

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Запорізька державна інженерна академія



Б.П. Серeda
М.Г. Прищип
І.В. Кругляк

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ ОМТ

Навчально – методичний посібник

*для студентів ЗДІА спеціальності 7.090404 «Обробка металів тиском»
денного і заочного відділень*

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Запорізька державна інженерна академія

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ ОМТ

Навчально – методичний посібник

*для студентів ЗДІА спеціальності 7.090404 «Обробка металів тиском»
денного і заочного відділень*

*Рекомендовано до видання
на засіданні кафедри ОМТ
протокол № 1 від 31.08.2010р*

Запоріжжя
ЗДІА
2011р

*Б.П. Середа, д.т.н., професор
М.Г. Прищип, к.т.н., доцент
І.В.. Кругляк, к.т.н., доцент*

Відповідальний за випуск: *зав. кафедрою ОМТ
професор, д.т.н Б.П. Середа*

Рецензенти:
Алієв І.С. д.т.н., професор

УДК Б.П.Середа, М.Г. Прищип, І.В. Кругляк
Експериментальні дослідження процесів ОМТ: Навчально – методичний посібник для студентів ЗДІА спеціальності 7.090404 "Обробка металів тиском" / Б.П. Середа, М.Г. Прищип, І.В. Кругляк. - Запоріжжя, ЗДІА, 2011. - 170 с.

Навчально –методичний посібник укладений з урахуванням основних курсів обробки металів тиском освітньо-професійної програми за напрямком «Металургія» і вивчає експериментальні дослідження процесів прокатування, кування, штампування та інших методів пластичного деформування.

Вступ.....	5
1. МЕТОДОЛОГІЯ ДОСЛІДЖЕНЬ ПРОЦЕСІВ ДЕФОРМАЦІЇ МЕТАЛІВ.....	6
1.1. Процеси ОМТ, як об'єкт дослідження.....	6
1.2. Науково – теоретичні дослідження.....	11
1.3. Роль гіпотез і припущень в теорії ОМТ.....	13
1.4. Аналіз інформації та постановка задачі дослідження.....	19
1.5. Види та напрямки НДР.....	22
1.6. Основні етапи дослідження.....	27
1.7. Технологія експерименту.....	32
2 ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАННЯ.....	37
2.1. Вимірювані величини, засоби і методи їх вимірювань.....	37
2.2. Електричні засоби вимірювань.....	41
2.3. Статичні характеристики засобів вимірювань.....	44
2.4. Динамічні характеристики засобів вимірювань.....	49
2.5. Структурні схеми засобів вимірювань.....	54
3. ПЕРЕТВОРЮВАЧІ ВИДУ ЕНЕРГІЇ СИГНАЛУ.....	57
3.1. Резистивні перетворювачі.....	57
3.2. Ємкісні перетворювачі.....	69
3.3. Електромагнітні параметричні перетворювачі.....	71
3.4. Перетворювачі Холу.....	76
3.5. Індукційні перетворювачі.....	78
3.6. Пізоелектричні перетворювачі.....	80
3.7. Термоелектричні генераторні перетворювачі.....	83
3.8. Фотоелектричні генераторні перетворювачі.....	84
4. ОРГАНІЗАЦІЯ І МОДЕЛЮВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТІВ.....	86
4.1 Наукова організація експерименту.....	86
4.2 Основні положення теорії подібності і моделювання.....	90
4.3 Аналіз розмірності і зменшення числа змінних.....	92
4.4 Фізична подібність при моделюванні процесів ОМТ.....	97
4.5 Принципи наближеного моделювання.....	100

4.6 Математичне моделювання.....	104
5 ВИБІР ВИМІРЮВАЛЬНОЇ АПАРАТУРИ ТА ОЦІНКА ПОХИБОК ВИМІРУ	
.....	112
5.1 Основні критерії вибору засобів вимірювання.....	112
5.2. Визначення максимальної частоти процес.....	114
5.3 Вибір несучої частоти тензометричної апаратури.....	117
5.4 Класифікація похибок виміру.....	119
5.5 Методи виключення систематичних погрешностей.....	121
5.6 Методика оцінки випадкових похибок.....	123
5.7 Обчислення погрешності непрямих вимірів.....	126
6. ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ.....	128
6.1 Визначення обсягу експериментальних даних.....	128
6.2. Вибір числа незалежних змінних.....	129
6.3. Визначення інтервалів між даними дослідів однієї серії.....	131
6.4 Послідовність випробувань.....	133
6.5 Види факторного планування.....	135
6.6 Повний факторний експеримент.....	141
6.7 Дробовий факторний експеримент.....	150
6.8 Методи оптимізації процесу при плануванні.....	152
7 ОБРОБКА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЇ ІНФОРМАЦІЇ.....	155
7.1 Перевірка експериментальних даних і відсіювання різко відхиляємих значень.....	155
7.2 Побудова графіків за експериментальним даними.....	159
7.3. Способи вторинної обробки результатів.....	163

Вступ

Дослідження процесів обробки металів тиском (ОМТ) почало розвиватись і вдосконалюватись з переходом до масового виробництва в металургійній галузі. ОМТ – це багатогалузеве виробництво, але слід зазначити, що левову частку металовиробів отримують, піддаючи заготівлю деформації тим чи іншим методом прокатки. Відповідно цьому абсолютна більшість досліджень спрямована на вдосконалення діючих та створення нових перспективних процесів прокатки. За класично-традиційних способів гарячої ОМТ використовують нагріту заготівлю, але метал знаходиться в твердому стані, тобто при дослідженнях вивчається пружно пластичний стан деформуємого металу у взаємодії з деформуючим технологічним інструментом, який сам при цьому пружно деформується. Для дослідження такої класичної гарячої ОМТ можливе використання законів механіки з застосуванням закономірностей пластичного плину твердого тіла. Останнім часом розроблені промислові технології виробництва дротів і штаб безпосередньо в агрегатах суміщення лиття розплаву металу в розхил поміж валками, які обертаються, охолоджуються зсередини і зовні. Зазначимо, що спосіб суміщення лиття і прокатки, запатентований Г. Бессемером ще в 1865р., отримав перше промислове застосування в кольоровій металургії десь через 100 років. Сьогодні вже є промислові установки лиття і прокатки сталевих тонких штаб, наприклад технологія Europestrip, таким чином, отримують розвиток дослідження деформації металу в суміщеному стані фаз рідкого розплаву і твердої (закристалізованої) кірки. Очевидно, що механіка твердого деформуємого тіла базується на теорії напружено - деформуємого стану і закономірностях поведінки суцільного середовища. Поведінка металу в стані тверда кірка + рідка серцевина кардинально відрізняється від поведінки суцільного середовища твердих тіл. Таким чином, технології суміщеного лиття і прокатки вимагають для їх дослідження не тільки законів механіки але й законів гідродинаміки у їх взаємодії. Задані дослідження вирішують двома основними способами – теоретичним та експериментальним. Ці способи

знаходяться в діалектичній єдності, оскільки теорія базується на експериментально-дослідницьких даних, а постановка експерименту основана на загально прийнятих теоретичних закономірностях. В деяких випадках ці методи настільки щільно переплетені, що більш правильно мовити про експериментально-теоретичний підхід до вирішення дослідницьких задач. При експериментальних методах відшукувані величини визначаються безпосередньо шляхом вимірювання або спостерігання. Якщо первинні дослідницькі дані піддають математичному опрацюванню, наприклад інтегруванню, диференціюванню, застосовуються експериментально-аналітичні та експериментально-розрахункові методи, наприклад з використанням запланованих експериментів. Окреслене коло задач і представлено для вивчення в даному посібнику.

1. МЕТОДОЛОГІЯ ДОСЛІДЖЕНЬ ПРОЦЕСІВ ДЕФОРМАЦІЇ МЕТАЛІВ

1.1. Процеси ОМТ, як об'єкт дослідження

Обробка металів тиском (ОМТ) – багатогалузеве виробництво, яке включає крім прокатки й кування, гаряче об'ємне і холодне листове штампування та волочіння металів і сплавів. Загально – поєднуючими ознаками усіх процесів ОМТ є пластична деформація металевих тіл (заготівля) тиснучим технологічним інструментом (валками, бойками, пуансонами і стінками матриць оправок і волок). З боку технологічного інструмента до заготівлі прикладається зовнішня деформуюча сила, на протидію якій діє, відповідно закону класичної механіки, рівна по величині і протилежно спрямована внутрішня сила опору метала деформації. В процесі деформації в зоні контакту технологічний інструмент знаходиться в пружному, а металеве деформуєме тіло в пружно-пластичному стані. Але в різних процесах ОМТ напруженість інструмента і пружно-пластичність металевого тіла суттєво відрізняються, наприклад, по причинах спричинених формою інструмента.

За станом оброблюваних штаб (гарячі або холодні), тобто за температурними умовами процеси ОМТ поділяються на дві великі групи:

- гаряча ОМТ за температури деформує мого метала вищої від температури рекристалізації;
- холодна ОМТ за обробки при температурі навколишнього середовища (в літературі зустрічаються терміни – кімнатна температура, температура цеха).

Необхідно мати на увазі, що при обробці спеціальних сталей і сплавів із кольорових металів вирізняють теплу (напівхолодну і напівгарячу) ОМТ, яка все ж таки має досить обмежене використання тільки в окремих специфічних випадках. Тому тепла ОМТ відноситься до спеціальних видів обробки.

Гаряча і холодна ОМТ в першу чергу відрізняються значними відмінностями витрат енергії на деформацію штаб, які для гарячої обробки значно менші, ніж для холодної. Це пояснюється тим, що гаряча деформація супроводжується зміцненням і знеміцненням металу, а холодна ОМТ – тільки зміцненням деформуємого металу, зі зниженням його пластичності при зростанні сумарної степені деформації.

Раціонально гаряча ОМТ проектується за принципом повторно-послідовної черговості деформацій та пауз поміж ними. При цьому величина деформації має бути достатньою для пришвидшення рекристалізації, тобто знеміцнення металу в паузах [1], які в окремих випадках за часом не перевищують десятих долей секунди, наприклад на надшвидкісних прокатних станах і молотах. Схематично процеси утворення текстури обробки, тобто зміцнення металу, і рекристалізації, за якої відбувається знеміцнення і відновлення пластичності метала, ілюструється рис.1.1 [2].

Графік зміни опору деформації σ_{Φ} в осередку деформації і межі текучості штаби в між клітьовому проміжку [3] ілюструється на рис.1.2. Коли гаряча прокатка в листовій групі клітей сучасних БШШС ГП виконується на великих швидкостях, паузи на рекристалізацію і знеміцнення в міжклітьових

проміжках складають соті долі секунди, що не дає можливості досягати повного знеміцнення металу [3,4].

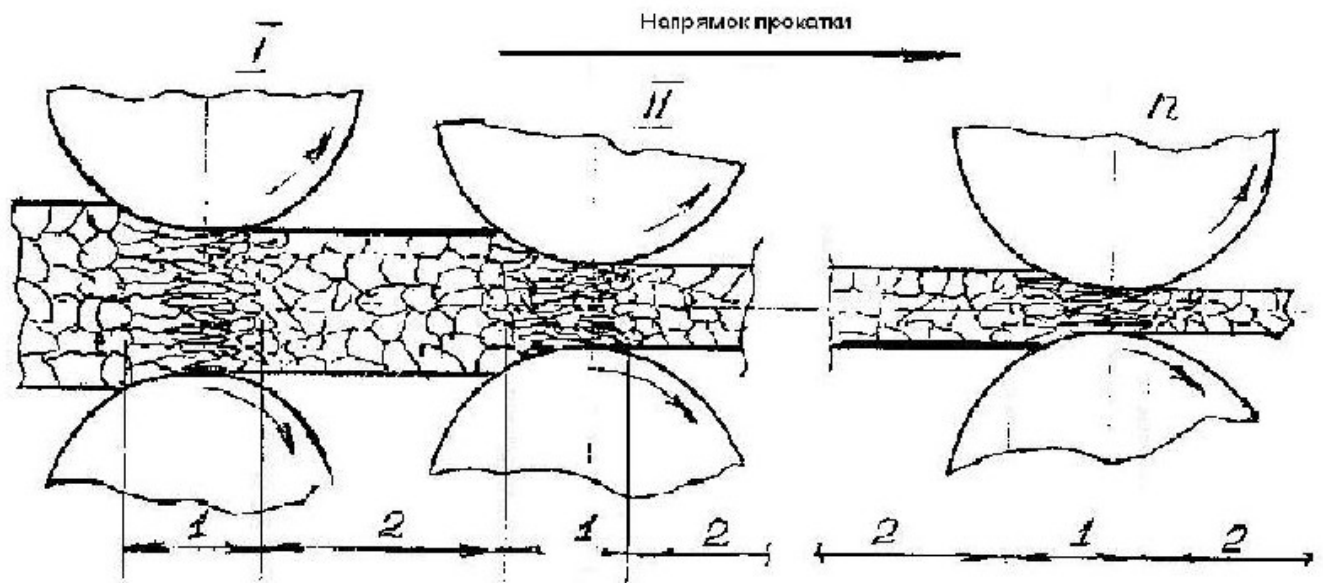


Рис. 1.1 Схема роздроблення зерен поміж валками та рекристалізації металу в паузах поміж клітями [2]: I, II, ..., n – порядковий номер кліті; 1- зони утворення текстури; 2 – зони рекристалізації

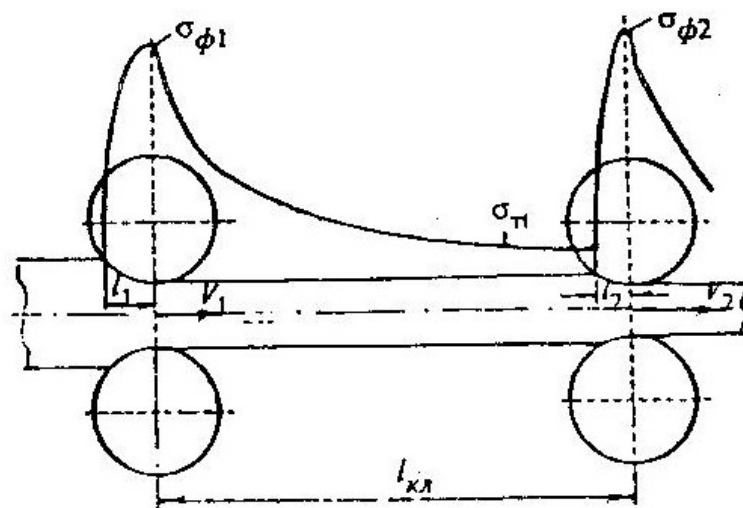


Рис. 1.2 Графік зміни опору деформації і напруження текучості матеріалу штаби при гарячій прокатці в двох суміжних клітях безпервного стану

В процесах холодної ОМТ і особливо під час холодної прокатки штаб метал знеміцнюється. Так по експериментальним даним Трощенкова М.О. і Прищипа М.Г. при сумарному обтиску $\varepsilon_{\Sigma} = 70 \%$ межа текучості σ_T для сталі 08кп і 1Х18Н9Т збільшується вдвічі [5]. Якісно аналогічні дані дещо пізніше для всіх сталей і сплавів, які піддаються холодній ОМТ, були отримані А.В. Третьяковим і наведені в довіднику [6].

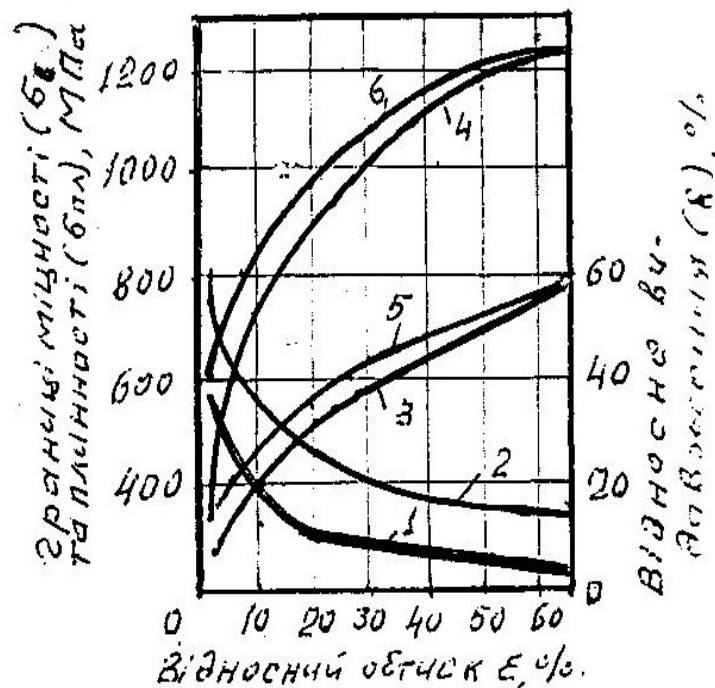


Рис. 1.3 Залежність механічних властивостей сталі 08кп (1 – σ_t ; 3 – $\sigma_{пл}$; 5 – σ_b) та 1Х18Н9Т (2 – σ_t ; 4 – $\sigma_{пл}$; 6 – σ_b) від відносного обтиску (ε , %) при холодному прокатуванні

Найбільш поширеним способом ОМТ є прокатка, за допомогою якої близько 90% виплавляємих сталей і сплавів переробляють на металовироби. В теорії і практиці розрізняють і класифікують процеси прокатки за наступними ознаками:

- за взаємо-розташуванням осей деформуемого тіла і валків прокатки може бути поздовжньою, поперечною або поперечно-гвинтовою (косою);
- за зміною розхилу (зазору) поміж валками процес прокатки може бути стаціонарним або періодичним;
- за наявністю сил, прикладених до зовнішніх кінців штаби (поза осередком деформації) розрізняють прокатку вільну (без сил, діючих на кінці штаби) та невідільну (з натягом або підпором). Невідільна прокатка по суті є безперервним процесом, за якого деформація штаби одночасно виконується в двох і більшій кількості послідовно розташованих клітей стана;
- на сам кінець за температурою деформуемого металу прокатки може бути гарячою, холодною і в окремих випадках теплою. Гаряча прокатка більш поширена і економічно вигідна для виробництва штаб і профілів з відносно великими поперечними перетинами. Тонкі штаби отримують холодною прокаткою, тонкостінні труби – холодною прокаткою і волочінням, дроти малих діаметрів – холодним волочінням.

За формою поперечних перетинів металовиробів поздовжня прокатка поділяється на листову і штабову прокатку (в валках з гладкою або близькою до циліндрів формою бочок) і сортову в каліброваних валках. Труби також прокатують в каліброваних валках. Процеси прокатки на гладкій і каліброваній бочці показані на рис. 1.4. Слід зауважити, що 100% листів, штаб та абсолютна більшість сортових профілів прокатують поздовжньою прокаткою.

Поздовжню прокатку в валках з гладкою бочкою називають «простим процесом прокатки». Левова частка наукових і експериментальних досліджень виконується з використанням моделей простої прокатки. Наприклад, всі визначення та виведення формул в «Теорії прокатки» виконані на геометричній моделі перетину осередка деформації простого процесу прокатки.

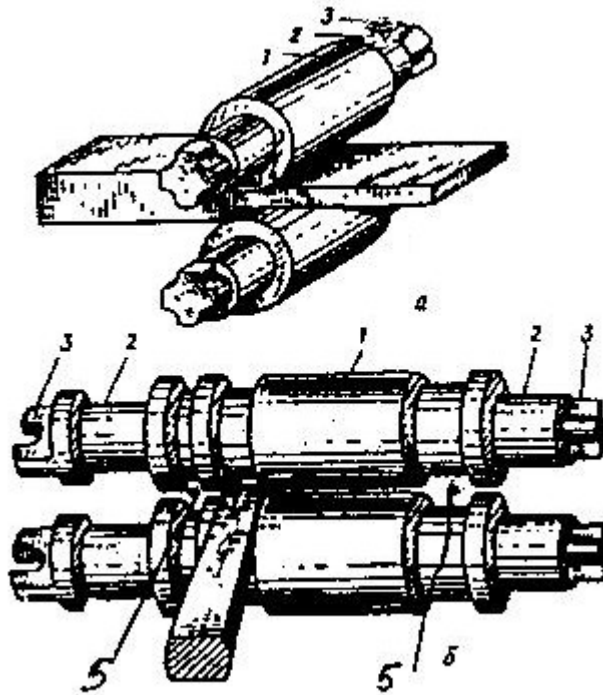


Рис. 1.4 Прокатка на гладкій (а) і каліброваній бочці (б); 1 – бочки валків; 2 – шийки валків; 3 – трефи; 4 – прокатувана штаба; 5 – калібри

1.2. Науково – теоретичні дослідження

Перші дослідження та розробка наукових основ процесів ОМТ були розпочаті в середині 19го століття. Таким чином, теорія процесів ОМТ відносно молода наука, яка поділяється на дві частини «Теорія процесів прокатки» та «Теорія кування, осадки, пресування і холодної штамповки». Дещо відокремлена «Теорія волочіння». Найбільш розробленого є «Теорія процесів прокатки», яка створювалася і розвивалася як наукова дисципліна паралельно з розробкою машин і технологій прокатки. Розвиток цієї науки стимулювався стрімким збільшенням попиту на прокатну продукцію та її виробництво.

Проектування нових прокатних станів вимагали знань про закономірності протікання технологічних процесів, вимагали також розробок моделей і алгоритмів по визначенню деформаційних, температурно-швидкісних та енергосилових параметрів. Ці знання в свою чергу адаптувались до конкретних умов і розрахунків і оптимізації конструктивних параметрів прокатних станів. Теорія прокатки та інших процесів ОМТ базується на

математичній теорії пружності і пластичності, механіці суцільних середовищ і фізиці металів, теоретичній механіці та теорії пластичної деформації металів.

Великий вклад в розвиток і становлення теорії ОМТ і прокатки, як науки, внесли вчені Н.С. Верещагін, А.Ф. Родзевіч-Белевич, А.П. Виноградов, С.І. Губкін, О.І. Целіков, А.П. Чекмарев, С. Фінк, К. Кодрон, В. Тафель, Е. Зібель, Т. Карман, С. Екелунд, В. Трінкс, В. Люег, А. Помп, Е. Орован, Г. Форд, Р. Сімс, М. Стоун, Ш. Гелеї та інші.

Завдяки значності і очевидним перевагам процесів поздовжньої прокатки теорія поздовжньої прокатки займає особливо цільне місце в загальній теорії процесів ОМТ і пластичної деформації і відіграє провідну роль в розвитку цих наук. Кінцевою метою задач, які вирішуються методом теорії процесів поздовжньої прокатки, є створення наукових методів і відповідаючим їм методик, алгоритмів, моделей і програм для їх реалізації. Це дає можливість виконувати з високою достовірністю і точністю прогнозування та розрахунки режимів обтисків, швидкостей, температурного поля, сил, моментів і потужності прокатки. На базі визначення цих параметрів проектуються нові прокатні стани, технологічні лінії, цехи і комплекси.

В теорії поздовжньої прокатки розроблені але продовжуються дослідження наступних питань:

- геометрія осередку деформації;
- умови контактного тертя та достовірність і характер розподілу напружень тертя на контакті метал-валки, алгоритми і моделі визначення коефіцієнтів тертя і умови захвата метала валками;
- кінематика поздовжньої течії металу;
- співвідношення поміж поздовжньою і поперечною деформаціями при заданій висотній деформації;
- визначення температурного поля прокатки в просторі і часі;
- розподіл напружень і деформацій в деформуємому об'ємі тіла;
- визначення границі текучості і опору метала деформації;

- особливості усіх вищезначених параметрів, умов і закономірностей в процесах прокатки в калібрах;
- визначення енергосилових параметрів процесу прокатки на гладкій бочці в калібрах, натягом металу та з урахуванням пружних деформацій валкового вузла та інших деталей прокатної кліти: сили прокатки, обертаючих моментів на валках, витрат роботи і потужності;
- визначення параметрів прокатки до різних умов не симетрії процесів.

Для підвищення конкурентоспроможності прокатної продукції в останні роки основними шляхами є зменшення витрат ресурсів та підвищення якості металовиробів, в тому числі точності розмірів. Виходячи з цього важливими є розробки теорії і практики процесів суміщення безперервного розливу і прокатки, прокатки різної сталі в обертаємих кристалізаторах – валках; також теорій планетарної та високоточної прокатки. Таким чином, теорія прокатки і теорія процесів ОМТ є динамічними, безупинно розвиваємими науками, які опираються на досягнення математики, фізики та інших фундаментальних наук. Доволі широке застосування в теорії ОМТ і в теорії прокатки, мають місце чисельні методи, наприклад при вирішенні задач теорії пластичності, а також методи математичного і фізичного моделювання, які стали можливими завдяки застосуванню комп'ютерів, мікропроцесорів та відповідного програмного забезпечення.

1.3. Роль гіпотез і припущень в теорії ОМТ

Теорія процесів ОМТ включно з теорією поздовжньої прокатки є відносно молодою наукою. Лише за останні 100 років накопиченні знання і розроблені теоретичні моделі, що дозволяють визначити якісно вірно, а в багатьох випадках і кількісно з достатньою точністю визначити основні параметри того чи іншого процесу. Теоретичні моделі розрахунків основних параметрів розробляють на базі гіпотез і припущень і спрощень. Для ілюстрації цього розглянемо еволюцію розвитку теорії розподілу контактних нормальних

напружень по довжині осередку деформації. Ця теорія дозволяє збудувати епюру нормального напруження, геометричними методами віднайти центр вагомості і точно визначити момент, необхідний для обертання валків під час прокатки штаби.

Вперше ще в 1859 р. Грасгоф і Кодрон запропонували гіпотезу, згідно якої питомий тиск ρ має максимальну величину на початку дуги захвата та зменшується до нуля по прямій до перетину виходу метала із валків (пряма 1 на рис. 1.5.).

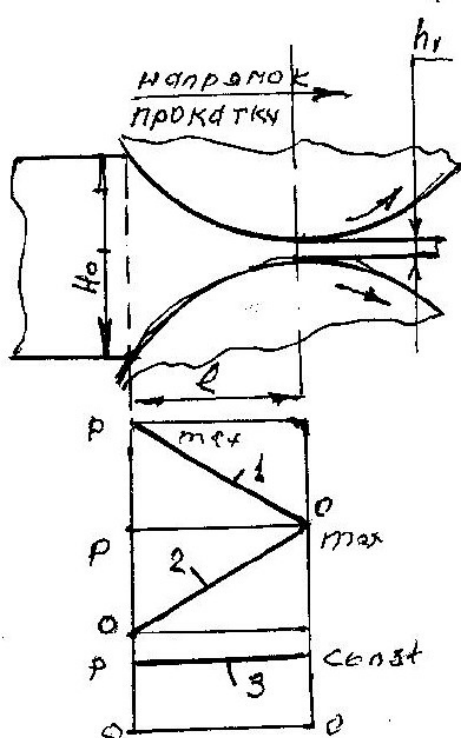


Рис. 1.5 Розподіл питомого тиску

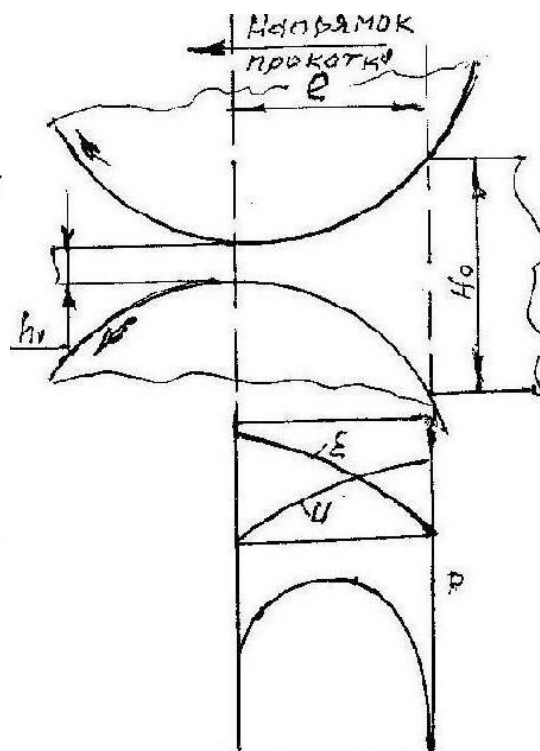


Рис. 1.6 Розподіл питомого тиску ρ

ρ по довжині осередка деформації 1

по довжині осередка деформації 1

за гіпотезами: 1 – Грасгофа і Кодрона;

за гіпотезою Родзевича - Белевича.

2 – Бласса; 3 – Фінка

Дещо пізніше Бласс запропонував гіпотезу прямолінійного зростання ρ від нуля на вході метала в осередок деформації до $\max$ – на виході із валків

(рис.1.5 - пряма 2). За гіпотезою Фінка питомий тиск p у всіх точках дуги контакту залишається незмінним (рис. 1.5 - пряма 3). В 1913 р. Родзевич – Белевич висловив припущення, згідно якого питомий тиск вздовж осередка деформації змінюється в результаті сумісної дії двох факторів: ступінь деформації ε збільшує питомий тиск p до перетину виходу метала із валків, а швидкість деформації U навпаки – зменшує його (рис. 1.6). В 1925 р. Теодором фон Карманом було виведене диференціальне рівняння прокатки, в якому взаємопов'язані параметри осередку деформації, питомі сили тертя і нормального тиску та опору метала деформації. В сучасному трактуванні диференціальні рівняння прокатки, осадки та інших процесів ОМТ отримують сумісним рішенням рівнянь рівноваги подовжніх сил при двомірній деформації та рівняння пластичності. При цьому приймаються деякі допущення, наприклад, для двомірної прокатки приймають допущення:

1. Напруження в будь-якому поперечному перерізі по висоті штаби розподіляється рівномірно.
2. Деформація є плоскою, тобто поперечна деформація (розширення штаби) відсутнє.
3. Напруження по ширині штаби не змінюються.

В сучасній трансформації диференціальне рівняння прокатки (рівняння рівноваги) представляють у вигляді:

$$dp = \left(\sigma_{\phi} \pm \frac{t}{tg\varphi} \right) \frac{dh_x}{h_x} \quad (1.1)$$

Рівняння (1.1) справедливе за припущення, що опір деформації σ_{ϕ} по довжині осередка деформації приймається усередненим $\sigma_{\phi op}$ і залишається незмінним. Змінні φ і h_x , що ілюструється рис. 1.7 по суті є координатами переміщеної точки на контакті штаби з валками. Фізична суть рівняння (1.1)

полягає в тому, що диференціальне рівняння прокатки ілюструє приріст контактного нормального напруження p при переміщенні точки по довжині дуги контакту.

Умовно точні вирішення рівняння (1.1), яке має два невідомих p і t , призводять до громіздких виразів, кінцеві формули є складними для практичного застосування. Тому знову для розв'язання рівняння (1.1) приймають той чи інший закон тертя та деякі спрощення.

Найбільш відомими є рішення Т. Кармана, Е. Зібеля, А. Надаї, О.І. Целікова, О.П. Чекмарьова, Бленда, Орована, Форда, Сміта та інших. Для найбільш характерних рішень білу прийнято слідуючі закони тертя:

- закон сухого тертя $t = f p$ біло використане Карманом, незмінність

сил тертя за законом пластичного тертя $t = f_n \sigma_\phi$ – Зібелем, закон

рідинного тертя – $t = r \left(\frac{ds}{dy} \right)$ - Надії. Ці рішення виконані за

припущення наявності в осередку деформації тільки з відставанням і випередженням.

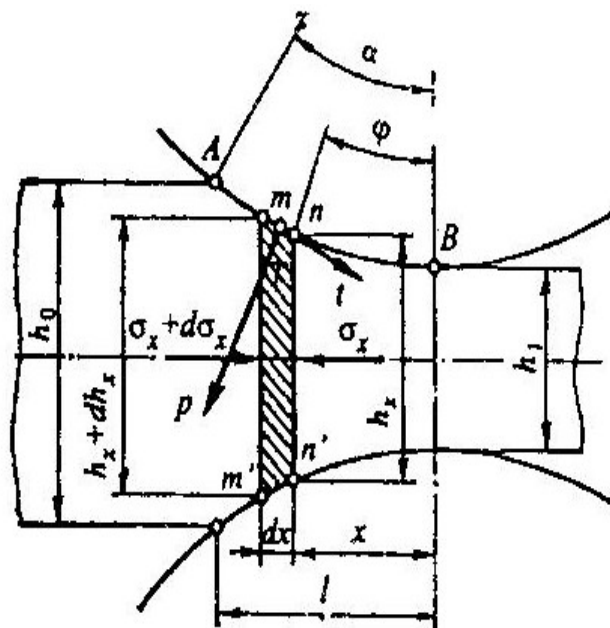


Рис. 1.7 Схема до виведення диференціального рівняння рівноваги
подовжніх сил при прокатці

О.І. Целіков при розв'язанні рівняння (1.1) додатково прийняв спрощення замінивши дугу контакту штаби і валків хордою, Сміт – кривою у вигляді параболи. Вперше рівняння (1.1) з використанням теорії Орована розв'язав Джортнер, виключивши припущення абсолютної жорсткості валків. Тобто він взяв до уваги пружну деформацію валків і штаби. Аналогічні методи використання сумісного рішення диференціальних рівнянь рівноваги сил, діючих на елементарний об'єм (пластину) і рівняння пластичності Губера – Мізеса, використовується також для теоретичного аналізу та визначення нормальних напружень при осадці (формули Зібеля, Губкіна та ін..) та в інших процесах ОМТ. Для кожного процесу апріорі приймають ті чи інші припущення та спрощення, що дозволяє отримувати прості, надійні і доволі точні моделі для розрахунку силових і енергетичних параметрів деформації металів різними способами. Експериментальні дослідження виконані із застосуванням точкових месдоз дали змогу судити про адекватність рішень рівняння (1.1) різними науковцями. Як теоретичними рішеннями, так і експериментально встановлено, що розподіл нормальних напружень на контакті валків зі штабою залежить від фактора форми осередка деформації l/h_{cp} . На рис.1.8. приведені типові епюри розподілу нормальних напружень ρ по довжині осередку деформації l_i для різних процесів прокатки:

а – під час прокатки товстих штаб при малих значеннях параметра l/h_{cp}
 $< 0,6 - 0,8$; коли максимум ρ на епюрі розташований майже на вході метала в осередок деформації;

б – для випадків прокатки за параметра $l/h_{\text{ср}} = 0,8 - 1,5$, тобто для процесів деформації штаб середньої товщини;

в – для прокатки тонких штаб за $l/h_{\text{ср}} > 3 - 4$, коли епюра має характерний пік поблизу нейтрального перерізу осередка деформації.

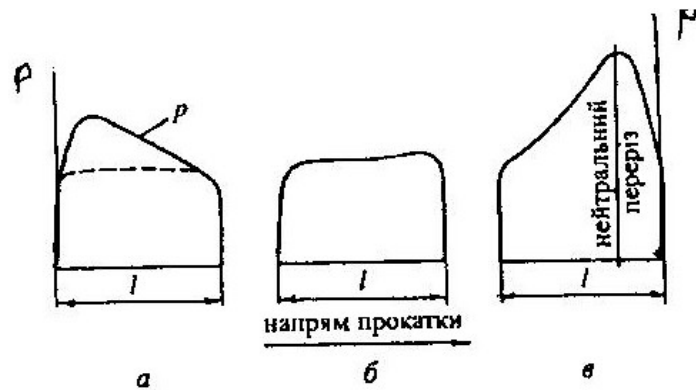


Рис. 1.8 Епюри розподілу нормальних напружень по дузі контакту метала з валками в процесах прокатки товстих(а), середніх(б) і тонких(в) штаб

В сучасній теорії поздовжньої та інших способів прокатки, осадки, пресування, волочіння та інших видів обробки металів тиском апріорі застосовують такі припущення і спрощення:

- деформація є плоскою, тобто здійснюється без поперечної деформації;
- напруження в будь-якому поперечному перерізі по висоті штаби розподіляється рівномірно;
- напруження текучості по довжині осередку деформації є величиною постійною;
- для умов гарячої ОМТ матеріал інструмента (наприклад валків) і штаби не володіє пружними властивостями;
- напруження тертя t пропорційні контактним напруженням P (закон

Амонтона) або опору метала деформації σ_{Φ} (закон Зібеля);

- контактні нормальні напруження ρ і тертя t розподіляються по дузі (хорді, параболі, прямій лінії) контакту метала з технологічним інструментом рівномірно;
- деформація металу є рівномірною;
- вплив поза контактної деформації не враховується.

Застосовують також і інші допущення, наприклад, для процесу холодної прокатки штаб приймають додатково [7]:

- прокатуємої штаба є суцільним тілом без змінювання об'єму (без ущільнення);
- напруження текучості по довжині осередка деформації змінюються за прийнятим законом зміцнення метала;
- умови технологічного змащування такі, що коефіцієнт тертя по довжині дуги контакту лишається незмінним;
- випередженням метала в осередку деформації нехтують;
- розтягуючі напруження, діючі в штабі, зменшують напруження стискування на кінцях осередка деформації у відповідності з теорією максимального зсуву Треска;
- термічні ефекти від розігріву метала під час деформації не враховуються.

Незважаючи на те, що будь-яке спрощення і допущення призводить до зниження точності теоретичних рішень, їх, як висвітлено вище, широко застосовують в науково-теоретичних дослідженнях. Без перерахованих вище допущень теоретичні моделі виявляються надто складними, як у фізичному так і в математичному сенсі. З іншого боку, кожне допущення не повинно спотворювати фізичної суті явища або процесу.

Таким чином кожне спрощення і апріорі приймаєме допущення повинні мати наукове та фізичне обґрунтування, а похибки, що ними вносяться в кінцевий результат, повинні бути прийнятними.

1.4. Аналіз інформації та постановка задачі дослідження

Наукова інформація поширюється та викладається в монографіях, науково-технічних журналах, звітах та оглядах по науково-дослідницьким роботах, в дисертаціях та Інтернеті.

В процесі збирання та аналізу інформації досліднику важливо поглибити свої знання, тобто розширити свою поінформованість щодо тематики конкретної чисто наукової або науково-прикладної проблеми. Аналіз несистематизованою наукової інформації призводить до того, що дослідник захлинається в потоці хаотичної та велико-об'ємної за обсягом інформації. Тобто, наукові дослідження взагалі неможливі без системного підходу до її виконання. Щоби звільнити набраний масив аналітичних даних від надлишкової і не першочергово важливої інформації спочатку її необхідно «згустити» (ущільнити). Звільнену від «шумовиння» ущільнену інформацію за попередньо обраною стратегією наукового пошуку систематизують, програмують і т.п. та представляють у вигляді аналітичного огляду, підсумкових таблиць, матриць, алгоритмів, моделей і т.п. Пояснимо вище викладене на конкретному прикладі: в процесах холодної прокатки холоднокатаних штаб на безперервних і повністю безперервних станах під час гальмувань і прискорень (ділянок штаб зі зварних швах) натяг метала поміж клітками різко змінюється таким чином, в перехідних неусталених процесах холодної безперервної прокатки з'являється ряд збурень, які дестабілізують процес. Так при зменшенні натягу метала нижче критичної межі штаба втрачає поперечну сталість, що призводить до розшматування метала і аварійних ситуацій. В більш легкому варіанті зменшення натягу призводить до збільшення товщини штаби, її хвилястості або короб частоті. Збільшення натягу призводить до пориву штаби як по шву, так по цілому металу. При цьому збурення, виникаючі в одному поміжклітьовому проміжку, поширюються по всій технологічній лінії стана, завдяки закону саморегулювання неперервних станів. Очевидно, що необхідно віднайти параметри, змінюючи які, з'являється можливість швидко стабілізувати

величину натягу метала та усталити процес прокатки навіть в перехідних режимах роботи. До цього всю інформацію щодо натягу метала ущільнюють, виділяють найбільш впливові щодо натягу збурення (впливи) і представляють їх у вигляді таблиці, матриці або моделі. Приклад для найпростішої технологічної лінії три клітьового безперервного стана приведено в таблиці 1.1.

В таблиці 1.1 умовні позначення: Δ - змінювання; V - швидкість; h - товщина; T - натяг; 12 – проміжок між клітьями 1,2; 23 – теж саме поміж клітьями 2,3; 3 – після кліті 3. Ущільнена у вигляді таблиці 1.1 інформація дозволяє зробити такі висновки:

- регулювання будь-якої кліті в формі зміни розхилу поміж валками і швидкості прокатки призводить до змінювання натягу штаби в поміж клітьових проміжках безперервних станів;
- при двох випадках сумісної дії факторів $(\Delta V/V)$ і $(\Delta h/h)$ змінювання натягу метала ΔT в кожному міжклітьовому проміжку в дев'ятнадцяти випадках однозначне («+» або «-») і в п'яти – невизначене (« $\pm$ ») або двозначне;
- при цьому зміна товщини Δh в дев'яти варіаціях $(\Delta V/V)/(\Delta h/h)$ однозначна («+» або «-») і в трьох випадках – двозначна (« $\pm$ »).

Таблиця 1.1 Якісне змінювання («+» значить збільшення; «-» значить зменшення; « $\pm$ » можливість того й іншого) поміж клітьового натягу і кінцевої товщини штаби на три клітьовому безперервному стані

Кліть	Змінювання параметрів процесу	$(\Delta V/V) \gg (\Delta h/h)$			$(\Delta h/h) \gg (\Delta V/V)$		
		ΔT_{12}	ΔT_{23}	Δh_3	ΔT_{12}	ΔT_{23}	Δh_3

1	Швидкості	-	-	+	-	$\pm$	+
2	-II-	+	-	$\pm$	+	-	-
3	-II-	+	+	-	-	+	$\pm$
1	Розхилу поміж валками	$\pm$	+	+	$\pm$	$\pm$	+
2	-II-	+	$\pm$	+	+	+	-
3	-II-	+	+	$\pm$	-	+	+

За рахунок десинхронізації швидкість виходу метала із попередньої кліті V_1 і входу в наступну кліть V_2 швидкість збільшення або зменшення сили натягу штаби T , тобто швидкість змінювання натягу dT/dt поміж клітями 1 і 2 в області пружної деформації дорівнює:

$$dT/dt = (B_1 h_1 E / L_{12})(V_2 - V_1) \quad (1.2)$$

де B_1 і h_1 – товщина і ширина штаби на виході із кліті 1;

E – модуль пружності матеріалу штаби;

L_{12} – відстань поміж площинами виходу метала із осередка деформації кліті 1 і входу – в осередок деформації кліті 2;

V_1 і V_2 – швидкості відповідно виходу метала із валків кліті 1 та входу в валки кліті 2.

Очевидно, що збільшення V_1 при $V_2 = \text{const}$ зменшує T і навпаки. Очевидно також, що систематизована інформація дає можливість визначити задачу дослідження в конкретизованому формулюванні.

Розглянемо конкретний приклад, який базується на попередньому прикладі: із таблиці 1.1. видно, що поздовжню різнотовщинність Δh_3 можливо однозначно зменшувати тільки збільшенням натягу штаби поміж клітями та зменшенням розхилу (зазору) поміж валками. Як видно із попереднього прикладу збільшення натягу обмежується міцністю штаби поміж клітями, тобто умовою безперервної прокатки. З іншої сторони, регулювання різнотовщинності змінюванням натягу виконується більш оперативно (майже

без запізнення), порівняно з регулювання зміною розхилу поміж валками. Таким чином задача дослідження по зменшенню поздовжньої різнотовщинності зводиться до регулювання натягу штаби поміж клітьми в межах: утрата поперечної сталості і форми – руйнація внаслідок пориву метала як по цілому так і по зварному шву. В цілому задачу можна сформулювати так «Дослідження та оптимізація натягу метала з метою оперативного регулювання точності прокатки» .

