

ЛІНІЇ ДРУГОГО ПОРЯДКУ

Канонічне рівняння еліпса

Еліпс – геометричне місце точок площини, сума відстаней від яких до двох даних точок площини F_1 і F_2 (фокусів) є величина постійна і дорівнює $2a$.

Канонічне рівняння еліпса:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad b^2 = a^2 - c^2.$$



Рисунок 1 – Еліпс та його елементи

A_1A_2 – велика (фокальна) вісь, B_1B_2 – мала вісь; A_1 , A_2 , B_1 і B_2 – вершини (рис. 1);

$$0 \leq e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} < 1 \text{ – ексцентриситет.}$$

Директриси еліпса: $x = \frac{a}{e}$ (права), $x = -\frac{a}{e}$ (ліва).

Фокальні радіуси: $F_1M = a + ex$, $F_2M = a - ex$.

Рівняння дотичної в точці $M(x_1, y_1)$ еліпса: $\frac{xx_1}{a^2} + \frac{yy_1}{b^2} = 1$.

Канонічне рівняння гіперболи

Гіпербола – геометричне місце точок площини, різниця відстаней від яких до двох даних точок площини F_1 і F_2 (фокусів) є величина постійна і дорівнює $2a$.

Канонічне рівняння гіперболи:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad b^2 = c^2 - a^2.$$

A_1A_2 – дійсна вісь, B_1B_2 – уявна вісь; A_1 , A_2 – вершини;

$e = \frac{c}{a} > 1$ – ексцентриситет; $y = \frac{b}{a}x$, $y = -\frac{b}{a}x$ – асимптоти.

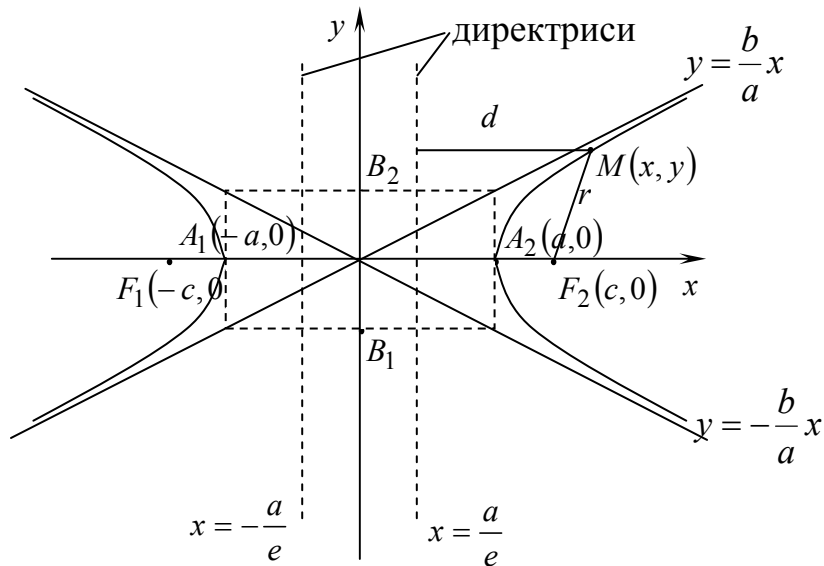


Рисунок 2 – Гіпербола та її елементи

Директриси: $x = \frac{a}{e}$ (права), $x = -\frac{a}{e}$ (ліва).

Фокальні радіуси для правої гілки гіперболи: $F_1M = ex + a$, $F_2M = ex - a$, для лівої: $F_1M = -(ex + a)$, $F_2M = -(ex - a)$.

Властивість директриси: відношення відстані r від правого фокуса F_2 до точки M правої гілки гіперболи до відстані d від цієї точки до правої директриси дорівнює ексцентриситету гіперболи, тобто $e = \frac{r}{d}$. Аналогічне твердження справедливе й для лівої гілки гіперболи.

Дотична до гіперболи в точці $M(x_1, y_1)$: $\frac{xx_1}{a^2} - \frac{yy_1}{b^2} = 1$.

Спряжена гіпербола $-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ або $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$.

Канонічне рівняння параболи

Парабола – геометричне місце точок площини, рівновіддалених від даної точки F (фокуса) і даної прямої (директриси) (рис. 3).

Канонічне рівняння параболи: $y^2 = 2px$, p – відстань між фокусом і директрисою.

Ексцентриситет: $e = \frac{r}{d} = 1$.

Дотична до параболи в точці $M(x_1, y_1)$: $yy_1 = p(x + x_1)$.

Фокальний радіус: $FM = x + \frac{p}{2}$.

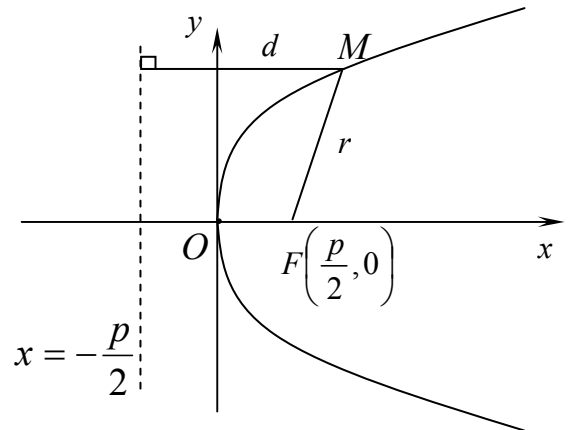


Рисунок 3 – Парабола та її елементи