# Лекція 5 Квантування кутового моменту.

Атоми – найменші частинки речовини, що відображають усі фізико- хімічні властивості хімічних елементів – мають мікроскопічні розміри і маси 1027 1025  кг . Тому послідовна теорія атома можлива

1010 м

лише на основі квантової механіки.

Найпростішим із атомів є атом Гідрогену. Він складається з одного електрона, котрий рухається навколо ядра22 під дією кулонівської сили. За допомогою рівняння Шрьодінгера задача про атом Гідрогену розв’язується точно, але математично є досить складною. Тому далі розглядаються тільки кінцеві теоретичні результати та обговорюється їх зміст.

### Квантові числа

Електрон в атомі Гідрогену знаходиться в полі ядра

2

*q q e*

*U* *r*   *k e ÿ*  *k* ,

*r r*

де *r* – відстань електрона від центра ядра.

*k*  1 ,

4**0

Це поле є центральним, тому задачу розглядають у сферичних координатах, і рівняння Шрьодінгера (4.4) має вигляд:



|  |  |
| --- | --- |
| 2**  2*m*   *ke*2 **   12  *E r*2  0, *k* 4** .  0 | (5.1) |

На рис. 5.1 показаний графік залежності *U*(*r*) у будь-якій площині, що проходить через центр ядра. Розглядаючи його, можна зробити деякі правдоподібні припущення щодо поведінки електрона, не розв’язуючи рівняння (5.1). А саме. Якщо повна енергія електрона *Е* < 0, (лінія 1 на

рис. 5.1) то при віддаленні від ядра на відстань *r*0

кінетична енергія

електрона *К* = *Е*  *U* поступово зменшується аж до нуля так, що він не може

віддалитися від ядра далі, ніж на відстань

*r*  *r*0 . Отже, при *Е* < 0 електрон є

зв’язаним із ядром, іншими словами, – знаходиться в потенціальній ямі. Тому

його стани мають бути квантованими. А ось при

*E*  0

(лінія 2 на рис. 5.1)

електрон має достатню кінетичну енергію аби віддалитися від ядра на

22 Строго говорячи, обидві частинки рухаються навколо спільного центра мас. Але через велику масу швидкість ядра майже в 2000 разів менша, ніж швидкість електрона. Тому в першому наближенні можна вважати, що електрон рухається навколо нерухомого ядра.

необмежену відстань. Такі стани є не квантованими і означають іонізацію атома.

*U*

*r*0

0

2

*r*

***E***

1

### Рис. 5.1

Розв’язування рівняння Шрьодінгера для атома Гідрогену підтверджує сказане: однозначні та неперервні і гладкі розв’язки рівняння (5.1) існують

при будь яких значеннях енергії

*E*  0 , але лише при дискретних значеннях

*E*  *E*n , якщо *Е* < 0. Отже, не іонізований атом може перебувати тільки в деяких дозволених квантових станах. Дозволеним станам відповідає

*l*

дискретний набір хвильових функцій

** (*r* ) * n*,*l* ,*m* (*r* ) , кожна з яких

визначається *трьома квантовими числами* – *головним* ***n*** *, орбітальним* ***l*** *і*

*магнітним*

***ml*** . При цьому, позаяк рух електрона в полі ядра не є вільним,

існує певна ієрархія квантових чисел. А саме. Головне квантове число ***n*** може набувати будь-яких значень. Натомість можливі значення ***l*** обмежені

величиною ***n***, а значення ***ml***

* величиною ***l*** , відповідно до наступних умов:

|  |  |
| --- | --- |
| *n*  1, 2, 3, ... ;*l*  0, 1, 2, ..., (*n* 1)  *всього n значень*;*ml*  0,  1,  2, ...,  *l*  *всього* 2*l*  1 *значень*. | (5.2) |

### Енергетичний та оптичний спектри атома Гідрогену

Головне квантове число *n* визначає можливі значення енергії (енергетичний спектр) атома Гідрогену, згідно із формулою:

|  |  |
| --- | --- |
| *k* 2*me*4 1 1*E*n   2 2 *n*2 , *k*  4** .0 | (5.3) |

Для розрахунків зручно користуватися виразом (5.3) в числовому вигляді:



|  |  |
| --- | --- |
| *E*  13,6 еВ.n *n*2 | (5.3*а*) |

Принагідно відмітимо, що іони, котрі мають тільки один електрон (так звані воднево-подібні іони) відрізняються від атома Гідрогену лише величиною

заряду ядра:

*q*я  *Ze* , де *Z* – порядковий номер елемента в таблиці

Менделеєва. Тому вони мають аналогічний енергетичний спектр:

|  |  |
| --- | --- |
| *k* 2*mZ* 2*e*4 1*E*n  2 2 *n*2 . | (5.3) |

Схема енергетичних рівнів атома Гідрогену показана на рис. 6.2.

