

## ВЛАСНІ ЗНАЧЕННЯ Й ВЛАСНІ ВЕКТОРИ МАТРИЦІ

Нехай дана невироджена квадратна матриця  $A$ , ненульовий стовпець  $X$  і число  $\lambda$ . Якщо виконується рівність  $AX = \lambda X$ , то число  $\lambda$  називають **власним значенням** матриці  $A$ , а стовпець  $X$  – **власним вектором (стовпцем)**, відповідним до власного значення  $\lambda$ .

Розглянемо матричну рівність  $AX = \lambda X$  і виконаємо деякі перетворення:

$$\begin{aligned}AX - \lambda X &= \theta, \\AX - \lambda EX &= \theta, \\(A - \lambda E)X &= \theta.\end{aligned}\tag{1}$$

Одержали однорідну СЛАР. Існування ненульового стовпця  $X$  рівносильне існуванню ненульового розв'язку цієї системи, тобто визначник матриці цієї системи повинен дорівнювати нулю:  $|A - \lambda E| = 0$  – рівняння для відшукування власних значень, яке називають **характеристичним рівнянням**.

Для відшукування власних векторів підставляємо знайдені  $\lambda$  в систему (1) і розв'язуємо однорідні СЛАР.

*Зауваження.* Нехай дана квадратна матриця порядку  $n$ , тоді:

- 1) число коренів характеристичного рівняння, відмінних від нуля, дорівнює рангу матриці, тобто ранг матриці менше  $n$  тоді й тільки тоді, коли хоча б один корінь характеристичного рівняння дорівнює нулю.
- 2)  $\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \dots \cdot \lambda_n = \Delta(A)$ .
- 3) якщо матриця симетрична, то всі  $n$  коренів характеристичного рівняння дійсні.