Умови науково-дослідницької роботи визначаються в загальному випадку по результатам аналітичного огляду. В умовах мають бути описані діюча технологія, її рівень порівняно з найсучаснішими аналогами, в тому числі і на стадіях проектування; найсуттєвіші недоліки технологій. Очевидно, що назва прикладної НДР має відображати предмет (процес, явище, технічна система, технологія, параметр, фактор і т.п.) дослідження та кінцеву мету. Це дозволяє попередньо визначити стратегію і тактику проведення НДР. Під стратегією розуміють ланцюг: проблема, внутрішні протиріччя, зовнішні збурення, розробка заходів по їх усуненню, отримання бажаного кінцевого результату. Під тактикою ведення НДР будемо розуміти план поетапного виконання НДР.

1.5. Види та напрямки НДР

За методологією та технікою виконання науково-дослідницькі роботи хоча й дещо умовно поділяються на види:

Теоретичні дослідження, аналізи та узагальнення виконують для вивчення, поглиблення та розширення визначаючи методами математики, принципові можливості обраного напрямку шляхом аналізу або попередньо відомих або апіорі гіпотетично прийнятих закономірностей. В багатьох випадках аналізується експериментальні дані. На базі аналізу, системного підходу та узагальнень пропонуються гіпотези, нові теоретичні положення, формули і моделі.

Одним із яскравих прикладів вищесказаного є еволюція наукових гіпотез по розподілу контактних напружень по довжині осередку деформації

(див. п.1.3). Так широко застосовуване спрощення по рівномірному розподілу контактних напружень в осередку деформації вперше спростував В. Луєг, який провів заміри напружень за допомогою п'єзоелектричної мес дози, вмонтованої в валок. Результати цих досліджень були опубліковані в 1933 р. В пізніших дослідженнях розподіл напружень в осередку деформації визначали більш досконалими способами. Так, експериментальні виміри напружень за допомогою трьох штифтових месдоз підтвердили гіпотезу про наявність в осередку деформації крім двох зон ковзання третьої - зони прилипання, яка розміщена поміж зонами відставання та випередження. Деякі основні положення теоретичних досліджень розглянуті в п.п. 1.2 і 1.3.

Експериментальні дослідження, які в свою чергу, поділяють на лабораторні, напівпромислові, промислові і комбіновані. Характерним прикладом оригінальних експериментальних досліджень на відносно не великих лабораторних станах був запропонований в 1937 р. Г.Т.Ван Ройеном і В.А. Бакофеном метод похилих точкових месдоз. Слід зауважити, що в 1938р. незалежно від вище названих дослідників, О.П. Чекмарьов, В.П. Клименко і Л.Є. Каптуров в лабораторії ОМТ ДМеті запропонували конструкцію і провели прямі експериментальні виміри по розділу напружень тертя на контактній поверхні метал-валок в осередку деформації в процесі прокатки. Сутність методу пояснюється рис.1.9. Термін «точкова месдоза» відображає те, що кінчик сило вимірювального штифта, який входить в контакт з металом на поверхні валка має малий діаметр ≈ 1.2 мм (рис. 1.9, б). Із рис. 1.9, а видно, що в тілі валка проточують три циліндричні канали: один по нормалі, а два інші нахилом до нормалі під кутами Ψ_1 і Ψ_2 , причому $\Psi_1 = \Psi_2$. У відповідних каналах монтують мес дози M_3 , M_1 і M_2 .

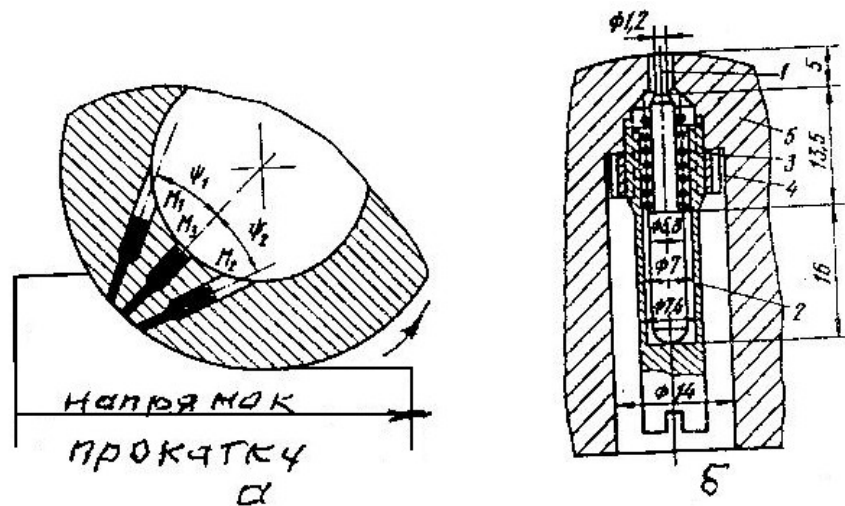


Рис. 1.9 Схема установки точкових радіальної і похилих месдоз в каналах прокатного валка (а); конструкція та монтаж штифтової месدوزи (б);

1 – штифт; 2 – стакан; 3 – пружина; 4 – контргайка; 5 – фрагмент тіла бочки валка

По записаних на осцилограмі значеннях сил M_1 , M_2 і M_3 уподовж осередку деформації визначають подовжню силу тертя T , а потім напруження тертя t в будь якій точці на дузі контакту метала з валком.

Для переходу від сили тертя T до напруження тертя t користуються схемою сил, що діють на штифт похилої мес дози (рис.1.10).

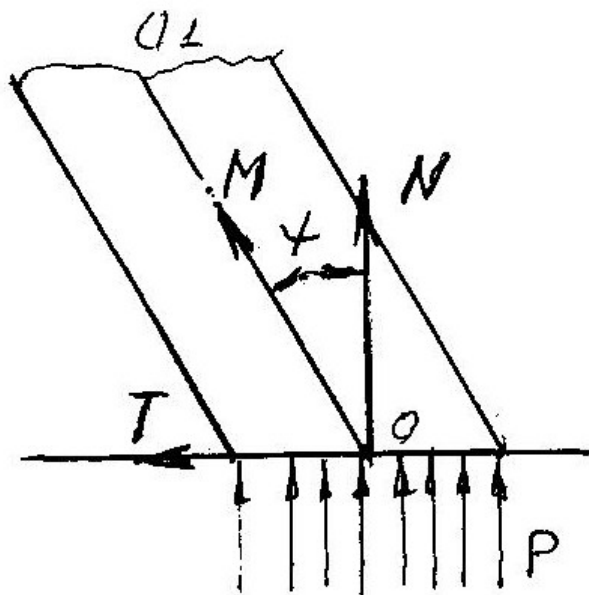


Рис.1.10 Схема сил, діючих на штифт похилої точкової мес дози

Для переходу від сил N і T до нормальних напружень ρ і напружень тертя t спроектувавши сили N і T на вісь штифта 001, складають рівняння рівноваги:

$$M = N \cdot \cos\Psi + T \sin\Psi \quad (1.3)$$

Приймаючи напруження ρ і t рівними середнім питомим силам, рівняння (1.3) приймає вид:

$$qF_{\text{ш}} = \rho \frac{F_{\text{ш}}}{\cos\Psi} \cos\Psi + t \frac{F_{\text{ш}}}{\cos\Psi} \sin\Psi \quad (1.4)$$

де $F_{\text{ш}}$ і q - відповідно площа поперечного перерізу та поздовжнє напруження в штифті;

ρ і t - відповідно напруження нормальне і тертя на площадках (в точках) контакту штифта зі штабою.

Після скорення із (1.4) отримують, що:

$$t = (q - \rho) / \tan\Psi \quad (1.5)$$

Крім подібних задач наукового характеру лабораторними дослідженнями отримують дані по макро- і мікроструктурі, властивостям (міцності та пластичності), технологічності та змінюванні якості сталей і сплавів при деформації тим чи іншим способом ОМТ. Так, приклад, випробування зразків металів і сплавів на пластометрі дозволили розробити достовірну модель визначення опору метала деформації для гарячої ОМТ за методом базової границі текучості і термомеханічних коефіцієнтів.

За достатньої потужності лабораторних установок експериментальні дослідження спрямовані на вдосконалення окремих параметрів і навіть розробку нових технологічних процесів, технологічного інструмента і конструкцій технологічних агрегатів. За цих умов використанням поетапних методів, наприклад за схемою:

- створення математичної моделі, її апробація, уточнення та вдосконалення;
- перевірка та адаптація математичних закономірностей на напів промисловій моделі прокатного стана, преса, волочильної установки і т.п.;
- розробка плану апробації експериментально отриманих параметричних, технологічних та інших закономірностей на діючих промислових агрегатах і технологічних лініях;
- за необхідності розробка і видача завдання на проведення проектних робіт;
- виконання проекту;
- виготовлення та монтаж обладнання;
- пусково-налагоджувальні роботи;
- введення в експлуатацію.

З використанням такої ж послідовності з корекцією виконуються і комбіновані дослідження: НДР + ДКР (науково досліджувані + дослідно-інструкторська роботи).

Промислові дослідження виконуються безпосередньо в діючих металургійних цехах ОМТ, прокатних, ковальсько-пресових і волочильних. За методологією виконання промислові дослідження поділяють на пасивні і активні. Пасивні експерименти проводяться з метою збирання даних по технологічним параметрам та якості продукції, систематизація та статистична обробка даних. Прикладом пасивного експерименту є визначення кількості відсорткування гарячих листів по дефекту «вкатана окалина» в залежності від вологості або температури атмосфери цеху.

Активний промисловий експеримент передбачає наперед заплановані змінювання технологічних параметрів. Прикладом активного експерименту є дослідження визначення кількості відсорткування гарячекатаних листів по дефекту «вкатана окалина» в залежності від параметрів роботи установок

гідравлічної руйнації, збивання та змиву окалини: тиску води, відстані поміж соплами і поверхнею штаби, швидкістю прокатки, температури.

Таким чином більшість експериментальних досліджень наукового спрямування виконуються в лабораторіях, а прикладного характеру – на напівпромислових і промислових агрегатах. Слід також зазначити, що деякі експериментальні дослідження можливо виконувати тільки на діючих промислових агрегатах. Наприклад, вивчення зносостійкості та закономірностей спрацювання валків, можливо достовірно дослідити тільки на конкретному прокатному стані в умовах його промислової експлуатації.

1.6. Основні етапи дослідження

Якісне виконання НДР можливе за системного підходу до її планування та виконання. Технологічний процес та результати цього реалізації у вигляді металовиробів залежать від безлічі діючих на об'єкті дослідження факторів. Наприклад, якість прокатуємих профілів визначається такими основними факторами:

- якість поверхні залежить від окалино утворення, способів видалення окалини, якості поверхні заготівлі та способів видалення поверхневих дефектів, якість робочих поверхонь технологічного інструмента, наприклад, змащування бочок прокатних валків і т.д.;

- якість за вимогами по структурі, по механічних (міцність і пластичність) та технологічними властивостями (твердість, штампуємість, ударна питома робота руйнування або ударна в'язкість) залежить від хімічного складу сталі або сплаву та швидкісно-температурного поля деформації, наприклад, температур початку і кінця прокатки та режиму охолодження штаб, труб і сортових профілів. Такими ж багатфакторно залежними від параметрів виробничих процесів є і інші показники якості, а також продуктивності, сталості технології, економічності, безшкідливості. Недостатня кількість факторів впливу, обраних для дослідження, може призводити до неадекватних, тобто помилкових результатів. З іншого боку, безліч факторів впливу та

кількості спостережень і вимірів навіть з використанням мікропроцесорів, комп'ютерів і ЕОМ не дають змоги систематизувати безодню інформації. Очевидно, що етап інформаційного забезпечення дослідження складається із таких стадій:

- вибір і формулювання теми науково-дослідної роботи(НДР);
- попереднє ухвалення конкретної мети НДР;
- вивчення стану питань;
- теоретичні дослідження.

Вибір та формулювання теми повинні відображати актуальність, новизну, характер та сутність НДР. Цінність дослідження полягає не в широті та неосязності вирішуваних задач і питань, а в акуратності, сталості, достовірності та точності розв'язку поставленого кола проблем. Вірне кваліфіковане та конкретизоване ухвалення та прийняття цільової задачі (мети) НДР значною мірою визначає успішний розв'язок поставлених задач.

Розв'язок задачі розпочинається з вивчення стану досліджуваної проблеми. Для цього проводиться збір та аналіз інформації, які розглянуть в п.1.4.

На слідуєчому етапі проводять теоретичні дослідження, які виконуються або паралельно або опісля аналізу наукової інформації. Якщо задача НДР є піонерською, а науково-технічна інформація або обмежена або відсутня, то необхідно вивчити методи розв'язання таких задач. На думку авторів в першу чергу необхідно відпрацювати кінцеву робочу гіпотезу, тобто форму сконцентрованого обміркування та виділення матеріалів, що підлягають перевірці експериментом. Якщо задача НДР є ординарною, тобто несуть суть прикладний характер, а кількість інформації майже необмежена, необхідно в першу чергу розподілити виділені фактори і параметри по впливам. Розглянемо по конкретний приклад: завдання НДР є вивчення причин поздовжньої різнотовщинності штаб на безперервному стані холодної прокатки. Аналіз науково-технічної інформації (роботи Ж. Штольц і Л. Брінкса, Г. Форда, Х.

Мюллера і В. Люега) стисло викладено в роботі [6]. Ренжування факторів в цій роботі викладені таким чином:

- Причини, що призводять до коливань товщини по довжині штаби, ділять на три групи:
 - 1) коливання товщини, пов'язані безпосередню з прокаткою (швидкість, натяг і т.п.)
 - 2) коливання товщини, які викликані різнотовщинністю підкату (спадкова різнотовщинність)
 - 3) Коливання товщини, пов'язані зі станом валкового вузла і параметри осередка деформації (профіль, температура, ексцентричність, зношування, змащення і т.п.)

В подальших аналізах причин різнотовщинності, виконаних Сімсом, Місака, В. Робертсом та ін., що викладені в монографії [6], ранговий підхід до розв'язання проблем точності холодної прокатки залишався як пріоритетний. Більша того, цей підхід дав змогу розробити математичні моделі безперервних станів холодної прокатки та на їх основі програми і системи автоматичного регулювання товщини (САРТ), форми і площинності (САРПФ), натягу метала (САРН) і подачі технологічного мастила і охолоджувача валків (САПОРiМ).

Вичленимо із трьох вище вказаних груп причин так звану спадкову різнотовщинність, якщо на стані холодної прокатки штабу гарячекатаного підкату прокатувати з постійним розхилом (зазором) поміж валками, то під час проходження штаби через осередок деформації сила прокатки (тиск металу на валки) буде збільшуватися зі збільшенням товщини до H . В результаті збільшиться не тільки сила прокатки але й пружна деформація валкового вузла і робочої кліті в цілому, тобто збільшиться розхил поміж валками і контактна поверхня метала з валками на величини АБВЕ на вході та на ДГЖЗ на виході із осередка деформації (рис.1.11). В результаті вихідна товщина холоднокатаної штаби збільшиться від h і h' . Питання експериментальних досліджень точності прокатки розглядатимуться в подальших розділах.

Етап теоретичних досліджень дає можливість з раціонально обраним математичним апаратом, визначити метод, модель та технологію виконання експериментальних досліджень.

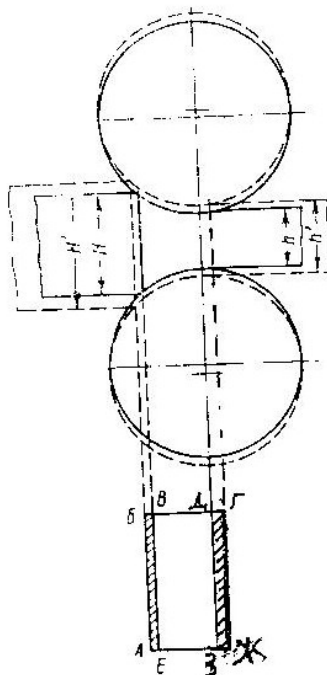


Рис. 1.10 Збільшення товщини штаби від h до h' (спадкова різнотовщинність) внаслідок збільшення товщини підкату від H до H'

Передостаннім етапом НДР є експериментальні дослідження, які виконуються в лабораторіях і на діючих промислових агрегатах. В лабораторних умовах експерименти проводять з використанням математичних, фізичних і натурних моделей. Побудова адекватних аналогів об'єктів дослідження і є по суті моделюванням. Метод моделювання – це дослідження явищ, процесів і закономірностей ОМТ за допомогою моделей. Це основний метод експериментальних досліджень процесів ОМТ. Чільне місце в наш час інформаційних технологій займає математичне моделювання з використанням ПК; мікропроцесорів, ЕОМ, і за необхідності великих керуючих машин. Математичні моделі дають можливість кількісно дослідити явище і процеси, які важко піддаються вивченню на фізичних або натурних моделях. В 1968 р. Місака опублікував результати своїх досліджень по створенню контрольних рівнянь (математичної моделі) безперервного п'ятиклітьового стану холодної прокатки

[10]. Тим самим принципово було показано, що навіть багатоланкові найскладніші технологічні лінії ОМТ і процеси, які в них відбуваються, можливо описати системою (системами) диференціальних рівнянь в повних або часткових похідних. Такі рівняння можливо розв'язувати або в операторній формі. Тобто числовими методами з використанням ЕОМ, ПК, МПР і за необхідності – КЕОМ (керуючих електронно-обчислювальних машин).

Фізичне моделювання базується на використанні відомих та опробованих фізичних закономірностей фізики для моделювання та дослідження процесів ОМТ. Наприклад, в теорії пластичної течії метала напружений та деформований стан досліджують з використанням фізичних констант металів і модулів пружності першого роду (модуля Юнга) і другого роду (коефіцієнт Пуассона), зв'язок поміж напругами і деформаціями встановлюється з використанням закону Гука; робота (енергія) деформації визначається на базі законів механіки про кількість руху. Основні закони теорії ОМТ (незмінюваності об'єму в процесі деформації, мінімального опору, контактного тертя поміж поверхнею штаби і технологічним інструментом і інші) також отримані проектуванням загально різних законів відповідно нестискуванності суцільного середовища, мінімального енергетичного бар'єра, законів Кулона або Амонтона на моделі процесів ОМТ.

Натурні моделі також доволі широко використовуються для вивчення та дослідження процесів ОМТ. Натурна модель – за використання геометричної подібності натури і моделі, наприклад промислової заготівлі і лабораторного зразка. Оптимальним методом експериментальних досліджень є поєднання різних способів моделювання

Отримані експериментальні результати умовно поділяється на первинні і вторинні. Наприклад, в процесі первинної обробки складаються таблиці і будуються графіки, при вторинній проводять інтерполяцію, екстраполяцію або проводять планує мий експеримент. Методи обробки експериментальних даних будуть розглянуті окремо.

1.7. Технологія експерименту

Як зазначалось в попередніх п.п., натурне моделювання є основним способом експериментальних досліджень процесів ОМТ. Коректне проведення експерименту та отримання надійних і достовірних первинних даних можливе за виконання двох основних умов:

- технологія підготовки і проведення експерименту мають бути попередньо відпрацьовані, апробовані і за необхідності скориговані;
- технічні засоби, вимірювальні та перетворюючі прилади мають відповідати вимогам стандартів, метрології, надійності і також попередньо відтарировані та випробувані на спеціальних стендах і зразках.

При натуральному моделюванні застосовується закон подібності. Умови подібності пластичної деформації дотримуються за виконання наступних вимог:

- лабораторні зразки і промислові заготівлі повинні мати однакові хімічний склад, макро- та мікроструктуру, фазовий стан і механічні та технологічні властивості;
- температура метала під час деформації також має бути однаковою;
- коефіцієнти зовнішнього тертя поміж поверхнею деформуємих зразків і штаб та поверхню технологічного інструмента на лабораторній моделі та промисловому агрегаті повинні бути однаковими.

Звичайно на лабораторній моделі важко, а в більшості випадків і неможливо відтворити всі умови, які мають місце на промисловому агрегаті ОМТ. Для таких умов в результати лабораторних досліджень вводять поправочні коефіцієнти, які також отримують порівнянням виміряних параметрів отриманих на промисловому агрегаті та лабораторній моделі.

Із вище викладеного закон подібності у відношенні до процесів ОМТ можливо сформулювати наступним чином: в випадках подібних умов під час пластичної деформації двох геометрично подібних тіл різних розмірів, що

отримують однакову величину відносної основної деформації, відносні тиски рівні поміж собою. При цьому відношення деформуючих сил Q дорівнює квадрату, а відношення робіт A , витрачаємих на формо змінювання, дорівнює кубу відношення лінійних розмірів.

Геометрично подібними тілами називають такі, у яких відношення площ поперечних перерізів F дорівнює квадрату, а об'ємів V дорівнює кубу співвідношення лінійних розмірів, тобто:

$$F_{зг}/F_{зр}=a^2 \quad (1.6)$$

$$V_{зг}/V_{зр}=a^3 \quad (1.7)$$

де

$$a = \frac{L_{зг}}{L_{зр}} = \frac{H_{зг}}{H_{зр}} = \frac{B_{зг}}{B_{зр}} \quad (1.8)$$

де індекси зг і зр відносяться відповідно для заготівлі та зразка;

L, B, H – відповідні лінійні розміри, довжина, ширина, товщина.

Виходячи із формулювання закону:

$$Q_{зг}/Q_{зр}=a^2 \quad (1.9)$$

$$A_{зг}/A_{зр}=a^3 \quad (1.10)$$

За відомих розмірів L, B, H та вимірної на моделі сили деформації $Q_{зр}$ визначають силу $Q_{зг}$ та роботу формозміни заготівлі на промисловому агрегаті відповідно по (1.9) і (1.10).

Дослідження процесів гарячої ОМТ за звичай проводять на зразках – моделях виготовлених із свинцю або його сплавів. Це обумовлено як властивостями свинцю так і можливістю здешевлення та спрощення експерименту тому, що метал немає потреби нагрівати. Крім того, використані зразки як правило, переплавляють і відливають у металеві роз'ємні виливниці. Чистий свинець і в деякій мірі його сплави схильні до росту зерна навіть при кімнатній температурі, що вимагає попереднього деформування відлитих зразків. Тим самим досягається ущільнення відливок та вирівнювання по їх об'єму мікроструктури і механічних властивостей.

Процеси холодної прокатки досліджують з використанням зразків із мало вуглецевих сталей або алюмінію. Для покращення пластичності зразки до деформації піддають рекристалізаційному відпалу. Архітектура (структурна схема) вимірювання параметрів процесу деформації на моделі М ілюструється рис.1.11. Носіями інформації в вимірювальних схемах є сигнал. Сигнали про вимірювані (досліджувані) параметри утворюються в датчиках Д. Як правило, в процесі деформації вимірювання проводять комплексно. Наприклад на моделі прокатного стана вимірюють силу прокатки, крутячий момент, швидкість штаби або валків та інші параметри, для чого установлюють декілька датчиків. Для отримання сигналу достатньої потужності один і той же параметр може вимірюватись декількома датчиками. Виміри від датчиків Д передаються в перетворювачі ПТ, де первинні дані перетворюються в сигнали, які зручні для підсилення в підсилювачі (підсилювальній станції) ПС і дистанційної передачі. Після підсилення інформація піддається первинній обробці мікропроцесором МПЦ і видається на регістратор результатів вимірювання РД.

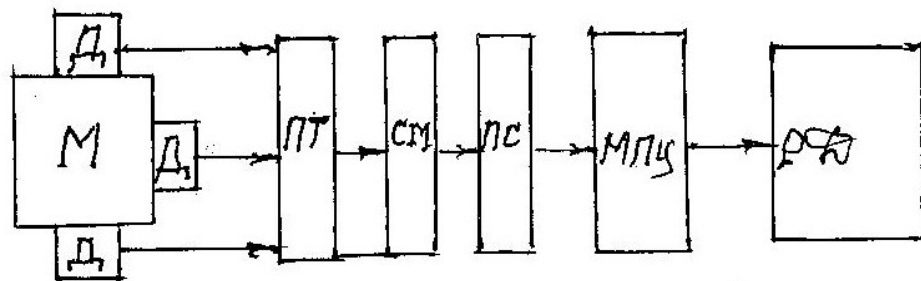


Рис.1.11 Архітектура вимірювання параметрів процесу ОМТ на лабораторній моделі М: Д – датчик; ПТ – перетворювач; СМ – суматор; ПС – підсилювач; МПЦ – мікропроцесор; РД – регістратор даних

Найбільш складними в технічному аспекті безсумнівно є експериментальні дослідження на промислових технологічних агрегатах. На рис. 1.12 наведена схема монтажу вимірювальної апаратури на прокатній кліті промислового стана для дослідження сили прокатки та крутячого моменту. Сила прокатки вимірюється датчиками 2 і 5, в якості яких найчастіше використовують магнітопружні, магнітоанізотропні та тензорезисторні месдозы. Месдоза безпосередньо сприймає на свій пружний елемент зусилля

прокатки. Деформація пружного елемента призводить до змінювання магнітних характеристик, які безпосередньо в месдозі перетворюється в електричний сигнал. Тензорезисторні датчики для вимірювання сили прокатки можуть бути з дрововими або фольговими тензорезисторами, які монтуються на внутрішній поверхні циліндричного стакана месدوزи.

Вибір місця установки месدوزи не є однозначним і визначається сукупністю вимог щодо точності, надійності та зручності експлуатації та обслуговування.

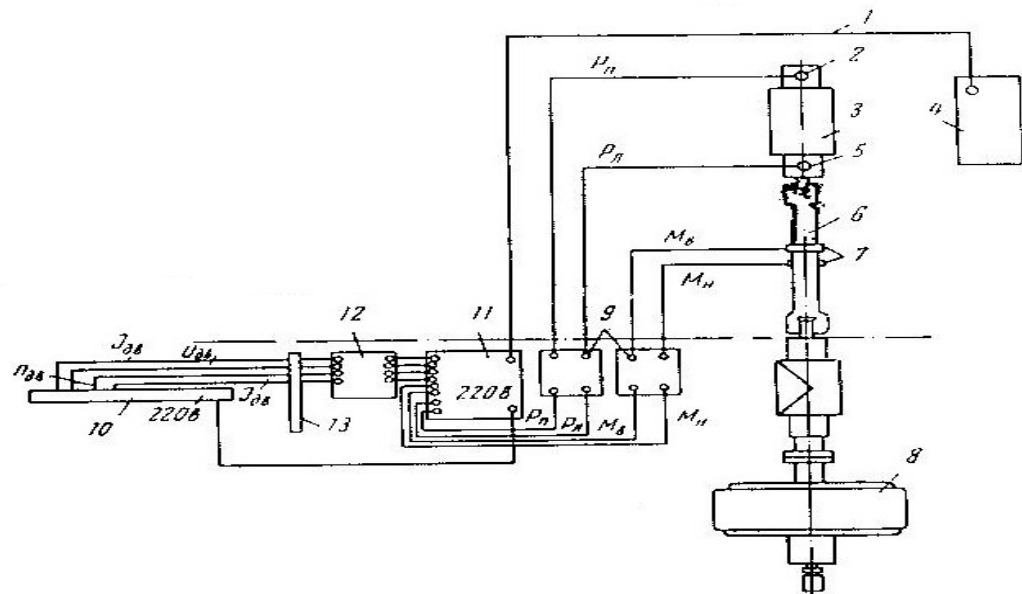


Рис.1.12 Схема установки вимірювальної апаратури на робочій кліті та на її головної лінії: 1 – сигналізація; 2 – месдоза під правим натискним гвинтом; 3 – валки; 4 – пульт керування; 5 – месдоза ліва; 6 – шпиндель;

7 – магнітопружний датчик крутячого моменту; 8 – двигун приводу валків; 9 – підсилювач; 10 – панель керування; 11,12,13 – МПЦ і РД

Можливі місця установки месдоз в прокатній кліті показані на рис. 1.13.

Методичною похибкою вимірювання сили прокатки P прямим методом є шунтування навантаження на месдозу. Із рис.1.13 видно, що тільки частина сили P передається на месдозу, яка сприймає зусилля F . Шунтуюча частина навантаження, хоча і незначна, визначається силами тертя подушок об станину $N_n = 0.01P$, гайки об станину N_r , і шліцьового з'єднання натискного звинта з колесом останньої ступені редуктора натискного устрою $N_{ш}$.

Для клітей кварто приймають:

$$N_r = 0,03P \quad (1.11)$$

$$N_{ш} = 0,04P \quad (1.12)$$

$$F = P \pm N_n \pm N_r \pm N_{ш} \quad (1.13)$$

$$F = P \pm 0,08 P \quad (1.14)$$

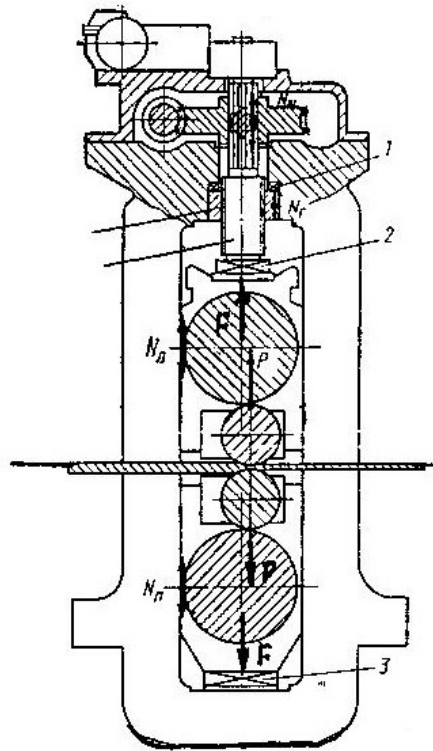


Рис.1.13 Можливі місця установки месдоз на прокатній кліті для прямого вимірювання сили прокатки: 1- над гайкою натискного устрою; 2 – поміж натискним гвинтом і подушкою верхнього валка; 3 – під подушкою нижнього валка; 4 – гайка; 5 – гвинт натискного устрою; 6 і 7 – подушки відповідно верхня та нижня

Знак («+» або «-») в формулах (1.11) - (1.14) залежить від напрямку руху подушки (вверх або вниз) безпосередньо перед та під час вимірювання. Крутячі моменти на шпинделях головної лінії кліті визначають або за допомогою тензорезисторних датчиків (на лабораторних станах) або магнітопружними вимірювачами, принцип роботи яких базується на явищі анізотропії магнітної проникності від дії вимірюваного моменту.

2 ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАННЯ

2.1. Вимірювані величини, засоби і методи їх вимірювань

Процеси обробки металів тиском (ОМТ), супроводжуються зміною розмірів; форми, температури, механічних і інших фізичних властивостей, структури і фазового стану оброблюваного металу, тобто характеризуються вельми великою кількістю геометричних, кінематичних, енергосилових і інших параметрів.

Основні параметри, вимірювані при дослідженні процесів ОМТ - це лінійні розміри, площі і об'єми тіл, що деформуються, їх переміщення, швидкості руху і прискорення, зміни розмірів і площ, виражені в абсолютних і відносних одиницях (абсолютний і відносний обтиск, витяжка і т. д.), кутові величини і переміщення (пластичні зрушення, кути вигину і закручування), кінематичні параметри руху інструменту — переміщення, швидкості і прискорення (лінійні і кутові), час, параметри вібрації (амплітуда, частота, період коливання, коливальні швидкості і прискорення), механічні характеристики і опір деформації оброблюваного металу, сили деформації, напруга на контактній поверхні і в об'ємі осередку деформації, силові чинники в неконтактних зонах (напруга, сили, моменти, що вигинають і крутять), моменти на валах, потужність і робота деформації, температура, стан поверхні досліджуваного об'єкту (колір, шорсткість), його маса, щільність, магнітна проникність, електропровідність, теплоємність, теплопровідність, корозійна стійкість, фазовий стан і цілий ряд інших.

Вибір вимірювального інструменту та апаратури залежать від вимірюваної величини, необхідної точності і зручності користування. Вимірюючи яку-небудь незмінну або мало змінну величину, наприклад діаметр робочої довжини розривного зразка в декількох місцях його поперечного

перетину, застосовують прості інструменти — штангенциркуль, мікрометр або інструментальний мікроскоп. Проте для багатократних вимірювань величин, що змінюються, зручніше використовувати відлічуючі або записуючі прилади і пристрої, які показують підсумковий результат. Якщо необхідна статистична обробка результатів вимірювань якої-небудь однієї величини, що змінюється, бажано застосовувати статистичні прилади або класифікатори. Величини, які швидко змінюються найдоцільніше вимірювати електричними методами із застосуванням малоінерційних реєструючих пристроїв. При функціональному аналізі зв'язків між декількома змінними потрібний їх синхронний запис, який можна здійснити за допомогою світлопроменевого осцилографа, магнітографа, кінозйомки, відео зйомки або їх комбінацій.

Величини, що підлягають вимірюванню, і призначені для цього основні вимірювальні прилади і інструменти приведені в таблиці 1. Велику частину цих приладів виробляє промисловість. Проте у багатьох випадках дослідник повинен сам розробляти схеми вимірювальної апаратури і завдання на її виготовлення. Перевагу при цьому слід віддавати найбільш зручним, досконалим і сучасним — електричним засобам вимірювань неелектричних величин з обробкою результатів з використанням мікропроцесорів.

Для перетворення неелектричних величин у зручну для передачі і сприйняття форму використовують різні фізичні явища, що володіють досить строгими закономірностями. До таких явищ відносяться наступні ефекти:

1) резистивний — зміна активного опору металів, напівпровідників і інших провідних середовищ під дією механічної напруги, температури, магнітного поля, світлового і радіоактивного випромінювання і т. д.;

2) зміна електричної ємності при зміні проміжку між електродами або діелектричної проникності речовини, що заповнює цей проміжок;

3) зміна магнітного опору ланцюгу унаслідок зміни геометричних параметрів або магнітної проникності її елементів під дією механічних величин і явище електромагнітної індукції при русі провідника в магнітному полі;

4) п'єзоелектричний — електризація кристалічних матеріалів під дією механічної напруги;

5) наведення електричного заряду на електроді, що переміщається поблизу діелектрика, що володіє постійною поляризацією;

6) наведення термо-е. р. с. в електричному ланцюзі з двох різнорідних за матеріалом провідників — термопарі.

Серед інших явищ, використовуваних для перетворення неелектричних величин в електричні, можна назвати електронну, термо- і фотоелектронну емісії, ефект Холу, ядерний магнітний резонанс і ін. Очевидно, що, використовуючи один і той же фізичний ефект, можна перетворювати різні неелектричні величини, а для перетворення однієї неелектричної величини можна використовувати різні фізичні ефекти.

Основні переваги електричних методів вимірювання наступні:

1) можливість безперервно вимірювати або контролювати фізичні величини з одночасною автоматичною реєстрацією результату вимірювання;

2) дистанційність вимірювання;

3) надзвичайно широкий діапазон зміни чутливості приладів;

4) мала інерційність, отже, висока швидкодія приладів;

5) можливість вимірювати (використовуючи засоби обчислювальної техніки) узагальнений показник того або іншого процесу;

6) простота устаткування і малі габарити вимірювальних пристроїв;

7) широка можливість уніфікувати вузли вимірювальної апаратури, застосовуючи стандартні прилади, що серійно випускаються;

8) зручність програмування і автоматизації експериментальних досліджень за допомогою ЕОМ і мікропроцесорів.

Переваги електричних методів вимірювань дають можливість проводити великомасштабні комплексні дослідження для отримання якісно нових даних про процеси і розробки нових технологічних процесів і установок.

Таблиця 2.1 Вимірювані величини і вимірювальні прилади в процесах дослідження ОМТ

Вимірювані величини	Апаратура
Геометричні: довжини, кути, площі, об'єм	Лінійки, щупи, штангенінструменти, мікрометри, нутроміри, мініметри, оптиметри, інтерферометри, індикатори, проектори, мікроскопи, механічні, електричні і пневматичні вимірювальні прилади, планіметри, профілометри, екліметри, тензометри, спеціальні датчики і реєструючі пристрої
Кінематичні: швидкість, прискорення, коливання	Вимірники шляху і часу, лінійної і кутової швидкостей, стробоскопи, тахометри, лічильники оборотів, торсіографи, вібрографи, частотоміри, амплітудоміри, спеціальні датчики і реєструючі пристрої
Динамічні: маса, сила, імпульс сили, робота, момент, потужність Інші величини, час, світлові величини, колір температура, електричні, хімічні, структурні і інші параметри твердих тіл	Терези, імпульсометри, динамометри, гальмівні пристрої, манометри, барометри, індикатори, роботоміри, спеціальні датчики і реєструючі пристрої Годинник, секундоміри, вібраційні і електронні пристрої, фотометри, люксметри, калориметри, хроматографи, спектрометри, термометри, термоелементи, пірометри, омметри, вольтметри, амперметри, ватметри, гальванометри, аналізатори, полярографи, склерометри (Брінелля, Роквелла, Віккерса), склероскопи Шора, віскозиметри, пенетрометри, оптичні мікроскопи, фотоапарати, кінокамери (звичайні і високочастотні), електронний мікроскоп, ультразвукові прилади, радіометрична апаратура (лічильники, камери, приймачі з перелічувальними пристроями і автоматичним записом), осцилографи, рахункові машини, ЕОМ та ін.

2.2. Електричні засоби вимірювань

Технічні засоби, використовувані при електричних вимірюваннях які мають нормовані метрологічні характеристики називаються засобами

електричних вимірювань. До їх числа відносяться вимірювальні прилади і перетворювачі, датчики, вимірювальні установки і системи.

Мірою називають засіб, призначений для відтворення фізичної величини заданого розміру. Розрізняють однозначні засоби (опір, ємкість), багатозначні (реостат, конденсатор змінної ємкості) і набори мір (магазини опорів, ємкостей і ін.).

Вимірювальний прилад — засіб вимірювання, призначений для вироблення сигналу вимірюваної інформації (сигналу, функціонально пов'язаного з вимірюваною фізичною величиною) у формі, доступній для безпосереднього сприйняття спостерігачем. Прилади бувають аналогові і цифрові, показуючі і реєструючі (самописці), такі, що підсумовують (ватметри) і інтегруючі (лічильники електроенергії), безпосередньої оцінки і порівняння (мости, потенціометри) і ін. Залежно від призначення прилади ділять на метрологічні, універсальні, виробничі, експлуатаційні і спеціальні. Градуюють прилад в прийнятих одиницях вимірювання фізичної величини, тобто, виготовляючи прилад, використовуючи міру.

Вимірювальний перетворювач є пристроєм, призначеним для вироблення сигналу вимірником інформації у формі, зручній для передачі, подальшого перетворення, обробки і (або) зберігання, але невіддатливою безпосередньому сприйняттю спостерігачем. За допомогою різних вимірювальних перетворювачів можна перетворювати одні неелектричні величини в інших (пружні елементи), неелектричні величини в електричні (тензорезистори, термопари, тахогенератори), електричні в неелектричні (мікросхеми, гальванометри, електромагніти) і, нарешті, електричні в електричні (трансформатори, потенціометри, перетворювачі Хола і т. п.).

Датчиком називається засіб вимірювання, що є конструктивною сукупністю вимірювальних перетворювачів, зокрема перетворювач виду енергії сигналу, розміщену в зоні дії впливаючих чинників об'єкту і сприймаючу від нього природно закодовану інформацію. По характеру електричних величин, що отримуються на виході, датчики ділять на генераторні та параметричні.

До генераторних відносять датчики, що безпосередньо перетворюють неелектричну величину у відповідні значення напруги, струму, а до параметричних - такі, у яких вихідна величина є зміною якого-небудь параметра електричному ланцюгу - опору, ємкості або індуктивності. Прикладом генераторного датчика може бути термopapa, яка перетворює температуру в е. р. с, а параметричного - тензозрезистор.

Вимірювальна установка це сукупність вимірювальних приладів, перетворювачів і допоміжних пристроїв, призначену для вироблення сигналів вимірюваної інформації у формі, зручній для сприйняття безпосереднім спостерігачем, і розташовану в одному місці. До складу типової установки для електричного вимірювання неелектричних величин входять (рис. 1): датчик, лінія зв'язку, вимірювальний ланка, підсилювач і реєструючий прилад. Стрілками показаний напрям проходження сигналу x через установку (x називають входом, y – виходом установки).

Датчики, що входять до складу вимірювальних установок, розрізняють по двох основних ознаках; за видом виконуваної функції (датчики сили, датчики переміщення і т. п.) і закладеному в них принципу перетворення неелектричної величини в електричну (ємкісні, індуктивні, п'єзoeлектричні і ін.). Обидві ознаки входять у назву датчика, наприклад: ємкісний датчик тиску, індуктивний датчик переміщення і тому подібне.

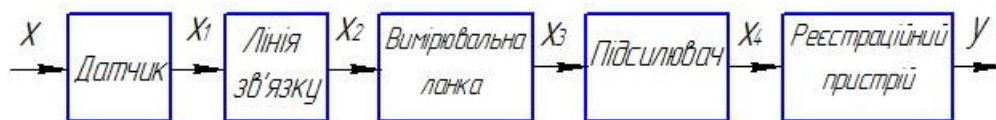


Рис. 2.1 Структурна схема установки для електричного вимірювання неелектричної величини

Необхідним доповненням для всіх параметричних датчиків є вимірювальний ланцюг, в якому зміна електричного параметра датчика, що відбувається під дією впливаючого чинника об'єкту, перетвориться в

електричний сигнал. Генераторні датчики також можуть мати вимірювальні ланцюги, що виконують, в основному, погоджувальні функції.

Якщо електрична потужність, що розвивається перетворювачем, недостатня для отримання необхідного відхилення рухомої частини вимірювального приладу, її підсилюють. Підсилювач не є невід'ємною частиною вимірювальної установки і іноді може в ній бути відсутнім (наприклад, при вимірюванні швидкості обертання за допомогою індукційного тахогенератора і чутливого гальванометра). У інших випадках його розбивають на два блоки: попередній підсилювач (катодний або емітерний повторювач) і основний. Це необхідно, наприклад, при великому віддаленні п'єзоелектричних датчиків від решти частини вимірювальної установки, коли довгі кабелі ліній зв'язку можуть стати джерелом перешкод. В цьому випадку катодний перетворювач з великим входним і малим вихідним опором мають в своєму розпорядженні поблизу датчика, а лінію зв'язку підключають до низькоомного навантаження перетворювача, не роблячи помітного впливу на передачу сигналу до основного підсилювача. Посилений сигнал поступає на показуючий або реєструючий прилад. Перевагою показуючих приладів є те, що вони видають результат безпосередньо у момент вимірювання, тоді як реєструючі вимагають додаткової ручної або машинної обробки запису. В той же час застосування показуючих приладів допустиме лише для статичних процесів, що поволі змінюються, і стає вельми складним, якщо потрібно одночасно прочитувати декілька параметрів, що змінюються. При необхідності у вимірювальній установці використовують одночасно показуючий і реєструючий прилади.