Енергія основного рівня (*n* = 1)

*E*1  13,6 еВ . Щоб іонізувати атом

(відривати електрон від ядра), електрон необхідно перевести в стан з

енергією

*E*  0 . Мінімальна необхідна для цього енергія, що називається

*енергією іонізації*, дорівнює

*E*i  *E*1  13,6 еВ . Це теоретичне значення

співпадає з величиною, знайденою дослідним шляхом.

*E*

***E*i**

0 

…

3

…

2

*E*1 1

### Рис. 5.2

З енергетичного спектра можна отримати й оптичний спектр атомарного Гідрогену – визначити всі частоти або довжини хвиль, які можуть випромінювати збуджені атоми. Енергія фотона, що випромінюється,

дорівнює зміні енергії атома при переході електрона з якогось рівня *n*2 на

будь-який інший рівень *n*1  *n*2 : **  *En*  *En*

. Тож із виразу (5.3) випливає

2 1

наступна загальна спектральна формула:

|  |  |
| --- | --- |
| **  *k me*  1  1 2 42 3  *n*2 *n*2 . 1 2  | (5.4) |

Отже, спектр атома складається з окремих частот (спектральних ліній), тобто є лінійчастим. Вираз (5.4) записують компактніше, увівши так звану *сталу Рідберґа*:

2 4

*k me* 16

*R*   2,07 10 рад с.

2 3

Відтак

|  |  |
| --- | --- |
| **  *R*  1  1 . *n*2 *n*2  1 2  | (5.5) |

Зауважимо, що ця формула, котра називається *узагальненою формулою Бальмера*, була відома з дослідів ще до створення квантової механіки. При цьому теоретичне та експериментальне значення сталої Рідберга *R* збігаються. Зважаючи на високу точність спектроскопічних вимірювань, це свого часу стало важливим свідченням достовірності рівняння Шрьодінгера.

Для водневоподібних іонів спектральна формула має вигляд

|  |  |
| --- | --- |
| **  *RZ* 2  1  1 , *n*2 *n*2  1 2  | (55*а*) |

де *Z* – порядковий номер елемента в періодичній системі Менделеєва.

Згідно з (5.5) і (5.5а), спектральні лінії (частоти) випромінювання Гідрогену та воднево-подібних іонів природньо групуються у *спектральні серії* – виділені сукупності, зумовлені переходами електрона на заданий

рівень *ni*

з усіх більш високих рівнів

*n*  *ni* , як показано на рис. 5.3а для

перших трьох серій. Лінії кожної серії в шкалі частот (або довжин хвилі) розташовані упорядковано й однотипно, як це схематично показано на рис. 5.3б. Серія починається *головною лінією*, що зумовлена переходом

електрона на заданий рівень *ni*

з наступного рівня

*ni* 1 . Ця лінія має

найменшу частоту **0

і найбільшу довжину хвилі **0

в серії. Далі частоти

поступово збільшуються, а довжина хвилі зменшуються так, що спектральні лінії подібно до енергетичних рівнів, поступово зближуються і при частоті

** (або довжині хвилі ** ) при частоті (або довжині хвилі ) переходять у

суцільну смугу. Величини ** і ** визначають *короткохвильову межу* серії й

у виразі (5.5) відповідають умові





III

II



I

0

–0,85

–1,51

–3,4

*n*2  23.





3

2

**0

** **

–13,6

1

***а*)**

### Рис. 5.3

** **0 **

***б*)**

Для ілюстрації нижче наведені конкретні спектральні формули та

величини **0 і ** для перших трьох серій атома водню: 1) серії Лаймана

( *n*1  1), 2) серії Бальмера ( *n*1  2 ) і 3) Серія Пашена ( *n*1  3 ):

|  |  |
| --- | --- |
| . | **  *R* 1  1 , *n*  2,3,...,  **  3*R* , **  *R*  *n*2  0 4   **0  121 нм, **  91 нм. |
| . | **  *R*  1  1 , *n*  3, 4,...,  **  5*R* , **  *R*  22 *n*2  0 36 4  **0  656 нм, **  364 нм. |
| . | **  *R*  1  1 , *n*  4,5,...,  **  7*R* , **  *R*  32 *n*2  0 144 9  **0  1873 нм, **  819 нм. |

23 Насправді через обмежену роздільну здатність ока лінійчастий спектр не має чіткої межі і переходить у неперервний раніше, при скінченній величині *n*2 .

