

МАТРИЦІ ТА ДІЇ НАД НИМИ

Приклад 1 Знайти добуток матриць $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$.

Розв'язання.

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = (3+10 \quad 4+12) = (13 \quad 16);$$

$BA = \emptyset$ – не існує.

Приклад 2 Дано матриці $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & -4 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Знайти $A^t \cdot B + 2C$.

Розв'язання.

$$A^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & -4 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad A^t B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & -4 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \\ 0 \cdot 1 + 4 \cdot 3 - 4 \cdot 2 \\ 3 \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ 10 \end{pmatrix};$$

$$2C = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}; \quad A^t \cdot B + 2C = \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

Приклад 3 Дана матриця $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$. Знайти A^3 .

Розв'язання. $A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 14 \\ 7 & 18 \end{pmatrix};$

$$A^3 = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 11 & 14 \\ 7 & 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 47 & 78 \\ 39 & 86 \end{pmatrix}.$$

Відзначимо, що матриці $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ і $\begin{pmatrix} 11 & 14 \\ 7 & 18 \end{pmatrix}$ є переставними.

Задачі для самостійного розв'язування

№ 1 Для заданих матриць обчислити AB й BA , якщо це можливо:

а) $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & -5 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix};$ б) $A = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B = (1 \quad 2 \quad -3 \quad 4);$

в) $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix};$ г) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}.$

№ 2 Для заданих матриць виконати зазначені дії:

а) для матриць $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -6 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 8 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ обчислити $2A^t - 3B$, $AB + E$,

$BA - C^2$, $(AB)^t$, $B^t A^t$, $AC + (CB)^t$, CA^t , $CA^t + B$;

б) для матриць $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 8 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & -7 \end{pmatrix}$ обчислити $2B - 3C$,

$A(B + C)$, $BC^t + A^2$, $AC - BC^t$, $CB^t - 2A^2$;

в) для матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -4 & 6 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

обчислити

$4A - 3B + C$, $A' + B'$, $AB - BA$, $BC + A^2$;