи алгоритм Евкліда, знайти НСД та НСК двох чисел, записати лінійне представлення НСД.

варіант	числа	варіант	числа
1	1232, 1672	2	7 650, 25 245
3	5 427, 32 877	4	25 245, 129 591
5	29 719, 76 501	6	46 550, 37 730
7	738 089, 3 082 607	8	138 285, 356 405
9	12 870, 7 650	10	24 789, 35 286
11	24 700, 33 250	12	1 359, 8 211
13	35 574, 192 423	14	12 606, 6494
15	36 372, 147 220	16	469 459, 579 203
17	213 239, 512 525	18	3 327 449, 6 314 153
19	354 295, 543 440	20	3 640, 14 300
21	1 329, 2 136	22	56 595, 82 467
23	5 894, 3 437	24	10 140, 92 274
25	162 891, 32 176	26	1 403, 1 058
27	179 370 199, 4 345 121	28	72 348, 5 632
29	41 382, 103 818	30	32 893, 72 568

Завдання 1.2 Знайти НСД та НСК трьох чисел.

варіант	числа	варіант	числа
1	529, 1 541, 1 817	2	67 283, 122 433, 221 703
3	549 493, 863 489, 2133 125	4	738 089, 3 082 607, 28 303 937
5	1 767, 2 223, 11 913	6	476, 1 258, 21 114
7	3 445, 4 225, 5 915	8	572, 5 746, 1 118
9	19 074, 13 566, 8 211	10	1 073, 3 683, 34 481
11	1 012, 1 474, 4 598	12	988, 2 014, 42 598
13	2 585, 7 975, 13 915	14	874, 1 518, 20 142
15	2 227, 9 911, 952	16	1 253, 252, 406
17	2 743, 3 587, 6 963	18	4 345, 6 523, 10 967
19	7 683, 5 161, 12 909	20	5 174, 12 337, 13 403
21	10 047, 6 749, 16 881	22	6 766, 16 133, 17 527
23	11 229, 7 543, 18 867	24	7 562, 18 031, 19 589
25	13 593, 9 131, 22 839	26	9 154, 21 827, 23 713

27	17 139, 11 513, 28 797	28	11 542, 27 521, 29 899
29	18 321, 12 307, 30 783	30	12 338, 29 419, 31 961

Завдання 1.3 Використовуючи ознаки подільності чисел, дослідити подільність даного числа на натуральні числа від 2 до 40.

варіант	число	варіант	число	варіант	число
1	351645	2	437931	3	747615
4	236215	5	294177	6	502205
7	590835	8	735813	9	1256145
10	236810	11	294918	12	503470
13	564655	14	703209	15	1200485
16	238173	17	1559649	18	394197
19	159991	20	1047683	21	264799
22	400179	23	2620527	24	662331
25	160394	26	1050322	27	265466
28	382447	29	2504411	30	632983

Завдання 1.4 Раціональне число $\frac{a}{b}$ задане ланцюжком неповних

часток. Побудувати відповідне найменше раціональне число $\frac{a}{b}$ й знайти розв'язок рівняння $ax + by = a + b$.

варіант	ланцюжок неповних часток	варіант	ланцюжок неповних часток	варіант	ланцюжок неповних часток
1	[2,1,3,4,1,2]	2	[2,1,1,6,8]	3	[0,3,1,2,7,1]
4	[1,1,2,4,5]	5	[0,3,4,3,2,3]	6	[3,1,1,1,5]
7	[2,1,3,4,2,9]	8	[13,1,4,2,5]	9	[0,4,1,3,2,5]
10	[22,3,1,4,7]	11	[2,1,30,2,3]	12	[1,24,3,4,5]
13	[1,25,1,2,3,1,1]	14	[11,2,3,5,1,1]	15	[31,5,2,3,1,5]
16	[1,25,1,2,3,1,1]	17	[1,13,1,2,5,1,1]	18	[2,8,1,2,3,1,2]
19	[2,7,2,1,1,1,4]	20	[3,7,2,5,1,1,2]	21	[2,41,2,3,1]
22	[2,17,1,5,1]	23	[3,19,1,1,3]	24	[2,1,1,3,5,1,1]
25	[2,11,3,19,1,1,3]	26	[5,9,3,11,1,1,2]	27	[21,1,3,7,1,1,3]
28	[2,23,1,2,3,1,2]	29	[3,29,1,1,2,2]	30	[1,47,1,1,2,1,2]

Завдання 1.5 З'ясувати, в якому степені a і b входять до числа $n!$, а також скільки нулями закінчується число $n!$. Знайти кількість дільників, що не перевищують n і не діляться на жодне з простих чисел 3, 5, 7 і 13.