Із наведених розрахунків видно, що вся перша спектральна серія водню знаходиться в ультрафіолетовій, а вся третя серія (і наступні) – в інфрачервоній області спектра, тому безпосередньо спостерігати їх оком не можна. Натомість частина ліній другої (бальмерівської) серії потрапляє у видиму область і є доступною для візуального спостереження.

На завершення зауважимо, що такі самі результати стосовно енергетичного та оптичного спектрів атома водню дає і внутрішньо суперечлива напівкласична борівська теорія. Але на відміну від неї, квантовомеханічний розгляд є послідовним, не вимагає спеціальних припущень на кшталт постулатів Бора і дає багато іншої інформації про атом, яка є недоступною для борівської теорії.

###  Квантування моменту імпульсу

***Орбітальний момент імпульсу електрона.*** Рух класичної частинки по замкненій траєкторії (орбіті) визначається вектором моменту імпульсу, що дорівнює векторному добутку радіуса-вектора частинки та вектора імпульсу:

*L*  *r p*  *r* , *mv*.

Вектор *L* напрямлений перпендикулярно до площини орбіти (рис. 6.4), тож визначає її просторову орієнтацію.

Z

**L**

**r p** Y

X

### Рис. 5.4

Рух електрона в атомі навколо ядра (*орбітальний*24 рух) теж є замкненим і характеризується *орбітальним моментом імпульсу*. При цьому з рівняння Шрьодінгера випливає, що як енергія, так і орбітальний момент імпульсу електрона в атомі Гідрогену є квантованим

***Квантування модуля моменту імпульсу.*** Можливі числові значення *L*

орбітального моменту імпульсу електрона визначаються орбітальним

24 Цей досить уживаний термін є умовним, оскільки електрон в атомі не має визначеної траєкторії руху, тобто орбіти.

квантовим числом *l*, згідно з наступною *умовою квантування модуля моменту імпульсу*:



|  |  |
| --- | --- |
| *L*  *l* *l*  1, *l*  0, 1, 2, ..., *n* 1. | (5.6) |

Отже, при заданому значенні *n* (тобто, на заданому енергетичному рівні *E*n ) електрон може мати лише *n* різних числових значень орбітального моменту імпульсу. При цьому в основному стані (*n* = 1, *l* = 0) єдиним значенням є *L* = 0. В класичній механіці відсутність моменту імпульсу при замкненому русі частинки є неможливою, що зайвий раз ілюструє непридатність для електрона в атомі уявлення про рух по визначеній траєкторії.

***Просторове квантування.*** Розв’язки рівняння Шрьодінгера

показують, що не тільки модуль, а й проекція моменту імпульсу

*L*z є

квантованою. При цьому можливі значення

*L*z задаються магнітним

квантовим числом

*імпульсу*:

*ml* , відповідно до *умови квантування проекції моменту*

|  |  |
| --- | --- |
| *Lz*  *ml* , *ml*  0, 1,  2, ...,  *l*. | (5.7) |

Квантування проекції означає, що вектор моменту імпульсу *L* може бути напрямленим тільки під такими кутами ** до осі О*Z*, для яких

|  |  |
| --- | --- |
| cos**  *Lz*  *ml* .*L l* *l*  1 | (5.8) |

Іншими словами – можливі не всі орієнтації вектора моменту імпульсу в просторі. Тому ефект квантування проекції моменту імпульсу називають *просторовим квантуванням*.

Із умови (5.7) випливає, що можливі орієнтації моменту імпульсу є симетричними відносно площини, перпендикулярної до осі просторового

квантування OZ і їх кількість дорівнює 2*l* + 1. Наприклад, при *l* = 1

*ml*  0, 1.

При цьому проекція може мати тільки значення кутам **  90, 45 і 135 (рис. 5.5).

*L*z  0,  , які відповідають



Z



**

0



### Рис. 5.5

Просторове квантування ставить два принципові запитання. Перше. Відомо, що для однозначного визначення вектора у тривимірному просторі треба задати три числа, наприклад, проекції на три осі координат, або модуль і проекції на дві осі. Натомість умови квантування (5.6) і (5.7) дають тільки

дві величини  *L* і *L*z і відтак визначають не один, а нескінченну множину

векторів *L* , напрямлених під заданим кутом ** до осі OZ. Тому може здатися, що рівняння Шрьодінгера не дає всіх відомостей про орбітальний момент імпульсу електрона в атомі. Але через принцип невизначеності повніша інформація є принципово недоступною. Дійсно, уявімо що напрям вектора *L*

відомий точно, як у випадку класичної частинки (рис. 5.4). Тоді,

спрямувавши координатну вісь OZ уздовж *L* , можна було б сказати, що імпульс електрона *p* перпендикулярний до осі OZ і траєкторія лежить у

площині ХОY. В такому разі координата *z* і проекція імпульсу

*p*z в будь-

який момент часу мали би нульові значення, тобто були б задані точно. Але це неможливо, і маємо зробити висновок про те, що

*момент імпульсу мікрочастинки принципово не може мати однозначно заданого напрямку*.