Реальні вимірювальні установки, окрім показаних на мал. 1, можуть містити і інші складові частини: комутатори для проведення багатоточкових вимірювань, сигналізатори масштабних і тарировних міток, джерела живлення та ін.

Вимірювальна система (ВС) є сукупністю засобів вимірювань і допоміжних пристроїв, сполучених між собою каналами зв'язку, призначену

для вироблення сигналів вимірюваної інформації у формі, зручній для автоматичної обробки, передачі і (або) використання в автоматичних системах управління. ВС знаходять застосування при великому об'ємі експериментальної інформації, що вимагає автоматизації і програмування досліджень.

2.3 Статичні характеристики засобів вимірювань

Для подальшого викладу введемо деякі визначення:

Вхідна величина x - механічна величина діюча на датчик і перетворювана останнім в електричний сигнал. *Вихідна величина* y - фізична величина, що отримується на виході засобу вимірювання в результаті перетворення, посилення та інших трансформацій. Вона може виразитися у вигляді відхилення стрілки показуючого приладу, відхилення променя осцилографа і тому подібне

Характер вимірюваної величини може бути статичним або динамічним. *Статичним* називають вимірювання в тому випадку, якщо вимірювана величина за час, протягом якого проводять відлік, практично не міняється. Вимірювання називають *динамічним*, якщо за час вимірювання величина істотно міняє своє значення.

Однією з основних характеристик засобу вимірювань є його *статична чутливість*, визначувана як відношення зміни сигналу на виході засобу вимірювань Δy до його зміни вхідної вимірюваної величини Δx , тобто:

$$S = \Delta y / \Delta x. \quad (2.1)$$

При достатньо малих прирощеннях у і x будемо мати:

$$S = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y / \Delta x = dy/dx \quad (2.2)$$

Загальна чутливість засобу вимірювань, що складається з послідовного ряду перетворювачів, залежить від чутливості кожного з перетворювачів. Так, для кожного елементу установки рис. 2.1 можна отримати статичну характеристику, що встановлює функціональний зв'язок між вхідною і

вихідною величинами, а ефективність перетворення охарактеризувати чутливістю:

$$S_1 = \Delta x_1 / \Delta x; \quad S_2 = \Delta x_2 / \Delta x_1; \dots; \quad S_5 = \Delta y / \Delta x_4. \quad (2.3)$$

Перемноживши ліві і праві частини цих виразів, отримаємо

$$S_1 S_2 S_3 S_4 S_5 = \Delta y / \Delta x = S, \quad (2.4)$$

тобто чутливість вимірювальної установки дорівнює похідній чутливостей її елементів.

Поріг чутливості визначають як мінімальну зміну вхідної величини, що викликає помітну зміну вихідної величини.

Межа перетворення — максимальне значення вхідної величини, яке може бути ще сприйняте датчиком без спотворень і без пошкоджень датчика або інших структурних елементів засобу вимірювань.

Динамічним діапазоном вимірювання є діапазон вхідних величин, вимірювання яких відбувається без помітних спотворень і тягнеться від максимального (граничного) значення до мінімального, обмеженого порогом чутливості або рівнем перешкод.

Градувальна характеристика засобу вимірювань — це залежність між значеннями величини на виході і вході, складена у вигляді таблиці, графіка або формули.

Основна похибка - різниця між значеннями вихідної величини, що виміряна і номінальним, визначеним в нормальних умовах. За нормальні умови приймають наступний стан навколишнього середовища: температура $+25 \pm 10^\circ\text{C}$; атмосферний тиск 1000 ± 40 ГПа; відносна вологість $65 \pm 15\%$; вібрації, електричні і магнітні поля відсутні.

Відповідно до ГОСТ 16263-70 під *абсолютною похибкою* розуміють різницю між показами засобу вимірювань і дійсним значенням вимірюваної величини. Так, якщо дійсне значення величини дорівнює x , а виміряне значення x_B то абсолютна похибка Δx визначається за виразом:

$$\Delta x = x_B - x. \quad (2.5)$$

Повнішою характеристикою засобу вимірювань є *відносна похибка* y_x :

$$\gamma_x = \Delta x / x. \quad (2.6)$$

Відносна похибка є функцією вимірюваної величини x , у зв'язку з чим неможливо вказати одиничну точкову характеристику засобу вимірювань, яка б якось характеризувала похибку. Тому вводять поняття *приведеної похибки* γ під якою розуміють відношення максимального значення абсолютної похибки $\Delta x_{\max}$ до максимального значення вимірюваної величин $x_{\max}$ тобто:

$$\gamma = \Delta x_{\max} / x_{\max}. \quad (2.7)$$

При лінійній залежності $y = Sx$ між вхідною x і вихідною y величинами можна записати:

$$\Delta x = \Delta y / S; \quad \Delta x S = \Delta y; \quad \Delta x / x = \Delta y / y = \Delta x_{\max} / x_{\max}, \quad (2.8)$$

де S - коефіцієнт перетворення засобу вимірювань, рівний в даному випадку його чутливості.

По впливу на результуючу точність всі погрішності засобів вимірювань ділять на два самостійні види: похибка нуля і похибка чутливості. Розглянемо докладніше ці дві похибки.

Функцію перетворення засобу вимірювань в загальному вигляді можна представити виразом

$$y = S(x, x_1, x_2, \dots, x_n)x + b(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (2.9)$$

де $S(x, x_1, x_2, \dots, x_n)$ - коефіцієнт перетворення, в загальному випадку що є функцією вимірюваної величини x і сукупності впливаючих величин $x_1, \dots, x_n$;

$b(x_1, x_2, \dots, x_n)$ - початкове значення вихідного сигналу (при $x = 0$), в загальному випадку що також є функцією величин $x_1, \dots, x_n$. У компактнішій формі рівняння (2.9) можна записати як

$$y = Sx + b \quad (2.10)$$

маючи на увазі, що S і b - складні функції багатьох аргументів.

Графічно функція перетворення засобу вимірювань зображається прямою (рис. 2.2). Нахил прямої Sx відповідає чутливості (коефіцієнту перетворення) засобу вимірювань.

При зсуві нульового положення (рис. 2.2, а) рівняння перетворення (2.10) можна записати у вигляді

$$y = Sx \pm y_0 \quad (2.11)$$

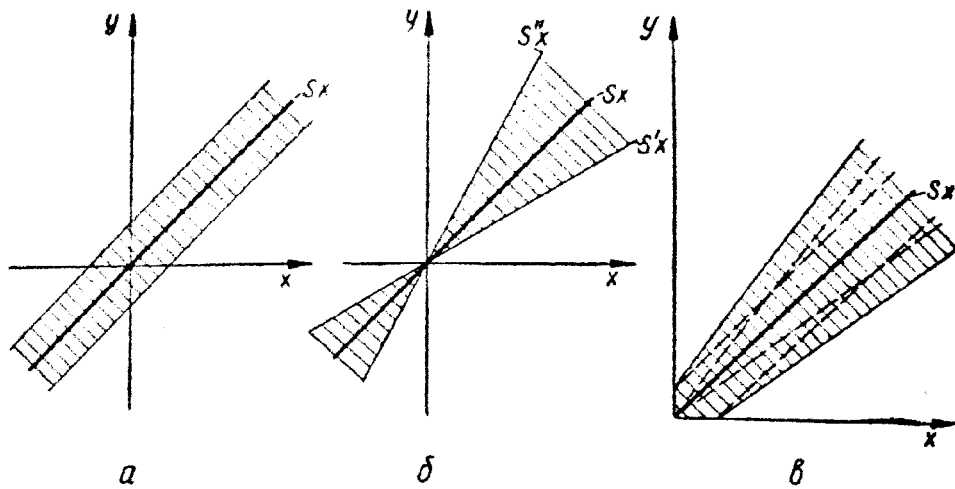


Рис. 2.2 Области невизначеності результатів вимірювань за рахунок адитивної (а), мультиплікативної (б) погрешностей і їх сумісного прояву (в)

Отже, при $x=0$ ордината $y=\pm\Delta y_0=b$. З рівняння (2.11) виходить, що помилки такого роду не залежать від вхідної величини. По сталій термінології їх називають *адитивними*, тобто отриманими в результаті складання. Похибка такого роду утворює зону невизначеності в результаті зсуву статичної характеристики вгору або вниз на величину Δy_0 без зміни форми і нахилу цієї характеристики.

Середня лінія Sx на рис. 2.2 є статичною характеристикою засобу вимірювань для нормальних зовнішніх умов. Похибка від зміни чутливості приводить до зміни нахилу статичної характеристики (а в загальному випадку і її форми), причому цей нахил може змінюватися як в один, так і в інший бік від градуовальної характеристики (рис. 2.2, б). Область, обмежена прямими $S'x$ і $S''x$, є *областю невизначеності*. Якщо абсолютне значення зміни чутливості буде: $\Delta S_x = S - S'$ або $\Delta S_s = S - S''$ то абсолютна похибка вимірювання в цьому випадку виразиться рівністю:

$$\Delta y_s = \Delta S_x x. \quad (2.12)$$

Помилка вимірювання, як очевидно, пропорційна вхідній величині. Такі похибки називають *мультіплікативними*, тобто отриманими в результаті множення.

На практиці майже завжди мають місце обидва види похибок (рис. 2.2, в). При цьому функція перетворення засобу вимірювань має вигляд:

$$y = S(1 \pm \Delta S_x)x \pm \Delta y_0; \quad (2.13)$$

поточне значення абсолютної похибки $\Delta y = \Delta y_s + \Delta y_0$; поточне значення відносної похибки $\gamma = \Delta S_x + \Delta y_0 / x$.

Узагальнена метрологічна характеристика засобу вимірювань - клас точності. Він визначає межі всіх похибок, що допускаються, а також всі інші властивості, що впливають на точність засобу вимірювань. Для засобів вимірювань, межі похибок що допускаються, виражають у вигляді відносних або приведених похибок. ГОСТ 13600-68 встановлює наступний ряд чисел: $1 \cdot 10^{-n}$; $1,5 \cdot 10^{-n}$; $2 \cdot 10^{-n}$; $2,5 \cdot 10^{-n}$; $4 \cdot 10^{-n}$; $5 \cdot 10^{-n}$; $6 \cdot 10^{-n}$ де $n = 1; 0; -1; -2$ і тому подібне. Числа цього ряду і дають позначення класів точності. Для засобів вимірювань, у яких основну похибку нормують у вигляді межі приведеної похибки, клас точності чисельно дорівнює цій межі, тобто γ .

Відхилення рухомої частини приладу y є функцією не тільки вимірюваної величини x , але і інших побічних невимірюваних величин: температури t° , напруга живлення U і ін.:

$$y = f(x, t^\circ, U, \dots) \quad (2.14)$$

Під час вимірювань побічні величини можуть змінюватися. Якщо ці зміни малі, то

$$\Delta y = (\partial f / \partial x) \Delta x + (\partial f / \partial t^\circ) \Delta t^\circ + (\partial f / \partial U) \Delta U + \dots = S \Delta x + (\partial f / \partial t^\circ) \Delta t^\circ + (\partial f / \partial U) \Delta U + \dots \quad (2.15)$$

Часткові похідні $\partial f / \partial t^\circ \dots$ є чутливості засобу вимірювань до побічних величин. Очевидно, що вплив змін побічних величин $\Delta t^\circ, \Delta U \dots$ на відхилення y буде тим менше, чим більше чутливість засобу вимірювань до вимірюваної величини x .

Додаткова похибка - це погрішність, що викликається зміною зовнішніх умов. Вона є відносною зміною вихідної величини у відсотках, віднесеною до зміни зовнішнього чинника на певну величину (наприклад, температурна похибка 2,5% на 10°C і т. п.).

Відповідно до характеру причин виникнення додаткові похибки можна розділити на систематичні і випадкові.

Систематичні похибки - це похибки, що мають детермінований функціональний зв'язок з джерелом, що їх викликає, причому і сама функція і її аргумент відомі.

Випадкові похибки - похибки, поява яких викликана сукупною дією декількох впливаючих (що дестабілізують) чинників, функціональний зв'язок яких з джерелом похибок не можна виявити через їх невідомість і велику кількість. Чіткі межі між цими видами похибок провести досить складно, оскільки в різних вимірювальних ситуаціях похибки можуть перерозподілитися між розглянутими групами. Так, якщо датчик тиску експлуатують в широкому діапазоні температур і його температурна характеристика відома, то похибка від зміни температури вважають за систематичну і її однозначно можна враховувати за наслідками вимірювань. Якщо ж температура невідома і змінюється випадково, то ввести поправку неможливо. В цьому випадку температурна похибка датчика переходить в розряд випадкових.

2.4 Динамічні характеристики засобів вимірювань

Для вимірювання динамічної величини з певною точністю потрібно, щоб засіб вимірювань задовольняв умовам вимірювання не тільки по статичних похибках, але і по динамічних. Останні виявляються у вигляді спотворення форми записуваного графіка вимірюваної величини і викликані інерцією приладу.

Інерційні властивості засобів вимірювань прийнято оцінювати за виглядом запису стандартних законів зміни в часі вимірюваної величини - стрибкоподібного або гармонійного.

При стрибкоподібному законі вимірювана величина миттєво набуває постійного значення x_0 (рис. 2.3, а). Закон зміни відхилення у рухомої частини приладу при стрибкоподібному законі зміни вимірюваної величини x називається *перехідною (тимчасовою) характеристикою засобу вимірювань*. Можливі характеристики засобу вимірювань залежно від його конструктивних особливостей приведені на рис. 2.3, б - г. Конструюючи прилад або установку, прагнуть забезпечити процес такою перехідною характеристикою, при якій відхилення y досягає сталого значення $y_0 = Sx_0$ за мінімальний час $t_{зан}$ (час запізнювання).

Динамічні властивості засобів вимірювань, для яких характерний періодичний затухаючий перехідний процес (рис. 2.3, г), математично описуються диференціальними рівняннями другого порядку. Так, рух механічної системи, на яку діє величина $P(t)$ і де вихідною є величина $x(t)$ описують рівнянням:

$$m(\partial^2 x / \partial t^2) + F(\partial x / \partial t) + W_x = P(t), \quad (2.16)$$

де m - рухома маса системи; x - переміщення; F - коефіцієнт заспокоєння; W - жорсткість; $P(t)$ - збурююча сила. При обертальному русі рухомої частини, коли вхідною дією є момент $M(t)$, а вихідний кут повороту $\alpha(t)$ диференціальне рівняння руху має вигляд:

$$J(\partial^2 \alpha / \partial t^2) + F(\partial \alpha / \partial t) + W_\alpha = M(t), \quad (2.17)$$

де J -момент інерції рухомої частини.

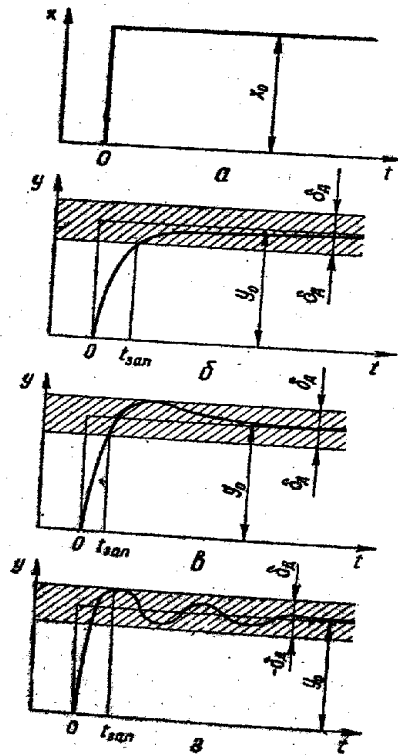


Рис. 2.3 Графік зміни вхідного сигналу (а) і перехідні характеристики приладу (б, в, г)

Для послідовного R -, L -, C -контура з вихідною величиною $U(t)$ диференціальне рівняння запишеться у вигляді:

$$L(\partial^2 q / \partial t^2) + R(\partial q / \partial t) + q / C = U(t), \quad (2.18)$$

де q - поточне значення заряду.

У операторній формі ці рівняння можна записати так:

$$m[p^2 x(p) + Fpx(p) / m + W_x(p) / m] = P(p), \quad (2.19)$$

звідки

$$S(p) = x(p) / P(p) = 1 / m(p^2 + hp + \omega_0^2), \quad (2.20)$$

де $F/m = h$; $W/m = \omega_0^2$.

При синусоїдальній дії $P(t) = P_{\max} \sin \omega t$ зв'язок між комплексами вхідної P і вихідної x величин можна описати співвідношенням:

$$S = x / P = 1 / m(\omega_0^2 - \omega^2 + jh\omega), \quad (2.21)$$

де S - чутливість коливальної системи.

Виразимо співвідношення $\omega_0 / h = Q$ і $h / 2\omega_0 = \beta$ через початкові параметри коливальної ланки:

$$Q = \sqrt{mW / F}; \quad \beta = F / 2\sqrt{mW}. \quad (2.22)$$

Тоді у відносних одиницях частоти ($\omega / \omega_0 = \lambda$) комплексну чутливість коливальної системи другого порядку можна охарактеризувати залежністю

$$S = 1 / W(1 - \lambda^2 + j2\beta\lambda). \quad (2.23)$$

Вирази часткової і фазової характеристик відповідно мають вигляд:

$$|S| = |x| / |P| = 1 / W \sqrt{(1 - \lambda^2)^2 + (2\beta\lambda)^2}; \quad (2.24)$$

$$\varphi = \arctg[2\beta\lambda / (\lambda^2 - 1)]. \quad (2.25)$$

Оскільки при $\lambda = 0$ величина $|S| = S_0 = 1 / W$ можна записати частотну характеристику у відносних координатах по обох осях:

$$M = 1 / \sqrt{(1 - \lambda^2)^2 + (2\beta\lambda)^2}, \quad (2.26)$$

де M - відносний коефіцієнт передачі, чисельно рівний відношенню коефіцієнта передачі на частоті ω до коефіцієнта передачі на частоті $\omega = 0$.

Такий запис зручний тим, що в цей вираз не входить жоден параметр ланки. Тому вираз (2.26) описує у відносних координатах λ і β коливальні ланки з будь-якими m, F, W .

Типове сімейство частотних характеристик для коливальних ланок другого порядку з різним ступенем заспокоєння приведено на рис. 2.4, а. Помітно, що такі ланки перетворюють сигнал без динамічної погрішності тільки при $\lambda = 0$, тобто при частоті $\omega = 0$. Із зростанням частоти відповідно зростає і погрішність перетворення. Її можна оцінити як різницю між фактичним значенням відносного коефіцієнта передачі M і одиницею:

$$\gamma_t = 1 - M = 1 / \sqrt{(1 - \lambda^2)^2 + (2\beta\lambda)^2} - 1. \quad (2.27)$$

Залежність фазових спотворень (зрушення фаз) від частоти називається *фазочастотною характеристикою засобу вимірювань*. Для коливальної системи з однією мірою свободи такі характеристики показані на рис. 2.4, б. Із зменшенням сили опору криві прагнуть до граничної кривої, що зазнає розриву в точці $\lambda = 1$ тобто при резонансі.

Якщо значення λ незначне, то при $\omega < \omega_0$ вимушені коливання майже збігаються по фазі із зовнішньою силою, а при $\omega > \omega_0$ знаходяться з нею в протифазі.

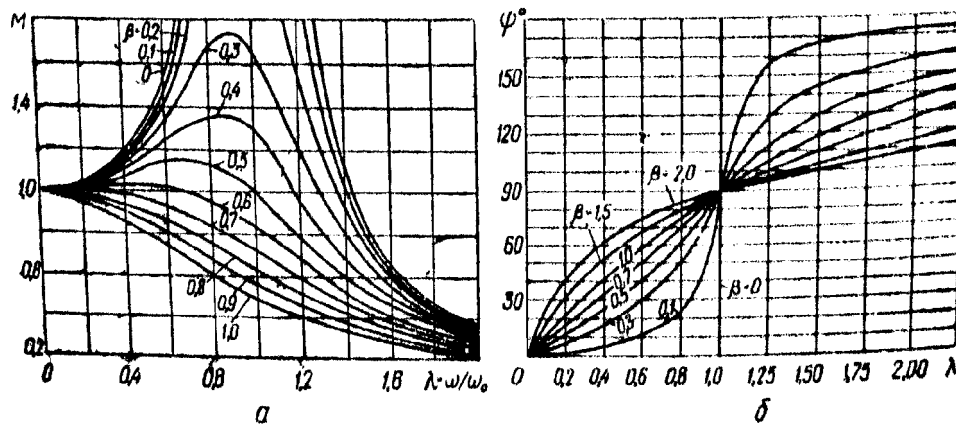


Рис. 2.4 Частотні (а) і фазочастотні (б) характеристики системи, що містить коливальні ланки другого порядку вимірювань

З викладеного ясно, що, маючи засоби амплітудно-частотними і фазочастотними характеристиками завжди можна вибрати засіб вимірювань, що задовольняє умовам вимірювання із заданою допустимою динамічною погрішністю. Але для цього потрібно знати частоту або спектр частот вимірюваного процесу. В деяких випадках досить визначити максимальну частоту процесу, що можна зробити на основі гармонійного аналізу графіка процесу.

Для неспотвореного запису процесу $x(t)$ з максимальною частотою $\omega_{\max}$ потрібно, щоб прилад в діапазоні частот від нуля до $\omega_{\max}$ мав амплітудно- і фазочастотну характеристики, близькі до ідеальних (амплітудне спотворення, що допускаються, не більше 10%). Цей діапазон частот, в межах якого динамічна погрішність приладу не перевищує допустимого значення δ_d (див. рис. 2.3) називають *смугою пропускання частот*. Чим ширше смуга пропускання частот U приладу, тим менше його інерційність, тим більше швидкі зміни вимірюваної величини можна записати без спотворень.

2.5. Структурні схеми засобів вимірювань

Будь-який засіб вимірювань перетворить ту або іншу вимірювану величину у відповідні числові відліки, що дозволяє судити про її значення. При цьому сигнал, що несе інформацію про значення вимірюваної величини, до отримання потрібного вихідного сигналу зазвичай зазнає декілька перетворень. Отже, структуру кожного засобу вимірювань можна представити у вигляді ланцюга вимірювальних перетворювачів, що трансформують сигнали різної фізичної природи. Вимірювана величина поступає на вхід першого вимірювального перетворювача, званого вхідним або первинним, його вихідна величина є вхідною для другого вимірювального перетворювача і так далі. Перетворення здійснюється до тих пір, поки на виході останнього вимірювального перетворювача не буде отримана вихідна величина, зручна для передачі, посилення, виміру або реєстрації електричними засобами.

Вхідні в засіб вимірювань перетворювачі розрізняються насамперед фізичними основами вимірюваної величини. Так, вхідною величиною стрижньового пружного елемента є сила, а вихідний — деформація пружного елемента. Між собою ці дві величини зв'язані відповідно до закону Гука:

$$\varepsilon = P / sE, \quad (2.28)$$

де P - сила (вхідна величина пружного елемента); ε - відносна деформація (вихідна величина пружного елемента); E — модуль подовжньої пружності. Перетворити деформацію пружного елемента на електричний сигнал можна за допомогою резистивних, ємкісних, індуктивних, п'єзоелектричних і інших перетворювачів.

Представляючи датчики для електричного вимірювання неелектричних величин у вигляді послідовного ланцюга вимірювальних перетворювачів, можна встановити, що більшість датчиків сил, деформацій, моментів і інших механічних величин мають практично однакову структурну схему. Так, в структурній схемі тензорезисторного датчика сили (рис. 2.5, а) вимірювана сила P пружним елементом перетвориться в деформацію Δl яка сприймається

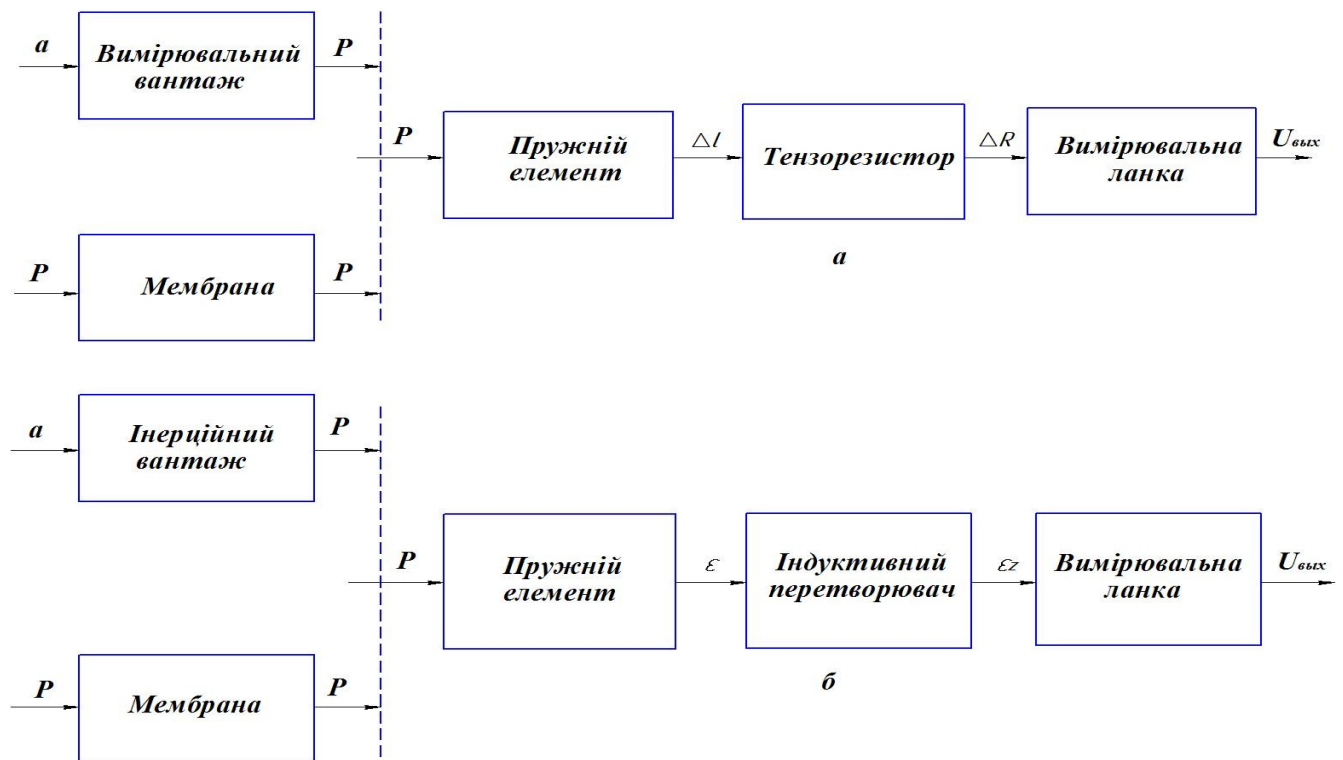


Рис. 2.5 Структурні схеми датчиків сили:

а - тензорезисторного; б - індуктивного

тензорезистором і перетвориться в зміну ΔR опору тензорезистора. Це зміна у вимірювальному ланцюзі перетвориться у вихідну напругу $U_{\text{вых}}$. Заміна вимірювального перетворювача резистора, наприклад, індуктивним дозволяє отримати іншу обширну групу датчиків - індуктивних (рис. 2.5, б). Подібну структурну схему можуть мати і датчики з іншими принципами перетворення механічної величини в електричну - ємкісні, реостатні, магнітопружні і різного типу генераторні перетворювачі.

Розглядаючи фізичні процеси у всіх відомих вимірювальних перетворювачах, можна, в кожному випадку встановити зв'язок між вихідною і вхідною величинами:

$$y = f(x). \quad (2.29)$$

Математичний (або графічний) опис цього зв'язку носить назву *функції*. Аналогічна характеристика для засобу вимірювань в цілому називається *функцією перетворення засобу вимірювань*.

Залежно від виду зв'язку між окремими вимірювальними перетворювачами розрізняють два основні види структурних схем засобів вимірювань — *прямого перетворення* і *перетворення, що врівноважує* (компенсаційного).

Засіб вимірювань, виконаний відповідно до структурної схеми рис. 2.6, а, є засобом вимірювань прямого перетворення. Його чутливість визначається твором чутливості окремих перетворювачів $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_n$ і може бути знайдена як відношення вихідної величини до вхідної (для лінійної функції перетворення):

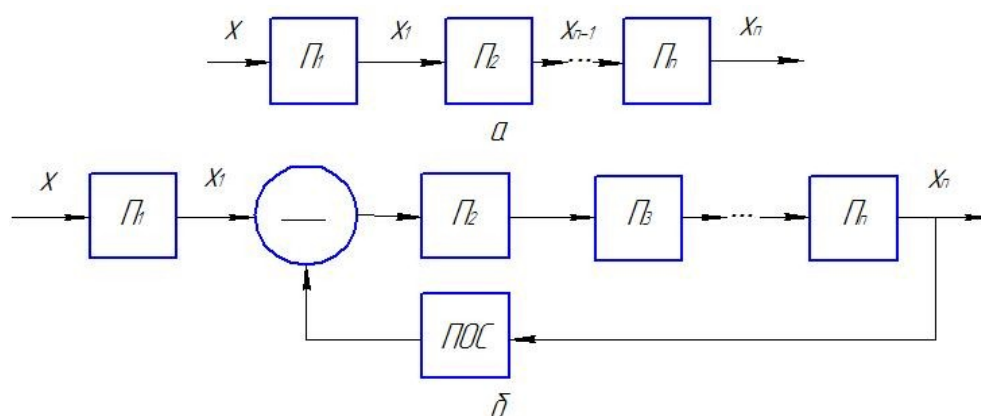


Рис. 2.6 Структурні схеми засобів вимірювань: а – прямого перетворення; б – перетворення зрівноважуючого

$$S = S_1 S_2 \dots S_n = y / x. \quad (2.30)$$

Останнім часом все ширше упродовжуються в практику засоби вимірювань врівноважуючого перетворення (рис. 2.6, б). Їх відмітна особливість полягає у тому, що разом з ланцюгом прямої трансформації в них є і зворотний ланцюг. Він включає перетворювач зворотного зв'язку (ПЗЗ) зі чутливістю β і може в загальному випадку складатися з декількох вимірювальних перетворювачів та охоплювати будь-яке бажане число перетворювачів, що стоять в ланцюзі прямого перетворення. Це додатковий ланцюг забезпечує перетворення вихідної величини прямого перетворення в однорідну з вхідною величиною (частіше - електричною в неелектричну).

Функція перетворення ділянки ланцюга із зворотним зв'язком (рис.2.6, б).

$$y_i = S_0 x_1 / (1 + S_0 \beta) = S_y x_1,$$

де $S_y = S_0 / (1 + S_0 \beta)$ - чутливість ланцюга врівноважуючого перетворення;
 $S_0 = S_2 S_3 \dots S_n$ - чутливість ланцюга прямого перетворення, охопленим ланцюгом зворотного перетворення; β - чутливість зворотного перетворення.

Введення в структурну схему зворотного перетворювача зменшує погіршність ланцюга прямого перетворення. При $S_0 \beta > 1$ погіршність ланцюга врівноважуючого перетворення визначається тільки погіршністю ланцюга зворотного перетворення, тому ланцюг β має бути дуже стабільною.

3. ПЕРЕТВОРЮВАЧІ ВИДУ ЕНЕРГІЇ СИГНАЛУ

3.1. Резистивні перетворювачі

Найбільш простий вид перетворювачів — резистивні. До них відносяться реостатні, тензо-, термо-, фото-, магніторезисторні і деякі інші.

Реостатний перетворювач є реостатом, повзун якого переміщається відповідно до зміни вимірюваної неелектричної величини. Таким чином, вхідною величиною стає переміщення повзуна (лінійне або кутове), а вихідний - активний опір, розподілений по шляху повзуна лінійно або відповідно до якого-небудь іншого закону.

Конструктивно реостатні перетворювачі виконують у вигляді обмоток, намотаних на каркас, або реохорда. Застосовують константанові та манганінові дроти, а для роботи в умовах високих температур - фехралеві. У особливо відповідальних випадках намотують дріт із сплавів платини з іридієм, паладієм або рутенієм.

Каркас перетворювача виготовляють з текстоліту, склотекстоліту, застосовують також каркаси з алюмінієвих сплавів, покритих ізоляційним лаком або окисною плівкою. Останні більш термостійкі і дозволяють за рахунок кращої теплопровідності підвищувати щільність струму в обмотці і

тим самим чутливість перетворювача. Форми каркасів вельми різноманітні: у вигляді плоскої або циліндрової пластини, плоского або циліндрового кільця, плоского сегменту і так далі

Індуктивні і ємкісні опори реостатних перетворювачів вельми малі, у зв'язку з чим реактивний опір перетворювача можна не брати до уваги до частот близько декількох кілогерц.

Розглянемо декілька прикладів конструктивного пристрою і найбільш поширені схеми включення реостатних перетворювачів (рис. 3.1).

Реостатний перетворювач (рис. 3.1, а) складається з каркаса 1 на який намотаний ізолюваний дріт 2. По верхній грані каркаса, частина бічної поверхні якого показана на рис. 3.1, б, ковзає щітка 3 двигуна реостату. Ізоляція дроту для забезпечення електричного контакту зачищена. Напругу живлення перетворювач подає до двох крайніх затисків, вихідну величину знімають між одним з крайніх затисків і середнім затиском, поєднаним з струмозмінним кільцем 4, по якому ковзає щітка 5. Приводний валик 6 електрично ізолюваний від решти елементів двигуна. Електрична схема перетворювача показана на рис. 3.1, в.

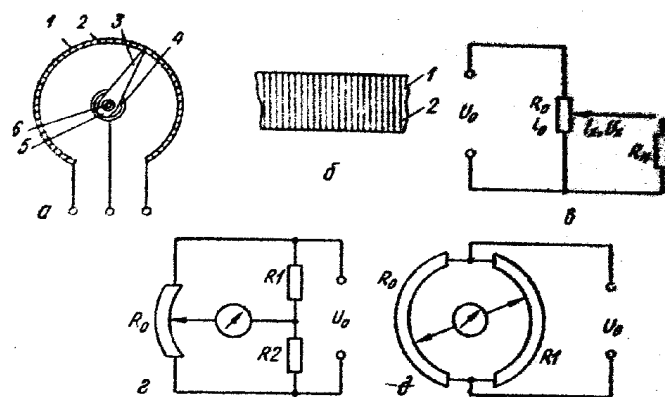


Рис. 3.1 Пристрій (а, б) і схеми включення (в - д) реостатних перетворювачів

Функція перетворення реостатного перетворювача визначається співвідношенням:

$$U_x = \frac{U_0 l_x / l_0}{1 + (R_0 / R_n)(l_x / l_0)[1 - (l_x / l_0)]}, \quad (3.1)$$

де U_x - вихідна напруга; l_x - вхідне переміщення; l_o - загальна довжина обмотки перетворювача; R_o - загальний опір перетворювача; R_n - опір навантаження; U_o - напруга живлення.

Для випадку кутового переміщення $l_x = r\varphi_x$ де r - радіус каркаса перетворювача; φ_x - вхідне кутове переміщення.

Недолік розглянутої схеми - нелінійна залежність струму від переміщення повзуна. Величина нелінійності залежить від співвідношення внутрішнього опору гальванометра R_z додаткового опору R_o і опору перетворювача R_o . Нелінійність мостових схем (рис. 3.1, з, д) зазвичай невелика. Оскільки вони і чутливіші, то і ширше застосовуються.

Тензорезисторний вимірювальний перетворювач є пристроєм у вигляді відрізка або спіралі з металу або напівпровідникового матеріалу, закріплених тим або іншим способом на досліджуваному об'єкті, що зазнає пружної деформації під дією прикладених до нього сил.

В даний час практично застосовуються три різновиди тензорезисторів — дротяні, фольгові і напівпровідникові. Фізичні процеси, що протікають в тензорезисторах перших двох типів, абсолютно однакові, і зміна їх опору при деформації визначається тільки зміною геометричних параметрів. Стискування або розтягування деталі, на якій встановлений тензорезистор, викликає пропорційне стискування або розтягування дроту тензорезистор а, внаслідок чого змінюються її довжина l поперечний перетин S , питомий електричний опір ρ і, отже, електроопір:

$$R = \rho l / s. \quad (3.2)$$

Відносна зміна опору тензорезистора визначається співвідношенням:

$$\Delta R / R = \Delta l (1 + 2\mu) / l + \Delta \rho / \rho, \quad (3.3)$$

де Δl - зміна довжини дроту; $\Delta \rho$ - зміна питомого електроопору; μ - коефіцієнт Пуасона.

Частка від ділення відносної зміни опору на відносну зміну довжини дроту в межах пружної деформації характеризується постійною величиною:

$$(\Delta R / R) / (\Delta l / l) = \varepsilon_R / \varepsilon_l = S \quad (3.4)$$

S - називають *коефіцієнтом тензочутливості*. Він залежить від властивостей матеріалу, з якого виконаний тензорезистор, і технології його виготовлення.

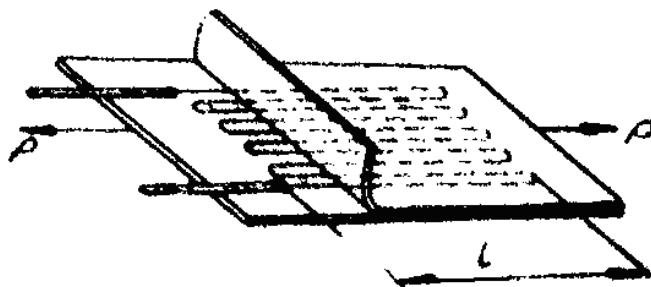


Рис 3.2 Пристрій дотяного наклеюваного тензорезистора

Дротяні тензорезистори бувають наклеювані і ненаклеювані. Останні застосовують рідше. Наклеюваний тензорезистор (рис. 3.2) є решітка у вигляді петель з тонкого високоомного дроту діаметром 20 - 30 мкм, закріпленого за допомогою спеціального клею на ізоляційній підкладці. Як підкладку використовують тонкий щільний папір, спеціальні сорти тканин і плівок. Найбільшого поширення набули тензорезистори із спеціального константа нового мікродроту. До кінців дроту грат приварюють або припаюють мідну дотину більшого діаметру завдовжки 20 - 70 мм, за допомогою яких тензорезистор підключають до вимірювальної схеми. Тензорезисторний перетворювач наклеюють на досліджувану деталь або елемент датчика. Підкладка тензорезистора спільно з тонким шаром клею служить ізоляцією між дротом тензорезистора і поверхнею досліджуваного елемента. Деформація цієї поверхні передається до тензорезистору через шар клею. Вважається, що зміна опору тензорезистора точно відповідає деформації зразка. Ретельність наклейки тензорезистора - основний чинник, що визначає точність вимірювань. Дані про параметри універсальних прогорілчаних тензорезисторів і технології їх наклейки є в спеціальній літературі.

До дротяних тензорезисторів відносяться також перетворювачі у вигляді гумових і пластикових капілярів з внутрішнім діаметром 0,1 - 0,5 мм, заповнених ртуттю. Такі тензорезистори дозволяють визначати деформацію

матеріалів зі степенем 40 - 50%. тобто далеко за межами пружності. Серійно перетворювачі цього класу поки не випускають.

Фольгові тензорезистори є подальшим розвитком дротяних і на відміну від останніх мають решітки не з круглого дроту, а з тонких смужок фольги прямокутного перетину товщиною 4 - 12 мкм, які наносять на лакову основу. Завдяки більшій площі контакту смужок з об'єктом вимірювана тепловіддача у фольгового тензорезистора значно вища, ніж у дротяного, що дозволяє збільшувати силу струму, який протікає через тензорезистор, до 0,5 А і тим самим підвищувати чутливість тензоперетворювача.

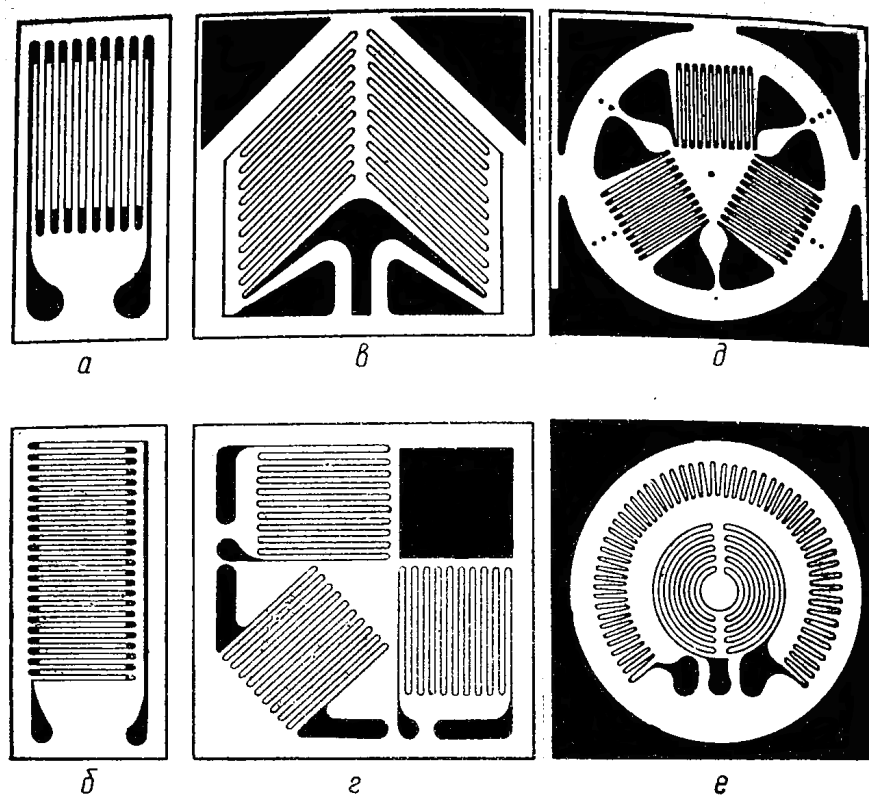


Рис. 3.3 Конфігурація ґрат фольгових фольга тензорезисторів:

а, б – прямокутні, *в – д* – розеткові; *е* – мембранна

Перевага фольгових тензорезисторів і в тому, що, використовуючи фотомеханічний спосіб виробництва, їх можна виготовити з такою конфігурацією решіток, яка якнайповніше відповідає умовам вимірювань. Так, прямокутні решітки (рис. 3.3, *а, б*) застосовують для вимірювань лінійних деформацій, розеткові (рис. 3.3, *в - д*) - для вимірювання крутячих моментів і

дослідження напружено-деформованого стану, а мембранні (рис. 3.3, е) - для наклею на мембрани.

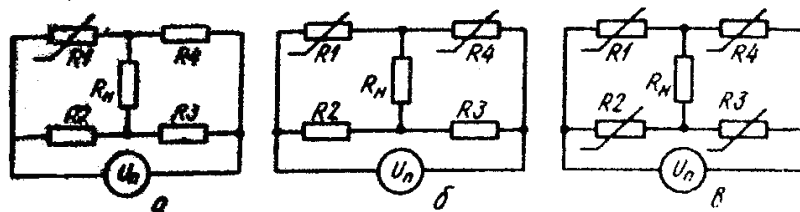


Рис. 3.4. Способи включення тензорезисторів в мостову схему:

Напівпровідникові тензорезистори в порівнянні з розглянутими мають істотні переваги: чутливість їх в 50 - 60 разів вище за чутливість дрітаних, розміри істотно менші, а високий рівень вихідного сигналу вимірювальних схем у багатьох випадках виключає застосування складних і дорогих підсилювачів.