варіант	a	b	$n!$	варіант	a	b	$n!$
1	3	7	337!	2	11	19	428!
3	2	11	234!	4	13	17	295!
5	3	11	381!	6	13	23	650!
7	3	13	534!	8	5	19	728!
9	7	11	625!	10	3	19	534!
11	2	13	271!	12	19	23	749!
13	5	13	426!	14	3	29	957!
15	3	5	931!	16	5	11	491!
17	11	17	491	18	2	19	874!
19	2	7	834!	20	5	17	745!
21	7	23	745!	22	17	19	652!
23	2	17	652!	24	2	11	439!
25	2	23	744!	26	11	13	274!
27	7	19	439!	28	3	23	612!
29	17	19	356!	30	2	19	566!

Завдання 1.6 Для числа $n = p_1^{k_1} p_2^{k_2} \dots p_s^{k_s}$ обчислити значення наступних мультиплікативних функцій:

- 1) кількість дільників $\tau(n)$;
- 2) суму дільників $\sigma(n)$;
- 3) функцію Ейлера $\varphi(n)$;
- 4) функцію Мебіуса $\mu(n)$.

З'ясувати, чи є число недостатнім, надлишковим чи досконалим. Знайти просте число Мерсенна для числа, яке дорівнює $k_1 + k_2 + \dots + k_s$.

варіант	n	варіант	n
1	$2^8 \cdot 3^3 \cdot 43 \cdot 47$	2	$2^5 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 61$
3	$5^4 \cdot 7^2 \cdot 49$	4	$3^5 \cdot 7^2 \cdot 41^2 \cdot 79$
5	$2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^3 \cdot 31$	6	$2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^3 \cdot 41$
7	$2^3 \cdot 3^7 \cdot 7^2 \cdot 59$	8	$2^7 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \cdot 97$
9	$2^5 \cdot 5^2 \cdot 31 \cdot 43$	10	$2^9 \cdot 3^4 \cdot 11^2 \cdot 41$
11	$5^4 \cdot 7^3 \cdot 49 \cdot 41$	12	$3^7 \cdot 7^3 \cdot 17 \cdot 19$
13	$3^2 \cdot 5^2 \cdot 41^2 \cdot 23$	14	$2^6 \cdot 3^5 \cdot 5 \cdot 17$

15	$2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^3 \cdot 41$	16	$5^2 \cdot 7^3 \cdot 29$
17	$3^7 \cdot 5^2 \cdot 403$	18	$3^3 \cdot 7^6 \cdot 17 \cdot 23$
19	$2^5 \cdot 3^4 \cdot 7^2 \cdot 71$	20	$3^8 \cdot 41^2 \cdot 19 \cdot 23$
21	$3^5 \cdot 5^3 \cdot 11 \cdot 13$	22	$2^6 \cdot 7^2 \cdot 11^2 \cdot 37$
23	$2^9 \cdot 3^7 \cdot 5^2 \cdot 29$	24	$3^7 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 71$
25	$3^5 \cdot 7^2 \cdot 37 \cdot 41$	26	$2^6 \cdot 5^3 \cdot 101$
27	$5^5 \cdot 7^2 \cdot 43^2$	28	$3^3 \cdot 7^2 \cdot 101$
29	$2^8 \cdot 7^2 \cdot 23 \cdot 53$	30	$2^9 \cdot 3^4 \cdot 5^3 \cdot 53$

Завдання 1.7 Знайдіть залишок від ділення a^n на m .