Друге питання стосується напрямку осі OZ, відносно якої відбувається просторове квантування. Позаяк вільний простір є ізотропним, то всі напрямки в ньому рівноправні, і координатну вісь OZ (вісь просторового квантування) можна спрямувати як забажається. Відтак напрошується

парадоксальна думка, що напрямки вектора *L* електрона залежить від нашого бажання. Але ніякого парадоксу насправді немає, позаяк сама постановка питання про напрям моменту імпульсу електрона у вільному

просторі позбавлена реального змісту. Аби взнати, яким є вектор *L* , треба провести відповідні вимірювання, тобто здійснити контрольований вплив на

атом і зареєструвати реакцію (відгук) атома на цей вплив25. Такий вплив здійснює силове поле, що обов’язково створюється вимірювальним приладом або установкою в процесі вимірювання. Але при наявності поля ізотропність простору порушується, і в ньому з’являється фізично виділений напрям – напрям створеного в приладі силового поля. Саме відносно цього напрямку реально і відбувається просторове квантування.

Наостанку скажемо, що умови (5.6), (5.7) є універсальними – вони виконуються не лише для орбітального моменту імпульсу електрона в атомі водню, а й для моменту імпульсу будь-якого іншого походження. Це свідчить про те, що момент імпульсу за самою природою є дискретною (квантованою) фізичною величиною, так, як, скажімо, електричний заряд. При цьому стала Планка , подібно до елементарного заряду *e* , виступає як природня міра (квант) моменту імпульсу. Але через гранично малу величину  дискретність моменту імпульсу є суттєвою лише для елементарних частинок.

###  Виродження енергетичних рівнів

***Кратність виродження рівня*.** Згідно з формулою (5.3), енергія електрона в атомі водню залежить тільки від головного квантового числа *n* . Натомість хвильові функції, тож і квантові стани, визначаються ще й

орбітальним *l* і магнітним *ml*

числами, котрі за умовами (5.2) при заданому

*n* можуть мати декілька різних значень. Тому квантові стани та енергетичні рівні електрона в атомі водню є виродженими (див. Лекція 4, п. 4.3). Виняток становить основний рівень, якому відповідає єдиний квантовий стан ( *n*  1,

*l*  0,

*ml*  0 ).

Підрахуємо кратність виродження *К* енергетичних рівнів у атомі

водню. Згідно із (5.2), (5.6) і (5.7), кожному можливому значенню модуля

моменту імпульсу електрона *L* і квантового числа *l* відповідає

*Nl*  2*l*  1

квантових станів, які відрізняються значеннями

*L*z , тобто – орієнтацією

моменту імпульсу відносно осі квантування. Отже, загальна кількість станів

*К*, які відповідають заданому енергетичному рівню, складає

*K*  *Nl*  2*l* 1.

*n*1

*l* 0

Доданки в цій сумі утворюють арифметичну прогресією з першим членом 1 і останнім 2*n* 1. Тому, згідно з відомою формулою суми

25 У цьому полягає сутність процесу вимірювання як такого.

арифметичної прогресії, виходить

|  |  |
| --- | --- |
| *K*  *n*2. | (5.9) |

Одразу зауважимо, що в дійсності кількість станів, які відповідають заданому значенню *n*, є вдвічі більшою:

|  |  |
| --- | --- |
| *N*  2*n*2. | (5.9*а*) |

Це пов’язано з тим, що рівняння Шрьодінгера не враховує існування в електрона власного моменту імпульсу – спіну (див. далі, Лекція 6, п. 6.3).

Для позначення вироджених станів електрона в атомі використовують спеціальну символіку, в якій відображають головне квантове число *n* та орбітальне квантове число *l*, причому головне – цифрою, а орбітальне – латинською літерою за такою схемою:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *l* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Символ | *s* | *p* | *d* | *f* | *g* | *h* |

Згідно з цією схемою, основний стан електрона в атомі водню (*n* = 1, *l* = 0) позначається як 1*s*, стан з *n* = 2, *l* = 1 – як 2*p*, стан з *n* = 4, *l* = 2 – як 4*d*, тощо.