Від дрітаних і фольгових тензорезисторів напівпровідникові відрізняються великою (до 50%) зміною опору тензоперетворювача при деформації. Проте вони володіють значною нелінійністю статичної характеристики і іншими недоліками - високою чутливістю до дії зовнішніх умов (температури, освітлення і т. п.) і істотним розкидом характеристик від зразка до зразка.

Способи включення тензорезисторів в мостову схему різні (рис. 3.4). Схема дозволяє включати один, два або чотири активних (схильних до деформації) тензорезисторів. Один активний тензорезистор (рис. 3.4, а) можна включити в будь-яке плече схеми моста. Два, як правило, включають в суміжні плечі моста по схемі рис. 3.4, б. Схему можна змінити так, що активними стануть тензорезистори $R1$ і $R2$ або $R1$ і $R3$. Проте в цьому випадку не буде забезпечена термокомпенсація, у зв'язку з чим такі варіанти включення застосовують рідко.

В процесі навантаження елемента кожен з тензорезисторів, наклеєних на його поверхню (рис. 3.5), залежно від знаку деформації міняє свій опір на $\pm \Delta R$ так що $R = R_0(1 \pm \Delta R / R_0) = R_0(1 \pm \varepsilon_R)$. Отже, щоб отримати максимальну вихідну

напругу $U_{вих}$, потрібно враховувати, з яким знаком деформації тензорезистор включається в те або інше плече схеми (за винятком схеми рис. 3.4, а). Так, для схеми рис. 3.4, б за умови $\varepsilon_1 = \varepsilon_4$ вихідна напруга за рахунок зміни опорів $R1$ і $R4$ тензорезисторів не зміниться; при виконанні ж рівності $\varepsilon_1 = -\varepsilon_4$ (схема наклейки рис. 3.5, з) вихідна напруга мостової схеми подвоїться в порівнянні з випадком, коли активним вибраний лише один тензорезистор (рис. 3.5, а).

Вимірюючи обертовий момент, який прикладений до валу, тензорезистори слід наклеювати уздовж ліній, складаючих з віссю вала кут 45° (рис. 3.5, в).

Максимальна вихідна напруга мостової схеми досягається при чотирьох активних тензорезисторах (рис. 3.4, в). Якщо $\varepsilon_1 = -\varepsilon_4$ і $\varepsilon_2 = -\varepsilon_3$ вихідна напруга буде в 4 рази вище, ніж при одному активному тензорезисторі (рис. 3.4, а). При цьому забезпечується термокомпенсація. Реалізація цієї схеми показана на рис. 3.5, д.

Деформацію різного знаку можна отримати не тільки при згині або крученні, але і при осьовому вантаженні елементу (рис. 3.5, б), якщо один з тензорезисторів (активний) наклеїти уздовж напрямку дії навантаження, а інший (пасивний) - уперек. При цьому пасивний терморезистор володіє так званою бічною чутливістю. Його деформація $\varepsilon_4 = -\mu\varepsilon_1$ значно менше деформації ε_1 активного тензорезистора (μ - коефіцієнт Пуасона).

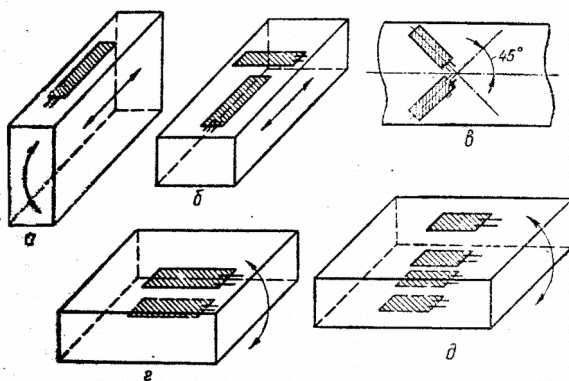


Рис. 3.5. Схеми наклейки тензорезисторів для зміни деформації:

а, б – при осьовому вантаженні; в – при обертанні; з, д – при вигині

Терморезисторні перетворювачі використовують залежність опору R , провідників і напівпровідників від температури. Для провідників:

$$R_t = R_0[1 + \alpha(t_x^0 - t_0^0)], \quad (3.5)$$

де R_0 - опір провідника при деякій початковій t_0^0 ;

α - температурний коефіцієнт опору (ТКО).

Для напівпровідників ця залежність характеризується показовою функцією:

$$R_t = R_{20} \exp[B/T - B/T_0], \quad (3.6)$$

де R_{20} - опір напівпровідника при температурі $t_0^0 = 20^\circ\text{C}$; B - константа, визначувана типом напівпровідника і деякими, конструктивними параметрами; T - абсолютна температура, К.

Величину ТКО для напівпровідникових терморезисторів (термісторів) визначають залежністю:

$$\beta_t = -B/T^2. \quad (3.7)$$

Основні вимоги, що пред'являються до матеріалів для виготовлення металевих терморезисторів, наступні: можливе більше та не змінне в часі значення ТКО, неокислюваність при підвищених температурах і великий питомий опір. Зазвичай для терморезисторів з позитивним ТКО застосовують тонкий дріт діаметром 0,02 - 0,1 мм або плівку з платини, міді, нікелю і інших чистих металів. Платинові перетворювачі застосовують для високих температур (до 800°C), а мідні - для порівняно низьких (від -50 до $+200^\circ\text{C}$).

У платиновому терморезисторі (рис. 3.6, а) неізольований платиновий дріт 2 діаметром 0,07 мм намотаний біфілярно на каркас 1 - слюдяну пластину із зубчатою насічкою по краях. До кінців обмотки приварені виводи з товстого (близько 1 мм) срібного дроту (або стрічки). Каркас з обмоткою затиснутий між двома ширшими пластинами 3, призначеними для ізоляції дроту. Пакет із слюдяних пластин скріплено срібною стрічкою 4 і вставлено в алюмінієвий циліндровий чохол 5, що захищає обмотку перетворювача від механічних пошкоджень. Для зменшення теплової інерції перетворювача між пакетом і чохлам поміщені суцільні металеві вкладиші 6. У малоінерційних перетворювачів замість суцільних вкладишів застосовують порожнисті дюралюмінієві вкладиші - пелюстки, які забезпечують достатньо добру

передачу теплоти і мають малу теплоємність, що зменшує теплову інерцію перетворювача. Для захисту терморезистора від дії зовнішнього середовища (вологості, тиску, агресивних газів і т.п.) чохол разом з обмоткою поміщають в захисну арматуру (рис. 3.6, б).

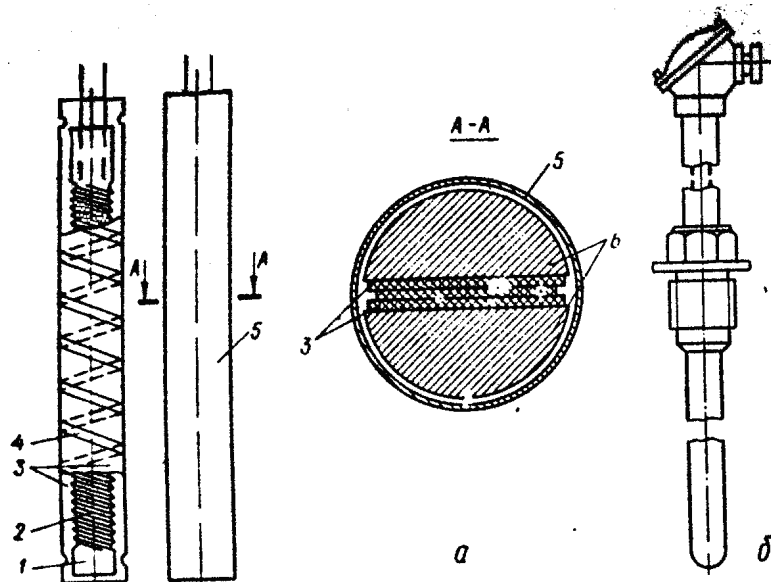


Рис. 3.6 Пристрій (а) і зовнішній вигляд арматури (б) платинового терморезистора

Початкові опори (при 0°C) платинових стандартних терморезисторів дорівнюють 1, 5, 10, 46, 50, 100 і 500 Ом; а мідних - 10, 50, 53 і 100 Ом. Допустиме значення струму, що протікає по терморезистору при включенні його у вимірювальну схему, має бути таким, щоб зміна опору терморезистора за рахунок нагріву не перевищувала 0,1 % початкового опору. Для стандартних терморезисторів є градуювальні таблиці (ГОСТ 6651-78). Допустимі відхилення градуювальної характеристики цих перетворювачів також стандартизовані.

Для виготовлення терморезисторів з негативним ТКО (термісторів) застосовують суміші з різних оксидів металів, наприклад CuO , CaO , MnO і ін. Виконують термістори у вигляді стрижнів, дисків або намистинок з напівпровідникового матеріалу, в які впресовані металеві виводи. (рис. 3.7).

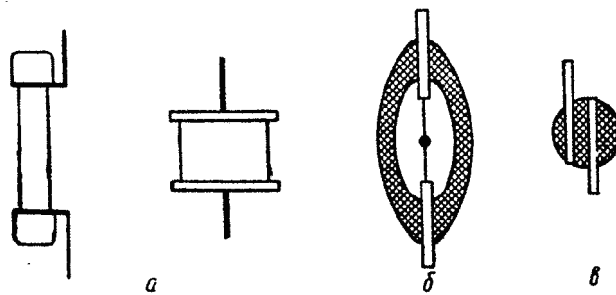


Рис. 3.7 Термістори: *a* – стрижньовий типу ММТ-1, КМТ-1; *б* – дисковий типу ТОС; *в* – бусинковий типу Т8С, ТУ

Простими і найбільш поширеними схемами включення терморезисторів, що часто зустрічаються, є мостові з живленням постійним або (частіше) змінним струмом. До найбільш досконалих схем включення терморезисторних перетворювачів можна віднести схеми автобалансних мостів з живленням змінним струмом підвищеної частоти і частотні автобалансні мости.

Вимірювальні перетворювачі з фотоопором (фоторезистори) є пристроями, електричний опір яких міняється залежно від освітленості. Як фоторезистори можуть бути використані фотоелементи із зовнішнім і внутрішнім фотоефектом (рис. 3.8).

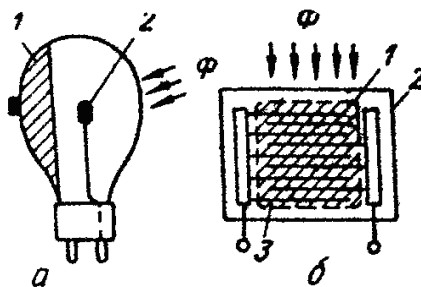


Рис. 3.8 Схеми фотоелементів із зовнішнім (а) і внутрішнім (б) фотоефектом

Фотоелемент із зовнішнім фотоефектом (рис. 3.8, *a*) - це двоелектродний вакуумний або газонаповнений прилад. Катод 1 є шаром спеціального металу (цезію, рубідія і ін.), розпорошеного на внутрішній поверхні скляного балона. Анод 2, виконаний у вигляді металевого кільця або круглої пластини, розташований в середині балона. Якщо між анодом і катодом прикласти деяку

різницю потенціалів і освітити катод, то в результаті випускання електронів фотокатодом 1 через прилад піде струм. Сила струму за інших рівних умов залежить від інтенсивності опромінювання катода.

Фотоелемент з внутрішнім фотоефектом (рис. 3.8, б) має тонкий шар напівпровідника 1, нанесеного на скляну пластину 2, на якій заздалегідь наклеєні решітки з тонких провідників 3. Як напівпровідники використовують селен, сплав сульфідів талія з оксидом талія, сірчаній свинець і ін. При освітленні такого приладу пов'язані з атомами електрони звільнюються і переходять у вільний стан, що і викликає зміну електроопору провідника.

Перетворювачі з фотоопором, широко використовуються як для виявлення джерела випромінювання і оцінки його інтенсивності, так і для непрямого контролю.

Магніторезисторні перетворювачі (магніторезистори) працюють на ефекті зміни електроопору напівпровідника, поміщеного в магнітне поле. Зміна питомого опору магніторезистора в магнітному полі пояснюється подовженням шляху руху електронів в напівпровіднику в результаті дії сили Лоренца, що скривлює їх траєкторію. Відповідно до прийнятої теорії залежність питомого електричного опору напівпровідника від магнітної індукції B до 0,3 - 0,5 Тл визначається виразом:

$$\Delta\rho / \rho_0 = A(\chi B)^n, \quad (3.8)$$

де $\Delta\rho$ - зміна питомого електричного опору при індукції B ; ρ_0 - значення питомого електроопору при індукції $B = 0$; A - коефіцієнт форми; χ - рухливість електронів; $n = 1 \div 2$ - показники ступеня, залежний від величини магнітної індукції.

Магніторезистори зручні для вимірювання переміщень. Магніторезистор, переміщуваний в монотонно зростаючому або спадаючому магнітному полі, може служити параметричним датчиком переміщення.

Вимірювальні перетворювачі з іонізаційним опором працюють також на принципі зміни опору. Виконують їх зазвичай у вигляді невеликої камери, заповненої газом (іонізаційної камери). У камері встановлюють два електроди,

до яких підводять напругу. За певних умов газовий проміжок між електродами - досить хороший ізолятор. Але досить змінити ці умови (наприклад, знизити тиск газу) і впливати на газ тим або іншим іонізуючим агентом (ультрафіолетовими або рентгенівськими променями, радіоактивним випромінюванням і т. п.), як газ іонізується і набуває значної рухливості.

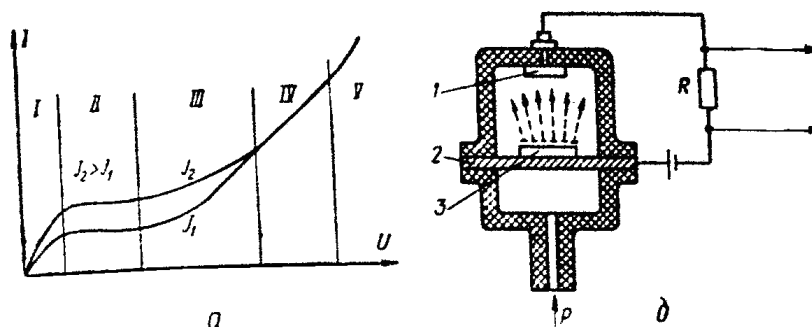


Рис. 3.9 Вольт-амперна характеристика (а), і приклад пристрою (б) іонізаційного перетворювача

Іонізаційний струм залежить від параметрів газового середовища камери, напруги на електродах, властивостей і інтенсивності іонізуючого агента. Залежність струму I в камері з постійним складом газу від прикладеної напруги U і інтенсивності випромінювання J представлена на рис. 3.9, а. На ділянці I характеристики струм збільшується прямо пропорційно напрузі, досягаючи на ділянці II насичення. На ділянці III іонізаційний струм знову росте за рахунок вторинної іонізації. При подальшому збільшенні напруги іонізаційний струм перестає залежати від первинної іонізації (ділянка IV). Потім настає безперервний розряд (ділянка V). На ділянках I і II працюють іонізаційні камери, а на ділянці III, IV - іонізаційні лічильники.

Як приклад на рис. 3.9, б показаний пристрій іонізаційного мембранного манометра, де 3 - α - або β -випромінювач; 2 - мембрана; 1 - нерухомий електрод, ізольований від мембрани. Між електродами 2 і 1 прикладена різниця потенціалів, достатня для насичення. При зміні тиску мембрана прогинається, змінюючи відстань між електродами, а отже, і значення іонізаційного струму.

Поглинання β -частинок у функції товщини шару речовини характеризується виразом:

$$N = N_0 e^{-\mu d}, \quad (3.10)$$

де N - число β -частинок, що пройшли через шар товщиною d ; N_0 - число β -частинок у відсутності поглинаючої речовини; μ - коефіцієнт ослаблення.

γ -промені, проходячи через речовину, ослабляються відповідно до рівняння (для вузького пучка):

$$J = J_0 e^{-\mu d}, \quad (3.11)$$

де J - інтенсивність променів, що пройшли через тіло; J_0 - інтенсивність тих, що поступають в тіло γ -променів.

Велика проникаюча здатність γ -променів дає можливість вимірювати товщину металевих листів, штаб і т.п. виробів.

3.2. Ємкісні перетворювачі

У основу роботи ємкісного перетворювача покладена зміна ємкості електричного конденсатора при дії на нього вимірюваної величини. У дослідженнях процесів ОМТ ємкісні датчики використовують для вимірювання деформацій, переміщень і сил.

Нехтуючи краєвими ефектами, ємність перетворювача з плоскими паралельними пластинами можна охарактеризувати співвідношенням:

$$C = 0,088 \varepsilon s / d, \quad (3.12)$$

де s - активна площа пластин конденсатора, см^2 ; ε - відносна діелектрична проникність, пФ/см ; d - товщина діелектрика, см .

Залежно від того, на який параметр впливає вимірювана величина, ємкісний перетворювач може працювати на принципі зміни діючої площі s , відстані між пластинами d або діелектричній проникності середовища ε .

При вимірюванні лінійних і кутових переміщень найбільш прийнятний принцип зміни діючої площі s (рис. 3.10). Тоді функцію перетворення ємкісного перетворювача можна записати у такому вигляді:

$$\Delta C = C_0 - C_1 = 0,088 \varepsilon \Delta s / d, \quad (3.13)$$

де C_0, C_1 - ємкість відповідно на початку процесу і у момент вимірювання.

Коефіцієнт перетворення ємкісного перетворювача із змінною площею $\Delta C / C = \Delta s / s$, тим більше, чим більше відносна зміна площі вимірювального конденсатора при одиничній зміні вхідної величини.

Нарівні з плоскими конденсаторами (рис. 3.10, а) для вимірювання переміщень широко застосовують циліндрові конденсатори (рис. 3.10, б), що складаються з коаксіальних циліндрів з діелектричним середовищем між ними, зрушуваних при вимірюванні один щодо одного. Зміна ємкості такого конденсатора при зсуві ΔC дорівнює:

$$\Delta C = 0,088 \cdot 2\pi \varepsilon \Delta l / \ln(D_n / D_v). \quad (3.14)$$

Для вимірювань, пов'язаних з обертанням або поворотом досліджуваного об'єкту, використовують перетворювачі, що складаються з нерухомо закріпленого статора 1 (рис. 3.10, в) і рухомого ротора 2, пов'язаного з вузлом, кут повороту якого вимірюється. Ємкість такого перетворювача залежить від кута повороту:

$$C = C_0 + 0,088 \varepsilon r \psi / d, \quad (3.15)$$

де C_0 - початкова ємкість; ψ - зміна площі на одиницю кута повороту.

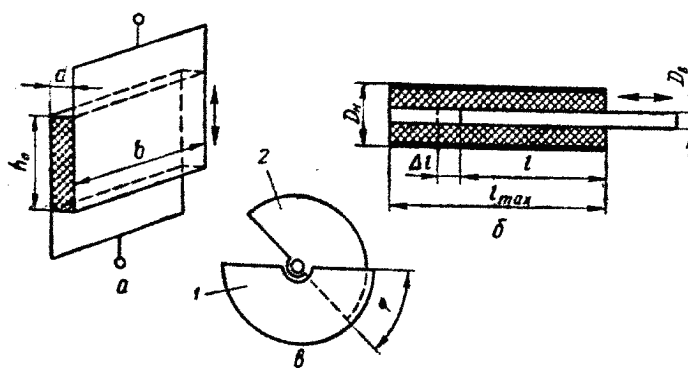


Рис. 3.10 Схеми ємкісних перетворювачів із змінною площею:

а – плоского; б – циліндрового; в – обертового

Виміряти великі зміни ємкості відносно нескладно найрізноманітнішими способами. Для визначення малих змін ємкості використовують методи мостовий, резонансний і биття. Перший з них найбільш простий і застосовується для $\Delta C / C = 10^{-4}$.

3.3. Електромагнітні параметричні перетворювачі

До електромагнітних відносять наступні типи параметричних перетворювачів; індуктивні, трансформаторні і магнітопружні. Для них характерне використання залежності характеристик магнітного ланцюга (магнітного опору R , магнітної проникності μ і ін.) від механічної дії на елементи цього ланцюга.

Індуктивний перетворювач є дроселем з повітряним зазором δ , що змінюється (рис. 3.11, а) або з площею s поперечного перетину магнітопровода, що змінюється (рис. 3.11, б). Як вихідний параметр в ньому виступає зміна індуктивності L (або повного опору Z) обмотки, одягнутої на сердечник.

У разі невеликого зазору δ індуктивність дроселя зі змінним зазором (без урахування реактивного опору, обумовленого втратами на вихрові струми і гістерезу) дорівнює:

$$L = \omega^2 / (R_{\text{жс}} + R_0) = \omega^2 / (l_{\text{жс}} / \mu s + 2\delta / \mu_0 s_0), \quad (3.16)$$

де ω - число витків обмотки; $R_{\text{жс}}$ R_0 - магнітний опір сердечника і повітряного зазору відповідно; μ , μ_0 - магнітна проникність матеріалу сердечника і повітряного зазору; δ - повітряний зазор; $l_{\text{жс}}$ - довжина магнітного ланцюга сердечника. Коли магнітний опір повітряного зазору значно більше магнітного опору магнітопровода, тобто $R_0 > R_{\text{жс}}$ вираз (3.16) можна записати у такому вигляді:

$$L = \omega^2 s_0 \mu_0 / 2\delta. \quad (3.17)$$

З цього рівняння видно, що залежність індуктивності L котушки від зазору δ істотно нелінійна. Задовільна лінійність має місце лише за умови, що $\Delta\delta < \delta$ і $2\delta / \mu_0 s_0 > l_{\text{жс}} / \mu s$. Повний опір обмотки перетворювача Z :

$$Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}, \quad (3.18)$$

де R - активна складова опору; $\omega^2 L^2$ - кругова частота змінного струму.

Відповідно струм в обмотці:

$$I = U / \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}. \quad (3.19)$$

Чутливість індуктивного перетворювача на підставі (3.17) пропорційно квадрату зазорів:

$$S_L = \omega^2 \mu_0 s_0 / 2\delta^2$$

Тому індуктивні перетворювачі особливо чутливі при малих зазорах і реагують на зміну зазору близько 0,1-0,5 мкм. Діапазон вимірювань переміщень індуктивним перетворювачем із змінним зазором складає 0,01 - 2 мм.

Значно меншою чутливістю, але лінійною залежністю $L=f(\delta)$ відрізняються перетворювачі із змінним перетином повітряного зазору (рис. 3.11, б). Їх використовують при переміщеннях якоря до 10 - 15 мм.

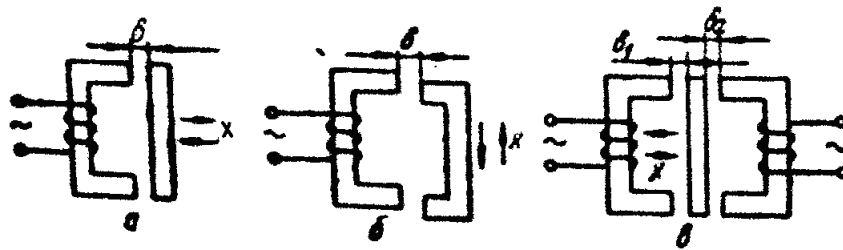


Рис. 3.11 Конструкції і вимірювальні ланцюги індуктивних перетворювачів:
а – із змінним зазором; б – із змінною площею; в – диференціального типу

Широко поширені індуктивні диференціальні перетворювачі (рис. 3.11, в), в яких під дією вимірюваної величини одночасно і притому з різними знаками змінюються два зазори двох електромагнітів. У поєднанні з відповідною схемою (зазвичай мостовою) диференціальні перетворювачі мають вищу чутливість, ніж звичайні, дають можливість зменшити нелінійність функції перетворення, менш чутливі до зовнішніх збурень.

Розглянуті індуктивні перетворювачі (рис. 3.11) - низькочастотні: їх робоча частота лежить в межах від десятків до сотень герц. Застосованість їх, не дивлячись на високу чутливість, часто обмежується великими габаритними розмірами і невисокою частотою власних коливань. Зручніші в цьому відношенні високочастотні індуктивні перетворювачі, принцип дії яких заснований на зміні індуктивності і добротності обмотки датчика при взаємодії її з провідними тілами або середовищами.

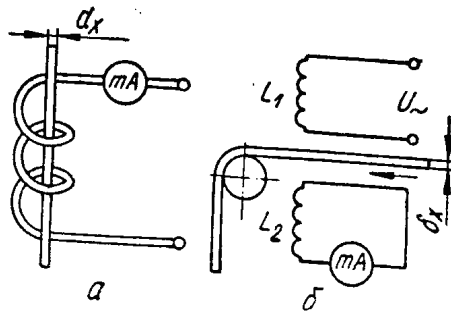


Рис. 3.12 Схеми високочастотних індуктивних перетворювачів:
а – для контролю діаметру дроту; б – для вимірювання товщини фольги

Типові випадки застосування високочастотних індуктивних перетворювачів показані на рис. 3.12. При збільшенні діаметру d_x дроту (рис. 3.12,а) зменшуються індуктивність і добротність обмотки датчика. Визначаючи індуктивність такої обмотки, можна контролювати діаметр дроту. Зі збільшенням товщини δ фольги δ_x (рис. 3.12, б) росте поле вихрових струмів, направлене проти поля збуджуючої обмотки L_1 . В результаті збільшується екрануюча дія контрольованої фольги і е. р. с, яка індукована в сприймаючій обмотці L_2 . Зміна цієї е. р. с. і служить показником зміни товщини фольги.

У трансформаторних перетворювачах (рис. 3.13) використовують зміну взаємної індуктивності обмоток перетворювача під впливом механічних переміщень феромагнітного сердечника. Як і у разі індуктивних перетворювачів, для компенсації значного початкового струму застосовують диференціальні трансформатори, у яких вторинні обмотки ω_2' і ω_2'' включені зустрічно (рис. 3.13, друга і третя схеми).

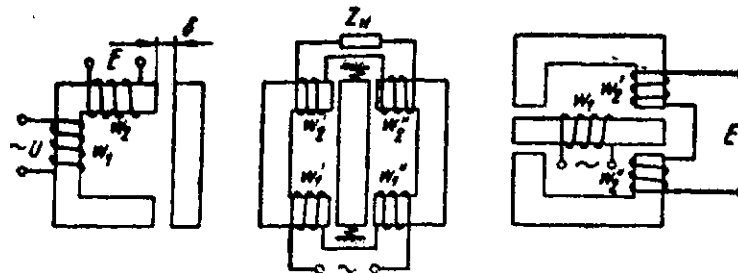


Рис. 3.13 Конструкції і вимірювальні ланцюги трансформаторних перетворювачів

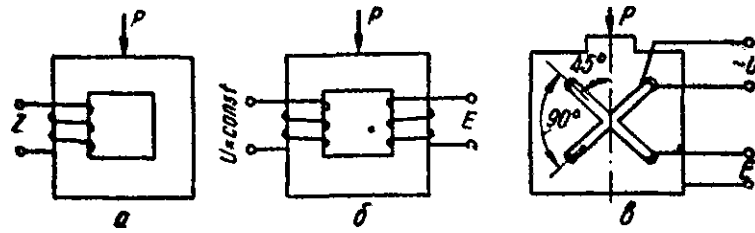


Рис. 3.14 Схеми магнітопружних перетворювачів:
а - дросельного; б, в - трансформаторного типів

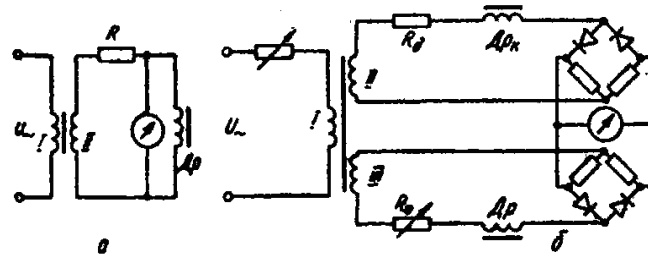


Рис. 3.15 Вимірювальні ланцюги магнітопружних дросельних
перетворювачів: а - послідовна; б - компенсаційна

Недолік індуктивних і трансформаторних перетворювачів - важко регулювати і компенсувати початкову напругу на виході перетворювача. Крім того, для зменшення перешкод обидва типи перетворювачів потребують ретельного екранування, що збільшує їх габаритні розміри і масу.

Робота *магнітопружних перетворювачів* заснована а зміні магнітних властивостей при дії на них механічних сил. Одночасна зміна магнітної проникності, що відбувається під впливом навантаження, і лінійних розмірів сердечника можна використовувати для вимірювання деформацій. При цьому відносну чутливість магнітопружних перетворювачів до деформації можна охарактеризувати (подібно тензорезисторам) *коефіцієнтом тензочутливості*:

$$S = (\Delta\mu / \mu) / (\Delta l / l) = \varepsilon_\mu / \varepsilon_l. \quad (3.20)$$

При вимірюванні сил і механічної напруги коефіцієнт чутливості:

$$S = \varepsilon_\mu / \sigma \quad (3.21)$$

Магнітопружні перетворювачі можна розділити на дросельні (рис. 3.14, а) і трансформаторні (рис. 3.14, б, в).

У перетворювачах дросельного типу зміна магнітної проникності сердечника приводить до зміни повного електричного опору Z котушки дроселя. При невеликому поверхневому ефекті відносну зміну опору перетворювача, нехтуючи активним опором котушки, можна прийняти рівною $\Delta Z / Z = \Delta \mu / \mu$. Тоді чутливість перетворювача:

$$S_{\sigma} = \Delta Z / Z_{\sigma}. \quad (3.22)$$

Вимірювальний ланцюг перетворювача дросельного типу в простому випадку (рис. 3.15, а) складається з послідовно включених постійного резистора R і дроселя-перетворювача D_p , паралельно якому включений індикатор. Недолік цієї схеми - наявність великої початкової напруги U_0 , що звужує динамічний діапазон і роздільну здатність вимірника. Тому замість такої схеми зазвичай застосовують диференціальну - з компенсацією початкової напруги (рис. 3.15, б). Перетворювачі дросельного типу прості, мають задовільну лінійність в робочому діапазоні і реальні амплітудні погрішності близько 2 - 5%.

Чутливість трансформаторного перетворювача (у припущенні, що $\Delta U_2 / U_2 = \Delta \mu / \mu$) можна з урахуванням (3.21) виразити співвідношенням:

$$S = \Delta U / U_{\sigma}. \quad (3.23)$$

Датчики з подібними перетворювачами мають чутливість до декількох мілівольт на 1 Н. Основна їх похибка при правильному виборі матеріалу і конструкції магнітопровода не перевищує 0,5%. Проте температурна похибок велика і складає 1,5 - 2% на 10°C. Іншим джерелом похибок є гістерезис. При статичних навантаженнях похибка за рахунок гістерезису сягає 4%, зменшуючись при динамічних навантаженнях до 1 %.

3.4. Перетворювачі Хола

Ефект Хола - гальваномагнітне явище, широко використовуване у вимірювальній практиці. Воно полягає в тому, що в точках 2, 2' пластини (рис. 3.16, а), поміщеної в магнітне поле з індукцією B , виникає різниця потенціалів

U_H якщо через неї протікає струм I . Е. р. с. Хола $U_{2,0}B$ між крапками 2,2' у відсутності навантаження:

$$U_{2,0} = kR_x I_1 B / a = \gamma I_1 B, \quad (3.24)$$

де I_1 - струм, що протікає уздовж пластини, А; K - коефіцієнт, залежний від розмірів пластини і електродів, зокрема від співвідношення b/a і h/l (h - ширина «холовських» електродів); a - товщина пластини, м; R_x - постійна Хола є характеристикою напівпровідникового матеріалу, $\text{м}^3/\text{А}$; B - індукція магнітного поля, Тл; γ - чутливість.

При навантаженні датчика Хола кінцевий опір напруги на електродах зменшується:

$$U_2 = \gamma I_1 B / (1 + R_{\text{вих}} / R), \quad (3.25)$$

де $R_{\text{вих}}$ - вихідний опір датчика (опір між «холовськими» електродами у відсутності магнітного поля). Вхідним опором $R_{\text{вх}}$ датчика Хола є опір між струмовими електродами 1,1' перетворювача.

Разом з чутливістю U , вхідним і вихідним опорами до характеристик перетворювача відносяться номінальне значення керуючого струму і напруга нееквівалентності. За номінальне значення керуючого струму приймають струм, при якому відбувається помітна зміна характеристики $U_{2,0} = f(I_1)$ при максимальній величині магнітної індукції і відсутності тепловідводу. Поліпшивши тепловідвід, можна істотно збільшити керуючий струм, а з ним і вихідний сигнал, поки не перевищиться допустима для елемента температура.

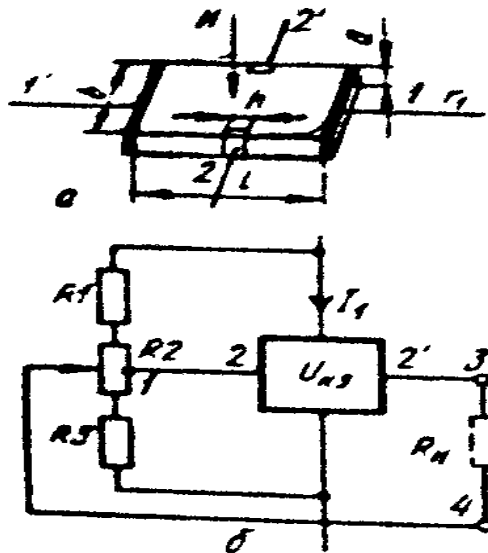


Рис. 3.16 Пристрій (а) і схема компенсації нееквівалентності (б)
перетворювача Хола

Напруга нееквівалентності (залишкова напруга) – це напруга, яке виникає на "холовських" електродах відносно прямої, перпендикулярної до ліній керуючого струму, внаслідок чого електроди не виявляються на еквіпотенціальній лінії. Необхідно відмітити, що напруга нееквівалентності стає перешкодою для основного сигналу і тому має бути зменшена або підбором елементів, або схемним шляхом.

Одна з поширених схем компенсації залишкової напруги приведена на рис. 3.16, б. У схемі опору резисторів $R1$ і $R3$ в декілька сотень разів перевершує вхідний опір перетворювача, а опір резистора $R2$ (з відведенням від середню) - такого ж порядку, що і вихідний опір. Крім того, опір резистора $R3$ беруть на 20 - 25% більшим, компенсуючи напругу нееквівалентності. Настроюючи схему, між точками 1 і 2 включають чутливий індикатор струму і за допомогою резистора $R3$ врівноважують їх потенціали. Потім переміщенням повзуна резистора $R2$ добиваються відсутності залишкової напруги між точками 3 і 4.

Датчики з перетворювачами Хола все частіше застосовують для вимірювання механічних величин, зокрема кутів повороту, лінійних

переміщень і коливань. Якщо перетворювач переміщається в неоднорідному магнітному полі, то напруга Хола залежить від величини зсуву. Отже, доцільно застосовувати такі магнітні системи, при яких ця залежність лінійна. На рис. 3.17 представлено три магнітні системи, в яких перетворювач Хола переміщається у напрямі x : у першій схемі він висувається із зазору магніта (рис. 3.17, *а*), в другій - переміщається в зазорі між феритовими магнітами, оберненими однойменними полюсами один до одного (рис. 3.17, *б*), в третій - висувається з-під полюса S до полюса N магнітної системи або навпаки (рис. 3.17, *в*).

Окрім безпосереднього вимірювання механічних величин, перетворювачі Хола широко застосовуються для цілеспрямованої переробки електричних сигналів, отриманих від інших датчиків. Так, за допомогою перетворювачів Хола можна проводити складання і віднімання, множення і ділення, піднесення до ступеня і витягання кореня і ряд інших математичних операцій з електричними величинами.

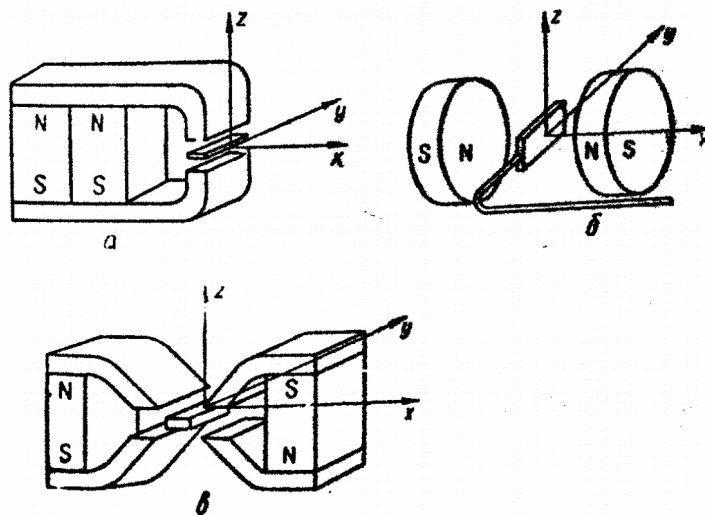


Рис. 3.17 Схеми (*а*, *б*, *в*) перетворювачів механічних переміщень і коливань, що працюють на ефекті Хола

3.5. Індукційні перетворювачі

Переходячи до розгляду генераторних перетворювачів, нагадаємо, що до перетворювачів генераторного типу відносяться пристрої, що забезпечують

безпосереднє перетворення вимірюваної неелектричної величини в пропорційні значення струму або напруги без застосування зовнішніх джерел живлення. Це індукційні, п'єзоелектричні, термоелектричні (термопари) і деякі фотоелектричні перетворювачі.

Для перетворення механічних переміщень в електричний сигнал в індукційних перетворювачах використовується явище електромагнітної індукції - наведення е. р. с. в електричному контурі, що викликається зміною магнітного потоку:

$$e = -\omega d\Phi / dt, \quad (3.26)$$

де e - миттєве значення е. р. с.; ω - число витків котушки; Φ - магнітний потік.

Із співвідношення видно, що е. р. с., яка наводиться залежить не від абсолютного значення магнітного потоку, а від швидкості його зміни. У зв'язку з цим індукційні перетворювачі безпосередньо можна застосовувати тільки для вимірювання швидкості переміщення. Для визначення переміщень і прискорень в контур вводять відповідно інтегруючий або диференціюючий ланцюг.

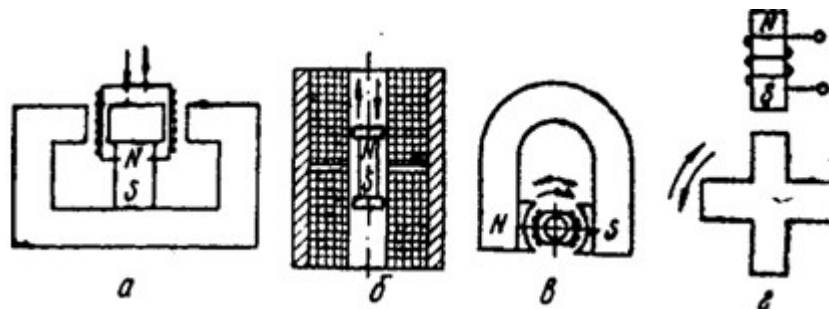


Рис. 3.18 Схеми пристрою індукційних перетворювачів для вимірювання швидкості: $a, б$ – поступального переміщення; $в, з$ – обертання

Першу достатньо поширену групу індукційних перетворювачів складають перетворювачі, в яких зміна магнітного потоку, що зчіплюється з витками котушки, здійснюється або переміщенням її в магнітному полі постійного магніта, або переміщенням постійного магніта щодо нерухомої котушки. Ця група перетворювачів є, по суті справи, генераторами, е. р. с. яких

пропорційна швидкості лінійних (рис. 3.18, *а*) або кутових (рис. 3.18, *в*) переміщень котушки в постійному магнітному полі або швидкості переміщення магнітного поля щодо витків котушки (рис. 3.18, *б*).

Другу групу утворюють перетворювачі, в яких зміна магнітного потоку створюється зміною магнітного опору. Такий перетворювач можна отримати, наприклад, подаючи на обмотку збудження трансформаторного перетворювача постійний струм (обмотка підмагнічування). Тоді е. р. с, що наводиться у вторинній обмотці, буде пропорційна швидкості зміни магнітного опору. У тих випадках, коли величина е. р. с., що наводиться не є параметром, що несе інформацію, можна використовувати повністю розімкнені магнітні ланцюги. Прикладом може служити перетворювач (рис. 3.18, *г*), вихідним параметром якого є частота е. р. с, що наводиться.

Е. р. с. перетворювачів з рухомою котушкою залежить від індукції B в повітряному зазорі, довжини l витка, числа ω витків і швидкості V переміщення:

$$e = Bl\omega V, \quad (3.27)$$

а е. р. с. перетворювачів із змінним магнітним опором:

$$e = \omega F V_G, \quad (3.28)$$

де V_G - швидкість зміни магнітної провідності; F - м. р. с. (магніторушійна сила).

З виразів (3.27) і (3.28) видно, що чутливість, перетворювачів залежить від величин B і F , які визначаються параметрами постійного магніта. Зазвичай прагнуть спроектувати магніт так, щоб енергія $B_M H_M$ що доводиться на одиницю об'єму, була максимальною.

3.6. П'єзоелектричні перетворювачі

Робота п'єзоелектричних перетворювачів заснована на використанні п'єзоелектричного ефекту. Він проявляється в здатності деяких матеріалів утворювати при механічному навантаженні електричні заряди. Кількісно

п'єзоефект оцінюється пьезомодулем d , що встановлює пропорційність між виникаючим зарядом Q і прикладеною силою P :

$$Q = dP. \quad (3.29)$$

Найважливіші природні матеріали, що володіють п'єзоелектричними властивостями, - кварц і турмалін; з штучних сегнетоелектриків застосовують титанат барія, сегнетову сіль, дегідрофосфат амонія і ін.

Найчастіше для вимірювальних цілей використовують кварц, кристал якого є шестигранною призмою, увінчаною з обох кінців шестигранними пірамідами. Вісь, що проходить через вершини пірамід, називають оптичною віссю z , вісь x , що проходить через ребра призми перпендикулярно до оптичної осі, називають електричною, а вісь y , нормальну до граней призми, - механічною.

Якщо вирізувати з кристала пластинку в плоскості ux , то при дії сили P_x по напрямку електричній осі на її гранях виникнуть електричні заряди:

$$Q = d_{11} P_x, \quad (3.30)$$

де d_{11} - пьезомодуль, рівний для кварцу $2,3 \cdot 10^{-12}$ Кл/н. Якщо ж пластину піддати стискуванню у напрямі осі y , то на тих же гранях виникнуть заряди, але вже протилежного знаку:

$$Q = -d_{11} P_y b / a. \quad (3.31)$$

При цьому значення заряду залежить від співвідношення розмірів пластинки b/a .