варіант	a^n	m	варіант	a^n	m	варіант	a^n	m
1	66^{17}	7	2	178^{52}	11	3	293^{275}	43
4	$5^{50} + 13^{100}$	17	5	34^{3741}	29	6	17^{78}	101
7	$2^{100} + 3^{100}$	5	8	1967^{1968}	11	9	21^{138}	37
10	11^{1841}	7	11	178^{2741}	23	12	19^{79}	61
13	11^{802}	101	14	383^{175}	101	15	117^{53}	11
16	12^{2751}	5	17	11^{1201}	47	18	7^{114}	43
19	17^{2001}	101	20	109^{345}	17	21	$5^{70} + 7^{50}$	12
22	22^{2342}	13	23	7^{1199}	19	24	11^{203}	37
25	19^{2402}	101	26	439^{291}	60	27	$5^{80} + 7^{100}$	13
28	12^{2751}	11	29	3^{157}	13	30	7^{332}	31

Завдання 1.8 Виконайте наступні завдання:

1) Перевести задані числа з десяткової системи числення у двійкову, п'ятіркову, вісімкову, одинадцятирічну, шістнадцятирічну й двадцятидворічну; виконати додавання, віднімання, множення та ділення отриманих чисел; перевести результат в десяткову систему числення.

2) Перетворити число із шістнадцятирічної системи числення в двійкову, шісткову, вісімкову, десяткову, тринадцятирічну й двадцятирічну й навпаки.

варіант	1)		2)
1	108	21	A81C
2	109	47	B93A
3	119	93	CA48
4	191	53	DB59
5	112	84	EC61
6	113	37	FD72
7	184	95	1EA3
8	125	18	2FB4
9	146	56	37CA
10	117	28	48DB
11	178	45	59EC
12	107	98	6AFD
13	196	49	7B1E
14	165	48	8C2F
15	124	53	9D3A

ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ № 2
з теми «Многочлени від однієї змінної. Порівняння»

Завдання 2.1 Знайти НСД та НСК многочленів. Для многочленів $f(x)$ і $g(x)$ підібрати многочлени $u(x)$ й $v(x)$ такі, щоб $f(x)u(x) + g(x)v(x) = d(x)$, де $d(x) = (f(x), g(x))$.

варіант	$f(x)$	$g(x)$
1	$x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$	$x^3 - x^2 - 9x + 9$
2	$2x^4 + 7x^3 + 2x^2 + 4x + 6$	$x^3 + 3x^2 - x - 2$
3	$x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 38x - 24$	$x^3 - 6x^2 + 3x + 4$
4	$x^4 + 3x^3 - 5x^2 - x + 1$	$x^3 - 3x^2 - 4x + 1$
5	$2x^4 + 7x^3 + 2x^2 + 4x + 6$	$x^3 - 6x^2 + 3x + 4$
6	$x^4 - 2x^3 + 5x^2 + 6x$	$x^3 + x^2 - 10x + 8$
7	$4x^4 - 6x^3 + 5x^2 - 4x + 1$	$2x^3 - 2x^2 + x - 1$
8	$4x^4 - x^3 - 71x^2 - 101x + 30$	$4x^3 - 9x^2 - 10x + 3$
9	$5x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 8x + 2$	$x^3 - x^2 + 2x - 1$
10	$4x^4 - 6x^3 + 5x^2 - 4x + 1$	$4x^3 - 9x^2 - 10x + 3$

Завдання 2.2 Дано многочлен $f(x)$ і число a . За допомогою схеми Горнера:

- розкласти многочлен за степенями $x - a$;
- знайти значення многочлена та всіх його похідних при $x = a$;
- $\frac{f(x)}{(x-a)^5}$ розкласти на простіші дроби.

варіант	$f(x)$	a
1	$7x^5 - x^4 + 6x^3 + 3x^2 - 7$	3
2	$2x^5 + 3x^4 - x^2 + x - 1$	2
3	$2x^5 - 6x^4 + 3x^2 - x + 1$	-2
4	$5x^5 - 2x^4 + x^3 - x^2 + 3x$	-1
5	$6x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - 3$	-2
6	$3x^5 + 4x^4 - x^3 - x^2 - x$	1
7	$4x^5 - 6x^4 + 3x^3 - x + 5$	-3
8	$2x^5 - 3x^3 + x^2 - x - 3$	2
9	$3x^5 - 2x^4 + x^3 - x + 2$	-2
10	$5x^5 + 3x^3 - x^2 + x - 1$	3

Завдання 2.3 За допомогою схеми Горнера:

- 1) обчисліть $f(a)$;
- 2) розкладіть многочлен $f(x)$ за степенями $x - a$.