***Правила відбору*.** Як відмічалося раніше, при переході електрона з даного енергетичного рівня на нижчий випромінюється фотон відповідної енергії. Але фотон, як і електрон, має власний момент імпульсу (спін), і відносить з атома не лише енергію, а й момент імпульсу. Тому при переході електрона в атомі з одного енергетичного рівня на інший можливі лише такі зміни його стану, що відповідають величині та можливим орієнтаціям власного моменту імпульсу випущеного фотона і узгоджуються із законом збереження моменту імпульсу. Через це електронні переходи в атомі задовольняють певним *правилам відбору* – обмеженням на можливі зміни квантових чисел. Для атома водню вони такі:

|  |  |
| --- | --- |
| *l*  1; *ml*  0,  1. | (5.10) |

Для головного квантового числа *n* ніяких обмежень не існує.

Завдяки правилам відбору можливі переходи тільки між «сусідніми» квантовими станами: із *s*-станів можливі переходи тільки в *р*-стани, із *р*- станів – тільки в *s*- або *d*-стани, тощо. Через виродження рівнів це не впливає на частоти випромінювання вільних атомів водню, але суттєво відбивається на спектрах багатоелектронних атомів і на поведінці атомів у магнітному та електричному полях.

###  Розподіл електронної густини в атомі водню

У напівкласичній борівській теорії вважається, що електрони в атомах рухаються по певних стаціонарних орбітах. Але, як вже не раз говорилося, таке уявлення не відповідає дійсності: просторова локалізація електронів у атомі визначається не траєкторіями, а конфігурацією хвильових функції, або інакше – *орбіталями*.

Із рівняння Шрьодінгера (5.1) випливає, що хвильові функції електрона

в атомі водню визначаються квантовими числами

*n*, *l*, *ml*

і є досить

складними, тому не будемо їх виписувати та детально аналізувати. Відмітимо лише, що головне квантове число *n* показує, як далеко від ядра може в

середньому знаходитися електрон, а числа *l* і *ml*

визначають геометричну

конфігурацію області його локалізації. При цьому всі *s*-орбіталі (*l* = 0) є сферично симетричними, *p*-орбіталі (*l* = 1) нагадують «гантель», а для більш високих станів мають ще складнішу форму. Залежність імовірності

знаходження електрона на відстані *r* від ядра *Pr* *r*  для s- та *p*-станів перших

двох рівнів атома водню показана на рис. 5.6а, де *r*1

– радіус першої

борівської орбіти електрона в атомі водню. З цього рисунка видно, що область можливого знаходження електрона, тож і розміри атома, не є чітко

визначеними. За розміри атома *rà*

можна прийняти найбільш імовірну

відстань електрона від ядра, тобто відстань, на якій величина найбільшою.

*Pr* є

*P*r

1*s*

2*s*

*s* – стан

3*s*

*r*1

5*r*1 10*r*1

15*r*1 20*r*1 25*r*1 *r*

2*p*

*p* – стан

3*p*

0

0 5*r*1 10*r*1 15*r*1 20*r*1 25*r*1 *r*

**Рис. 5.6а**

У такому контексті цікаво, що в стані 1*s* величина *rà*

дорівнює радіусу

першої, а в стані 2*р* – другої борівської орбіти, причому така відповідність зберігається й для інших станів з максимальним значенням орбітального числа *l* = *n*  1.

Отже, рух електрона в атомі («орбітальний» рух) мало нагадує рух матеріальної точки по траєкторії. При цьому, позаяк частота обертання

електрона в атомі дуже висока ( 1016 1 c ), ядро немов би оповите неперервно

розподіленим негативним зарядом, або «електронною хмариною». Уявлення про її конфігурацію в деяких станах можна отримати з рис. 5.6б.

1s – стан

2p – стан Z

3d – стан Z

X

Z

Y

X

Y X Y

*l* = 0, *ml* = 0

**а)**

*l* = 1, *ml* = 0

**б)**

### Рис. 5.6б

*l* = 2, *ml* = 0

###  Орбітальний магнітний момент електрона

Орбітальний рух електрона в атомі створює циркуляцію заряду навколо ядра, себто деякий ефективний електричний струм і відповідне орбітальне магнітне поле. Із класичної електродинаміки відомо, що магнітні властивості малого витка зі струмом (магнітного диполя) визначаються магнітним моментом

|  |  |
| --- | --- |
| *p*  *isn*, | (5.11) |

де *і* – величина струму, *s* – площа витка, *n* – орт (одиничний вектор) нормалі до площини витка.

