ОБЕРНЕНА МАТРИЦЯ ТА МЕТОДИ ЇЇ ОБЧИСЛЕННЯ

Приклад 1 Знайти матрицю, обернену даній

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

двома способами.

Розв'язання.

I спосіб.

$$\det(A)=\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}=2+3=5\,;$$

$$A_{11}=(-1)^{1+1}\cdot 1=1\,, \qquad A_{12}=(-1)^{1+2}\cdot(-1)=1\,,$$

$$A_{21}=(-1)^{2+1}\cdot 3=-3\,, \qquad A_{22}=(-1)^{2+2}\cdot 2=2\,;$$

$$A^{-1}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

II спосіб.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right)\begin{matrix} \\ \cdot 2+\mathrm{I} \end{matrix} \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 1 & 2 \end{array}\right)\begin{matrix} \cdot 5-\mathrm{II}\cdot 3 \\ \\ \end{matrix} \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 10 & 0 & 2 & -6 \\ 0 & 5 & 1 & 2 \end{array}\right)\begin{matrix} \cdot 1/10 \\ \cdot 1/10 \end{matrix} \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1/5 & -3/5 \\ 0 & 1 & 1/5 & 2/5 \end{array}\right);$$

$$A^{-1}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Відповідь: $A^{-1}=\dfrac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Завдання для самостійного розв'язування

№ 1 Для заданих матриць знайти обернені й зробити перевірку:

$$1)\ \begin{pmatrix} 2 & -2 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}; \quad 2)\ \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}; \quad 3)\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 5 \end{pmatrix}; \quad 4)\ \begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 5 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$