варіант	$f(x)$	a
1	$4x^4 - 2x^3 + 8x^2 + 12x - 3$	$3i + 5$
2	$(1 - i)x^3 + ix^2 + 2x - i + 4$	$2 - i$
3	$9x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 8x - 1$	$2i$
4	$4x^5 - x^3 + 3x^2 - 2x + 4$	$3 + i$
5	$x^4 + 2ix^3 - (1 + i)x^2 - 3x + i$	$-i$
6	$2x^6 + ix^3 - 5x^2 + 3x + i$	$2 - i$
7	$4x^6 - 2x^3 + 5x^2 - ix + 4 - 8i$	$i + 2$
8	$5x^4 + 2ix^3 + ix^2 - x + 1$	$1 + 2i$
9	$3x^5 - 4x^3 + x^2 - (2 - 3i)x + 1$	$-1 + i$
10	$5x^6 - 3x^3 + (2 + i)x + 1$	$-3i$

Завдання 2.4 Остачі від ділення многочлена $f(x)$ на двочлени $x - a$ і $x - b$ дорівнюють відповідно r і s . Знайти остачу від ділення многочлена $f(x)$ на многочлен $h(x) = (x - a)(x - b)$.

варіант	a	b	r	s	варіант	a	b	r	s
1	2	3	1	2	2	2	1	2	3
3	3	-2	1	3	4	3	-1	1	0
5	-1	-3	0	1	6	-3	1	2	3
7	-1	-2	0	2	8	-1	2	0	1
9	-2	-3	2	1	10	1	-3	1	2

Завдання 2.5 Знайти остачу від ділення многочлена $f(x)$ на многочлен $g(x)$.

варіант	$f(x)$	$g(x)$
1	$x^{26} - 9x^{22} + x^{12} - 9x^{10} + 3x^2 - 2x + 4$	$x^2 - 4x + 3$
2	$x^{44} - 9x^{42} + x^{12} - 9x^{10} + x^2 - 3x + 4$	$x^2 - 4x + 3$
3	$x^{27} - 27x^{24} - x^2 + 2x + 4$	$x^2 - 4x + 3$
4	$x^{40} + 27x^{37} + x^{20} - 9x^{18} + x^3 - 27$	$x^2 + 4x + 3$
5	$x^{31} - 2x^{30} + x^{15} - 4x^{13} + x^2 - x$	$x^2 - x - 2$
6	$x^{12} - 9x^{10} + x^2 - x - 1$	$x^2 - 2x - 3$
7	$x^{10} - 16x^8 + x^6 - 4x^5 + x^2 - 3x + 4$	$x^2 - 5x + 4$
8	$x^{26} - 27x^{11} + x^3 - x^2 - 9$	$x^2 - 4x + 3$
9	$x^{20} + 27x^{17} - x^2 - 3x + 10$	$x^2 + 2x - 3$
10	$x^{12} - 9x^{10} + 3x^3 - 2x^2 - 3x + 4$	$x^2 - 4x + 3$

Завдання 2.6 Визначити кратність кореня $x = a$ многочлена $f(x)$.

варіант	$f(x)$	a
1	$x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 4$	1
2	$x^4 - x^3 - x + 1$	1
3	$2x^5 + 4x^4 + 5x^3 + 4x^2 - x - 2$	-1
4	$2x^5 - 7x^4 + 4x^3 + 8x^2 - 4x$	1
5	$4x^5 - 12x^4 + 15x^3 - 13x^2 + 9x - 3$	1
6	$x^6 - 3x^5 + 4x^4 - 2x^3 + 3x^2 - x$	1
7	$x^5 - 4x^4 + 5x^3 - 2x^2 - 4x + 8$	2
8	$x^5 + x^4 - 6x^3 - 14x^2 - 11x - 3$	-1
9	$x^4 - 2x^2 - 1$	1
10	$x^6 + x^5 + 4x^3 + 7x^2 + 3x$	-1