Для збільшення заряду перетворювач набирають з декількох (n) пластин, які механічно сполучають послідовно, а електрично - паралельно (рис. 3.19). В цьому випадку сумарний заряд:

$$Q_n = nQ. \quad (3.12)$$

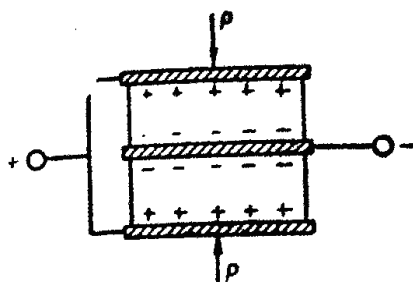


Рис. 3.19 Схема п'єзоелектричного перетворювача, що працює на стискуванні

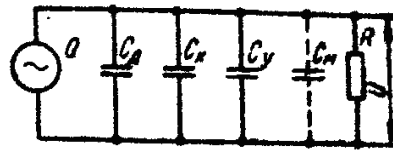


Рис. 3.20 Еквівалентна схема включення п'єзоелектричного перетворювача

Разом з перетворювачами, що працюють на стискуванні (рис. 3.19), поширені конструкції, у яких п'єзоелемент працює на вигин і на зрушення.

При механічній дії на п'єзокристал на його електродах повинна виникати напруга:

$$U = Q / C_0, \quad (3.32)$$

де C_0 - ємкість конденсатора, що утворюється гранями пластини.

У реальних умовах п'єзоелектричний перетворювач завжди виявляється зашунтованим деякою ємкістю C_0 і опором R . Ємкість:

$$C_0 = C_0 + C_k + C_y + C_m, \quad (3.33)$$

де C_0 , C_k , C_y , C_m - ємкість самого перетворювача, сполучного кабелю, вхідна підсилювача і масштабна, або підстроювальна, відповідно.

Тому еквівалентна електрична схема включення з урахуванням опору витоку матиме вигляд, показаний на рис. 3.20.

Через шунтуючу дію R напруга на перетворювачі навіть при $P_x = \text{const}$ змінюється згідно із законом:

$$U = dP_x [1 - \exp(-t / RC_0)] / C_0, \quad (3.34)$$

де t - час.

У зв'язку з цим п'єзоелектричні перетворювачі не можна застосовувати для вимірювання сил і тиску, що мають постійну складову, оскільки неминучий витік зарядів з п'єзопластин приводять до того, що напруга не визначається тільки змінною складової силового параметра, що вимірюється. Неточно відтворюються і низькочастотні складові вимірюваної величини.

3.7. Термоелектричні генераторні перетворювачі

Термоелектричні перетворювачі (термопари) побудовані на основі виникнення е. р. с. в замкнутому ланцюзі двох різних за матеріалом провідників при нагріванні однієї з точок їх з'єднання. Отримувана термо-е. р. с. є функцією різниці температур t_1^0 і t_2^0 точок з'єднання провідників A і B (рис. 3.21, *а*). Про значення термо-е. р. с. можна судити за показами індикаторного приладу (ІП), включеного в розрив провідника B (рис. 3.21, *а*) або в спай ланцюга (рис. 3.21, *б*), що не нагрівається. Спай, що не нагрівається, прийнято називати *холодним* на відміну від *гарячого*, такого, що безпосередньо знаходиться під дією вимірюваної температури. Подібний термоелектричний ланцюг з двох різних провідників називається *термопарою*.

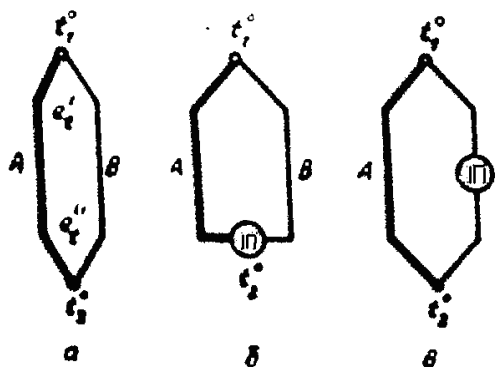


Рис. 3.21 Термоелектричний ланцюг (*а*) і схеми включення індикаторного приладу (*б*, *в*)

Висока точність вимірювання температури t_1^0 за допомогою термопари можлива лише при достатньо точній фіксації температури холодного спаю. Для цього холодні спаї температур поміщають в судину Д'юара з танучим льодом або в якій-небудь інший термостат.

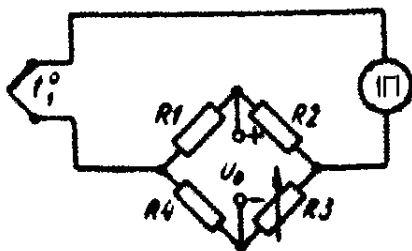


Рис. 3.22 Схема автоматичної корекції впливу нестабільності температури холодного спаю термопари

Вплив нестабільності температур холодного спаю можна усунути, застосувавши схему з автоматичною корекцією (рис. 3.22). Термопара та ПІ включені у вимірювальну діагональ омичного моста, що живиться постійною напругою U_0 . Резистори $R1$, $R2$ і $R3$ моста виготовлені з манганіну, а $R4$ - з міді або нікелю. Схема моста розміщена в безпосередній близькості від холодного спаю. При початковій температурі t_2^0 міст балансируется за допомогою змінного резистора $R3$. Якщо в процесі вимірювання температура t_2^0 холодного спаю підвищиться, то зростає і значення $R4$, а виникаюча на вимірювальній діагоналі напруга компенсуватиме зменшення е. р. с. термопари.

Дані про значення термо-е. р. с, що розвиваються термопарами з різних металів і сплавів, є в літературі.

3.8. Фотоелектричні генераторні перетворювачі

Фотоелектричні перетворювачі успішно використовуються при вимірюванні світлового потоку, інтенсивність якого визначається значенням тієї або іншої фізичної величини (кольору, прозорості і т. п.). Для цього застосовують фотоелементи із зовнішнім і внутрішнім фоторезисторним фотоефектом, а також вентильні фотоелементи. Останні є перетворювачами генераторного типу, тобто вимірника струму підключають безпосередньо до затисків такого фотоелемента.

Розглянемо чотири основні групи використання фотоелементів у вимірювальній техніці. У першій (рис. 3.23, а) світловий потік Φ_x сприймаємий і перетворюваний фотоелементом ΦE , створюється самим випромінюючим об'єктом O .

Приклад подібного використання фотоелемента - фотоелектричний пірометр, вживаний для вимірювання температури нагріву металу.

У другій групі (рис. 3.23, б) початковий світловий потік $\Phi_0 = const$ створюється зовнішнім освітлювачем L , але на його шляху поміщають діафрагму або непрозору деталь D , розмір якої контролюється або вимірюється. Таким чином, потік, що поступає у фотоелемент Φ_x утворюється за рахунок

модуляції потоку Φ_0 зміною положення діафрагми або розміру контрольованої деталі.

У третій групі (рис. 3.23, в) також застосовують зовнішній освітлювач L , що створює світловий потік Φ_0 але він направлений на поверхню Π об'єкту. На фотоелемент потрапляє тільки відбитий потік $\Phi_x \neq \Phi_0$. В цьому випадку світловий потік Φ_x може бути функцією стану поверхні - її шорсткості, кольору, прозорості (рис. 3.23, з).

Особливість пристроїв четвертої групи (рис. 3.23, д) полягає в тому, що носієм корисної інформації в них виступає не інтенсивність світлового потоку, а частота його зміни. На такому принципі працюють, наприклад, фототахометри, призначені для вимірювання числа оборотів валу B , на торці якого розташовано дзеркало 3 .

Очевидно, що в цьому останньому випадку вимоги до стабільності характеристик фотоелемента можуть бути знижені.

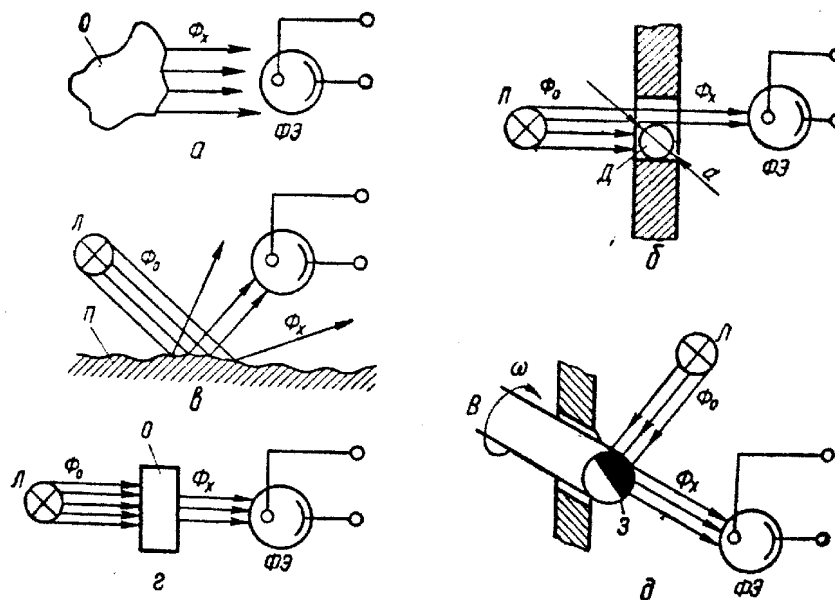


Рис. 3.23 Схеми використання фотоелементів для вимірювання неелектричних величин: а - випромінює об'єкт; б - модуляцією потоку; в, г - вимірювання відбитого (ослабленого) потоку; д - вимірювання частоти зміни потоку

4. ОРГАНІЗАЦІЯ І МОДЕЛЮВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТІВ

4.1 Наукова організація експерименту

Загальна методика експериментального дослідження розділяється на три логічно обґрунтованих етапи: підготовку експериментального дослідження, методику його проведення і методику обробки експериментальних даних. Залишивши питання методики проведення експериментальних досліджень для особливого розгляду розглянемо питання наукової організації експерименту, що включає підготовку дослідження і обробку експериментальної інформації.

Необхідність в науковій організації експериментальних досліджень процесів ОМТ викликається все зростаючими вимогами до глибини проникнення в сутність досліджуваних об'єктів і якості інформації. Обґрунтовані думки про перелік випробувальних заходів, їх раціональну послідовність, сукупність реєстрованих величин, вимогах до точності вимірів і частоти реєстрації можна мати лише, маючи в своєму розпорядженні кількісні співвідношення, що зв'язують відшукувані техніко-економічні характеристики випробовуваного об'єкту з його параметрами. Тому найважливішим принципом організації складних експериментів в сучасних умовах є системний підхід, що передбачає розгляд всіх засобів, що беруть участь в експерименті, як єдиної системи, що має математичну модель і що функціонує відповідно до певного алгоритму. Проведення експерименту завжди зв'язане з певними витратами, а співвідношення корисного ефекту, отриманого в результаті експерименту, і витрат на його проведення визначає ефективність експерименту.

Після вивчення всіх матеріалів, що відносяться до мети і предмету дослідження, вирішують його головну задачу - розробляють робочу гіпотезу, тобто наукове припущення про розвиток (протікання) явища, що вивчається, і його вірогідне пояснення. У робочій гіпотезі виділяють найбільш важливі, вирішальні, а також можливі причинні зв'язки і взаємодії, вірогідний напрям і хід розвитку явища в цілому.

Якщо передбачуваний розвиток явища або зміни чинників, що його обумовлюють, піддаються аналітичній виставі, тобто математичному вираженню у вигляді певних фізико-механічних закономірностей, то вони можуть привести до створення так званої моделі явища (процесу), в якій явища замінені системою математичних формул.

Види моделей, вживаних на практиці, вельми всіякі. Це і фізичні моделі, що є геометрично подібні або масштабно змінені оригінали, і символічні моделі, тобто описи властивостей за допомогою символів (у вигляді рівнянь, графіків функцій, таблиць, графів і ін.), і, нарешті, математичні, або аналогові моделі, коли замість дослідження якого-небудь явища на самому об'єкті або в реальних умовах його протікання імітують його на установці, відтворюючій фізично інше явище, але описуване такими ж рівняннями, що і явище в оригіналі. Як при математичному, так і при фізичному моделюванні доцільно використовувати теорію подібності, що допомагає узагальнити результати експерименту, принципи розмірності, визначити кількість незалежних змінних і контактуючих параметрів.

Після розробки робочої гіпотези переходять до планування науково обгрунтованого і найбільш економно здійснюваного дослідницького процесу: вибирають метод дослідження, устаткування, пристосування і вимірювальну апаратуру; аналізують і враховують погрішності апаратури і методу дослідження, встановлюють помилку і невизначеність експерименту в цілому; приймають рішення про спосіб обробки експериментальної інформації, визначають інтервали і необхідне число відліків; розробляють план експерименту, на основі якого визначають кількість дослідів; встановлюють послідовність проведення дослідів, витрати часу і засобів.

Вибір методу дослідження визначається, головним чином, кількістю і якістю інформації, яку потрібно отримати. При цьому дослідник не повинен керуватися особистими схильностями або практикою, що склалася. Інакше він ризикує отримати надлишкову або, навпаки, недостатню інформацію,

ускладнити і здорожити експеримент, а інколи і отримати недостовірні результати.

Мета експерименту значною мірою визначає фізичний сенс результатів виміру, а це у свою чергу впливає і на вибір методу. Так, якщо вивчається зміна геометричних параметрів процесу (наприклад, витяг і розширення при куванні і плющенні), то первинні дані доцільно отримувати у вигляді переміщень, використовуючи геометричні методи дослідження. Завдання про глибину проникнення пластичних деформацій, нерівномірності розподілу деформації і подібні до них передбачають оцінку деформованого стану. Тут первинні дані бажано отримувати у вигляді деформацій, наприклад за допомогою поляризаційно-оптичного методу.

Вибираючи метод дослідження, слід звернути увагу на можливість застосувати той або інший спосіб обробки первинних дослідних даних. У зв'язку з інтенсивним розвитком обчислювальної техніки і прикладної математики зараз широко використовують аналітичні методи, що створюють передумови для автоматизації експериментальних досліджень. Проте зберігають своє значення графічні і графоаналітичні методи, що володіють достатньою точністю і простотою. Розвитку і вдосконаленню цих методів сприяє створення автоматизованих систем управління експериментом, що включають візуальні засоби відображення інформації, у тому числі дисплеї, монітори та екрани, мікропроцесори, ПК і т.п.

Вибір методу в тій чи іншій мірі зумовлює склад устаткування для проведення експерименту. Вибираючи устаткування, не слід прагнути до максимально можливої точності, оскільки і на унікальному устаткуванні можна отримати тривіальні результати. Точність вимірювальних приладів повинна відповідати необхідній достовірності результату. Слід також пам'ятати, що вища точність вимірів - це або витрати на дорожче устаткування, або витрати часу на повторення дослідів. Раціональне співвідношення того і іншого потрібно визначити у кожному конкретному випадку. Нарешті, слід зазначити, що високої ефективності експериментальних досліджень можна досягнути,

ретельно продумувавши і обґрунтовано поєднуючи натурні дослідження з лабораторними, виконаними на фізичних, електричних і інших моделях.

Завершальний етап експериментальних досліджень - обробка і узагальнення отриманих результатів експерименту. Для цього використовують всі матеріали спостережень: результати вимірів, описи розвитку процесів, спостережувані під час дослідів закономірності, можливі відхилення і їх причини, нові чинники, не передбачені при плануванні дослідження, зразки, фотографії, таблиці, графіки і ін.

Спочатку знаходять функціональні зв'язки між дослідними даними, представленими зазвичай у вигляді таблиць або графіків. Після відповідної обробки ці дані вивчають, з тим аби якнайповніше розкрити закономірності розвитку досліджуваного процесу, його зв'язок і взаємодію з супутними явищами. Встановивши функціональні зв'язки між окремими параметрами, переходять до аналізу процесу в цілому, його теоретичному узагальненню і вираженню дослідних закономірностей емпіричними формулами.

4.2 Основні положення теорії подібності і моделювання

Постановка експерименту в лабораторних умовах практично завжди пов'язана з моделюванням. *Моделюванням* називають дослідження, що проводяться на моделях або реальних установках із застосуванням методів теорії подібності при постановці експерименту і обробці його результатів. Під *моделями* в широкому сенсі розуміють установки, пристрої, комбінації окремих елементів або суму логічних вистав, відтворюючих. явища або групу явищ, подібних до тих, що вивчається. *Подібними* називають явища, в яких всі процеси (повна подібність) або найбільш істотні при даному дослідженні (неповна подібність) у будь-який момент часу і в будь-якій точці простору відрізняються від відповідних параметрів іншого явища в певне число разів, зване *масштабом моделювання*.

Подібність явищ може бути фізичною і математичною. У *фізично подібних* явищах всі процеси (або основні для даного дослідження) мають

однакову фізичну природу. У *математично подібних* явищах процеси мають різну фізичну природу, але описуються однаковими рівняннями.

Положення про геометричну подібність фігур поширюється і на однорідні фізичні явища:

$$l_M/l_H = a_M/a_H = h_M/h_H = \dots = n, \quad (4.1)$$

де $l_M, l_H, a_M, a_H, h_M, h_H$ - подібні лінійні розміри двох подібних фігур (моделі і натура), n - масштабний коефіцієнт, константа, або множник, подібності.

Константи подібності дійсні лише для величин однієї розмірності. Аби знати, до якої величини відноситься константа, при кожній з них ставлять відповідний індекс. Наприклад, для відношення лінійних розмірів подібних тіл константа подібності $l_M/l_H = n_l$ для відношення їх площ і об'ємів константи будуть іншими:

$$S_M/S_H = n_s = n_l^2; V_M/V_H = n_v = n_s n_l = n_l^3. \quad (4.2)$$

Поняття подібності можна розповсюдити на будь-які фізичні явища і на будь-які скалярні, векторні і тензорні величини. Тому для двох подібних систем справедливі, наприклад, такі співвідношення:

$$t_M = n_t t_H; t_M^0 = n_{t0} t_H^0; P_{iM} = n_p P_{iH}; \quad (4.3)$$

$$u_{iM} = n_u u_{iH}; \sigma_{ijM} = n_\sigma \sigma_{ijH}; \varepsilon_{ijM} = n_\varepsilon \varepsilon_{ijH}; \quad (4.4)$$

де t - час; t_0 - температура; P_i - сили; u_i - переміщення; $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}$ - компоненти тензорів напруги і деформацій.

Природно, що не всі масштаби моделювання можна вибрати довільно. Наприклад, швидкості, аналогічних точок моделей і натури зв'язані співвідношенням

$$n_v = v_{iM}/v_{iH} = l_M l_H / l_H l_M = n_l / n_t \quad (4.5)$$

тобто масштаб швидкості повністю визначається геометричним і тимчасовим масштабами моделювання.

Рівняння (4.5) можна представити і у такому вигляді:

$$n_v n_t n_l = 1 \quad (4.6)$$

Оскільки:

$$n_v = v_M/v_H; n_t = t_M/t_H; \text{ і } n_l = l_M/l_H, \quad (4.7)$$

з (4.6) витікає, що

$$v_M t_M / l_M = v_H t_H / l_H. \quad (4.8)$$

Члени рівняння (4.8) - безрозмірні комплекси величин, що характеризують дані явища. Для подібних явищ ці комплекси збігаються одне з одним, тому рівняння (4.9) можна представити у вигляді

$$vt/l = \text{idem (одне і те ж)}. \quad (4.9)$$

Такі комплекси в теорії подібності називають *інваріантами* або *критеріями подібності*. Встановлення зв'язку між ними складає зміст першої теореми подібності, запропонованої Ньютоном. Вона формулюється таким чином: *подібні між собою явища мають однакові критерії подібності*.

Згідно другій теоремі подібності, якщо дані, отримані з досвіду, можна було безпосередньо розповсюдити на подібні явища, ці дані необхідно представити у вигляді залежностей між критеріями подібності. На підставі цієї теореми будь-яку залежність між змінними, що характеризують яке-небудь явище, можна представити у вигляді залежності між критеріями подібності:

$$F(K_1, K_2, \dots, K_n) = 0, \quad (4.10)$$

де $K_1, K_2, \dots, K_n$ - критерії подібності. Рівняння типа (4.10) носять назву *критерійних рівнянь*.

Третя теорема подібності, що встановлює ознаки подібності явищ, формулюється таким чином: *подібні ті явища, умови однозначності яких подібні і критерії, складені з умов однозначності, чисельно однакові*.

Таким чином, теорія подібності, даючи загальні методичні вказівки, є фундаментальною основою теорії моделювання, що має на меті замінити вивчення явищ в натурі більш просто здійсненим вивченням аналогічних явищ на математичних і фізичних моделях. Принципи критерійної подібності і аналізу розмірності широко застосовуються при складанні математичних рівнянь робочої гіпотези досліджуваного явища і обробці результатів досліджень.

4.3 Аналіз розмірності і зменшення числа змінних

При складанні рівнянь робочої гіпотези, математичному і фізичному моделюванні вельми доцільно користуватися теорією подібності, а також так званим принципом розмірності. Викладемо його.

При підготовці дослідження завжди намічають певне коло (сукупність) параметрів, які представляються істотними для характеристики явища, що вивчається. Аналітичні вирази, що встановлюють взаємозв'язок між цими параметрами, в найзагальнішому вигляді можна представити як:

$$f(q_1, q_2, \dots, q_n) = 0 \quad (4.11)$$

де $q_1, q_2, \dots, q_n$ - всі без виключення елементи (параметри), протікання явища, що вивчається, що істотно впливають на характер дослідження.

Для коректного аналізу розмірності потрібно знати характер і число фундаментальних параметрів (змінних) в експерименті. *Фундаментальною змінною* називають величину, що впливає на експеримент і здатну змінюватися незалежно від інших змінних. Фундаментальні змінні слід відрізняти від регульованих. Так, прискорення сили тяжіння можна змінити незалежно від інших змінних, відправивши експериментальну установку до космічного простору, проте при всіх земних дослідах воно має практично постійне, нерегульоване значення.

Якщо достовірно відомий весь набір змінних, що характеризують процес, то їх відразу можна перетворити згідно першої частини теореми Букінгема: *якщо яке-небудь рівняння однорідне відносно розмірності, то його можна привести до співвідношення, що містить набір безрозмірних комбінацій величин.*

Однорідними відносно розмірності є рівняння, форма яких не залежить від вибору основних одиниць. Наприклад, відоме рівняння Феннінга для розрахунку втрат на тертя в трубі при ламинарному перебігу рідини:

$$\Delta p = f(L/D)v^2/2g. \quad (4.12)$$

У даному рівнянні можна виділити три безрозмірні комбінації: $\Delta p/(v^2/2g)$, f і L/D .

Неоднорідні рівняння не можуть дати повного математичного опису природного явища або процесу. Можна не знати всіх змінних, що впливають на експеримент, але потрібно мати на увазі, що ці змінні і ті що зв'язують їх в безрозмірне рівняння існують (незалежно від того, відомі вони чи ні). Якщо не вдається отримати систему безрозмірних комбінацій, це означає, що не врахований щонайменше один з чинників

В разі рівняння Феннінга в найзагальнішому його вигляді найбільший інтерес зазвичай представляють втрати Δp . Відомо, що ця величина залежить від довжини L труби, діаметру D і швидкості v потоку. Всі ці величини - незалежні змінні. Хоча прискорення сили тяжіння g - практично величина постійна, його також потрібно враховувати. Інші незалежні змінні - щільність ρ , в'язкість ν рідини і висота h нерівностей, що характеризують властивості внутрішньої поверхні труби. Отже, маємо вісім фундаментальних змінних. Загальне рівняння можна записати у вигляді

$$\Delta p = \varphi(L, D, v, \rho, \nu, h, g). \quad (4.13)$$

Якщо рівняння (4.13) однорідне відносно розмірності, то згідно теореми Букингема його можна виразити через безрозмірні комбінації величин. З досвіду відомо, що таке співвідношення має наступний вигляд:

$$\Delta p / (\nu^2 / 2g) = \varphi'(L/D, \nu D \rho / \nu, h/D). \quad (4.14)$$

В порівнянні із записом (4.13) у формулі (4.14) число варійованих змінних скорочене до трьох [рівняння (4.13) містило 7 змінних.

Визначимо тепер комбінації величин, що входять у формулу (4.14). Для цього спочатку виразимо розмірність всіх змінних, що входять в рівняння (4.13), через розмірність маси M , часу T і довжини L , прийнятих за основні (табл. 4.1).

Таблиця 4.1 Параметри ламинарного потоку рідини в трубі

Змінна	Позначення	Формула розмірності
Втрати тиску в трубі	Δp	L
Довжина труби	L	L
Діаметр труби	D	L
Швидкість потоку рідини	v	LT^{-1}

В'язкість рідини	ν	$ML^{-1} T^{-1}$
Щільність рідини	ρ	ML^{-3}
Висота нерівностей поверхні	h	L
Прискорення сили тяжіння	g	LT^{-2}

Співвідношення між даними величинами представимо у такому вигляді:

$$\Delta p = \varphi(L^a, D^b, \nu^c, \nu^d, \rho^e, h^k, g^l). \quad (4.15)$$

Підставивши сюди замість символів розмірності з таблиці, отримаємо

$$L = \varphi[L^a, L^b, (LT^{-1})^c, (ML^{-1} T^{-1})^d, (ML^{-3})^e, L^k, (LT^{-2})^l] \quad (4.16)$$

Аби це рівняння було однорідним відносно розмірності, повинні виконуватися наступні співвідношення між показниками міри:

$$\text{для } M: 0 = d + e;$$

$$\text{для } L: 1 = a + b + c - d - 3e + k + l; \quad (4.17)$$

$$\text{для } T: 0 = -c - d - 2l.$$

Отже, маємо три рівняння з сімома невідомими. Їх можна спростити, виключивши b , з і e . Тоді $e = -d$; $c = -d - 2l$; $b = 1 - a - d + l - k$. Підставляючи ці співвідношення у формулу (4.15), отримаємо:

$$\Delta p = \varphi(L^a, D^{1-a-d+l-k}, \nu^{-d-2l}, \nu^d, \rho^{-d}, h^k, g^l) \quad (4.18)$$

Об'єднуючи члени з однаковими показниками, легко скласти безрозмірні комбінації:

$$\Delta p/D = \varphi[(L/D)^a, (\nu D \rho/\nu)^{-d}, (h/D)^k, (Dg/\nu^2)^l] \quad (4.19)$$

Вісім первинних змінних завдання дають п'ять безрозмірних комбінацій. Тепер слід перевірити фактичну функцію, в яку входять комбінації, і знайти вираз, що описує рух рідини в трубі з втратами на тертя. Експерименти в області ламинарного потоку дають наступну функцію:

$$(\Delta p/D)(Dg/\nu^2)^l = 32(L/D)^l (\nu D \rho/\nu)^{-l} (h/D)^0 \quad (4.20)$$

Остаточним буде відоме рівняння для втрат на тертя при ламинарному потоці в круглій трубі:

$$\Delta p/(\nu^2/2g) = (64/N_{RE}) (L/D) \quad (4.21)$$

В даному випадку є всього 3 безрозмірних комбінації. Звичайно, до вигляду рівняння (4.21) не можна прийти, лише аналізуючи розмірність. Проте абсолютно вочевидь, що аналіз розмірності дозволяє спростити експеримент.

Таким чином, розглянувши частковий приклад, сформулюємо ті правила, згідно яким одиниці складної величини можна виразити через одиниці величин, прийнятих за основні. Перш за все шукану одиницю записують у вигляді добутку основних одиниць в деяких мірах. Отриману залежність виражають у вигляді формули розмірності. Прирівнюючи показники міри при однакових елементах в лівій і правій частинах цієї формули, отримують систему рівнянь, вирішення якої і дає значення незалежних показників мір.

У розглянутому прикладі, маючи 8 фізичних величин і вибравши для вираження їх розмірності 3 основних одиниці, отримали п'ять (8-3) безрозмірних комбінацій. Цей результат не випадковий. Він є проявом другої частини теореми Букингема - так званою π -теоремою: *якщо існує однозначне $\varphi(A_1, A_2, \dots, A_n) = 0$ між n фізичними величинами, для вираження яких використовується до основних одиниць, то існує співвідношення*

$$\varphi'(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-k}) = 0 \quad (4.22)$$

між $n - k$ безрозмірними комбінаціями, складеними з цих фізичних величин.

Теорема Букингема має велике значення в теорії експерименту. Вона дозволяє знаходити зв'язок не між самими змінними, а між деякими складеними по розглянутих правилах безрозмірними їх співвідношеннями. Число змінних істотно зменшується, що спрощує дослідження. Крім того, представляючи результати експерименту у вигляді безрозмірних параметрів, тим самим встановлюють області, на які можна закономірно розповсюдити висновки, отримані при дослідженні. Дійсно, вся область однотипних явищ, що мають однакові значення безрозмірних змінних, підкоряється одному і тому ж рівнянню (4.22).

Проілюструємо викладене наступним прикладом.

Хай математична модель процесу ОМТ задана у формі:

$$P = \Phi(\sigma, \mu, a, b, l, h) \quad (4.23)$$

Для перевірки її точності і встановлення допустимої сфери застосування можна узяти декілька матеріалів, виготовити з них зразки і здійснити деформацію в штампах, що мають різні розміри a , b , l , h за різних умов контактного тертя. Якщо для a , b , l , h узяти по п'ять значень, а для σ_s і μ - по три, то буде потрібно $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 = 5625$ дослідів.

Ту ж математичну модель можна представити в критерійному вигляді, наприклад:

$$P/s\sigma = f(\mu, ab/h^2, l/h), \quad (4.24)$$

де $P/s\sigma_s$ - відносна питома сила деформації - критерій, широко використовуваний при теоретичному аналізі процесів ОМТ. В цьому випадку права частина рівняння визначається всього трьома комплексами: μ , ab/h^2 и l/h . Для перевірки буде потрібно у 25 разів менше експериментів. Кількість же інформації виявиться більшою, оскільки кожен із критеріїв, наприклад $l/h = \text{const}$, можна розглядати як відношення безлічі значень $l = ih$ до безлічі значень h (i - дійсне число).

4.4 Фізична подібність при моделюванні процесів ОМТ

Розвинені А. А. Ільюшиним основні положення теорії моделювання виходять із законів подібності. Згідно їм процес в моделі протікатиме подібно до процесу в натурі, якщо відомо, що: 1) модель геометрично подібна до натури; 2) граничні і початкові умови (умови однозначності) для величин, що характеризують процес в моделі, подібні таким же для аналогічних величин в натурі; 3) критерії подібності, складені з величин, що входять в умови однозначності для моделі, дорівнюють критеріям подібності для натури.

Застосовне к ОМТ моделювання використовуються для досліджування закономірності формозміни металів, деформованого стану металу в різних умовах ОМТ, вплив пластичної деформації на зміну структури і властивостей металів, вплив різних схем напружено-деформованого стану металу на пластичність і опір деформації, розподіл напруги і деформацій в осередку

деформації, які визначають параметри процесів при освоєнні нових матеріалів, нові технологічні процеси.

Розглянемо основні умови подібності для процесів пластичної деформації.

1. Згідно принципу подібності тіла, що деформуються, мають бути геометрично подібні. Для цього потрібно, аби стосунки відповідних (подібних) розмірів (довжини l , ширина b , висоти h) натури і моделі були однакові:

$$l_H/l_M = b_H/b_M = h_H/h_M = \dots = m, \quad (4.25)$$

де $m=l/n$ - масштаб моделювання.

При цьому відношенні відповідних поверхонь натури і моделі дорівнюють квадрату, а об'ємів - кубу масштабу моделювання m . Слід зазначити, що відношення тієї або іншої поверхні s до об'єму V у натури і моделі різні. Із збільшенням масштабу моделювання відношення s/V в моделі зростає пропорційно цьому масштабу.

2. Форми робочої частини інструментів для деформації натури і моделі мають бути геометрично подібні, а відношення їх подібних розмірів (наприклад, радіусів округлення матриць, діаметрів валків і т. п.) мають дорівнювати масштабу моделювання m .

3. Степені деформації моделі і натури в порівнювані моменти часу мають бути однакові, тобто $\varepsilon_M = \varepsilon_H$.

Як приклад розглянемо моделювання процесу формозміни заготовки в штампі. Досліджуємо два геометрично подібних процеси деформації металевих заготовок A і A' (рис. 4.1) за допомогою геометрично подібних і здійснюючих геометрично подібні рухи інструментів B і B' . Виходимо перш за все з того, що механічні властивості металу, що піддається обробці тиском при постійній температурі і в досить широкому діапазоні швидкостей, можна охарактеризувати певним графіком залежності напруги від деформацій. Ця залежність однозначна лише в певному швидкісному режимі деформації, оскільки швидкість деформації впливає на опір деформації. Проте при швидкостях, використовуваних при ОМТ які значно перевершують швидкості

повзучості, цей вплив слабкий. Аби істотно збільшити опір зрушенню, потрібно підвищити швидкість деформації на декілька порядків (у $10^2 - 10^4$ раз).

Називаємо процес обробки тіла A за допомогою інструменту B випробуванням в натурі, а процес обробки тіла A' інструментом B' - випробуванням на моделі. Масовими силами (силоміць тягарі, інерційними силами) при розгляді нехтуватимемо, оскільки ваги тіл значно менше потрібних для деформації сил, а інерційні сили, обумовлені швидкісним чинником деформації, відносно невеликі.

Аби визначити напруги, деформації і потужності в процесах A , B і A' , B' , для кожного процесу скористаємося відповідними рівняннями рівноваги - залежностями, що встановлюють зв'язок між напругою і деформаціями і виразами деформацій через переміщення. Вигляд рівнянь залежатиме від того, яка теорія пластичності покладена в їх основу. Крім того, встановимо граничні умови для вільних ділянок поверхні тіл A і A' , для ділянок з кулонівським тертям і ділянок, від них відмінних.

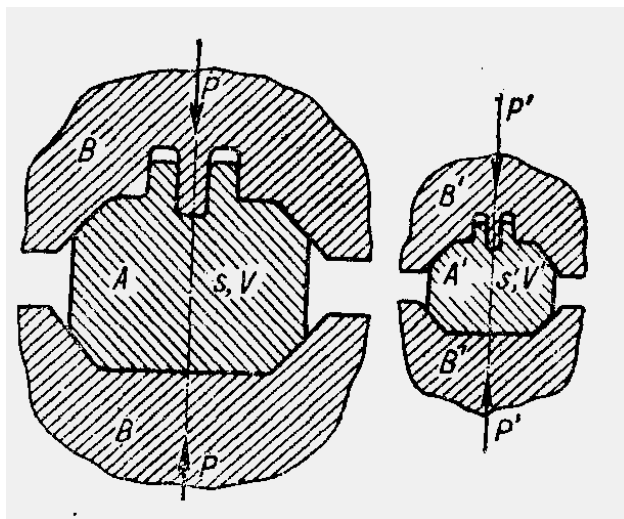


Рис.4.1 Геометрично подібні процеси деформації заготовок.

Тиски тіл A і A' на інструменти B і B' у відповідних крапках при однакових відносних деформаціях відносяться між собою як межі текучості матеріалів тіл A і A' :

$$p/\sigma_T = p'/\sigma_T', \quad (4.26)$$

а значить для сил і потужностей отримаємо вирази:

$$P/\sigma_s s = P'/\sigma_s' s'; W/\sigma_s V = W'/\sigma_s' V' \quad (4.27)$$

Якщо модель A' зроблена з того ж матеріалу, що і натура A , температури випробувань постійні і однакові, то $\sigma_T' = \sigma_T$. Тому тиски в натурі і моделі будуть однакові, сили відноситимуться між собою як площі, а потрібні роботи - як об'єми тіл в моделі і натурі:

$$p' = p; P'/s' = P/s; W'/V = W/V \quad (4.28)$$

З викладеного виходить так званий принцип подібності при ОМТ: якщо однакові процеси пластичної деформації геометрично подібних тіл з однакового матеріалу здійснювати в подібних умовах, то необхідні для деформації тиски будуть рівні між собою, відношення сил дорівнюватиме квадрату, а відношення витрачаємих робіт - кубу відношень відповідних лінійних розмірів тіл. Цей принцип висунутий І. Барбой і Ф. Кіком в 1885 р. Він є поширенням на пластичну деформацію закону подібності, сформульованого В. Л. Кирпічевим в 1874 р.

4.5 Принципи наближеного моделювання

Для того, щоб користуватися закономірностями законів подібності, потрібно при фізичному моделюванні створювати такі умови, при яких забезпечується, з одного боку, геометрична подібність моделі і натурі, а з іншої - фізична подібність процесів, що протікають в них при подібній деформації. Теоретично цього можна досягти, виконуючи критерії подібності. У реальних же умовах моделювання це не досягається, причому в інших випадках відступи від вимог теорії вельми істотні.

При моделюванні з практично достатньою точністю забезпечуються приблизні:

- 1) геометрична подібність моделі і натурі;
- 2) геометрична подібність інструменту моделі і натурі;
- 3) подібність обтисків моделі і натурі;

4) подібність складу металу моделі і натури: метали можуть відноситися до однієї марки, але до різних плавок; замість литого часто використовують вже деформований метал.

Крім того, відбувається наступне:

1) умови нагріву моделі (атмосфера печі, тривалість нагріву) відрізняються від умов нагріву натури; температури деформації заміряються лише приблизно;

2) швидкості охолодження моделі і натури неоднакові, у зв'язку з чим температура деформації моделі не збігається з температурою деформації натури;

3) швидкість деформації точно не задовольняє жодному з критеріїв кінематичної подібності.

Не дивлячись на відмічені невідповідності, наближене моделювання правомірне, оскільки його результати у багатьох випадках сповна задовольняють практику.

Загальноприйнятої методики наближеного моделювання поки що немає. По одному з методів пропонується, не добиваючись повної теплової подібності моделі і натури, тобто однакових температур в подібних точках, проводити гарячу деформацію при рівності середніх за об'ємом температур моделі і натури і дотриманні швидкісної умови $\varepsilon_M = \varepsilon_N$; $v_M = v_N/m$. Проте цей метод вимагає деформації моделі в печі (для підтримки її температури на відповідному рівні), що практично здійснити важко.

Неминучі при моделюванні відступи від принципу подібності слід компенсувати розрахунками шляхом, застосовуючи експериментально встановлені коефіцієнти. Вплив розбіжності в швидкості деформації можна враховувати швидкісним коефіцієнтом φ_c , що показує, в скільки разів збільшиться напруга текучості при тому або іншому збільшенні швидкості деформації ε (табл.4.2).

Таблиця 4.2 Значення швидкісного коефіцієнта φ_c

Відношення швидкостей	Температури деформації
-----------------------	------------------------

деформації	$T/T_{пл} < 0,3$	$T/T_{пл} = 0,3-0,5$	$T/T_{пл} = 0,5-0,7$	$T/T_{пл} > 0,7$
10	1,05-1,10	1,10-1,15	1,15-1,30	1,30-1,50
100	1,10-1,22	1,22-1,32	1,32-1,70	1,70-2,25
1000	1,16-1,34	1,34-1,52	1,52-2,20	2,20-3,40
При переході від швидкості $\epsilon = 1 \times 10^{-1} \text{с}^{-1}$ до ударного навантаження	1,10-1,25	1,25-1,75	1,75-2,50	2,50-3,50
П р и м і т к а. T - абсолютна температура деформації; $T_{пл}$ – абсолютна температура плавлення.				

Вплив масштабу враховують масштабним, або об'ємним, коефіцієнтом ϕ_0 . За даними С. І. Губкіна, при збільшенні об'єму, що деформується, з 25 до $25 \cdot 10^3 \text{ см}^3$ коефіцієнт ϕ_0 зменшується від 1 до 0,4. Е. Н. Мошнін і Н. М. Золотухін для внесення поправки до розрахункових значень тисків, деформуючих сил і робіт при гарячому осаджуванні сталевих зливків рекомендують значення коефіцієнта ϕ_0 , приведені в табл. 4.3.

Таблиця 4.3 Значення ϕ_0

Маса злитка, т	0,5	6,0	20	50	100
ϕ_0	0,80	0,70	0,60	0,55	0,50

Для врахування швидкісного і об'ємного чинників потрібно дійсну напругу a_s у розрахункових формулах множити на коефіцієнти ϕ_c і ϕ_0 .

Як уже згадувалося, аби зберегти подібність фізико-механічних властивостей, доцільно виготовляти модель з матеріалу натури. Проте це не завжди зручно і можливо. Тому для виявлення загальних закономірностей процесів пластичного формозмінення часто матеріал моделі вибирають відмінним від матеріалу натури. При цьому стежать, аби криві зміцнення моделі і натури, побудовані в безрозмірних координатах $\sigma/\sigma_T - \epsilon E/\sigma_T$, були подібні.

Найбільш поширені в практиці моделювання процесів ОМТ такі матеріали, як Al, Pb і різні їх сплави. Інколи для якісного аналізу процесів використовують пластилін, але відмінність у властивостях реологій пластиліну і металів може в деяких випадках привести до помилкових результатів.

Для моделювання процесів гарячої обробки металів в лабораторних умовах рекомендується використовувати Рв. Він добре обробляється, пластичний, має низьку температуру рекристалізації. Вводячи в Рв невеликі кількості Sb (до 5%) і Te (до 0,5%), можна змінювати механічні характеристики модельного матеріалу в досить широких межах.

Добрі результати можна отримати, використовуючи як модельний матеріал Al, який при холодній обробці мало зміцнюється. Як приклад приведемо результати дослідної перевірки Ю. М. Чижіковим закону силової подібності при обтисканні алюмінієвих циліндрових зразків в кімнатній температурі без мастила і з мастилом; масштаб моделювання m змінювався в межах 1,5 ... 7,5.

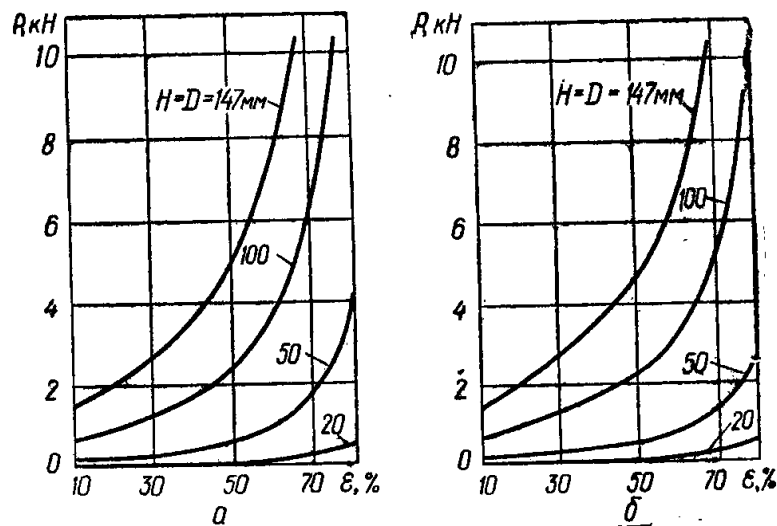


Рис.4.2 Залежність сили осадки P від відносного обтискання ε алюмінієвих зразків: a - без мастила; b - з мастилом касторовою олією

Розміри зразків $D \times H$ при постійному відношенні $D/H=1$ змінювалися від 20x20 до 147x147 мм. Досліджено 4 типорозміру зразків з наступними масштабами m і показниками силової подібності m^2 :

$$\begin{aligned} m_1 &= 50/20 = 2,5; & m_1^2 &= 6,25; \\ m_2 &= 100/20 = 5,0; & m_2^2 &= 25; \\ m_3 &= 147/20 = 7,35; & m_3^2 &= 54; \\ m_4 &= 100/50 = 2; & m_4^2 &= 4; \end{aligned}$$

$$m_5 = 147/50 = 2,94; \quad m_5^2 = 8,65;$$

$$m_6 = 147/100 = 1,47; \quad m_6^2 = 2,16.$$

Зразки піддавали ступінчастому осаджуванню з кроком 10% відносного обтискання ε і постійною швидкістю 0,2 мм/с. Відповідно до закону подібності сила P_2 при деформації тіла великих розмірів (натури):

$$P_2 = m^2 P_1, \quad (4.29)$$

де P_1 - сила при деформації тіла менших розмірів (моделі).

