

## ПРЯМА У ПРОСТОРИ

Таблиця 1 – Основні види рівнянь прямої в просторі

Назва рівняння, необхідні компоненти	Рівняння
Загальне рівняння прямої як перетину двох площин; напрямний вектор прямої має координати $\vec{a} \left( \begin{array}{c c c} B_1 & C_1 & C_1 & A_1 & A_1 & B_1 \\ \hline B_2 & C_2 & C_2 & A_2 & A_2 & B_2 \end{array} \right)$	$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$
Канонічне рівняння прямої, що проходить через точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ паралельно вектору $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$ – напрямний вектор прямої	$\frac{x - x_0}{a_x} = \frac{y - y_0}{a_y} = \frac{z - z_0}{a_z}$
Канонічне рівняння прямої, що проходить через дві точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$ і $M_2(x_2, y_2, z_2)$	$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$
Параметричні рівняння прямої, що проходить через точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ паралельно вектору $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$	$\begin{cases} x - x_0 = a_x t, \\ y - y_0 = a_y t, \\ z - z_0 = a_z t \end{cases}$

Формула відстані від точки  $M_1(x_1, y_1, z_1)$  до прямої  $\frac{x - x_0}{a_x} = \frac{y - y_0}{a_y} = \frac{z - z_0}{a_z}$ :

$$d = \frac{|M_0M_1 \times \vec{a}|}{|\vec{a}|}$$

Нехай задані дві прямі:  $\frac{x - x_1}{a_x} = \frac{y - y_1}{a_y} = \frac{z - z_1}{a_z}$  і  $\frac{x - x_2}{b_x} = \frac{y - y_2}{b_y} = \frac{z - z_2}{b_z}$ .

Таблиця 2 – Формули для обчислення відстані й кута між двома прямими, взаємного розташування двох прямих у просторі

Назва формули	Формула
Відстань між двома прямими	$\rho = \frac{ (M_1M_2, \vec{a}_1, \vec{a}_2) }{ \vec{a}_1 \times \vec{a}_2 }$
Кут $\theta$ між двома прямими в просторі	$\cos \theta = \frac{ a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z }{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}}$
Умова перпендикулярності	$\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = 0 \Leftrightarrow a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 0$
Умова паралельності	$\vec{a}_1 \parallel \vec{a}_2 \Leftrightarrow \frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z}$

## Пряма й площина в просторі

Нехай дано пряма в канонічному виді:  $\frac{x-x_1}{a_x} = \frac{y-y_1}{a_y} = \frac{z-z_1}{a_z}$  і площина в загальному виді  $Ax + By + Cz + D = 0$ .

Таблиця 3 – Формули для обчислення кута між прямою і площиною в просторі, взаємного розташування прямої і площини в просторі

Назва формули	Формула
Кут $\theta$ між прямою і площиною в просторі	$\sin \theta = \frac{ A \cdot a_x + B \cdot a_y + C \cdot a_z }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}$
Умова перпендикулярності прямої і площини	$\frac{A}{a_x} = \frac{B}{a_y} = \frac{C}{a_z}$
Умова паралельності прямої і площини	$A \cdot a_x + B \cdot a_y + C \cdot a_z = 0$