ОДНОРІДНІ СЛАР, ФУНДАМЕНТАЛЬНА СИСТЕМА РОЗВ'ЯЗКІВ

Розглянемо систему m рівнянь із n невідомими:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \tag{1}$$

Система лінійних рівнянь (1) називається **однорідною**, якщо праві частини всіх рівнянь дорівнюють нулю.

Однорідна система є завжди сумісною, тому що має нульовий (**тривіальний**) розв'язок: $x_1 = 0,\ x_2 = 0,\ \ldots,\ x_n = 0$. Крім нульового розв'язку, в однорідної системи можуть бути й ненульові розв'язки.

Теорема 1 Якщо число рівнянь однорідної системи менше числа невідомих, то система має нетривіальні розв'язки.

Фундаментальною системою розв'язків системи (1) називається сукупність будь-яких $n - rangA$ частинних, лінійно незалежних розв'язків однорідної системи (частинний розв'язок може бути записаний у вигляді стовпця), де n – число невідомих у системі (1), а A – матриця системи.

Алгоритм знаходження ФСР системи рівнянь (1):

1. Записати матрицю вихідної системи рівнянь.
2. Привести матрицю до ступінчастого виду за допомогою елементарних перетворень рядків.
3. Виділяємо головні невідомі (визначник, складений з коефіцієнтів при них, не дорівнює еулю), а члени з вільними невідомими переносимо в праві частини.
4. Послідовно виражаємо головні невідомі через вільні, рухаючись від останнього рівняння до першого, отримаємо загальний розв'язок системи.
5. Надаючи вільним невідомим числові значення (для вільних невідомих надаємо значень у вигляді діагональної матриці) й обчислюючи відповідні значення головних невідомих будемо одержувати різні розв'язки вихідної системи лінійних однорідних алгебраїчних рівнянь, отримаємо частинні розв'язки системи.