***i***

**p**



*r*



–*e,*

**v**

**L**

*m*

### Рис. 5.7

Через невизначеність траєкторії класична формула (5.11) для визначення *орбітального магнітного моменту* електрона в атомі, строго говорячи, є не коректною. Але квантовомеханічний розрахунок дає такий самий результат. Тому будемо тимчасово розглядати електрон як матеріальну точку із масою *m* та зарядом  *e* , яка рухається із великою швидкістю *v* по коловій траєкторії радіуса *r* й уподібнюється мікроскопічному витку

площею

*s*  * r*2

з деяким струмом *і*, як показано на рис. 5.7. Оскільки сила

струму дорівнює кількості заряду, що переноситься через дану поверхню за 1 с, то, уявивши на шляху електрона деяку площадку, знайдемо:

*i*  *e*  *e*

*T*

 *ev* , 2* r*

де ** – частота, а

*T*  2* r*

*v* – період обертання електрона навколо ядра.

Відтак із виразу (5.11) для модуля магнітного моменту отримаємо:

*p*  *i*  * r* 2  *evr* .

2

При русі частинки по колу момент імпульсу *L*  *mvr* , тож

*vr*  *L m* , і

вираз *р* можна записати, як

*p*  *e*

2*m* *L* , або

|  |  |
| --- | --- |
| *p*  *gL*, | (5.12) |

де константа

|  |  |
| --- | --- |
| *g*  *e* , 2*m* | (5.13) |

називається *орбітальним гіромагнітним співвідношенням*.

Оскільки заряд електрона від’ємний, напрям струму *і* є протилежним

до напрямку руху електрона, тож вектори є антипаралельними. Тому

*p* i *L*

|  |  |
| --- | --- |
| *p*  *gL*, | (5.14) |
| *pz*  *gLz* . | (5.14*а*) |

Орбітальний момент імпульсу електрона квантується за правилами (5.6) і (5.7), отже згідно з (5.12) і (5.14*а*), аналогічно квантуються модуль і проекція орбітального магнітного моменту електрона:



|  |  |
| --- | --- |
| *p*  *B l*(*l* 1), | (5.15) |
| *pz*  *Bml* . | (5.15*а*) |

Величина



|  |  |
| --- | --- |
| **  *g*  *e*  9, 27 1024 А  м2*B* 2*m* | (5.16) |

називається *магнетоном Бора* і є природньою одиницею магнітного моменту електрона. Подібна природня одиниця використовується і для визначення магнітних моментів ядерних частинок – нуклонів. Вона називається ядерним

магнетоном *Я*

і визначається через масу протона:

|  |  |
| --- | --- |
| **  *e*  5,05 1027 А  м2.*Я* 2*m**p* | (5.16*а*) |

Зауважимо, що через велику порівняно з електроном масу нуклонів

*Я Б* , тому магнітні властивості атома визначаються головним чином

магнетизмом електронів.

### Контрольні запитання

1. Чому рух електрона навколо ядра в атомі не можна розглядати по аналогії з рухом Землі навколо Сонця?
2. Чи може електрон при русі в полі ядра атома мати неперервний енергетичний спектр?
3. Чи може атом поглинати світло будь-якої частоти? Чому?
4. У якому випадку електрони, що налітають на атоми Гідрогену, стикаються з ними пружно, а в якому  непружно?
5. Назвіть квантові числа електрона в атомі Гідрогену та охарактеризуйте їх фізичний зміст.
6. Які значення може набувати кожне з квантових чисел? Яку максимальну кількість значень може мати магнітне квантове число при заданому головному квантовому числі *n*?
7. Яку інформацію про енергетичний спектр електрона в атомі Гідрогену можна отримати, вимірявши його енергію іонізації?
8. Що таке спектральна серія? Головна лінія та короткохвильова межа серії? Запишіть вирази та розрахуйте довжини хвилі цих ліній для четвертої серії (серії Пфунда) Гідрогену.
9. Відомо, що в спектрі поглинання незбуджених атомів Гідрогену спостерігаються тільки лінії першої спектральної серії (серії Лаймана). Поясніть, чому?
10. Поясніть принцип класифікації квантових станів електрона в атомі Гідрогену за схемою цифра-літера. Чи може електрон бути в стані 2*f* ? 3*d* ?
11. Як записуються правила відбору для електронних переходів у атомі Гідрогену? Використовуючи прийняту класифікацію станів (цифра- літера), запишіть узагальнені позначення всіх електронних переходів у атомі Гідрогену, що утворюють серію Лаймана ( *n*1  1) та серію Пашена ( *n*1  3 ).
12. Які значення орбітального магнітного моменту може мати електрон у атомі водню? Запишіть (через магнетон Бора) цей момент для електрона, що перебуває в якомусь із *s*-станів, *d*-станів.

### Задачі

**Задача 5.1.** Електрони в збудженому атомарному газі водню займають всі енергетичні рівні включно з *n*-м. Знайти кількість спектральних ліній, які випромінює газ.