Завдання 2.7 Знайти всі корені многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

варіант	$f(x)$	$g(x)$
1	$x^4 - 6x^3 + 9x^2 + 4x - 12$	$4x^4 - 8x^3 - 3x^2 + 5x + 2$
2	$x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 20x - 12$	$15x^5 - 8x^4 + 46x^3 + 21x^2 - 21x + 3$
3	$x^4 - 7x^3 + 13x^2 + 3x - 18$	$8x^4 - 6x^3 - 7x^2 + 6x - 1$
4	$x^4 + 8x^3 + 23x^2 + 28x + 12$	$3x^4 + 7x^3 + 3x^2 - 4$
5	$x^4 - 5x^3 + x^2 + 21x - 18$	$3x^4 - x^3 - 5x^2 - 8x - 4$
6	$x^4 - 11x^2 + 4x + 12$	$3x^4 - 5x^3 - x^2 - 4x + 4$
7	$x^4 - 8x^3 + 23x^2 - 28x + 12$	$3x^4 - 4x^3 - 2x^2 - 5x + 2$
8	$x^4 + 7x^3 + 13x^2 - 3x - 18$	$3x^4 + 10x^3 + 12x^2 + 9x + 2$
9	$x^4 - 9x^3 - 4x + 12$	$3x^4 + 8x^3 + 6x^2 + 3x - 2$
10	$x^4 + 6x^3 + 9x^2 - 4x - 12$	$3x^4 - 2x^3 - 4x^2 - 7x - 2$

Завдання 2.8 Скласти многочлен найменшого степеня з дійсними коефіцієнтами, якщо він має

варіант	умова
1	корені $x_1 = 1 - 2i$ і $x_2 = 2 + i$
2	корені $x_1 = 3 - 2i$ і $x_2 = 2 + 3i$
3	корені $x_1 = 1 + i$ і $x_2 = -3 + i$

4	корені $x_1 = 1 - i$ і $x_2 = -2 + i$
5	корені $x_1 = -3 - i$ і $x_2 = 1 - i$
6	корені $x_1 = -1 + i$ і $x_2 = 2 + i$
7	корінь $x = 2$ кратності 2 і простий корінь $x = -2 + i$
8	корені $x_1 = -2$ і $x_2 = 2 - 3i$
9	корені $x_1 = 4$ і $x_2 = -3 + i$
10	корені $x_1 = 2 - i$ і $x_2 = 5i$

Завдання 2.9 Корені многочлена утворюють арифметичну (геометричну) прогресію. Знайти a , і корені многочлена $f(x)$, якщо:

варіант	$f(x)$
1	$x^3 + 2x^2 - 3x + a$
2	$x^3 - 4x^2 - 4x + a$
3	$x^3 - 2x^2 + 3x + a$
4	$x^3 + 3x^2 - 5x + a$
5	$x^3 - 6x^2 + x + a$
6	$x^3 + 3x^2 - 4x + a$
7	$x^3 - 4x^2 - 3x + a$
8	$x^3 - 5x^2 + 6x + a$
9	$x^3 - 3x^2 - 5x + a$
10	$x^3 - 3x^2 + 6x + a$

8. Види контролю і система накопичення балів

Види контролю з дисципліни «Вища алгебра»: поточний контроль – виконання тестових завдань, перевірка завдань самостійної роботи, контрольні роботи; підсумковий контроль – індивідуальне завдання та залік (екзамен).