Залежності сили осадки P від відносного обтискання ε (рис.4.2) при деформації як без мастила, так і з мастилом і відношення сил, тобто значення показників подібності, отримані по цих графіках, переконливо показують, що при осіданні зразків з масштабом моделювання 1,5 ... 7,5 закон силової подібності (4.29) виконується з достатньою для практики точністю.

4.6 Математичне моделювання

Під *математичним предметним моделюванням* розуміють спосіб дослідження фізичних процесів шляхом вивчення явищ, що мають відмінне від досліджуваних фізичний зміст, але описуваних однаковими з ними співвідношеннями. У простих випадках для цієї мети використовують відомі аналогії між механічними, електричними і іншими явищами. Класичним прикладом тут служить аналогія між розподілом електричного потенціалу U і сталим розподілом температури T усередині однорідного ізотропного тіла.

Рівняння теплопровідності Фур'є, виражене у відносних координатах:

$$\nabla^2 T = (C_p \gamma / \lambda) (\partial T / \partial t) \quad (4.30)$$

і рівняння, відповідне електричним явищам в сітці з r і C :

$$\nabla^2 U = rC (\partial U / \partial t) \quad (4.31)$$

мають ідентичну структуру.

Якщо за номінальні одиниці набудемо яких-небудь значень $T_o, U_o, t_o, r_o, C_o, \gamma_o, \lambda_o$, то в відносній системі одиниць отримаємо $T' = T/T_o; U' = U/U_o; t' = t/t_o;$

$$C'_p = C_p/C_{p0}; \gamma' = \gamma/\gamma_0; \lambda' = \lambda/\lambda_0; r' = r/r_0; C' = C/C_0; x' = x/x_0; y' = y/y_0; z' = z/z_0.$$

Тоді дані рівняння у відносній системі одиниць наберуть вигляду

$$\nabla^2 T' = (C_{p0} \gamma_0 l_{01}^2 / \lambda_0 t_{01}) (C'_p \gamma' / \lambda') (\partial T' / \partial t'); \quad (4.32)$$

$$\nabla^2 U = (r_0 C_0 n_{02}^2 / t_{02}) r' C' (\partial U' / \partial t').$$

(4.33)

У електричній моделі число елементів n відповідає довжині l в просторових координатах. Тому як номінальна величина n_0 можна вибрати деяке число n_{02} .

Комплекси номінальних значень, ув'язнені в дужках, згідно теорії Фур'є про розмірність фізичних рівнянь, є безрозмірними фізичними величинами. Для груп подібних явищ одного і того ж класу, відповідних одному і тому ж вигляду диференціального рівняння, безрозмірні комплекси, взяті в дужках мають бути тотожні:

$$C_{p0} \gamma_0 l_{01}^2 / \lambda_0 t_{01} = r_0 C_0 n_{02}^2 / t_{02} \quad (4.34)$$

Позначимо відношення величин, утворюючих умови однозначності в зразку і моделі, константами подібності: $l_0/n_{02} = n_l$; $t_{01}/t_{02} = n_t$; $(C_{p0} \gamma_0 / \lambda_0) / r_0 C_0 = n_a$. Вибір множників подібності обмежимо, наклавши умову $n_a n_l / n_t = 1$.

Аби побудувати штучну електричну модель, потрібно провести подібне перетворення умов однозначності системи зразка, інваріантне відносно її критеріїв. Тоді можна одні і ті ж елементи електричних моделей використовувати для вирішення різних практичних завдань.

У математичному моделюванні широко використовують аналогові (АВМ) і цифрові (ЦВМ) обчислювальні машини. АВМ видають рішення у вигляді осцилограм на екрані електронно-променевої трубки. Такі машини застосовують, якщо потрібна не стільки висока точність, скільки наочність процесу. Істотний недолік АВМ загального призначення - відсутність автоматичного введення інформації. Програму (схему моделі) і вихідні дані вводять в машину уручну за допомогою шнурової комутації і потенціометрів, що обертаються. Це вимагає багато часу і великої напруги експериментатора,

проте часто окупається тим, що, на відміну від ЦВМ, час рішення на АВМ мало залежить від складності завдання і складає, як правило, секунди.

Сучасні ЕОМ складаються з великої кількості обчислювальних елементів, операційних блоків і вузлів різного призначення. Моделювання в них різного роду ланок - масштабних, інтегруючих, диференціюючих, таких, що підсумовують, інерційних, форсуючих - здійснюється за допомогою вирішуючих підсилювачів, включених у відповідні схеми.

Розглянемо приклад моделювання на АВМ волочіння металу через систему з декількох волок, що коливаються.

Відомо, що волочіння металу через волокни, що коливаються, за певних умов дає можливість збільшити обтиски. У одних випадках це досягається за рахунок зменшення сил тертя і зниження опору деформації. У інших - за рахунок того, що дріт обробляється декількома послідовно розташованими волокнами, коливання яких погоджені таким чином, що кожна з них навантажується по черзі. Якщо технологічний процес ведуть відповідно до останнього способу, величина результуючого обтиску і швидкість волочіння залежать від числа послідовно розташованих волок, розподілу обтисків між ними, швидкості коливальних рухів кожної з них і деяких інших чинників. Відшукати раціональні параметри установки і режими ведення процесу в цьому випадку - серйозне завдання. Проте із-за складності і нелінійності систем диференціальних рівнянь, що описують процес в динаміці, аналітичне рішення цієї задачі вельми ускладнено. У зв'язку з цим було здійснено математичне моделювання такого процесу на АВМ.

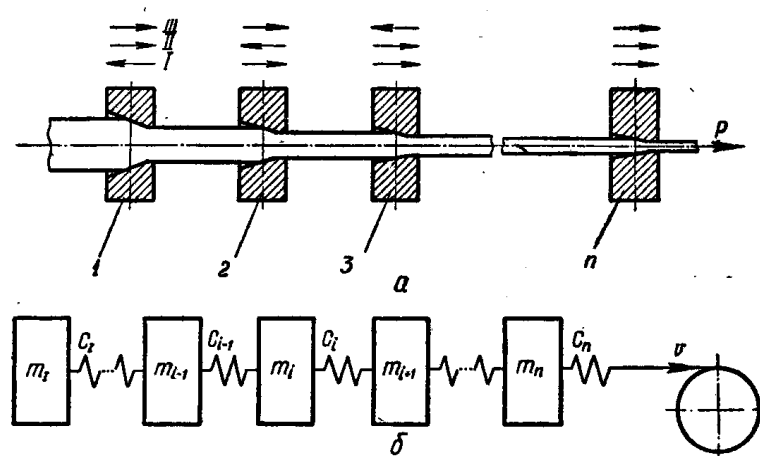


Рис.4.3 Схема волочіння металу через декілька рухливих волок (а) і його розрахункова схема (б); стрілки над волоками показують напрями руху волок в певні моменти часу

Аби застосувати АВМ, потрібно спочатку розробити модель, яка з достатньою мірою наближення відобразить основні характеристики процесу, що вивчається.

При розробці такої моделі розглядався загальний випадок волочіння через n послідовно розташованих рухливих волок (рис.4.3, а). Після заправки дрiт деформується волокою 1, яка в даний момент рухається назустріч металу (напрями стрілок I). Останні волокни (2, 3, ..., n) в цей час здійснюють холостий хiд, рухаючись разом із дротом. Волочіння в них не відбувається. Після закінчення робочого ходу волокни 1 (назустріч металу) починається робочий хiд волокни 2 (напрями стрілок II); всі останні волокни рухаються разом із дротом. Потім здійснює робочий хiд волокни 3 (напрями стрілок III) і так далі.

Розрахункова схема, прийнята при моделюванні, представлена на рис.4.3, б. Волокни і пов'язані з ними рухомі частини приводу змальовані тут у вигляді зосереджених мас m_i (i - порядковий номер волокни), що здійснюють зворотно-поступальні рухи уздовж осі волочіння з швидкістю v_i . Відрізки оброблюваного металу поміж волоками розглядаються як пружні елементи. Оскільки розмах коливань волок істотно менше відстані між ними, коефіцієнт жорсткості металу на кожній ділянці C_i вважається величиною постійною. Приведена

розрахункова схема полегшує аналіз режимів роботи установки і складання рівнянь, що виражають кількісний взаємозв'язок між основними параметрами досліджуваного процесу.

Аналізуючи умови, в яких знаходяться відрізки дроту поміж волоками, можна встановити, що із-за різниці в швидкостях руху переднього і заднього кінців кожного відрізка вони піддаються пружній деформації. Відповідно до закону Гука силу, що виникає при цьому в металі, можна виразити через цю деформацію:

$$P_{yi} = C_i \int_0^t [(v_{i+1} + v'_{i+1}) - (v_i + \mu_i v_i)] dt + P_{y0}. \quad (4.35)$$

Тут P_{yi} - сили пружної деформації дроту на ділянці між i -й і $(i+1)$ -й волоками; P_{y0} - початкове значення сили пружної деформації дроту у момент часу $t = 0$ на тій же ділянці; $C_i = Es_i/l_i$ - коефіцієнт жорсткості смуги; E - модуль подовжньої пружності матеріалу дроту; s_i - площа поперечного перетину дроту на відповідній ділянці; l_i - середня відстань поміж i -ої і $(i+1)$ волоками; v_i, v_{i+1} - швидкості руху відповідних волок; v'_i, v'_{i+1} - відносні швидкості руху дроту біля входу у відповідні волокни; μ_i - коефіцієнт витяжки в i -й волоці; t - час.

Безпосередньо на волоку і пов'язані з нею рухомі деталі установки діють дві сили: сила Q_i , що розвивається приводом, і сила осьового тиску металу на волоку. Перша з них є функцією декілька змінних:

$$Q_i = f_i(Z_i, x_i, v_i, t), \quad (4.36)$$

де Z_i - сигнал управління приводом i -ої волоки; x_i - координата, що позначає зсув i -ї волоки відносно початкового положення уздовж осі волочіння. Конкретно взаємозв'язок між змінними, що входять в цей вираз, визначається типом приводу волок (електромагнітний, електродинамічний, гідравлічний) і його конструктивними особливостями.

Силу осьового тиску металу на волоку можна визначити таким чином:

$$P_{o.\partial.i} = P_{yi} - P_{y(i-1)} \quad (4.37)$$

Цей вираз справедливий як для моменту холостого ходу волоки, коли $v'_i = 0$ і волочіння в ній не відбувається, так і для робочого ходу, коли $v'_i > 0$.

З іншого боку, відомо, що як сила волочіння, так і сила осевого тиску металу на волоку знаходяться в лінійній залежності від величини противонатяження. Тому в режимі волочіння для i -й волоки повинна виконуватися умова

$$P_{o.\partial.i} = P_{oi} - (1 - b_i)P_{y(i-1)} \quad (4.38)$$

де P_{oi} - сила осевого тиску металу на волоку при волочінні без противонатягу; b_i - коефіцієнт, що враховує вплив противонатягу на силу волочіння. У даному випадку в ролі противонатягу виступає сила пружної деформації відрізка дроту, що знаходиться між i ($i+1$)-й волоками.

Відносна швидкість металу біля входу в i -у волоку визначається порізному залежно від того, має місце процес волочіння в i -й волоке чи ні:

$$v_i' = \begin{cases} 0, & \text{якщо } P_{yi} - P_{y(i-1)} < P_{oi} - (1 - b_i)P_{y(i-1)}; \\ \frac{A(v_{i-1}' + \mu v_{i-1}') + B(v_{i+1}' + \mu v_{i+1}') - (A + B)v_i}{\mu C_i + b_i C_{i-1}}, & \text{якщо } P_{yi} - P_{y(i-1)} = P_{oi} - (1 - b_i)P_{y(i-1)}. \end{cases} \quad (4.39)$$

Тут

$$A = \frac{b_i C_{i-1}}{\mu C_i + b_i C_{i-1}}; B = \frac{C_i}{\mu C_i + b_i C_{i-1}}. \quad (4.40)$$

Перша умова відповідає відсутності, а друге - наявності процесу волочіння в даній волоці.

Для визначення швидкості волоки можна скористатися рівнянням руху:

$$m_i dv_i/dt = P_{o.\partial.i} + Q_i \quad (4.41)$$

Відхилення волоки від початкового положення x_{oi} визначається наступним виразом:

$$x_i = \int_0^t v_i dt. \quad (4.42)$$

Сигнали управління приводом волок, формовані блоком управління (БУ), можуть бути функцією декілька змінних:

$$Z_i = \varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_n, v_i, t), \quad (4.43)$$

вигляд якої залежить від алгоритму роботи БУ і його схемного і конструктивного рішення.

Отримана система рівнянь (4.34) - (4.42) досить повно описує процес волочіння металу через декілька волок, що по черзі навантажуються. У разі потреби ці рівняння можна доповнити обмеженнями, що відображають конструктивні особливості конкретної установки. Зазвичай ці обмеження накладають на відхилення волоки від початкового положення, її швидкість, на силу, що розвивається приводом волоки і так далі. Реалізація цих обмежень при моделюванні процесу зазвичай не зустрічає утруднень.

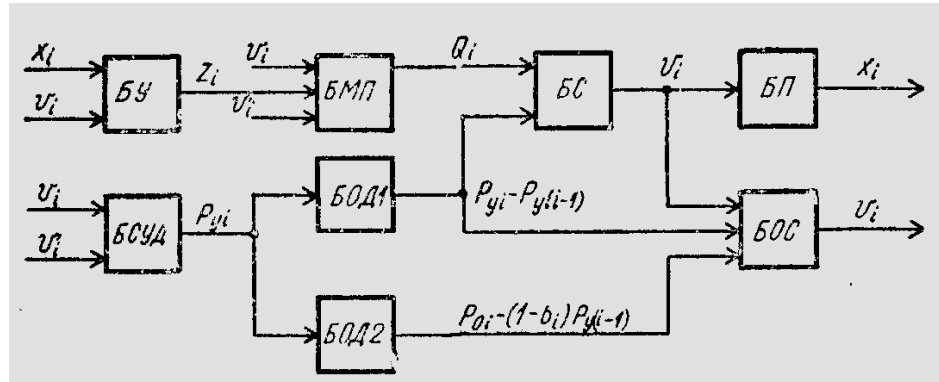


Рис.4.4 Блок-схема моделі установки з n рухливими волокнами.

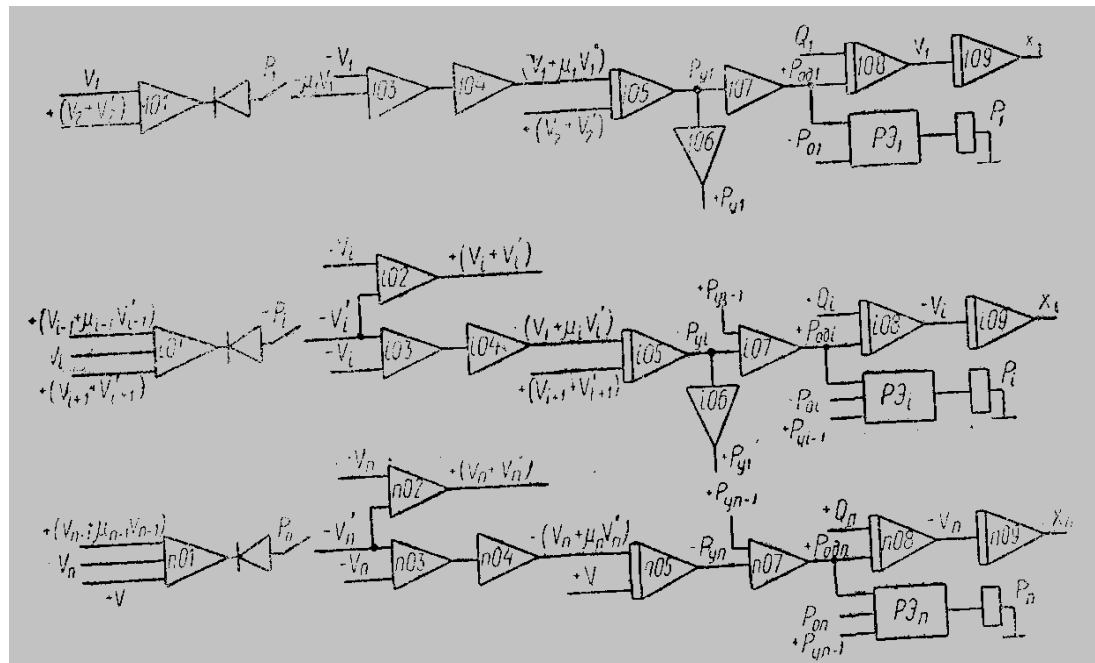


Рис.4.5 Структурна схема моделі.

Умовно блок-схему вирішення отриманої системи рівнянь (рис.4.4) можна розділити на дві частини. У першу увійдуть блок управління БУ, що реалізовує вирішення рівняння (4.43), і блок моделювання приводу БМП,

призначений для вирішення рівнянь (4.36), що відображають роботу приводу волок. Другу частину схеми складуть останні блоки, за допомогою яких відпрацьовуються величини, що характеризують технологічні параметри процесу. Функціональне призначення цих блоків наступне: БСУД - блок обчислення пружної деформації відрізків дроту, розташованих між суміжними волоками; БОД1 і БОД2 - блоки визначення сили осевого тиску металу на волоку відповідно по рівняннях (4.37) і (4.38); БОС – блок, що виробляє величину відносної швидкості руху металу біля входу у волоку; БС - блок обчислення швидкості руху волок; БП - блок обчислення положення волок.

Прийняте ділення блок-схеми на дві частини обумовлене тим, що моделювання процесу може мати дві різних мети: 1) вибір типу приводу волок, схеми управління і їх раціональних параметрів; 2) дослідження впливу технологічних параметрів (режим обтисків, швидкість волочіння, кількість волок і т. д.) на процес і вибір їх оптимального поєднання.

Оскільки питання моделювання приводів і схем управління вистачає і які добре висвітлені в спеціальній літературі, тут ми на них зупинятися не будемо, а розглянемо структурну схему моделі, що відображає взаємозв'язок технологічних параметрів.

Запропонована схема (рис.4.5) розроблялася так, щоб моделювання параметрів, що відображають зміну в процесі роботи стану волоки і пов'язаної з нею штаби металу, здійснювалося за допомогою типового вічка. Таке рішення дає можливість легко змінювати при моделюванні кількість волок, що беруть участь в процесі.

Підсилювач $i 01$, діод, реле P_i , і релейний елемент РЕ вирішують вираз (4.39), визначаючи тим самим відносну швидкість металу біля входу у волоку. За допомогою підсилювачів $i 02$, $i 03$ знаходиться абсолютна швидкість металу біля входу і на виході з волоки. Інтегратор $i 05$ вирішує рівняння (4.35) відносно P_{yi} , суматор $i 07$ відповідно до (4.37) відпрацьовує $P_{o.o.i}$. За допомогою інтеграторів $i 08$ і $i 09$ по рівняннях (4.41) і (4.42) визначаються швидкості

волоки v_i і зсуви x_i уздовж осі волочіння від вихідної точки. Підсилювачі i 04 і i 06 служать для зміни знаку.

Розроблена схема дає можливість отримати осцилограми швидкості, положення волок, сил пружної деформації смуги на різних ділянках і сил осового тиску металу на волокни. Крім того, вона дозволяє легко і швидко змінювати режими роботи і параметри модельованої системи і спостерігати вплив цих змін на характер роботи установки, що вивчається.

Розробляючи алгоритм управління приводами волок, потрібно передбачати паузи між моментами відключення одного приводу і включення наступного, що дозволяють унеможливити одночасне волочіння металу в двох волоках.

Досить простим і ефективним виявився метод програмного управління приводом у поєднанні з управлінням у функції шляхои за допомогою МПРУ.

5 ВИБІР ВИМІРЮВАЛЬНОЇ АПАРАТУРИ ТА ОЦІНКА ПОХИБОК ВИМІРУ

5.1 Основні критерії вибору засобів вимірювання

Вибір типа апаратури, вимірювальної схеми і її елементів визначається цілями і умовами проведення експерименту, тобто характером вимірюваних параметрів (статичні або динамічні), необхідною точністю вимірів, часом протікання процесу, швидкістю зміни параметрів, числом одночасно реєстрованих величин, межами їх зміни і ін.

При вимірі і реєстрації статичних величин визначальним чинником є точність засобів вимірів. Для дослідження динамічних процесів первинне значення набуває швидкодія вимірювальної апаратури, тобто діапазон її робочих частот, який повинен перекривати максимальну частоту процесу. Для вимірювальної установки, що включає декілька елементів (датчик, підсилювач, реєструючий прилад), робочий діапазон визначається елементом, що має мінімальний діапазон (межа) робочих частот. Так, для найгрубіших шлейфових

гальванометрів верхня межа робочих частот не перевищує 5000-6000 Гц, а для найвідчутливіших - 10...60 Гц.

Робочий діапазон частот в установках, зібраних за безпідсилювальними схемами, обмежений найчастіше частотною характеристикою шлейфів, а в підсилювальних схемах - несучою частотою (при роботі на змінному струмі). В деяких випадках лімітуючою виступає власна частота коливань чутливих елементів датчиків.

Таким чином, для правильного вибору засобів вимірів - датчиків, підсилювачів, реєструючих приладів - потрібно знати частотний діапазон, спектр частот або хоч би максимальну частоту досліджуваного процесу.

Вибираючи апаратуру, потрібно погоджувати опори входу і виходу елементів вимірювальної установки. Це особливо важливо при виборі гальванометрів для шлейфових осцилографів, для яких узгодження вихідного опору вимірювального тракту з опором гальванометра важливе і з точки зору демпфування.

З випадкових (невраховуваних) чинників на точність виміру впливають ті, які приводять до нестабільності параметрів вимірювальної системи:

1) неоднорідність деформованого стану пружних елементів датчиків при навантаженні (ця неоднорідність обумовлена конструкцією і співвідношенням розмірів пружного елемента, а також додатковою напругою від перекосу, вигину, скручування і т. п.);

2) коливання напруги живлення вимірювального ланцюга;

3) нестабільність характеристик підсилювача (зміна чутливості, дрейф нуля і т. д.);

4) наведення від зовнішніх електромагнітних полів, вплив паразитних ємкостей і пр.;

5) випадкові струси, вібрація реєструючих приладів (цей чинник особливо впливаючий для осцилографів з чутливими шлейфами).

Врахувати заздалегідь вплив випадкових чинників при вимірах практично не можливо. Проте, маючи в своєму розпорядженні відповідні дослідні дані і

користуючись методами математичної статистики, міру впливу цих чинників на точність виміру можна прогнозувати.

При виборі засобу вимірів слід завжди мати на увазі, що точність вимірювального приладу і точність результату вимірів - не одне і теж саме. Точність результату можна підвищити за рахунок збільшення числа повторних вимірів одного і того ж параметра. Враховуючи, що підвищення точності засобу вимірів, як правило, пов'язане із збільшенням його вартості, слід в розумних межах розміряти точність засобу вимірів з кількістю випробувань. Потрібно прагнути використовувати по можливості недороге устаткування, прилади потрібної, а не завищеної точності, робити стільки відліків, скільки потрібно для досягнення заданої точності вимірюваної величини. Невиправдане використання приладів високої точності, планування завищеної кількості випробувань ведуть до зайвих матеріальних витрат і знижують ефективність досліджень.

5.2. Визначення максимальної частоти процесу

Зміна в часі таких параметрів, як сила, тиск, швидкість деформації і ін., є складним динамічним або стато-динамічним процесом, що характеризується періодичним графіком. Всякий складний періодичний процес можна представити сумою синусоїдальних складових, розклавши його в ряд Фур'є. В разі одиничного або аперіодичного процесу розкладання на складові проводять за допомогою інтеграла Фур'є.

Розкладання процесу на постійну і ряд гармонійних складових дає можливість представити реєстрацію складного процесу вимірювальним приладом у вигляді реакції приладу на кожну із складових. При гармонійному аналізі функцію $x=x(t)$, що описує періодичний графік, представляють у вигляді тригонометричного ряду Фур'є, що складається з постійної $a_0/2$ і нескінченної суми гармонік:

$$x(t) = a_0/2 + \sum_{z=1}^{\infty} a_z \sin(z\omega_0 t + \varphi_z), \quad (5.1)$$

де $\omega_0 = 2\pi/T_0$; $T_0 = 1/n_0$ - період процесу; z - порядковий номер гармоніки.

Амплітуда a_z і фаза ω_z гармонік визначаються формулами

$$a_z = \frac{2}{T_0} \sqrt{\left(\int_{-T_0/2}^{+T_0/2} x(t) \cos z\omega_0 t dt \right)^2 + \left(\int_{-T_0/2}^{+T_0/2} x(t) \sin z\omega_0 t dt \right)^2};$$

$$\varphi = \frac{\int_{-T_0/2}^{+T_0/2} x(t) \sin z\omega_0 t dt}{\int_{-T_0/2}^{+T_0/2} x(t) \cos z\omega_0 t dt}.$$
(5.2)

Постійна складова $a_0/2$, яка є середнім значенням функції $x(t)$ за період T_0 ,

$$a_0/2 = (1/T_0) \int_{-T_0/2}^{+T_0/2} x(t) dt.$$
(5.4)

В теорії рядів Фур'є доводиться, що із збільшенням z амплітуди гармонік зменшуються до нуля. Отже, процес $x(t)$ з деяким наближенням можна описати кінцевою сумою гармонік. Вважається, що процес досить точно описується такою сумою, в якій остання гармоніка, що враховується, має амплітуду, приблизно в 10 разів меншу амплітуди першої, основної гармоніки з частотою ω_0 . Частоту останньої гармоніки, що враховується, називають максимальною частотою процесу. Таким чином, для визначення максимальної частоти періодичного процесу досить досліджувати залежність амплітуд гармонік від частоти.

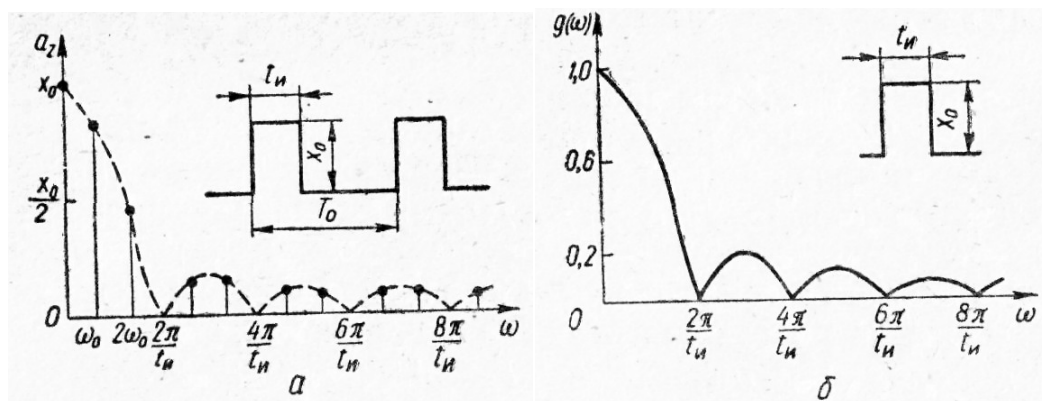


Рис.5.1 Спектри графіків: *a* - періодичної функції; *б* - одиничного імпульсу.

Для прямокутного імпульсу, до якого близькі параметри графіків прокатки і деяких інших процесів ОМТ, залежність a_z від частоти $z\omega_0$ має вигляд:

$$a_z = \frac{2x_0 t_u}{T_0} \left| \frac{\sin(z\omega_0 t_u / 2)}{z\omega_0 t_u / 2} \right|, \quad (5.5)$$

де x_0 , t_u , T_0 - відповідно амплітуда, тривалість і період імпульсу.

На рис.5.1, а приведений графік залежності a_z від частоти $\omega = z\omega_0$ при $t_u/T_0 = 1/3$. На частотах, що задовольняють умові $\omega t_u/2 = k\pi$ ($k=1, 2, 3, \dots$), a_z набуває нульових значень. Це означає, що гармонік з номерами $z = 3k$ немає. Амплітуди гармонік:

$$a_z = \frac{2x_0}{\pi z} \left| \sin z \frac{\pi}{3} \right|. \quad (5.6)$$

Зокрема,

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{\sqrt{3}}{\pi} x_0 = 0,552x_0; \\ a_2 &= \frac{\sqrt{3}}{2\pi} x_0 = 0,276x_0; \\ a_3 &= 0; \\ &\dots\dots\dots \\ a_{10} &= \frac{\sqrt{3}}{10\pi} x_0 = 0,055x_0. \end{aligned} \quad (5.7 - 5.10)$$

Таким чином, максимальна частота процесу дорівнює частоті 10-ої гармоніки.

Якщо графік вимірюваної величини неперіодичний, то ряд Фур'є згортається в інтеграл Фур'є:

$$x(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty S(\omega) \sin[\omega t + \varphi(\omega)] d\omega, \quad (5.11)$$

де

$$\begin{aligned} S(\omega) &= \sqrt{\left(\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cos \omega t dt \right)^2 + \left(\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \sin \omega t dt \right)^2}; \\ \operatorname{tg} \varphi(\omega) &= \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \sin \omega t dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cos \omega t dt}. \end{aligned} \quad (5.12 - 5.13)$$

Тут $S(\omega)$ має сенс «щільності», з якою на осі частот розподілені амплітуди гармонік, складові процесу $x(t)$. Тому $S(\omega)$ називається *спектральною щільністю процесу*. Для прямокутного імпульсу:

$$S(\omega) = \frac{x_0 t_{\dot{E}}}{\pi} = \left| \frac{\sin(\omega t_{\dot{E}}/2)}{\omega t_{\dot{E}}/2} \right|. \quad (5.14)$$

На рис.5.1, б приведена залежність

$$g(\omega) = \frac{S(\omega)}{S(0)} = \left| \frac{\sin(\omega t_{\dot{E}}/2)}{\omega t_{\dot{E}}/2} \right|. \quad (5.15)$$

Функція $g(\omega)$ називається *нормованою спектральною щільністю*. В даному випадку максимальна частота процесу - частота, при якій $g(\omega) = 0,1$. З рис.5.1, б видно, що при $\omega > 6\pi/t_u$ функція $g(\omega) < 0,1$. Отже, максимальну частоту процесу вигляду одиночного прямокутного імпульсу тривалістю t_u можна прийняти рівною $\omega_{\max} = 6\pi/t_u$, або

$$n_{\max} = \omega_{\max}/2\pi = 3/t_u \quad (5.16)$$

Для процесів з формою імпульсу, що відрізняється від прямокутної, наприклад трапецеїдальною, $n_{\max} = 3/t_u$. Тому незалежно від форми графіка максимальну частоту процесу з деяким запасом можна визначати по формулі (5.16).

5.3 Вибір несучої частоти тензометричної апаратури

Як уже згадувалося, точність реєстрації вимірюваного процесу залежить від несучої частоти апаратури $n_{\text{нес}}$, яка знаходиться в певному співвідношенні з максимальною частотою процесу $n_{\text{пр}}$:

$$m = n_{\text{нес}}/n_{\text{пр}}. \quad (5.17)$$

Відношення m визначає смугу пропускання вимірювального тракту, що забезпечує передачу результату виміру з допустимими спотвореннями. Отже, раціональний вибір цієї величини - найважливіша умова правильного виміру того або іншого механічного параметра за допомогою стато-динамічної апаратури.

Рекомендацій по раціональному вибору величини m в технічній літературі багато, причому, за даними різних джерел, ця величина змінюється у вельми широких межах (від 2 до 30). В більшості випадків при розрахунку нової і виборі наявної тензометричної апаратури величину m приймають рівною 10 по аналогії з механікою, де таке ж відношення вибирають, вивчаючи вимушені коливання в лінійних системах, або по аналогії з радіотехнікою, де для створення поля випромінювання використовують високочастотні коливання, що модулюються коливаннями низької частоти.

Серйозного теоретичного обґрунтування вибору величини m в технічній літературі немає. Деякі автори пов'язують вибір цієї величини з відношенням між поляризуючою і робочою напругою фазочутливого пристрою (ФЧУ), що обумовлює здобуття мінімальних спотворень на виході мостової схеми апаратури.

Прийнявши рівняння ідеальної фазової характеристики апаратури у вигляді:

$$(d\varphi/dn) \operatorname{tg} \varphi_0 = t_{zan} = \operatorname{const}, \quad (5.18)$$

рівняння реальної фазової характеристики цієї апаратури можна записати таким чином:

$$\varphi(\omega) = (2/\pi) \operatorname{arth} (1/m) = (2/\pi m)(1 + 1/3m^2 + 1/5m^4 + \dots) \quad (5.19)$$

де t_{zan} – час запізнювання сигналу при проходженні ним вимірювального тракту; φ – кут нахилу характеристики до осі абсцис.

Вираз в останніх дужках φ характеризує фазову похибку установки Δ_ϕ як міру відхилення реальної фазової характеристики від лінійної.

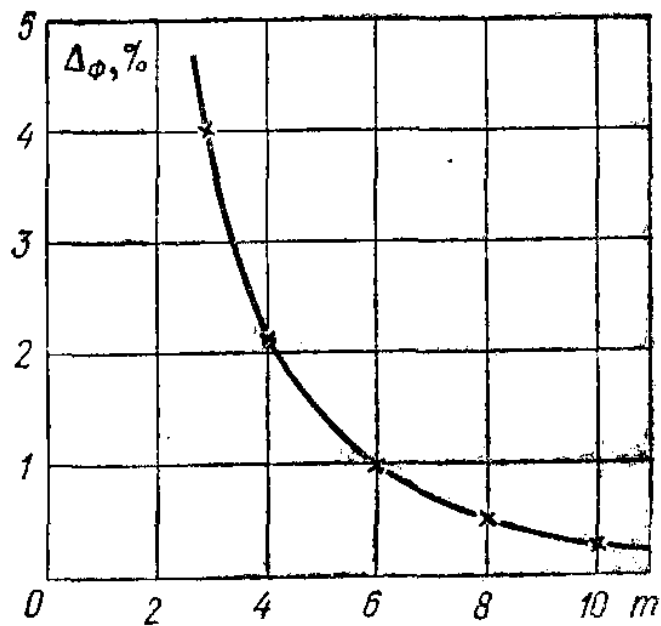


Рис.5.2 Графік залежності фазової погрішності від відношення частот m .

За результатами підрахунків будують графік залежності $\Delta_\phi = f(m)$, що дозволяє раціонально вибрати величину m (рис.5.2). Як видно, нижче 4 значення m вибирати не слід, оскільки при цьому різко зростає Δ_ϕ , вище 8 приймати m теж недоцільно, оскільки в цьому випадку спостерігається порівняно невелике зниження фазової похибки.

Вибираючи m , слід мати на увазі і останні похибки як самої апаратури, так і результатів вимірів.

5.4 Класифікація похибок виміру

В результаті спостережень фіксуються кількісні ознаки основних чинників. Реальний результат експерименту - завжди випадкова величина і відрізняється від дійсного значення. Це відхилення називається *похибкою спостереження*, яка також випадкова величина.

Розрізняють два поняття - похибка вимірювального приладу і похибка результату вимірів. *Похибка вимірювального приладу* залежить від недосконалості самого приладу. *Похибка результату вимірів* визначається не

лише похибкою конкретного вимірювального приладу, але і впливом багаточисельних зовнішніх чинників і в значній мірі кваліфікацією оператора.

Поява похибок виміру викликається різними причинами, наприклад наближеністю рівнянь, покладених в основу побудови приладу, його зносом, неправильною установкою, змінами параметрів довкілля, недосвідченістю або психофізичним станом оператора і так далі. Всі ці причини прийнято називати *джерелами похибок*. Аналізуючи вплив перерахованих чинників на результат виміру, похибки можна розділити на три види - систематичні, випадкові і промахи.

Систематичні похибки ділять на групи унаслідок їх виникнення і характеру прояву.

Унаслідок виникнення розрізняють похибки установки, інструментальні, похибки методу і особисті. Похибками установки називають похибки, що виникають при відхиленні просторового положення приладу від нормального, а також при зміні зовнішніх умов (тиску, вологості, температури, зовнішніх електричних і магнітних полів). Інструментальними називають похибки, визначувані конструктивними, технологічними або схемними недоліками приладу або установки. До похибок методу, або теоретичним, відносять похибки, які викликаються, наприклад, недостатньою розробкою методу або побудовою методу на основі наближених закономірностей і формул. Особистими називають похибки, визначувані індивідуальними особливостями оператора і його психофізичним станом.

По *характеру прояву* систематичні похибки поділяють на постійні і змінні. Постійними називають похибки, що не міняють свого знаку і величини протягом всього процесу виміру, наприклад похибки від неправильного градування шкали, неточності підгонки плечей дільника напруги. У досвідчених операторів постійний знак і значення мають також особисті похибок. Змінні можна розділити на похибки прогресивні, періодичні і змінні по складному закону. Прогресивні - це похибки, які під час процесу безперервно або збільшуються, або зменшуються. Наприклад, похибки

вимірювального моста з батарейним живленням, яка безперервно зростає у міру розрядки батарей живлення. Періодичні - це похибки, що періодично міняють свої значення і знак. Наприклад, похибка осцилографічного індикатора з круговою розгорткою, в якого центр відлікового пристрою не збігається з центром розгортки. Похибки, що змінюються по складному закону, - це похибки вимірювальних приладів, визначувані неточністю нанесення відміток на шкалі.

Випадковими називають похибки, поява яких викликана сукупною дією декількох впливаючих (дестабілізуючих) чинників. Їх функціональний зв'язок з джерелом похибок не можна виявити із-за їх невідомості і великої кількості.

Промахи найчастіше виникають як результат неправильної дії оператора (невірний відлік, помилки в запису, помилкове включення приладів). До промахів відносяться також грубі похибки, тобто похибки виміру, що істотно перевищують очікувану в даних випадках похибку. Промахи виявляють при обробці експериментальних даних.

Класифікація погрішностей не обмежується розглянутими видами. Так, залежно від характеру вимірюваної величини погрішності бувають статичними й динамічними, за способом здобуття результату вимірів розрізняють погрішності прямих і непрямих вимірів і так далі.

5.5 Методи виключення систематичних погрішностей

Систематичні погрішності вимірювальних установок проаналізовані в розділі 3. Детермінований характер такої погрішності дозволяє успішно виключати її з результату вимірів.

Для виключення систематичних погрішностей використовують схемні і конструктивні прийоми (зокрема, див. родіп 2), які реалізуються в процесі проектування і виготовлення вимірювальної апаратури, а також методичні прийоми, пов'язані з оптимальною організацією вимірювального експерименту і обробкою даних. Систематичні погрішності будь-якого вигляду

представляють найбільшу небезпеку в тих випадках, коли про їх існування дослідник не підозрює або має обмежену інформацію. Аби виявити систематичну погрішність, рекомендується вимірювати еталонні значення вхідної величини і зіставляти результати з дійсними значеннями.

Для виключення впливу систематичних погрішностей на результат виміру застосовують методи поправок, заміщення і компенсації погрішностей по знаку.

Метод поправок базується на результатах попереднього експерименту, в якому досліджуються дії зовнішніх чинників (температури, тиску, вологості, магнітних і електричних полів і т. п.). За результатами цього експерименту отримують поправочні формули, будують графіки або таблиці поправок, використовувани згодом при експлуатації приладів.

Метод заміщення застосовують при вимірі, наприклад, механічних величин за допомогою ємкісних і індуктивних датчиків. Для оцінки впливу ємкості на землю, ємкостей і індуктивностей дротів у вимірювальний ланцюг замість датчика включають зразкову ємкість або індуктивність.

Метод компенсації похибок по знаку полягає в такій постановці дослідів, при якій погрішність якого-небудь джерела входить в результат виміру один раз із знаком плюс, а інший - із знаком мінус. Наприклад, відомо, що при калібруванні термоамперметрів на постійному струмі виникає систематична похибка, визначувана ефектом Пельтьє. При проходженні струму I_x через підігрівач термопари - вона розвиває термо-е.д.с.

$$e_{t^{\circ}} = k_1 I_x^2 \pm k_2 I_x, \quad (5.20)$$

де k_1 і k_2 - постійні коефіцієнти, а знаки $\pm$ визначаються напрямом струму I_x у підігрівачі.

Визначивши значення термо-е.д.с. $e'_{t^{\circ}}$ і $e''_{t^{\circ}}$, відповідні різним напрямам струму I_x і узявши середньоарифметичне їх значення, знаходять дійсне значення $e_{t^{\circ}}$. Похибка, визначувана другим членом рівняння (5.20), повністю компенсуватиметься. Розглянутий метод відомий також під назвою методу двократного виміру.

Для виключення прогресивної похибки, що збільшується або зменшується пропорційно часу, застосовують метод, *симетричних спостережень*, який полягає в наступному. Беруть напіввізницю значень вимірюваної величини при першому і останньому вимірі, ділять її на число вимірів без одиниці і отримане число вносять як поправку в значення вимірюваної величини при визначенні результату другого виміру, подвоєне число - в результат третього виміру, потрійне - в результат четвертого і так далі. Цей метод зручний, наприклад, для вимірювальних пристроїв, що живляться безпосередньо від акумулятора.

Ефективним способом виключення періодичних інструментальних похибок або змінних по складному закону є складання поправочних таблиць або графіків на підставі результатів експериментального вивчення залежності свідчення приладу від зміни зовнішніх умов і інших причин (див. далі).

5.6 Методика оцінки випадкових похибок

Вимірюючи будь-яку фізичну величину, не можна визначити дійсне її значення (навіть при ідеальному виключенні систематичних похибок) із-за неминучої появи в деяких результатах виміру малих відхилень, що змінюються по знаку і абсолютному значенню випадковим чином. Ці малі відхилення, що викликаються дією багаточисельних зовнішніх чинників, вплив яких практично врахувати неможливо, в метрології називають *випадковими похибками*. Абсолютні значення і знак цих похибок підкоряються імовірнісним законам.

При обробці результатів виміру безперервних фізичних величин найчастіше використовують нормальний закон розподілу щільності вірогідності (закон Гауса), який записують у вигляді співвідношення

$$y = \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \right) \exp \left[-\frac{\delta^2}{2\sigma^2} \right], \quad (5.21)$$

де δ - значення випадкової похибки; $\sigma = \sqrt{\sum \delta_i^2 / n}$ – середньоквадратичне відхилення декількох вимірів; n – число вимірів; y – щільність вірогідності для певного значення δ .

Як бачимо, y швидко убиває із збільшенням δ . Так, похибка $\delta > 4\sigma$ з'являється лише один раз на 15625 вимірів, тобто дуже великі похибки маловірогідні; похибка $\delta > 3\sigma$ з'являється один раз на 370 вимірів, а похибка $\delta > 2\sigma$ – один раз на 22 виміри.