**Розв’язування.** Для визначення кількості ліній у спектрі треба знайти кількість можливих електронних переходів між рівнями енергії. Підрахунок зручно вести по серіях. Очевидно, що таких серій всього є ( *n* 1), причому перша містить ( *n* 1) лінію, друга – ( *n*  2 ), третя – ( *n*  3), а остання

складається з однієї лінії. Ці числа утворюють арифметичну прогресію, тож за відомою формулою знаходимо:

*N*  *a*1  *an*1 (*n* 1)  *n*(*n* 1) .

2 2

**Задача 5.2.** Визначити найбільшу довжину хвилі світла, що спроможне іонізувати атом Гідрогену, котрий знаходиться в першому збудженому стані.

**Розв’язування.** Згідно з умовою, в іонізованому стані атома енергія

електрона

*E*  0 . Отже, якщо електрон знаходиться на *n*-му енергетичному

рівні, то найменша необхідна для іонізації атома енергія

*Ei* визначається

умовою

*En*  *Ei*  0 . У першому збудженому стані електрон знаходиться на

енергетичному рівну *n* = 2, тож

*Ei*  *E*2

і, згідно з (5.3*а*),

*Ei*  3, 4

еВ. Ця

величина визначає найменшу енергію фотонів світла, що спроможне іонізувати атомарний водень. Тому, згідно з формулою енергії фотона (1.1*б*), шукана максимальна довжина хвилі дорівнює

**  2* c*  365 нм.

*Ei*

**Задача 5.3.** Відомо, що у випромінюванні атомів Гідрогену тільки в

серії Бальмера є лінії у видимій області спектра (від

**1  400 нм до

**2  750 нм ). Розрахувати кількість цих ліній та їхню найбільшу і найменшу довжину хвилі.

**Розв’язування.** Серію Бальмера утворюють усі електронні переходи на

рівень

*n*1  2 , частоти яких відповідно до виразу (5.5) визначаються

формулою:

|  |  |
| --- | --- |
| **  *R* 1  1 , *n*  3, 4, . 4 *n*2   | (1) |

Для отримання розв’язків спочатку з’ясуємо, чи задовольняє умову

задачі головна лінія серії, яка має найменшу частоту **0

і найбільшу в серії

довжину хвилі

**0 . Підставивши в формулу (1) *n* = 3, отримуємо:

**  5*R* , **  2* c*  72* c*  656 нм,

**

0 36 0 5*R*

0

що відповідає видимій області (червоний колір). Отже максимальна довжина

хвилі видимого випромінювання атомів водню складає

**0  656 нм .

Далі визначаємо максимальне можливе значення *n* у формулі (1), яке

задовольняє умову

**min  **1  400 нм . Для цього розв’язуємо нерівність:

2* c*  *R*  1  1  



*n*  6,7 

*n*  6.

**  4 *n*2 

1  

Підставивши це значення у формулу (1), знайдемо максимальну частоту та мінімальну довжину хвилі видимого випромінювання:

**  2*R* , **  2* c*  9* c*  410 нм.

**

max 9

*R*

min

0

Цей результат відповідає фіолетовій області спектра.

Із рівня

*n*2  6

на рівень

*n*1  2

можливі переходи

1.  5, 6  4, 6  3 i 6  2, отже, у вказаній області спектра спостерігається чотири лінії випромінювання Гідрогену.

**Задача 5.4.** Визначити номер першої із спектральних серій атома

Гідрогену, що лежать в інфрачервоній області

**  **0  750 нм .

**Розв’язування.** Оскільки **  2* c * , то, згідно з умовою, для будь-якої

серії максимальна частота (межа серії) повинна задовольняти умові

**  2* c*

**0 . Тому, поклавши в (5.8)

*n*2  , отримаємо:

*R*  2* c n *0

2

 *n*  2,87 

*n*  3.

**Задача 5.5.** Визначити, в якого воднево-подібного іона різниця довжин хвилі головних ліній в перших двох серіях дорівнює 133,6 нм.

**Розв’язування.** Спочатку визначимо довжини хвиль указаних ліній. Для цього в узагальненій формулі Бальмера (5.8*а*) виразимо частоту через

довжину хвилі і покладемо другої:

*n*1  1 i *n*2  2

для першої серії та

*n*1  2 i *n*2  3 для

2* c*  3*Z* 2 *R* 2* c* 5*Z* 2 *R*

8 * c*

72 * c*

** 4 ; **  36

 **1  3 *Z* 2 *R* ;

**2 

5 *Z* 2 *R* .

1 2

Виразивши звідси різницю довжин хвилі порядковий номер елемента в періодичній системі:

176* c*

15*R***

**  **2  **1 , знайдемо

**  176* c*

15*RZ* 2

Отже, відповідь – іон гелію He+ .