Система накопичення балів

Поточний контроль												Підсумковий контроль		Сума балів
Розділ 1						Розділ 2						інд завд	залік	
T1	T2	T3	T4	T5	К.Р.	T6	T7	T8	T9	T10	К.Р.			
3	3	5	2	2	15	2	2	2	4	5	15	20	20	100
30						30								

Поточний контроль										Підсумковий контроль		Сума балів
Розділ 3					Розділ 4					інд завд	екзамен	
T11	T12	T13	T14	T15	К.Р.	T16	T17	T18	К.Р.			
3	3	3	3	3	15	3	8	4	15	20	20	100
30					30							

Критерії оцінювання кожного контрольного заходу

Тема	Контрольний захід		Критерії оцінювання	Кількість балів
1 семестр				
Розділ 1				
Тема 1	1	Тест №1	Відповіді на 5 запитань по 0,2 бали	1
	2	Самостійна робота №1	Виконання 2 завдань по 1 балу	2
Тема 2	3	Тест №2	Відповіді на 5 запитань по 0,2 бали	1
	4	Самостійна робота №2	Виконання 2 завдань по 1 балу	2
Тема 3	5	Тест №3	Відповіді на 5 запитань по 0,2 бали	1
	6	Тест №4	Відповіді на 5 запитань по 0,2 бали	1
	7	Тест №5	Відповіді на 5 запитань по 0,2 бали	1
	8	Самостійна робота №3	Виконання 2 завдань по 1 балу	2
Тема 4	9	Тест №6	Відповіді на 5 запитань по 0,4 бали	2
Тема 5	10	Тест №7	Відповіді на 5 запитань по 0,4 бали	2
	11	Контрольна робота за темами 1–5	5 практичних завдань по 3 бали кожне	15
Разом				30
Розділ 2				
Тема 6	12	Тест №8	Відповіді на 5 запитань по 0,4 бали	2
Тема 7	13	Тест №8	Відповіді на 5 запитань по 0,4 бали	2
Тема 8	14	Самостійна робота №4	Виконання 2 завдань по 1,5 бали	3
Тема 9	15	Тест №9	Відповіді на 5 запитань по 0,2 бали	1
	16	Самостійна робота №5	Виконання 2 завдань по 1,5 бали	3
Тема 10	17	Тест №10	Відповіді на 5 запитань по 0,2 бали	1
	18	Самостійна робота №6	Виконання 2 завдань по 2 бали	3
	19	Контрольна робота за темами 6–10	5 практичних завдань по 3 бали кожне	15
Разом				30
	20	Індивідуальне завдання 1	3 практичних завдання по 3 бали кожне і 1 – 1 бал	10
	21	Індивідуальне завдання 2	2 практичних завдання по 3 бали кожне, 1 – 2 бали і 2 – по 1 балу	10
	22	Залік	5 практичних завдань по 4 бали	20
Разом				40
Всього за семестр				100
2 семестр				
Розділ 3				
Тема 11	23	Тест №11	Відповіді на 5 запитань по 0,2 бали	1
	24	Самостійна робота №7	Виконання 2 завдань по 1 балу	2
Тема 12	25	Тест №12	Відповіді на 5 запитань по 0,2 бали	1
	26	Самостійна робота №8	Виконання 2 завдань по 1 балу	2

Тема	Контрольний захід		Критерії оцінювання	Кількість балів
Тема 13	27	Тест №13	Відповіді на 5 запитань по 0,2 бали	1
	28	Самостійна робота №9	Виконання 2 завдань по 1 балу	2
Тема 14	29	Тест №14	Відповіді на 5 запитань по 0,2 бали	1
	30	Самостійна робота №10	Виконання 2 завдань по 1 балу	2
Тема 15	31	Тест №15	Відповіді на 5 запитань по 0,2 бали	1
	32	Самостійна робота №11	Виконання 2 завдань по 1 балу	2
	33	Контрольна робота за темами 11–15	5 практичних завдань по 3 бали кожне	15
Разом				30
Розділ 4				
Тема 16	33	Тест №16	Відповіді на 5 запитань по 0,2 бали	1
	34	Самостійна робота №12	Виконання 2 завдань по 1 балу	2
Тема 17	35	Тест №17	Відповіді на 5 запитань по 0,4 бали	2
	36	Самостійна робота №13	Виконання 2 завдань по 1 балу	2
	37	Самостійна робота №14	Виконання 2 завдань по 1 балу	2
Тема 18	38	Тест №18	Відповіді на 5 запитань по 0,4 бали	2
	39	Самостійна робота №15	Виконання 2 завдань по 1 балу	2
	40	Контрольна робота за темами 16–18	5 практичних завдань по 3 бали кожне	15
				30
	41	Індивідуальне завдання 1	6 практичних завдань по 1 балу кожне і 2 – по 2 бали	10
	42	Індивідуальне завдання 2	7 практичних завдань по 1 балу кожне і 1 – 1 бал	10
	43	Екзамен	2 теоретичних запитання по 2 бали і 4 практичних завдання по 4 бали	20
Разом				40
Всього за семестр				100