У теоретичному рівнянні (5.21) значення δ , рівне різниці між результатом одного виміру і дійсним значенням вимірюваної величини x , невідомо, оскільки безпосередньо визначити дійсне значення x неможливо. З цієї ж причини не можна підрахувати і σ . Тому для використання рівняння (5.21) потрібно прийняти якесь припущення про дійсне значення вимірюваної величини.

У літературі по теорії обробки результатів спостережень для усунення невизначеності значень δ і σ рекомендується за найбільш вірогідне значення вимірюваної величини x приймати таке її значення L , при якому сума квадратів абсолютних погрешностей мінімальна.

Нехай проведено n вимірів величини x і набуті значень $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$. Тоді вирази для окремих абсолютних погрешностей в припущенні, що систематичні погрешності виключені, запишуться так:

$$\delta_1 = l_1 - x; \delta_2 = l_2 - x; \dots; \delta_n = l_n - x \quad (5.22)$$

Склавши вирази для суми δ_i і прирівнявши до нуля його першу похідну по x , отримаємо вираз для L як найбільш вірогідного значення x :

$$L = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n l_i = x_{cp}. \quad (5.23)$$

Таким чином, найбільш вірогідним значенням вимірюваної величини буде середньоарифметичне декількох її вимірів. Тому термін «випадкова похибка», замінюють терміном «випадкове відхилення», під яким розуміють різницю:

$$\rho_i = l_i - x_{cp}. \quad (5.24)$$

При чималому числі вимірів середньоарифметичне прагне до дійсного значення вимірюваної величини, а випадкові відхилення ρ_i – до відповідних випадкових похибок δ_i .

Тепер для визначення точності n вимірів обчислюють оцінку S значення σ по відомій формулі Бесселя:

$$S = \sqrt{\sum_{i=1}^n \rho_i^2 / (n-1)}. \quad (5.25)$$

Зрештою серії вимірів має бути отримане число, що визначає значення вимірюваної величини, і вказана міра його достовірності, тобто має бути отриманий результат виміру. Але в цій серії з n спостережень середньоарифметичне x_{cp} – лінійна функція результатів окремих спостережень $l_1, l_2, \dots, l_n$. Якщо ж провести нову серію з n спостережень, то із-за впливу випадкових причин значення U відрізнятимуться від отриманих в першій серії. Отже, і нове значення x_{cp} буде іншим. Таким чином, число x_{cp} , отримане в одній серії спостережень, є випадковим наближенням до дійсного значення x . Тому аби мати уявлення про можливі відхилення x_{cp} від дійсного значення x , потрібно визначити його середньо квадратичного відхилення.

Оскільки результати окремих вимірів є взаємозалежними випадковими величинами, та використання теореми про дисперсію D лінійної функції таких величин дозволяє записати:

$$D(x) = \sum_{i=1}^n D(x_i) / n^2. \quad (5.26)$$

Рівноточність декількох вимірів передбачає рівність всіх окремих $D(x_i) = \sigma^2 \approx S^2$. Отже,

$$D(x_{cp}) = n\sigma^2 / n^2 = \sigma^2 / n \approx S^2 / n = \left[\sum_{i=1}^n \rho_i^2 / n(n-1) \right], \quad (5.27)$$

а тоді оцінка Δ^o середньоквадратичної погрішності x_{cp} , тобто результату виміру:

$$\Delta^o = \sqrt{D(x_{cp})} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \approx \frac{S}{\sqrt{n}} = \left[\sum_{i=1}^n \rho_i^2 / n(n-1) \right]^{1/2}. \quad (5.28)$$

По визначених таким чином значеннях x_{cp} и Δ^o можна записати і кінцевий результат виміру формою, рекомендованою ГОСТ 8.011-72: $L; \Delta$; від Δ_n до Δ_v ;

P_0 , де L - результат виміру в одиницях вимірюваної величини x , рівний x_{cp} ; Δ , Δ_n , Δ_v - відповідно похибка виміру, нижня і верхня її межі (межі довірчого інтервалу); P_d - встановлена вірогідність, з якою похибка виміру знаходиться в межах цих інтервалів (довірча вірогідність):

$$P_d = P [(x_{cp} - \Delta_n) < x < (x_{cp} + \Delta_v)]. \quad (5.29)$$

Величини Δ_n і Δ_v найчастіше мають однакові значення, і залежно від встановленої P_d їх приймають рівними Δ° , $2\Delta^\circ$ або $3\Delta^\circ$. Результати окремих спостережень, що виходять за межі довірчого інтервалу, відносять до промахів.

Всі перераховані співвідношення справедливі лише стосовно рівноточних вимірів. Проте часто доводиться визначати значення вимірюваної величини по декількох результатах вимірів різної точності, наприклад виконаних за допомогою різних приладів. Тоді за найбільш вірогідне значення вимірюваної величини слід приймати середньозважене:

$$L_{cp} = \frac{L_1 p_1 + L_2 p_2 + \dots + L_i p_i}{p_1 + p_2 + \dots + p_i}, \quad (5.30)$$

де L_i - окремі виміри; p_i - їх ваги, що є мірою довіри до кожного результату виміру.

Вибирати значення p_i можна різними способами. Найчастіше критерієм служить значення середньоквадратичного відхилення. В цьому випадку ваги p_i встановлюють обернено пропорційно до квадратів відхилень. Можна за критерій прийняти чутливість приладу або методу. Наприклад, якщо чутливість одного приладу удвічі вища іншого, то вазі результату виміру першим приладом p_1 надається удвічі більше значення, чим p_2 .

5.7 Обчислення погрішності непрямих вимірів

Як зазначалось, за найбільш вірогідне значення вимірюваної величини слід приймати середньоарифметичне з результатів декількох вимірів. Тому найбільш достовірним результат непрямих вимірів вийде, якщо в залежність, вимірювану величину, що зв'язує побічно, з величинами, вимірюваними прямим методом, підставити середньоарифметичні значення, отримані при

прямих вимірах. Отже, погрішність непрямого виміру визначається похибками результатів кожного прямого виміру.

Нехай побічно вимірювана величина y пов'язана з величинами $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, вимірюваними прямим способом, деякою функціональною залежністю:

$$y = F(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n). \quad (5.31)$$

Похибка виміру завжди істотно менше самої вимірюваної величини. Отже, функцію F можна з високою мірою точності представити розкладанням в околиці точки з координатами $x_{01}, x_{02}, \dots, x_{0n}$ у ряд Тейлора, в якому враховані лише члени першого ступеня:

$$y = F(x_{01}, x_{02}, \dots, x_{0n}) + \sum_{i=1}^n (\partial F / \partial x_i) dx_i, \quad (5.32)$$

де x_{0i} - середньоарифметичні значення прямо вимірюваних величин. Дисперсію суми випадкових величин x_i записують співвідношенням:

$$D\left[\sum_{i=1}^n k_i x_i\right] = \sum_{i=1}^n k_i^2 D(x_i) + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n k_i k_j k_{ij}, \quad (5.33)$$

де k_i, k_j - не випадкові числа; $D(x_i)$ - дисперсія величини x_i ; k_{ij} - кореляційний момент величин x_i, x_j .

Тепер, користуючись співвідношенням (5.33), можна записати формулу для оцінки Δ_y° випадковій погрішності побічно вимірюваної величини y :

$$\begin{aligned} \Delta_y^\circ &= \left[\sum_{i=1}^n (\partial F / \partial x_i)^2 D(x_i) + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (\partial F / \partial x_i) (\partial F / \partial x_j) r_{ij} \Delta_{xi}^\circ \Delta_{xj}^\circ \right]^{1/2} \\ &\approx \left[\sum_{i=1}^n (\partial F / \partial x_i)^2 (\Delta_{xi}^\circ)^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (\partial F / \partial x_i) (\partial F / \partial x_j) r_{ij} \Delta_{xi}^\circ \Delta_{xj}^\circ \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (5.34)$$

де r_{ij} - коефіцієнт кореляції величин x_i, x_j , $\partial F / \partial$ - так звані коефіцієнти впливу.

Якщо прямо вимірювані величини x_i, x_j не корельовані, то формула (5.34) декілька спрощується:

$$\Delta_y^\circ = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[(\partial F / \partial x_i) \Delta_{xi}^\circ \right]^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n A_i^2}. \quad (5.35)$$

Доданки $A_i = (\partial F / \partial x_i) \Delta_{xi}^\circ$ часто називають частковими похибками побічно вимірюваної величини y .

Формули (5.34), (5.35) застосовують для визначення випадкової погрішності непрямого "виміру в припущенні, що систематичні похибки усунені або враховані раніше тим або іншим способом. За наявності в результатах прямо вимірюваних величин x_i систематичних похибок Δ_{xic} загальну систематичну похибку непрямого виміру Δ_{yc} обчислюють за формулою:

$$\Delta_{yc} = \sum_{i=1}^n (\partial y / \partial x_i) \Delta_{xic} \quad (5.36)$$

або для відносної похибки:

$$\gamma_{yc} = \Delta_{yc} / y = \sum_{i=1}^n (\partial y / \partial x_i) \Delta_{xic} / F(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (5.37)$$

Отримання робочої формули відповідно до (5.37) інколи пов'язано з громіздкими перетвореннями. Їх можна істотно спростити для випадків, коли функція, що зв'язує y і x , логарифмується. Якщо ж вихідна функція нелогарифмуєма безпосередньо, слід або перетворити її до вигляду, зручного для логарифмування, або вивести робочу формулу (5.37).

6. ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ

6.1 Визначення обсягу експериментальних даних

Обсяг експериментального дослідження безпосередньо залежить від числа й характеру досліджуваних параметрів. Кожне експериментальне дослідження може містити від однієї до десятка й більше серій дослідів. Щоб виявити функціональні зв'язки між змінними величинами, варто оцінити, по-перше, необхідну кількість дослідів в одній серії, а по-друге, кількість повторних серій, необхідних для забезпечення вагомості кожної дослідної точки графіка. Наприклад, якщо є впевненість у тім, що вийде лінійна залежність, то для побудови графіка досить двох точок; якщо дослідна крива являє собою коло, те можна обмежитися трьома крапками. У випадку ж графічного вираження не тільки загальної закономірності, але й можливо більш

точного чисельного значення функції для обґрунтування кожного перегину кривої потрібно збільшувати як число крапок, так і повторність випробувань.

Число дослідів n_{0i} для кожної серії випробувань встановлюють, виходячи із приблизно середніх по складності функціональних залежностей. Для всіх основних факторів, значення яких потрібно виміряти в якій-небудь серії дослідів, визначають їхню повторність p_i як максимальну при даній точності й заданій надійності. Звичайно в досліді кожної серії повторність p_i приймають однаковою. Тоді число дослідів i -ї серії при зміні одного з основних факторів:

$$N_{0i} = p_i n_{0i} \quad (6.1)$$

Якщо в даній серії враховують z градацій інших основних факторів, то

$$N_{0i} = p_i n_{0i} z_i \quad (6.2)$$

Кількість дослідів у всіх m серіях:

$$N_0 = \sum_{i=1}^m p_i n_{0i} z_i \quad (6.3)$$

Як правило, у кожному досліді даної серії кількість вимірів та сама, тому якщо в кожному досліді i -ї серії передбачається провести q_i вимірів, то загальна кількість вимірів у дослідженні:

$$N = \sum_{i=1}^m p_i n_{0i} z_i q_i \quad (6.4)$$

Якщо всі досліді проводять за частковими методиками, то при кількості r часток методик загальне число дослідів у дослідженні в цілому можна також представити як:

$$N_0' + N_0'' + \dots + N_0 = \sum_{i=1}^r p_i n_{0i} z_i \quad (6.5)$$

а загальна кількість вимірів у дослідженні як

$$N = \sum_{i=1}^r p_i n_{0i} z_i q_i \quad (6.6)$$

Таким чином, даними для визначення обсягу експериментальних досліджень є:

1) перелік досліджуваних параметрів;

- 2) кількість дослідів у даній серії n_{0i} , що залежить від обраного діапазону зміни досліджуваного фактора й інтервалів між дослідними даними (крапками);
- 3) повторність вимірів p_i , що залежить від погрішності окремого виміру й заданої точності результату;
- 4) кількість змінюємих факторів і прийнята послідовність варіювання (план експерименту).

6.2. Вибір числа незалежних змінних

Будь-яку робочу гіпотезу можна встановити, тільки знаючи заздалегідь фактори, що обумовлюють розвиток явища. В експериментальному дослідженні вимірюють або відзначають величини і якісні показники, що характеризують як фактори (аргументи), так і показники розвитку явища (функції).

Звичайно починають із визначення величин, що характеризують фактори. Однак множинність величин, що підлягають виміру, може утруднити дослідження.

При вивченні складних явищ і систем навіть простий перелік всіх потенційно впливаючих факторів, може виявитися неозорим. Планування й проведення експерименту з обліком всіх цих факторів зажадало б надмірних витрат часу й засобів при дуже низькій ефективності. З іншого боку, вивчення сумарного впливу багатьох кількісно не певних факторів, що поєднуються в довільні й неясні для дослідника співвідношеннях, може привести до неясних закономірностей або навіть до помилкових висновків. У цих і подібних випадках треба всі фактори, що обумовлюють явище, розділяти на основні (найбільш впливаючі на розвиток явища) і додаткові (що впливають на розвиток явища другорядно). При цьому в дослідях відзначають або вимірюють величини, характеризуємі тільки основними факторами. Існуючі способи відсівання другорядних, що слабо впливають факторів засновані на тім, що всі фактори розташовують у певному порядку (ранжируют) у ряд, що

відбиває ступінь їх потенційного впливу на оптимізуємий параметр. Ранжирувати фактори можна або способом експертних оцінок, тобто обробкою літературних даних і безпосереднім опитуванням фахівців, або по даним спеціально поставлених однофакторних експериментів, у кожному з яких варіюють лише одну змінну, а інші всі залишають на нижньому рівні діапазонів їхньої зміни. У результаті цих експериментів визначають по кожному i -му факторі вибіркові значення коефіцієнтів регресії β_i , причому дисперсія коефіцієнтів регресії зменшується пропорційно числу дослідів в однофакторному експерименті.

Знаючи дисперсії незалежних змінних σ_i^2 , можна оцінити внесок кожної з них у загальну дисперсію результату:

$$D_i = \beta_i \sigma_i^2 \quad (6.7)$$

розподіливши відносні значення внесків i -у змінної в загальну дисперсію D :

$$\gamma_i = D_i / D = \beta_i \sigma_i^2 / \sum_{i=1}^n \beta_i \sigma_i^2 \quad (6.8)$$

експериментатор вирішує, урахувати або відкинути відповідного фактора.

Описовий прийом застосовують тільки для лінійних завдань. У більш складних випадках для суворого визначення значимих змінних потрібний багатофакторний активний експеримент, вихідні дані й результати якого піддають дисперсійному аналізу. Щоб зменшити обсяг експериментальних робіт з виділення домінуючих факторів, планують експерименти, що відсівають, із застосуванням, наприклад, методу випадкового балансу. У деяких випадках зменшити число змінних вдається завдяки методу аналізу розмірностей.

6.3. Визначення інтервалів між даними дослідів однієї серії

Плануючи експеримент, встановлюють кінцеве раціональне число експериментальних точок. При занадто малому обсязі експериментальних даних може бути не досягнута мета експерименту, при занадто великому обсязі даних - зростають вартість і трудомісткість експерименту. Більше того, у

деяких експериментах надмірна кількість даних, отриманих проведенням багатосерійних експериментів, може перешкоджати виявленню важливих ефектів, помітних лише при обробці даних однієї серії.

Вибирати експериментальні крапки починають із визначення граничних значень незалежних змінних. Ці значення часто бувають задані умовами або завданнями дослідження. Проміжні значення незалежних змінних (або інтервали між сусідніми значеннями) визначаються характером експериментальної функції, способом відтворення відшукуваної функції по експериментальних точках і необхідній точності.

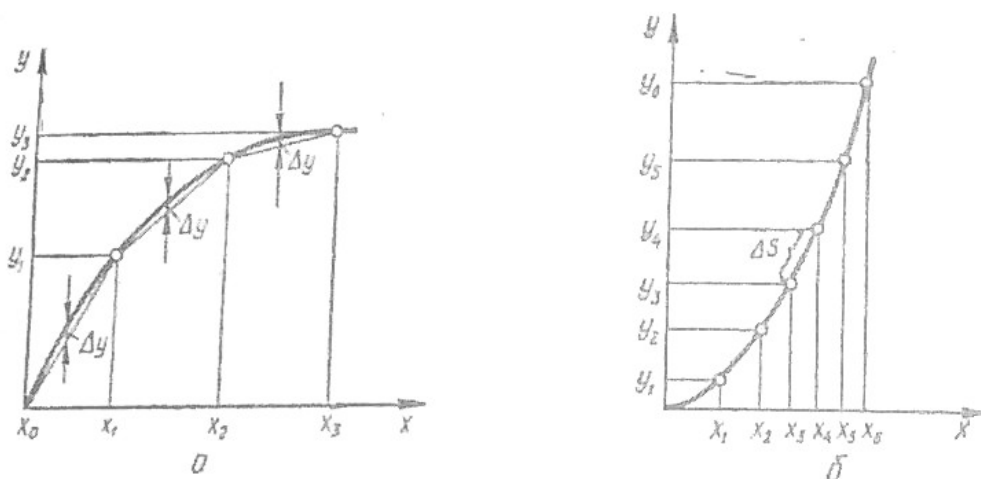


Рис. 6.1 Вибір інтервалів між досвідченими даними:

а - по даній величині відхилення Δy ; б - на умові рівності довжин Δx ділянок кривої

У випадку лінійної експериментальної залежності досить двох крапок, що відповідають, наприклад, граничним значенням незалежної змінної. Всі інші крапки можна визначити обробкою графіка або інтерполяцією. Якщо ж функція нелінійна й експериментатор має досить певне уявлення про її характер, то значення незалежної змінної можна визначити, виходячи з необхідної точності й задавшись способом відтворення.

Розглянемо наступний приклад.

Нехай досліджувана функція має вигляд, показаний на рис.6.1, а. Якщо задано похибку відтворення Δy , а шукану функцію відновлюють по

експериментальних точках, з'єднуючи їх відрізками прямих, то інтервали між значеннями експериментальних точок знаходять як відстані між абсцисами точок перетинання експериментальної кривої з відрізками прямих, проведених таким чином, що максимальна різниця між ними дорівнює припустимій помилці (похибки інтерполяції). Якщо для відновлення використовують інші функції (наприклад, відрізки парабол), то інтервали між точками при тій же похибці будуть іншими. Однак у всіх випадках доцільно прагнути до того, щоб точність будь-якої частини кривої була однаковою.

Інколи проміжні значення незалежної змінної розташовують так, щоб між точками були укладені однакові відрізки кривої (рис. 6.1, б). При такому способі максимальна похибка може бути на ділянці найбільшої кривизни, а при однаковій кривизні - на ділянці з більшим кутом нахилу дотичної. Виходячи із припустимої максимальної помилки й визначають довжину відрізка ΔS .

Вибираючи інтервали між експериментальними точками, варто враховувати ще одну обставину, пов'язану з відносною точністю виміру. На тих ділянках експериментальної залежності, де відносна точність завдання незалежної змінної або оцінки залежної змінної невисока, потрібно виходити із загальної динаміки експерименту, апріорної оцінки максимальних значень часток похідних функції багатьох змінних по кожній з незалежних змінних і для припустимих помилок поверхні відгуку визначати інтервали зміни змінних.

Якщо похибки виміру приводять до невизначеності результатів, що перевищує припустиму похибку, варто планувати повторення вимірів, тобто задавати значення незалежних змінних кілька разів та усереднювати одержувані результати. При цьому дисперсія результату зменшується відповідно до відомого співвідношення:

$$\sigma^2 = \sigma_i^2 / p \quad (6.9)$$

де σ_i - дисперсія кожного i -го результату окремо; σ дисперсії - дисперсія середнього з p результатів виміру.

6.4 Послідовність випробувань

В галузі дослідження процесів ОМТ, як і в техніці взагалі, має місце так званий невідтворюваний експеримент. Такий експеримент неможливо або виправити, змінити або повторити на тій же зразку й у суворо ідентичних умовах. І в першу чергу з тієї причини, що дослідник буде мати справу вже із залишковою деформацією металу. Навіть досліди, пов'язані з навантаженням в області пружності, суворо кажучи, невідтворювані у зв'язку із пружним гістерезисом і по деяких інших причинах. Проте, експеримент вважають відтвореним, якщо зміни, внесені в процес експерименту при його повторенні, настільки малі, що їх неможливо виявити або ними можна зневажити. Для такого експерименту допускається вибирати план його здійснення, а виходить, і послідовність одержання даних.

Плани експерименту можуть бути двох видів:

1) послідовний, при якому спочатку беруть одне із граничних значень незалежної змінної, а потім змінюють його через певні інтервали до досягнення другого граничного значення;

2) випадковий, при якому значення незалежної змінної чергуються випадковим чином (рандомізовано), тобто вона може приймати то більше, то менше значення.

Послідовний план застосовують у багатьох інженерних експериментах, особливо в таких, де сама послідовність проведення виступає своєрідним параметром. Прикладами цього можуть служити випробування матеріалів і пристроїв, функціонування яких супроводжується гістерезисними явищами, випробування на тертя, коли мають місце переходи від тертя спокою до тертя ковзання й зворотньо.

Рандомізований план також підходить для багатьох експериментів. У деякому відношенні він виявляється навіть краще послідовного, тому що дозволяє виключити вплив на експеримент зовнішніх умов, таких як працездатність оператора, недоліки вимірювальної апаратури (дрейф нуля) або дрібних її несправностей (зміна перехідного опору контактів) і т.д. Однак такий

план зовсім неприйнятний для невідтворених експериментів. Показовий такий приклад. Допустимо, що при випробуваннях на розтягання сталевого зразка вирішили прикладати до нього заздалегідь обрані навантаження випадковим образом і здійснили навантаження в такій послідовності: 30; 5,0; 4,5; 75 кН і т.д. Безумовно, такий план неправильний, тому що після першого ж навантаження зразок одержить залишкову деформацію, а всі наступні виміри будуть проводитися на вже деформованому й зміцненому зразку.

Рандомизацію активних експериментів проводять, як правило, штучно, застосовуючи «гральний метод» і таблиці випадкових чисел. Основна концепція рандомизації полягає в тому, щоб звести до випадкових ті систематично діючі фактори, які важко піддаються обліку й контролю, і унеможливити їхній облік статистичними методами.

Рандомизація може виявитися недоцільною в складних експериментах, коли встановлення фіксованого режиму експерименту вимагає значних витрат часу, а випадкова послідовність переходів з режиму на режим приводить до ще більших витрат. Інакше кажучи, там, де рандомизація приводить до зниження ефективності, застосовувати її не рекомендується.

6.5 Види факторного планування

Наступне завдання планування експерименту - визначення числа дослідів, необхідних для виявлення залежності між досліджуваними змінними величинами. При плануванні змінні параметри, змінювані експериментатором у процесі випробувань, називають *факторами*, а досліджувані параметри — *виходами* або *відгуками системи*.

Найпростіший з методів планування експерименту — так званий *спосіб перебору*, або *класичний план*. Він полягає в тому, що всі незалежні змінні, крім однієї, наприклад x , приймають постійними, а цю одну змінну змінюють у всьому інтервалі значень. В результаті знаходять залежність $z_1 = f(x)$. Змінюючи наступну змінну (наприклад, y), а інші приймаючи постійними, знаходять

залежність $z_2=f(y)$, тобто класичний багатofакторний експеримент зводять до послідовності однофакторних експериментів. Так знаходять порівняно прості функції: $z = Ay^n + Bx^m$; $z = Ay^n x^m$ і т.д. Однак уже за двофакторного експерименту для одержання повної картини потрібно провести велику кількість випробувань.

За двофакторного експерименту безліч значень унімодальної функції оптимізації, які вона приймає при зміні змінних факторів, можна представити у вигляді поверхні з однією згладженою вершиною (рис. 6.2). Таку поверхню, що відповідає виходу досліджуваного процесу, називають *поверхнею відгуку*, а крапку з максимальним значенням однокстремальної функції — *оптимумом*.

Передбачається, що існує деякий аналітичний зв'язок між факторами й відгуком процесу. При плануванні прагнуть визначити цю залежність, тобто побудувати математичну модель процесу. Математично завдання планування експерименту полягає в тому, щоб знайти рівняння поверхні відгуку:

$$\eta = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (6.10)$$

де η - вихід процесу, тобто параметр оптимізації; x_i - фактори, які варіюють при проведенні експерименту.

Таким чином, математичне планування фактично пов'язане зі зміною форми поверхні відгуку, і, отже, оптимальному значенню виходу будуть відповідати максимальні або мінімальні крапки цієї поверхні.

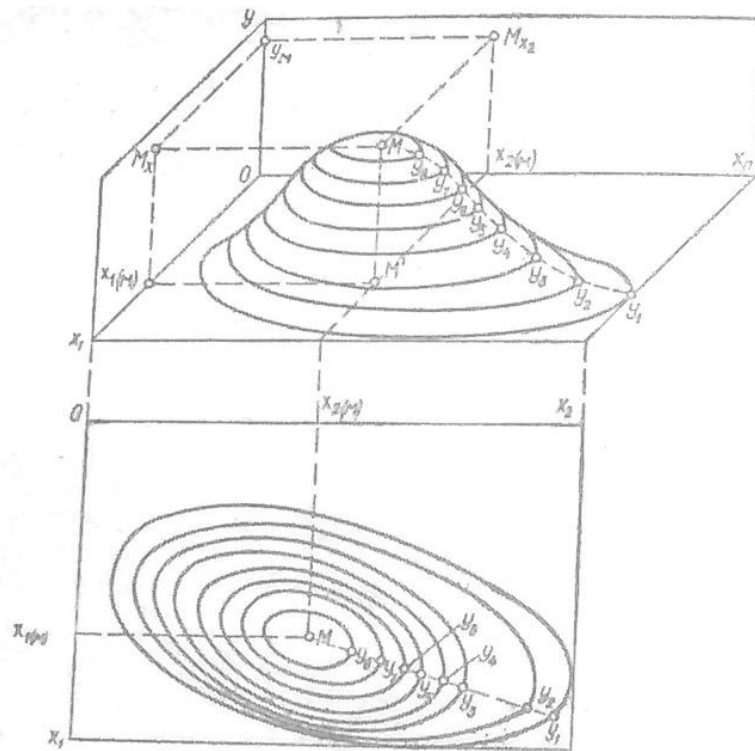


Рис. 6.2 Геометричне зображення поверхні відгуку у двухфакторному експерименті: $v_{3.5}$ - ізолінії рівного виходу функції $v = f(x_1, x_2)$;

М - точка оптимуму

Для більшості реальних завдань вид поверхні відгуку заздалегідь невідомий, тому при експериментальному пошуку оптимальних умов функцію η представляють у вигляді статичного ряду:

$$\eta = \beta_0 + \sum \beta_i x_i + \sum \beta_{ij} x_i x_j + \sum \beta_{ijk} x_i x_j x_k + \dots \quad (6.11)$$

Очевидно, точність подібної апроксимації визначається порядком статичного ряду й діапазоном зміни змінних x . Оскільки поверхню відгуку вивчають, звичайно в порівняно вузькому інтервалі варіювання, то без великої погрішності члени вищих порядків можна відкинути. Завдання оптимізації вирішують у два етапи: спочатку визначають область оптимуму, для чого використовують лінійну модель поверхні відгуку; на другому етапі для опису стаціонарної (оптимальної) області використовують статичний ряд, що містить члени другого, а іноді й третього порядку. Коефіцієнти β статичного ряду (коефіцієнти регресії) можна оцінити вибірковими коефіцієнтами регресії b , які визначаються за результатами кінцевого числа досвідів. Тоді рівняння регресії, одержуване на підставі результатів експериментів, має вигляд:

$$y = b_0 + \sum b_i x_i + \sum b_{ij} x_i x_j + \sum b_{ijk} x_i x_j x_k + \dots \quad (6.12)$$

де у- вибіркова оцінка функції відгуку.

Таким чином, після обчислення коефіцієнтів регресії з'являється можливість оцінити вплив досліджуваних факторів на функцію відгуку й визначити напрямок руху області оптимуму. Як вихід процесу рекомендується вибирати параметр, що має ясний фізичний зміст і кількісне вираження. При цьому бажано, щоб параметр оптимізації був єдиним і не залежав від часу.

Для кожного фактора вибирають умовний нульовий (шуканий, початковий, основний) рівень x_i , діапазон x_j і крок Δx_i варіювання змінних. Діапазон зміни факторів дорівнює різниці між верхньою й нижньою межами даного фактора. Особливу увагу варто приділяти кроку варіювання. З одного боку, збільшення вимірюваного параметра повинне бути досить значним, щоб відповідна зміна вихідного параметра була більшою похибки експерименту. З іншого боку, крок варіювання повинен бути досить малий, щоб отримана інформація давала подання про поведінку відгуку системи в околиці нульової точки більш суравою. На практиці крок часто приймають рівним подвоєній середньоквадратичній помилці, а іноді - 1/10...1/3 діапазону варіювання.

Щоб показати процедуру планування, звернемося до приклада. Нехай потрібно експериментально встановити, як впливають легування, температура нагрівання й витримка при гомогенізуючому відпалі на пластичність свинцю. Припустимо, що в результаті експерименту буде знайдена наступна математична модель:

$$\Lambda^{(i/k)} = \Lambda + A_i + B_l + C_k + \delta_{i/k} \quad (6.13)$$

де, $\Lambda^{(i/k)}$ - шукана величина (пластичність); Λ - середня пластичність у результаті всіх дослідів; A_i, B_l, C_k - ефекти відповідно легування, температури деформації й тривалості відпалу; $\delta_{i/k}$ - випадкова помилка експерименту; i, j, k - номери рівнів факторів A, B и C .

Експеримент по виявленню залежності Λ від перерахованих факторів можна спланувати по типу латинського квадрата 4x4 (табл. 6.1). Кожний із

трьох факторів, як бачимо, обраний на чотирьох рівнях (тому планування й називається «по типу латинського квадрата 4х4»). Стовпці таблиці відповідають рівням вмісту сурми ($a_1 = 3\%$, $a_4 = 6\%$); рядкам відповідають рівні температури деформації ($b_1 = 100^\circ\text{C}$, $b_4=240^\circ\text{C}$); тривалість витримки при відпалі мінялася від $z_1 = 0,25$ г. до $z_4 = 1,00$ г. План рандомизовано за часом витримки.

Експериментальні значення пластичності для кожного з 16 дослідів представлені в «осередках» таблиці: $\Lambda^{(11)*} = 0,97$; $\Lambda^{(2|2)} = 0,62$; $\Lambda^{(3|3)} = 0,32$;...; $\Lambda^{(44)} = 0,43$. Підраховані по відповідних стовпцях середні значення пластичності Λ_i дорівнюють 1,62; 0,79; 0,46; 0,34, відбивають вплив легування на пластичність свинцю; за значеннями Λ_j , підрахованим по рядках, можна судити про вплив температури деформації. У крайньому правому стовпці наведені значення пластичності свинцю після відпалу різної тривалості.

Таблиця 6.1 План і результати експериментального вивчення пластичності свинцю по латинському квадраті 4Х4

Температура, °C (b _i)	Легування Sb, % (a ₁)				Δ _i	При Δ _k
	a ₁ = 3	a ₂ = 4	a ₃ = 5	a ₄ = 6		
b ₁ = 100	C ₁ Δ ⁽¹¹¹⁾ = 0,97	C ₂ Δ ⁽²¹²⁾ = 0,62	C ₃ Δ ⁽³¹³⁾ = 0,32	C ₄ Δ ⁽⁴¹⁴⁾ = 0,25	0,54	C ₁ Δ = 0,962
b ₂ = 150	C ₂ Δ ⁽¹²²⁾ = 1,10	C ₁ Δ ⁽²²¹⁾ = 0,70	C ₄ Δ ⁽³²⁴⁾ = 0,37	C ₃ Δ ⁽⁴³²⁾ = 0,36	0,63	C ₂ Δ = 0,71
b ₃ = 200	C ₃ Δ ⁽¹³³⁾ = 2,0	C ₃ Δ ⁽²⁴³⁾ = 0,87	c ₁ Δ ⁽³³¹⁾ = 0,38	C ₂ Δ ⁽⁴³²⁾ = 0,43	0,90	C ₃ Δ = 0,90
b ₄ = 150	C ₄ Δ ⁽¹⁴⁴⁾ = 2,40	C ₄ Δ ⁽²⁴³⁾ = 0,95	C ₂ Δ ⁽³⁴²⁾ = 0,78	C ₁ Δ ⁽⁴⁴¹⁾ = 0,43	1,14	C ₄ Δ = 0,97
Δ _i	1,62	0,79	0,46	0,34	Δ = 0,80	
Примітка: C ₁ = 0,25 г.; C ₂ = 0,5 г.; C ₃ = 0,75 г.; C ₄ = 1 г.;						

Дисперсійний аналіз проведений по загальній для такого типу планування розрахунковій схемі (табл. 6.2). У розглянутому випадку $n=4$; тому що прийнято чотири рівні для кожного фактора. Розрахунком визначають наступні допоміжні величини:

1) суму квадратів всіх спостережень -

$$s_i = \sum_{j=1} \sum_{i=1} (\Lambda^{(ijk)})^2 = 15,923;$$

Таблиця 6.2 Дисперсійний аналіз даних відповідно до плану експерименту по табл. 6.1

Джерело дисперсії	Кількість ступенів свободи	Сума квадратів	Середній квадрат
Рядок b	n - 1	$S_b^2 = S_2^2 - S_5^2$	$S_b^2 (n - 1)$
Рядок a	n - 1	$S_a^2 = S_3^2 - S_5^2$	$S_a^2 (n - 1)$
Букви c	n - 1	$S_c^2 = S_2^2 - S_5^2$	$S_c^2 (n - 1)$
Помилки експерименту	(n - 1) (n - 2)	$S_{\text{зал}}^2 = S_{\text{заг}}^2 - (S_b^2 - S_a^2 - S_c^2)$	$S_{\text{зал}}^2 (n - 1) (n - 2)$

2) суму квадратів підсумовану по рядках, ділену на число елементів у кожному рядку, -

$$S_2^2 = \frac{1}{4} \sum_{j=4}^4 \left(\sum_{i=2}^4 (\Lambda^{(ijk)}) \right)^2 = 11,336;$$

3) суму квадратів підсумків по стовпцях, ділену на число елементів у кожному стовпці, -

$$S_3^2 = \frac{1}{4} \sum_{i=4}^4 \left(\sum_{j=1}^4 (\Lambda^{(ijk)}) \right)^2 = 14,255$$

4) суму квадратів підсумків підсумовування $\Lambda^{(ijk)}$ по черзі при $k = 1; 2; 3; 4$, ділену на число елементів, що відповідають кожному індексу, —

$$S_4^2 = \frac{1}{4} \left[\left(\Lambda^{(111)} + \Lambda^{(221)} + \Lambda^{(331)} + \Lambda^{(441)} \right)^2 + \left(\Lambda^{(122)} + \Lambda^{(212)} + \Lambda^{(332)} + \Lambda^{(432)} \right)^2 + \left(\Lambda^{(133)} + \Lambda^{(243)} + \Lambda^{(313)} + \Lambda^{(423)} \right)^2 + \left(\Lambda^{(144)} + \Lambda^{(234)} + \Lambda^{(324)} + \Lambda^{(414)} \right)^2 \right] = 10,605$$

5) коригувальний член, дорівнює квадрату загального підсумку, діленому на загальне число осередків квадрата (число різних дослідів), -

$$S_5^2 = \frac{1}{16} \left(\sum_{i=4}^4 \sum_{j=1}^4 (\Lambda^{(ijk)}) \right)^2 = 10,288$$

Для зручності аналізу результати записані у вигляді зведеної таблиці (табл. 6.3).

У цьому випадку дисперсійного аналізу є можливість перевірити гіпотезу про істотність впливу факторів на зміну пластичності свинцю, порівнюючи дисперсії по факторах і залишковій дисперсії й користуючись F-критерієм. Так, із зіставлених значень середніх квадратів (табл. 6.3) можливо зробити висновок про те, що найбільше на пластичність свинцю впливає легування його сурмою:

$$F_1 = \frac{1,322}{0,047} = 28,1 > F_{кр0,05(3;5)} = 4,76$$

Таблиця 6.3 Зведена таблиця для похибок дисперсійного аналізу бреші досліджені пластичності свинцю

Джерело дисперсії	Сума квадратів	Число ступенів свободи	Середній квадрат
Легування	$S_b^2 = 3,966$	3	1,322
Температура деформації	$S_a^2 = 1,047$	3	0,349
Витримка привідпалі	$S_c^2 = 0,318$	3	0,106
Похибка експерименту	$S_{зал}^2 = 0,282$	6	0,407

Значимим варто визнати й ефект температури:

$$F_2 = \frac{0,346}{0,047} = 7,43$$

Тривалість витримки при нагріванні сплавів свинцю для випробування на пластичність істотної ролі не грає, оскільки

$$F_3 = \frac{0,106}{0,047} = 2,26 < F_{кр}$$

Відзначимо очевидні переваги розглянутого методу планування експерименту:

- 1) при плануванні за схемою латинського квадрата число дослідів в 4 рази менше, ніж при повному факторному експерименті, для виконання якого буде потрібно $4^3=64$ дослідів;
- 2) статистичний аналіз експериментальних даних досить простий;
- 3) результати кожного дослідів служать для оцінки дії всіх факторів, що вивчаються, тому значно зменшується помилка експерименту;

4) дисперсійний аналіз дозволяє виділяти технологічні фактори, що найбільше сильно впливають на процес, і в цьому сенсі аналіз корисний як пошуковий апарат у початковій стадії дослідження пластичності.

Планування експерименту при дисперсійному аналізі звичайно використовують на перших етапах досліджень для рішення завдань експерименту, що відсіває не впливаючі фактори і вибору факторів, що підлягають ретельному й детальному вивченню.

Щоб представити результати експерименту поліномами для розробки математичних моделей досліджуваних процесів і явищ, необхідний повний факторний експеримент.

6.6 Повний факторний експеримент

Повний факторний експеримент (ПФЕ) реалізує всі можливі неповторювані комбінації рівнів незалежних факторів, кожний із яких варіюється на двох рівнях. Число цих комбінацій $N=2^k$. Наприклад, для трифакторного завдання вибіркового рівняння регресії має вигляд

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^3 b_i x_i + \sum_{ij} b_{ij} x_i x_j + b_{123} x_1 x_2 x_3 \quad (6.14)$$

де y - розрахункове значення функції виходу (параметра оптимізації); $b_0, b_1, b_2, b_3, b_{12}, b_{13}, b_{23}, b_{123}$ - коефіцієнти; x_1, x_2, x_3 - незалежні змінні (фактори), які можна варіювати при постановці експерименту.

Повний факторний експеримент дає можливість знайти роздільні оцінки коефіцієнтів b .

Знаходження моделі методом ПФЕ складаються з наступних етапів: 1) планування експерименту; 2) власна експеримент; 3) перевірка відтворюваності (однорідності вибірових дисперсій); 4) одержання математичної моделі об'єкта з перевіркою статистичної значимості вибірових коефіцієнтів регресії; 5) перевірка адекватності математичного опису.

Математичну модель процесу, що немає членів ступенів вище першої, прийнято називати плануванням першого порядку. Для планування першого

порядку програму ПФЕ задають у вигляді таблиць-матриць, де а кожному стовпці для всіх факторів варіацію проводять тільки на двох рівнях, тобто змінної надають тільки два її екстремальних значення, центр експерименту при цьому перебуває на нульовому рівні, що відповідає середньому або базисному значенню варійованого фактора. Типова матриця планування для випадку трьох змінних представлена в табл. 6.4.

При кодуванні факторів факторний простір лінійно перетвориться - початок координат переноситься в центр експерименту, масштаб по осях вибирається в одиницях варіювання факторів. Кодують фактори за допомогою залежності

$$X_i = (x_i - x_{i0}) / \Delta x_i \quad (6.15)$$

де X_i -кодоване значення фактора (безрозмірна величина); x_i -значення фактора в іменованих (натуральних) одиницях; x_{i0} - натуральне значення фактора на нульовому рівні; Δx_i - натуральне значення інтервалу варіювання.

Таблиця 6.4 Матриця планування ПФЕ-2

Напів-реплика	№ досліду	x_n	X_1	X_2	X_3	$X_1 X_1$	$X_1 X_1$	$X_1 X_1$	$X_1 X_1 X_1$	Результати дослідів
1	1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	y_1
	2	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	y_2
	3	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	y_3
	4	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	y_4
2	5	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	y_5
	6	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	y_6
	7	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	y_7
	8	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	y_8

Верхній рівень варіювання фактора позначають “+1”, нижній - “-1”. У центрі експерименту фактор має базисний рівень (середнє значення фактора). Границі варіювання факторів відомі з апіорної інформації або мають технічні обмеження. Правильний вибір центра експерименту (базисного рівня), інтервалів і рівнів варіювання факторів має велике значення, особливо при плануванні руху по поверхні відгуку, тому що в цьому випадку може існувати три екстремума.

Крім матриці з кодованими факторами (табл. 6.4), для проведення експерименту складають матрицю з натуральними значеннями факторів. Типова матриця для k факторів включає всі їх можливі неповторювані комбінації. На підставі цього неважко підрахувати число експериментальних точок, рівнорозташованих певним чином у факторному просторі. Зокрема, для трьох факторів всі можливі їхні комбінації можна вичерпати при реалізації восьми серій дослідів. Таким чином, число експериментів для розглянутого випадку можна записати як 2^k , де 2 - число рівнів, а k - число одночасно варійованих факторів. Планування першого порядку з використанням планів типу ПФЕ звичайно записують як ПФЕ 2^k .

Матриця типу ПФЕ- 2^k реалізується постановкою експерименту для одержання значень функції виходу v . Щоб виключити систематичні помилки, матрицю потрібно реалізувати строго за програмою, яка передбачає, по-перше, повторюваність кожної серії дослідів i , по-друге, рандомизацію всіх серій і їхніх повторень у часі. Рандомизацію можна здійснити за допомогою жеребкування, таблиць випадкових чисел і ін.

Таким чином, план експерименту геометрично можна представити (рис. 6.3) як сукупність різних точок у факторному просторі, у яких проводяться повторні досліді. Точки плану позначимо z , припустивши, що z міняється від 1 до n (n - загальне число різних точок у плані), а порядковий номер у даній крапці - i, j .

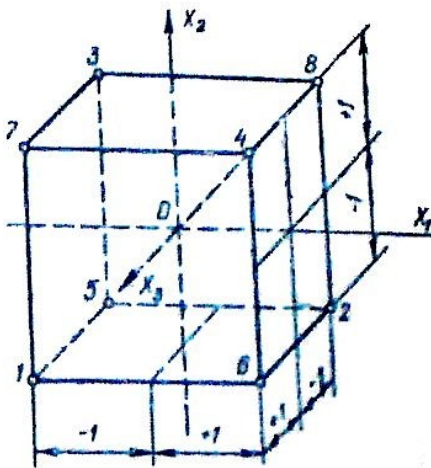


Рис. 6.3 Геометричне зображення повного факторного експерименту 2^k

Після проведення експерименту по відповідній програмі в розпорядженні дослідника є: матриця - план незалежних змінних і ефектів взаємодії; вектори-стовпці функції виходу. Мета подальшої роботи - визначити коефіцієнти інтерполяційного рівняння (наприклад, для $k = 3$):

$$y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3 + b_{12} X_1 X_2 + b_{13} X_1 X_3 + b_{23} X_2 X_3 + b_{123} X_1 X_2 X_3; \quad (7.2) \quad (6.16)$$

тобто вирішити нормальні рівняння методом найменших квадратів, щоб мінімізувати суму квадратів відхилень помилок. Таким чином, рівняння (6.16) є рівнянням регресії, що отримано на підставі результатів дослідів.