 *Z*   2.

**Задача 5.6.** Енергія іонізації атома гелію

*E*i  24,6 еВ . Яку найменшу

енергію *Е* треба витратити, аби послідовно видалити з атома гелію обидва електрони?

**Розв’язування.** Для послідовного видалення з атома гелію обох

електронів треба спочатку витратити задану енергію *E*i

для видалення

одного з них, а потім ще деяку енергію

*E*  для виривання другого, тобто –

для іонізації утвореного іона He . Отже, шукана енергія *E*  *E*  *E*  .

i

*i i*

Найменша величина *E*  відповідає переведенню електрона в іоні He із

*i*

основного стану (*n* = 1) з енергією відповідно до формул (5.3б) і (5.4),



*k* 2*mZ* 2*e*4 

2

2

2

*Z R*,

*E*1 у стан з енергією

*E*  0 :

*Ei*  *E*1 . Тому,

*Ei* 

де заряд ядра гелію *Z* = 2, і

*R*  2,07 1016 рад/с – стала Рідберга,

1,05 1034 Дж  с – стала Планка. Отже, відповідь така:

*E*  *Ei*  4

*R*  79 еВ.

**Задача 5.7.** З якою найменшою відносною швидкістю мають рухатися два атоми Гідрогену, котрі перебувають в основному стані, щоби при непружному лобовому зіткненні один з них випустив фотон?

**Розв’язування.** Аби бути здатним випустити фотон, один з атомів при зіткненні має перейти у збуджений стан, поглинувши необхідну енергію збудження *W* . Саме ж зіткнення атомів відбуваються без дії зовнішніх сил, отже, із збереженням енергії та імпульсу. При цьому після непружного зіткнення частинки рухаються як одне ціле. Тому, прийнявши один з атомів до зіткнення за нерухомий, можемо записати :

|  |  |
| --- | --- |
|  *p*  *p*  *p*  *p*   2 2 *K*  *K*   *W*  *p*   *p*  *W* 2*m* 4*m*2 2 *W*  *p*  *mv* ,4*m* 4 | (1) |

де *p* i *K* – імпульс та кінетична енергія рухомого атома до зіткнення, а

*p* i *K* – імпульс та кінетична енергія атомів після зіткнення, коли вони

рухаються , як одна частинка із масою

*m*  2*m* .

Найменша величина *W* дорівнює енергії, що необхідна для переведення електрона котрогось із атомів з енергетичного рівня *n* =1 на наступний рівень *n* = 2. Отже, згідно з формулами (5.3) і (5.4),



|  |  |
| --- | --- |
| *W*  3 *R* ,4 | (2) |

де *R* – стала Рідберга.

Підставивши величину (2) у вираз (1), отримаємо відповідь:

*v*  3 *R*  2,7 106 м с.

*m*

**Задача 5.8.** Нерухомий атом Гідрогену випустив фотон, який відповідає головній лінії серії Лаймана (перша спектральна серія). Визначити

швидкість *v*, що її набув атом і частку **  *K* *E* , яку складає отримана ним

кінетична енергія від енергії електронного переходу.

**Розв’язування.** Фотон, який випускається атомом, відносить не тільки

певну енергію ** 

** , а й імпульс *p*  * c* 

* c* . Тому за законом

збереження імпульсу атом отримує такий самий за модулем і протилежно напрямлений імпульс «віддачі» та відповідну швидкість:

|  |  |
| --- | --- |
| *mv*  **  *v*  ** .*c mc* | (1) |

Головна лінія серії Лаймана відповідає електронному переходу в атомі

водню з енергетичного рівня

*n*2  2

на рівень

*n*1  1. Тому, згідно з

узагальненою формулою Бальмера (5.5), у виразі (1)

Отже, швидкість віддачі атома

**  3*R* .

4

*v* 

3 *R* .

4*mc*

Підставивши числові значення

, *R*

та *m* 1,67 1027 кг , отримаємо

*v*  3,5 м с.

При такій швидкості набута атомом кінетична енергія

*K*  *mv*2 2

дорівнює приблизно

5,5 108 еВ. Це складає всього

**  5 106 %

від енергії

переходу

*E*  *E*2  *E*1 , яка згідно з (5.3*а*), дорівнює 10,2 еВ.

Отриманий результат дозволяє зробити такий висновок. При випромінюванні фотона частина енергії електронного переходу передається атому. Тому енергія та частота фотона, що випромінюється, в принципі, є меншими, ніж це визначається формулою (5.3):

* =  =* 1** *E*.

Проте ця відміна настільки незначна, що майже завжди є не істотною.