Шкала оцінювання: національна та ECTS

ЗА ШКАЛОЮ ECTS	За шкалою університету	За національною шкалою	
		Екзамен	Залік
A	90 – 100 (відмінно)	5 (відмінно)	Зараховано
B	85 – 89 (дуже добре)	4 (добре)	
C	75 – 84 (добре)		
D	70 – 74 (задовільно)	3 (задовільно)	
E	60 – 69 (достатньо)		
FX	35 – 59 (незадовільно – з можливістю повторного складання)	2 (незадовільно)	Не зараховано
F	1 – 34 (незадовільно – з обов'язковим повторним курсом)		

9. Рекомендована література

Основна

1. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. Москва : Наука, 1975. 325 с.
2. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Линейная алгебра. Москва : Наука, 1984. 336 с.
3. Кострикин А. И. Введение в алгебру. Москва : Наука, 1977. 495 с.
4. Фадеев Д. К., Соминский И. С. Сборник задач по высшей алгебре. Москва : Наука, 1977. 288 с.
5. Фадеев Д. К., Соминский И. С. Задачи по высшей алгебре. Санкт-Петербург : Лань, 2001. 287 с.
6. Беклемишева Л. А., Петрович А. Ю., Чубаров И. А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. Москва : Наука, 1987. 494 с.
7. Проскураков И. В. Сборник задач по линейной алгебре. Москва : Наука, 1974. 384 с.

Додаткова

8. Гельфанд И. М. Лекции по линейной алгебре. Москва : Наука, 1971. 271 с.
9. Скорняков Л. А. Элементы алгебры. Москва : Наука, 1980. 240 с.
10. Лінійна алгебра та аналітична геометрія : навч. посібник / за ред. проф. В. В. Булдігіна. Київ : ТВіМС, 2011. 224 с.

Інформаційні ресурси

1. Кострикин А. И. Введение в алгебру. Часть 1. Режим доступу: http://ebooks.zsu.zp.ua/files/mathbooks/agrebra_i_teoriya_chisel/BOOKS/algebra/Kostrikin1.djv
2. Кострикин А. И. Введение в алгебру. Часть 2. Режим доступу: http://ebooks.zsu.zp.ua/files/mathbooks/agrebra_i_teoriya_chisel/BOOKS/algebra/Kostrikin2.djv
3. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. Режим доступу: http://ebooks.zsu.zp.ua/files/mathbooks/agrebra_i_teoriya_chisel/BOOKS/algebra/kurosh1.djvu
4. Литнарвич Р. М. Линейная алгебра (решение типовых задач). Часть 1. Режим доступу: http://ebooks.znu.edu.ua/index.php?action=url/view&url_id=20710
5. Литнарвич Р. М. Линейная алгебра (решение типовых задач). Часть 2. Режим доступу: http://ebooks.znu.edu.ua/index.php?action=url/view&url_id=20711
6. Спиця О. Г., Зіновєєв І. В., Манько Н. І.-В. Лінійна алгебра: методичні вказівки до виконання індивідуальних завдань та контрольних робіт з лінійної алгебри студентами освітнього рівня «бакалавр» на пряму підготовки «Математика». Запоріжжя: ЗНУ, 2015. 85 с. Режим доступу: <http://ebooks.znu.edu.ua/files/metodychky/2015/06/0036513.pdf>
7. Спиця О. Г., Зіновєєв І. В., Манько Н. І.-В., Столярчук І. А. Лінійна алгебра: системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Лінійні простори: навчальний посібник для студентів освітнього рівня «бакалавр» на пряму підготовки «Математика». Запоріжжя: ЗНУ, 2015. 94 с. Режим доступу: <http://ebooks.znu.edu.ua/files/metodychky/2015/06/0036512.pdf>