Для матриць типу ПФЕ-2, що підкоряються умовам:

$$\begin{aligned} \sum_{z=1}^n X_{iz} X_{jz} &= 0; \quad i \neq j; \quad i, j = 1, 2, 3, \dots, 2^k - 1; \quad (7.3) \\ \sum_{z=1}^n X_{iz} &= 0; \quad i = 0, 1, 2, \dots, 2^k - 1; \\ \sum_{z=1}^n X_{iz}^2 &= n; \quad i = 0, 1, 2, \dots, 2^k - 1 \end{aligned} \quad (6.17 - 6.19)$$

де (6.17) - умова ортогональності плану-матриці - скалярний добуток векторів-стовпців дорівнює нулю; (6.18) - властивість симетричності - розташування всіх незалежних змінних щодо центра експерименту (нульового рівня); (6.19) - сума квадратів всіх векторів-стовпців повинна дорівнювати числу серій дослідів. Коефіцієнти регресії визначають по формулах, які отримують з рішення нормальних рівнянь методом найменших квадратів. Зокрема, для ПФЕ-2³ ці формули мають вигляд

$$\begin{aligned} b_0 &= \frac{1}{8} \sum_{z=1}^n y_z; \quad b_i = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 X_{iz} y_z; \\ b_{ij} &= \frac{1}{8} \sum_{z=1}^8 X_{iz} X_{jz} y_z; \quad b_{ijq} = \frac{1}{8} \sum_{z=1}^8 X_{iz} X_{jz} X_{qz} y_z; \end{aligned} \quad (6.20 - 6.21)$$

де y_z - середнє значення з ряду паралельних, рандомизованих в часі.

Після обчислення коефіцієнтів регресії й складання рівняння (6.16) оцінюють статистичну залежність b_i .

Якщо дві незалежні змінні варіювати на трьох рівнях — нижньому, верхньому й нульовому, то буде мати місце планування типу 3². Для реалізації

всіх можливих комбінацій рівнів, тобто для здійснення повного факторного експерименту, потрібно виконати дев'ять дослідів. Тоді матрицю планування можна записати так, як це зроблено в табл. 6.5.

Таблиця 6.5 План експерименту типу 3^2

№ досліду	X_1	X_2		№ досліду	X_1	X_2	
1	-1	-1	y_1	6	+1	0	y_6
2	0	-1	y_2	7	-1	-1	y_7
3	+1	-1	y_3	8	0	+1	y_8
4	-1	0	y_4	9	+1	+1	y_9
5	0	0	y_5				

Якщо необхідно оцінити ефекти не тільки першого, але й другого порядку, матрицю планування варто відповідно перетворити. Припустимо, що в досліджуваній області процес описаний рівнянням другого ступеня:

$$y = b_0 X_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_{11} X_1^2 + b_{22} X_2^2 + b_{12} X_1 X_2; \quad (6.22)$$

Зазначимо, що планування експерименту, представлене в табл. 6.5, має наступні властивості:

$$\sum X_1 = \sum X_2 = \sum X_1 X_2 = 0; \quad \sum X_1^2 / n = \sum X_2^2 / n = 2/3. \quad (6.23)$$

З (6.22) знаходимо, що середнє значення y , позначене через y_0 , для цього планування:

$$y_0 = b_0 + \frac{2}{3} b_{11} + \frac{2}{3} b_{22}. \quad (6.24)$$

віднімаючи останній вираз із (6.22), одержимо:

$$y = y_0 X_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_{11} (X_1^2 - 2/3) + b_{22} (X_2^2 - 2/3) + b_{12} X_1 X_2. \quad (6.25)$$

Оцінку b_0 легко одержати з рівняння:

$$b_0 = y_0 - \frac{2}{3} b_{11} - \frac{2}{3} b_{22}. \quad (6.26)$$

Математичний апарат факторного планування експерименту можна з успіхом застосувати для обробки експериментальної інформації, зокрема в тих випадках, коли в результаті дослідження повинні бути отримані емпіричні залежності. Розглянемо приклад такої обробки експериментальних даних, отриманих при дослідженні питань стійкості прутків при проштовхуванні у волоку.

Існує ряд емпіричних формул для розрахунку критичного напруження в області гнучкості $\lambda_{кр} > \lambda > 40$; серед них формула Ясинського - Беляєва. Оскільки гнучкість прутків при проштовхуванні перебуває в межах 20-45, можна констатувати, що до останнього часу не було запропоновано формули, придатної для визначення критичного напруження й припустимої довжини кінця прутка, що заштовхується.

Спеціальними експериментами, у процесі яких прутки різних діаметрів з різних марок сталей доводили заштовхуючою силою до втрати стійкості (табл. 6.6), встановлено, що криві залежності критичних напружень від гнучкості добре апроксимуються рівнянням гіперболи:

$$\sigma_{кр} = c / \lambda. \quad (6.27)$$

За дослідями також установили, що на величину $\sigma_{кр}$ впливають характеристики міцності матеріалу (межа міцності σ_b і границя текучості σ_T), що дає підставу думати, що коефіцієнт c залежить від σ_b і σ_T . Приймавши $c = k \sigma_b$, одержимо:

$$\sigma_{кр} = k \sigma_b / \lambda, \quad (6.28)$$

де k - коефіцієнт, що залежить від σ_T і λ .

Таблиця 6.6 Експериментальні значення коефіцієнтів k для різних марок сталей

Марка сталі	σ_b	σ_T	λ					
	10 МПа		20	25	30	35	40	50
35	63,0	36,0	15,20	15,30	15,80	17,50	18,11	19,90
45	64,0	36,3	18,18	17,50	16,50	17,82	18,80	18,90
ШХ15	63,5	37,0	17,39	17,40	17,76	19,24	19,90	20,55
30Х15	64,0	37,0	17,44	18,70	19,77	20,70	20,66	21,80
ШХ15	64,3	38,0	18,72	19,70	20,00	21,60	21,15	23,60
35ХС	65,0	43,0	18,30	19,10	20,42	21,05	22,87	23,63
60С2А	78,0	45,8	20,35	21,60	22,80	20,52	20,56	21,57
40ХФА	62,5	46,0	18,74	20,70	19,50	18,70	20,90	21,88
60С2А	82,0	47,0	20,35	20,20	21,15	20,65	20,60	22,50
55СМ5ФА	71,5	54,0	21,70	22,40	24,40	26,20	27,15	30,27

Функціональну залежність k від σ_T і λ визначаємо методом математичного моделювання. Для зручності дослідження вводимо кодові позначення факторів

σ_T і λ і функції відгуку k (табл. 6.7). Кожний дослід матриці дублювався 5 разів. Функцію відгуку позначимо через y .

Таблиця 6.7 Рівні й інтервали варіювання факторів

Фактор	Код	Рівень			Інтервал варіювання
		Верхній (+)	Нульовий (0)	Нижній (-)	
Межа текучості	x_1	54	45	36	9
Гнучкість	x_2	50	35	20	15

Математичну модель процесу при двохфакторному плануванні будемо на трьох рівнях (3^2):

$$y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_{12} X_1 X_2 + b_{11} X_1^2 + b_{22} X_2^2, \quad (6.29)$$

де X_1, X_2 – кодовані значення факторів:

$$X_i = [x_i - 0,5(x_{i\max} + x_{i\min})] / 0,5(x_{i\max} - x_{i\min});$$

b_0, b_1, b_2 – коефіцієнти регресії.

Порядкову дисперсію розраховуємо по формулі:

$$S_i = \sum_{j=1}^n (y_{ji} - y_j) / (n-1), \quad (6.30)$$

де n – кількість повторних дослідів на кожному рівні; y_i – середнє значення відгуку в j -м досліді; y_{ji} – долідені значення відгуку в i -му повторі.

Результати дослідів і розрахунку порядкових дисперсій зведені в матрицю планування (табл. 6.8).

Таблиця 6.8 Результати дослідів і розрахунку порядкових дисперсій

	x_1	x_2	y_1	y_2	y_3	y_4	y	Y_i	S^2_i
1	-	-	14,37	16,24	15,34	15,80	14,25	15,20	0,764,
2	-	+	19,63	19,20	20,56	20,15	19,96	19,90	0,266
3	+	+	32,18	28,16	30,45	29,80	30,76	30,27	2,225
4	+	-	22,18	23,17	19,56	21,27	22,32	21,70	1,884
5	+	0	27,60	25,40	26,10	25,85	26,05	26,20	0,688
6	-	0	17,02	17,36	18,27	17,22	17,35	17,50	0,236
7	0	+	20,85	21,582	22,30	21,00	22,18	21,57	0,38
8	0	-	21,22	19,53	17,80	21,63	21,57	20,35	2,764
9	0	)	20,98	19,80	19,86	20,05	21,91	20,52	1,400

Перевіряємо гіпотезу про однорідність вибірових дисперсій за критерієм Кохрена:

$$G_{\max} = S_{j\max}^2 / \sum_{j=1}^N S_j^2 < G_T, \quad (6.31)$$

де $S_{j\max}^2$ - максимальна порядкова дисперсія; N - число дослідів у матриці планування; G_T - табличне значення критерію Кохрена. В експерименті

$$G_{\max} = 2,764 / 10,674 = 0,259.$$

Розрахункове значення $G_{\max} = 0,259$ порівнюємо з табличним. При рівні залежності $\alpha = 0,05$ і ступенях свободи $f_1 = n - 1 = 4$; $f_2 = N = 9$ табличне значення критерію Кохрена $G_T = 0,358$. Оскільки $G_{\max} < G_T$ гіпотезу про однорідність не відкидаємо і для оцінки генеральної дисперсії відтворюваності приймаємо:

$$S_y^2 = \sum_{j=1}^N S_j^2 / N = 10,674 / 9 = 1,186. \quad (6.32)$$

Для розрахунку коефіцієнтів регресії будуємо розширену матрицю експерименту (табл. 6.9). Коефіцієнти регресії обчислюємо по формулах:

$$\begin{aligned} b_i &= \sum_{j=1}^N X_{ji} y_j / \sum_{j=1}^N X_{ji}^2; \\ b_0 &= \sum_{j=1}^N y_j / \sum_{j=1}^N X_j^2; \\ b_0 &= b_0' + b_{11} X_1^2 - b_{22} X_2^2. \end{aligned} \quad (7.9) \quad (6.33 - 6.35)$$

Таблиця 6.9 Розширена матриця експерименту

	x_0	x_1	x_2	$x_1 x_2$	$x_1^2 - 2/3$	$x_2^2 - 2/3$	y_i
1	+1	-1	-1	+1	+1/3	+1/3	15,20
2	+1	-1	+1	-1	+1/3	+1/3	19,20
3	+1	+1	+1	+1	+1/3	+1/3	30,27
4	+1	+1	-1	-1	+1/3	+1/3	21,70
5	+1	+1	0	0	+1/3	-2/3	26,20
6	+1	-1	0	0	+1/3	-2/3	17,50
7	+1	0	+1	0	-2/3	+1/3	21,57
8	+1	0	-1	0	-2/3	+1/3	20,35
9	+1	0	0	0	-2/3	-2/3	20,52

Підставляючи у формули (6.32 – 6.34) значення з табл. 6.9, одержуємо $b_1 = 4,262$; $b_2 = 2,415$; $b_{12} = 0,968$; $b_{11} = 0,98$; $b_{22} = 0,092$; $b_0 = 21,468$.

Значимість коефіцієнтів регресії визначаємо за допомогою *t*-критерію Стьюдента, обчислюючи довірчі границі по формулі:

$$\Delta b_i = \pm t_{n,N} S_{bi}, \quad (6.36)$$

де $t_{n,N}$ -табличне значення коефіцієнта Стюдента, рівне 2.262 при $z = 0,05$ а $N = 9$; S_{bi}^2 - дисперсія помилки визначення коефіцієнтів регресії й b_i :

$$S_{bi}^2 = S_y^2 / \sum_{j=1}^N X_j^2. \quad (6.37)$$

Підставляючи значення S_y^2 з (6.32) і $\sum_{j=1}^N X_j^2$ з табл. 6.9, знаходимо, що

$$S_{b1}^2 = S_{b2}^2 = 1,186 / 6 = 0,1977; \quad S_{b1} = S_{b2} = \sqrt{S_{b1}^2} = \pm 0,443;$$

$$\Delta b_1 = \Delta b_2 = \pm 2,262 \cdot 0,443 = \pm 1,002.$$

Аналогічно

$$S_{b12} = \pm 0,544; \quad \Delta b_{12} = \pm 1,23; \quad S_{b21} = S_{b23} = \pm 0,773;$$

$$\Delta b_{21} = \Delta b_{23} = \pm 1,748.$$

По формулі (6.37) визначаємо $S_{b_0} = 0,132$; $S_{b_0}^2$ – по формулі

$$S_{b_0}^2 = S_{b_0}^2 + \sum (X_i)^2 S_{ji}^2 = 0,132 + 0,773 \left(\frac{2}{3} \right)^2 + 0,773 \left(\frac{2}{3} \right)^2 = 0,819;$$

$$S_{b_0} = \pm 0,905; \quad \Delta b_0 = 2,62 \cdot 0,905 = \pm 2,37.$$

Коефіцієнти регресії значимі, якщо $b_i > \Delta b_i$. Таким чином, з розрахованих коефіцієнтів значимі b_0 , b_1 і b_2 .

Після виключення незначущих коефіцієнтів рівняння регресії одержує вид:

$$y = 21 + 4,262 X_1 + 2,415 X_2. \quad (6.38)$$

Адекватність моделі перевіряємо за критерієм Фішера:

$$F = S_{Ad}^2 / S_y^2, \quad (6.39)$$

де $S_{Ad}^2 = \left[\sum_{j=1}^N (\hat{y}_f - \ddot{y}_f) \right] / f_0$; $f_0 = (N - m - 1)$ – число ступеней свободи; m – число

факторів у моделі експерименту; y_f – значення функції відгуку, розраховані по рівнянню регресії (6.38). Дані для підрахунку дисперсії адекватності S_{ad}^2 занесені в табл. 6.10. Тепер:

$$S_{Ad}^2 = 26,744 / 6 = 2,9436; \quad F = 2,9436 / 1,34 = 2,48.$$

При ступенях свободи $f_0 = 6$ і $f_1 = (n - 1) = 36$ табличне значення критерію Фішера $F_T = 3,79$. Оскільки $F < F_T$, модель адекватна.

Переходячи до виміру величин у натуральному масштабі, за допомогою формули переходу з рівняння (6.38) одержимо формулу для визначення коефіцієнта k :

$$k = 0,475\sigma_T + 0,16\lambda - 6.$$

6.7 Дробовий факторний експеримент

За трифакторного експеримента типу 2^3 число дослідів дорівнює 8, при чотирьохфакторному - 16, при п'ятифакторному - 32 і т.д. Різке зростання числа дослідів зі збільшенням кількості факторів робить практично неможливим

Таблиця 6.10 Дані для підрахунку дисперсії адекватності

i	y_i	S^2_i	y_i	$y_i - y_i$	$(y_i - y_i)^2$
1	15,20	0,764	14,313	-0,887	0,7868
2	19,90	0,266	19,143	-0,757	0,5730
3	30,27	2,225	27,667	-2,603	6,7756
4	21,70	1,884	22,837	-1,137	1,2928
5	26,20	0,688	25,252	-0,948	0,8987
6	17,50	0,236	16,728	-0,772	0,5960
7	21,57	0,438	23,405	-1,835	3,3672
8	20,35	2,764	18,575	1,775	3,1506
9	20,52	1,409	20,99	0,470	0,2209
					$\sum_{i=1}^N (y_i - y_i)^2 = 17,6616$

здійснення повного перебору всіх значень при ПФЕ. Вихід із цього положення - застосування так званих дробових реплік від повного факторного експерименту.

В багатьох практичних завданнях взаємодії другого й вищого порядків нехтовно малі або відсутні. У зв'язку із цим представляється можливим планувати, наприклад, трифакторний експеримент по матриці двофакторного з реалізацією всього чотирьох дослідів замість восьми. Математична модель експерименту в цьому випадку здобуває простий вид:

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i X_i.$$

Легко показати геометричну інтерпретацію планів експерименту (рис. 6.4). Очевидно при варіюванні змінних на двох рівнях, закодованих числами ± 1 , область простору обмежується тетраедром (рис. 6.4, а), координати вершин якого визначаються вибірковою перестановкою чисел ± 1 . Якщо в повному

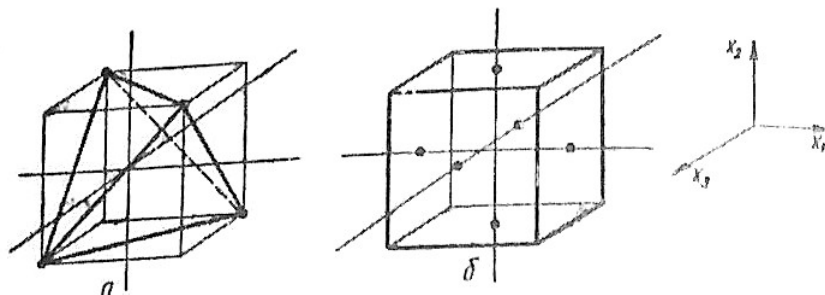


Рис. 6.4 Геометричні зображення дробового факторного експерименту 2^{3-1} (а) і класичної схеми планування (б)

трихфакторному експерименті досліди ставлять у вершинах куба, у дробовому - у вершинах тетраедра, то в традиційному однофакторному експерименті досліди ставлять не у вершинах, а на гранях куба (рис. 6.4, б). Тому точність одержуваних оцінок коефіцієнтів регресії при факторному плануванні вище в кілька разів, чим при однофакторному. Так, у розглянутих на рис.6.4 випадках точність оцінок значень коефіцієнтів b_i для ПФЕ- 2^3 .

$$S_{b_i}^2 = S_y^2 / 8;$$

$$\text{для дробової репліки } 2^{3-1}: S_{b_i}^2 = S_y^2 / 4;$$

$$\text{для однофакторного експерименту: } S_{b_i}^2 = S_y^2 / 2;$$

6.8 Методи оптимізації процесу при плануванні

Для планування експерименту в «майже стаціонарній області» найбільш ефективні повні або дробовий факторні експерименти. Однак однієї з найпоширеніших дослідницьких завдань саме і є знаходження цієї області.

Оптимізація процесу — це встановлення області можливого оптимуму й вивчення факторного простору в околиці оптимуму. В експерименті потрібні пошук і рух по поверхні відгуку в область можливого оптимуму.

Пошук оптимальної області звичайно здійснюють *методом крутого сходження* по поверхні відгуку в напрямку градієнта. У випадку лінійної моделі коефіцієнти регресії пропорційні складового градієнта функції відгуку в околиці нульової крапки. Тому коефіцієнти при лінійних членах дають певне подання проте, у яких пропорціях варто змінювати фактори для досягнення оптимуму. Потім ставлять серію дослідів у точках, що лежать на лінії регресії, які відходять множенням кроку варіювання кожного фактора на його коефіцієнт регресії. У результаті такого просування визначають екстремальне значення відгуку. Оскільки рух виконується по градієнті (рис.6.5). то пройдений шлях - найкоротший в області оптимуму. В області отриманого максимального значення функції відгуку процедуру крутого сходження можна повторити. При цьому за основний рівень прийняти максимальне значення функції, отримане на попередньому етапі сходження. Проводити круте сходження стає недоцільним, коли досліджуваний процес не можна описати лінійними рівняннями, що свідчить про близькість оптимальної (стаціонарної) області. У цьому випадку потрібно або побудувати модель більше високого порядку, або (що простіше й досить ефективно) провести в даній області кілька багатфакторних експериментів з вибором нульового рівня при такій комбінації факторів, що забезпечує найкращий результат.

Досить ефективним для досягнення «майже стаціонарної області» є й симплексне планування. Симплексом називають найпростіший опуклий багатогранник, утворений $k + 1$ вершиною в k -мірному просторі. У двовимірному просторі (на площині) симплекс - це трикутник, у тривимірному ~ тетраедр і т.д. Якщо відстані між вершинами рівні, то такий симплекс називають регулярним. Сутність і процедура застосування симплекса-планування складаються з наступного. У двофакторному просторі (найпростіший випадок) планують серію дослідів, для яких комбінація числових значень факторів x_1 і x_2 відповідає вершинам симплекса (рис.6.6). Вершина симплекса, у якій результат дослідів був найгіршим, відкидається й дзеркально відображається щодо протилежної сторони з метою потрапити в

область більш високих значень відгуку. Для двовимірного симплекса ця операція рівноцінна «кантуванню» трикутника через сторону, протилежну гіршому результату. При цьому утвориться симплекс, положення нової вершини якого задає умови чергового дослідів. Після постановки цього дослідів проводять порівняння результатів всіх дослідів, крім відкинутого. Знову відкидається гірший результат невідповідну йому вершину дзеркально відбивають у факторному просторі. Процес руху продовжують до тих пір, поки не досягнуть заданого рівня відгуку або поки симплекс не почне обертатися навколо однієї з вершин з найбільшим значенням функції («зациклення»).

Щоб спланувати вихідну серію з $k + 1$ дослідів, для факторів вибирають основний або нульовий рівень значення факторів X_i^0 і одиниці їхнього варіювання S_i . Здійснюють це аналогічно вже розглянутим методам. Значення факторів, що відповідають вершинам вихідного симплекса, знаходять по формулі:

$$x_{ij} = x_i^0 + r_{ij}S_i, \quad (6.31)$$

де r_{ij} - коефіцієнт, величина якого відповідно до номеру дослідів i і номером фактора j визначається елементами матриці (табл. 6.11). Координати вершини нового симплекса знаходять по формулі:

$$x_j^H = \frac{2}{k} \sum_{i=1}^k x_{ij} - x_j^{OT}, \quad (6.32)$$

де x_j^H - значення j -го фактора для нового дослідів; x_j^{OT} - значення j -го фактора у твореному дослідів.

Таблиця 6.11 Матриця симплексного планування

№ дослідів	№ фактору і								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,5	0,289	0,204	0,158	0,129	0,109	0,095	0,083	0,074
2	- 0,5	0,289	0,204	0,158	0,129	0,109	0,095	0,083	0,074
3	0	- 0,577	0,204	0,158	0,129	0,109	0,095	0,083	0,074
4	0	0	- 0,612	0,18	0,129	0,109	0,095	0,083	0,074
5	0	0	0	- 0,632	0,129	0,109	0,095	0,083	0,074
6	0	0	0	0	- 0,645	0,109	0,095	0,083	0,074
7	0	0	0	0	0	- 0,654	0,095	0,083	0,074
8	0	0	0	0	0	0	- 0,662	0,085	0,074
9	0	0	0	0	0	0	0	0,66	0,074
10	0	0	0	0	0	0	0	0	- 0,671

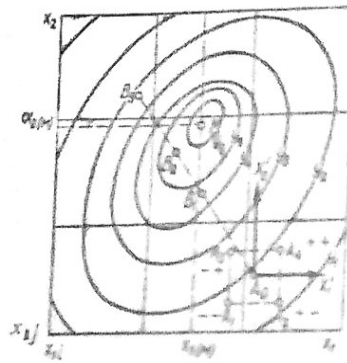


Рис. 6.5 Схема крутого сходження по поверхні відгуку до області оптимуму: $v_1 - v_6$ ізолінії рівного виходу функції відгуку $y = f(x_1, x_2)$, A_0 - основний рівень; A_1-A_6 - вихідні досліді; B_{36} кінцева функція при сходженні; M - точка оптимуму

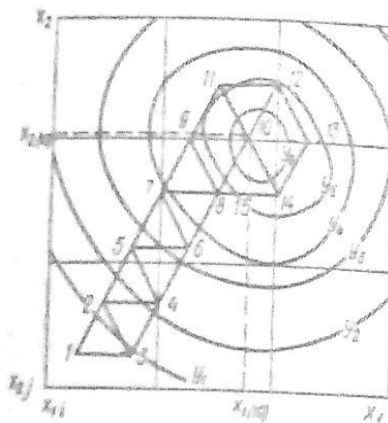


Рис. 6.6 Схема симплекса-планування:
 $v_1 - v_6$ - ізолінії рівного виходу функції відгуку; 1, 2, 3 - вершини вихідного симплекса; 4 - 15 - нові вершини симплекса, отримані в процесі руху

Слід зазначити основні особливості симплекса-планування і його переваги в порівнянні з іншими методами пошуку оптимуму. Обчислювальний апарат методу простий, не вимагає від дослідника спеціальних математичних знань, може бути реалізований як в «ручному», так і в «машинному» варіантах. Застосування методу в промислових умовах особливо афективно, тому що симплекс може впливати безупинно за "дрейфуючим" оптимумом. Метод «не

боїться» помилок, тому що має властивість самоконтролю. Помилка або грубий промах лише подовжать (скривлять) шлях симплекса, але не відіб'ються на кінцевому результаті.

7 ОБРОБКА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

7.1 Перевірка експериментальних даних і відсіювання різко відхиляємих значень

Кількісний результат будь-якого досліду в загальному випадку - величина неточна, несуча в собі деяку похибку. При розробці методики, виборі апаратури, плануванні й проведенні експерименту прагнуть до того, щоб похибка вимірів не перевищувала допустимого значення, обумовленого метою й завданнями дослідження. Однак навіть у тих випадках, коли перевірка приладів, вибір інтервалів між значеннями змінних, складання плану експерименту й виключення впливу зовнішніх факторів виконані дослідником досить ретельно, існує можливість появи серйозних помилок, які можуть спотворити результати дослідження. Грубі помилки виникають внаслідок описок у лабораторному журналі, недотепного або недбалого користування вимірювальними апаратами, внаслідок яких-небудь несправностей (порушення контакту в перемикачах, реле, сполучних розніманнях і т.д.), помилки в програмі обчислювальної машини, застосовуваної для обробки даних, і ін. Передбачаючи можливість таких випадків, дослідник повинен запланувати перевірки точності й прийнятності одержуваних даних.

Найпоширеніша перевірка за фізичним змістом і по математичних залежностях. Так, будь-якому фахівцеві в області ОМТ відомо, наприклад, що при поздовжній прокатці й волочінні коефіцієнт витяжки $\mu > 1$, що граничне значення дотичного напруження на контактній поверхні $\tau_{max} = \tau_s$, а коефіцієнт контактного тертя $f < 1$ і т.п. Одержання таких даних, як $\mu < 1$, $\tau_{max} > \tau_s$ і $f = 1$, суперечило б фізичній сутності розглянутих процесів. Ці й подібні їм результати варто розглядати як недостовірні й виключати із серії вимірів.

При проведенні досліджень і при первинній обробці даних важливо знати, хоча б порядок вимірюваної величини. Це дозволить вчасно виявити явно недостовірний результат.

Аналізуючи результати залежних вимірів, зв'язок між змінними x, y, z можна описати різними типами математичних рівнянь, називаємих рівняннями збереження або рівняннями балансу. Наприклад, рівняння типу:

$$x + y + z = A \quad (7.1)$$

відповідає одному з математичних виразів закону сталості об'єму:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0, \quad (7.2)$$

де $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ - логарифмічні деформації.

Досить поширені виразу типу:

$$x + v = AB (\sigma_1 - \sigma_3 = \beta \sigma_s); \quad (7.3)$$

$$x / y = A / B(v_1 / v_0 = s_0 / s_1), \quad (7.4)$$

де v_0, s_0, v_1, s_1 - відповідно швидкості й площі поперечного перерізу штаби до входу в осередок деформації й після виходу з нього (при поздовжній прокатці й волочінні).

Між деякими параметрами процесів ОМТ існують інтегральні залежності. Наприклад, якщо відомий закон розподілу нормальних тисків σ_z , по контактній поверхні осаджують циліндричного зразка, то силу осадки P можна виразити через напругу σ_T по формулі:

$$P = \iint_s \sigma_z ds. \quad (7.5)$$

Знаючи закон зміни сили $P = P(x)$ на відрізку x_1 - x_2 можна роботу деформації виразити через силу:

$$A = \int_{x_1}^{x_2} P(x) dx. \quad (7.6)$$

Інтегральними залежностями зв'язані переміщення зі швидкістю

$v \left(u = \int_{t_1}^{t_2} v dt \right)$, площа s - с координатами p , $\left(s = \int_0^{2\pi} \int_0^t \rho d\rho d\theta \right)$ і інші параметри

процесів ОМТ. Визначивши змінні безпосередньо з досліду, відомі залежності між ними використовують у якості перевірочних.

Не переконливі дані повинні бути виключені з остаточного результату. Звичайно, помилки різко відрізняються від інших вимірів. Але перш ніж прийняти рішення про виключення із серії вимірів того або іншого різко вирізненого значення, потрібно переконатися, що воно дійсно являє собою помилку, а не є наслідком статистичного розкиду.

Відомо, що поява при намірі результату, що відхиляється від коректного (або середнього) значення на величину, що перевищує 2σ або, тим більше, 3σ , малоімовірно. Імовірність появи такого відхилення при одному вимірі $\beta_1 = 1 - \alpha$, де α величина надійності, що задається. Ця ймовірність зростає при збільшенні числа z вимірів:

$$z = (1 - \alpha^2) = [1 - (1 - \beta_1)^2] = z \beta_1, \quad (7.7)$$

тобто за незначних β_1 імовірність β зростає в z разів у порівнянні з β_1 .

Оскільки в процесі вимірів величина σ невідома її визначають по результатами всієї серії вимірів, тобто для виявлення помилок доцільно використати критерії, зв'язані з величиною σ . Такий критерій можна одержати, якщо замість розподілу випадкової величини $\Delta a / \sigma$ розглядати розподіл іншої випадкової величини:

$$v = (a_{(z)} - \bar{a}) / \sqrt{(z-1) / z} \Delta S_z, \quad \text{или} \quad v = (\bar{a} - a_{(1)}) / \sqrt{(z-1) / z} \Delta S_z, \quad (7.8)$$

$$\text{де} \quad \Delta S_z = \sqrt{\sum_{i=1}^z \Delta a_i^2 / (z-1)}; \quad a_{(z)} - \text{найбільше значення із серії } z \text{ вимірів; } a_{(1)} -$$

найменше значення в, цієї ж серії.

Цей розподіл має вигляд:

$$\varphi(v) = \frac{1}{\sqrt{\pi(z-1)}} \frac{\Gamma[(z-1)/2]}{\Gamma[(z-2)/2]} [1 - v^2 / (z-1)]^{(z-4)/2}. \quad (7.9)$$

$V_{\max}$ (табл.. 7.1) - максимально можливі значення $v_{(z)}$, що з'являються внаслідок статистичного розкиду, зростають зі збільшенням надійності α , тобто зі зменшенням β і збільшенням числа вимірів z . Тепер, якщо різко вирізнене значення, $a_{(z)}$, отримане в серії z вимірів, відповідає величині $v_{(z)} > V_{\max}$ при

завданому значенні надійності $\alpha = l_i - l_0$. то це означає, що дане значення несумісне з вихідним положенням про нормальний закон розподілу і його можна розглядати як помилку експериментування або виміру..

Розглянемо такий приклад. Нехай при вимірі довжини заготівлі штангенциркулем були отримані значення l_i наведені в табл. 7.2. Візьмемо $l_0 = 155$ мм і обчислимо величини $l_i - l_0$ і $(l_i - l_0)^2$ (табл. 7.2). Тоді

$$\bar{l} = l_0 + \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z (l_i - l_0) = 155,0 + \frac{6,5}{6} = 156,08 \text{ мм.}$$

Перевіримо, чи не є значення $l_i = 164,3$ мм помилкою, тому що воно різко відрізняється від інших значень і, імовірно, є наслідком описки експериментатора. Для цього знайдемо

$$\begin{aligned} \frac{z-1}{z} \Delta S_z^2 &= \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z (l_i - \bar{l})^2 = \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z [(l_i - l_0)^2 - z(\bar{l} - l_0)^2] = \\ &= \frac{1}{6} [89,55 - 6 \cdot 1,08^2] = 13,76 \text{ мм}^2. \end{aligned}$$

Звідси

$$\sqrt{(z-1)/z} \Delta S_z = \sqrt{13,76} = 3,71 \text{ мм.}$$

Підрахуємо тепер величину $v_{(6)}$:

$$v_{(6)} = (l_{(5)} - \bar{l}) / \sqrt{(z-1)/z} \Delta S_z = (164,3 - 156,08) / 3,71 = 2,22.$$

З табл. 7.1 знаходимо при $z = 6$ для надійності $\alpha = 0,95$ значення $v_{\max} = 2,00$ і бачимо, що $v_{(6)} > v_{\max}$. Це означає, що вимір $l_6 = 164,3$ мм є помилковим і його варто виключити із серії вимірів.

Таблиця 7.1. Значення $v_{\max}$

z	$\alpha = 0,90$ ($\beta = 0,10$)	$\alpha = 0,95$ ($\beta = 0,05$)	$\alpha = 0,90$ ($\beta = 0,01$)
3	1,41	1,41	1,41
4	1,64	1,69	1,72
5	1,79	1,87	1,96
6	1,80	2,00	2,13
7	1,97	2,09	2,26
8	2,04	2,17	2,37
9	2,10	2,24	2,46
10	2,15	2,29	2,54

Таблиця 7.2 Результати вимірів довжини заготівлі, мм, і обробка результатів

i	l_i	$l_i - l_0$	$(l_i - l_0)^2, \text{ мм}$
1	153,4	-1,6	2,56
2	154,6	-0,4	0,16
3	154,7	-0,3	0,09
4	155,0	0	0
5	164,3	+9,3	86,49
6	154,5	-0,5	0,25
Сума		+6,5	89,55

7.2 Побудова графіків за експериментальним даними

У результаті виконання вимірювальних операцій при дослідженні якої-небудь функціональної залежності $y = f(x)$ у розпорядженні експериментатора виявляються дані, представлені, наприклад, у вигляді таблиці (табл. 7.3). Використати такі дані важко, по-перше, тому, що всі відліки значень x_i і y_i неминуче містять випадкові погрішності, і, по-друге, тому, що таблиця дає лише крапкові характеристики процесу, по яких не відразу вдається встановити вигляд залежності $y = f(x)$ та знайти значення функції f для будь-яких значень аргументу x .

Щоб була можливість визначати значення f на всьому діапазоні зміни аргументу x , будують експериментальні графіки, що відбивають безперервну функцію $f = f(x)$ із заданою **точністю**. Існує кілька способів побудови графіків за експериментальним даними.

Таблиця 7.3 Дані експерименту

№ експерименту	Функціонально залежна величина		№ експерименту	Функціонально залежна величина	
	x	y		x	y
1	X_1	Y_1	-	-	-
2	X_2	Y_2	$n-1$	X_{n-1}	Y_{n-1}
3	X_3	Y_3	n	X_n	Y_n

За використання першого методу (рис. 7.1) на лист із нанесеними осями координат в обраних масштабах по осях ox і oy наносять крапки x_i , y_i за даними

табл. 7.3. Потім отримані точки з'єднують прямими лініями й проводять плавну криву так, щоб виконувалася рівність:

$$\sum S_i = \sum S'_i, \quad (7.10)$$

де S_i і S'_i - площі між плавно проведеною кривою й ламаною лінією, розташовані нижче й вище цієї кривої.

По другому способу (рис.7.2) на лист із нанесеними осями координат в обраних масштабах по цих осях наносять точки x_i , y_i де так само, як і в першому способі, але біля кожної із точок будують прямокутник зі сторонами $2S_x$ і $2S_y$, де S_x і S_y - середньоквадратичні похибки результату вимірів значень x_i і y_i . Потім проводять плавну криву так, щоб вона проходила через всі побудовані прямокутники.

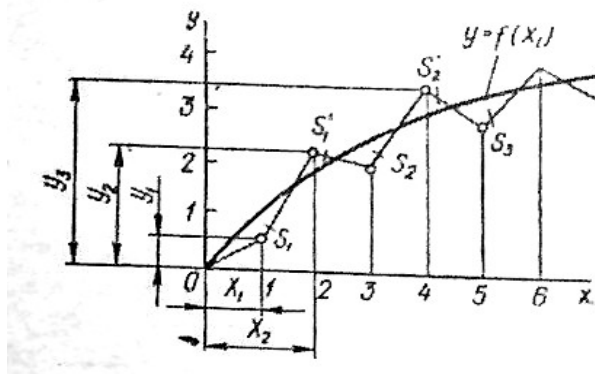


Рис. 7.1 Побудова графіка за експериментальним даними

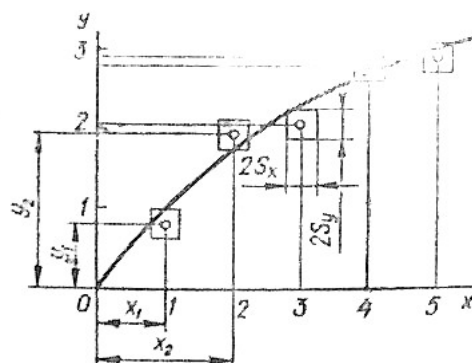


Рис. 7.2 Побудова графіка з обліком середньоквадратичних похибок виміру

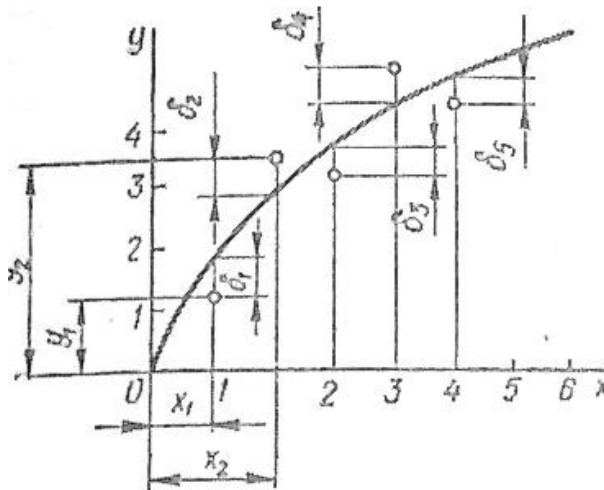


Рис. 7.3 Побудова графіка по методу найменших квадратів

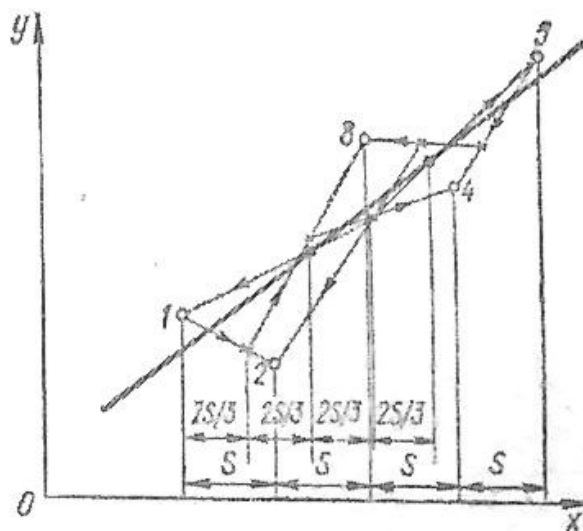


Рис. 7.4 Послідовність побудови прямої методом Асковіца

Більш суворим і математично обґрунтованим є третій спосіб побудови експериментальних графіків (рис.7.3), оснований на використанні методу найменших квадратів. У цьому випадку перші операції нанесення експериментальних крапок x_i, y_i на поле графіка залишаються тими ж, але результуючу плавну криву $y=f(x)$ проводять на кресленні так, щоб дотримувалася рівність:

$$\sum \delta_i^2 = \min, \quad (7.11)$$

де δ_i^2 - відхилення i -ої ординати кривої $y = f(x)$ від точок, що відповідають значенням x_i .

Для визначення коефіцієнтів математичних формул, що описують експериментально встановлені залежності між параметрами, метод найменших квадратів застосуємо тільки в тому випадку, якщо рівняння досліджуваної залежності лінійне щодо шуканих коефіцієнтів або може бути приведене до лінійного виду, наприклад, логарифмуванням. Якщо залежність між параметрами x і y представима лінійним рівнянням $y=kx+b$, то, побудувавши графік такої залежності, можна безпосередньо із креслення одержати коефіцієнти k (тангенс кута нахилу прямої до осі абсцис) і b (відрізок, що відтинає пряма на осі ординат).

Рациональною побудовою прямих є метод Асковіца, заснований на методиці найменших квадратів. Якщо передбачається використати метод Асковіца, то експеримент потрібно проводити так, щоб контрольована змінна x відраховувалась з однаковим кроком S (рис. 7.4). Якщо така умова виконується, то пряму будують у такий спосіб. З'єднують точки 1 і 2 відрізком прямої і, рухаючись уздовж цього відрізка від точки 1 до точки 2 відкладають $2S/3$ і роблять оцінку. З'єднують отриману оцінку з експериментальною точкою 3. Рухаючись до точки 3, знову відзначають відстань $2S/3$. Повторюють цю операцію доти, поки не доходять до останньої точки, яка лежить на прямій найменших квадратів. Другу точку, необхідну для побудови прямої, знаходять аналогічно, почавши побудову із протилежного кінця (рис. 7.4). Знайшовши пряму, залежність між змінними x і y представляють рівнянням $y = kx + b$.

Якщо розташування експериментальних крапок таке, що залежність має явно нелінійний характер (рис. 7.3), то потрібно підібрати формулу, що найбільшою мірою відповідала б досліджуваній залежності. Емпіричну криву порівнюють із типовими графіками формул, наявними в довідниках. Щоб спростити процес підбору, можна використати еталон-кальку з попередньо накресленим на ній сімейством кривих з різними параметрами. При цьому обов'язкова умова - рівність модулів і шкал еталона й емпіричної кривої на відповідних осях координат. Вибравши підходящу формулу, перевіряють

можливість її використання користуючись методом вирівнювання, який складається в перетворенні функції до лінійного виду шляхом заміни змінних.

7.3. Способи вторинної обробки результатів

Після первинної обробки експериментальні дані можна представити в табличній, графічній формі або у вигляді розрахункових формул. Найпоширеніша форма - таблична. У таблиці звичайно приводить значення залежностей змінної, відповідним значенням незалежної змінної. Функції, задані в табличній формі, можна диференціювати, інтегрувати або піддавати якому-небудь іншому виду обробки - інтерполяції, екстраполяції й т.п.

Наближене диференціювання функції, заданої таблично, можна провести різними способами. Вирази, засновані на першій інтерполяційній формулі Ньютона, для знаходження першої й другої похідної функції в основних табличних крапках x_i мають вигляд:

$$y'(x) = \frac{1}{h} \left(\Delta y - \frac{\Delta^2 y}{2} + \frac{\Delta^3 y}{3} - \frac{\Delta^4 y}{4} + \frac{\Delta^5 y}{5} - \dots \right); \quad (7.12)$$

$$y''(x) = \frac{1}{h^2} \left(\Delta^2 y - \Delta^3 y + \frac{11\Delta^4 y}{12} - \frac{5\Delta^5 y}{6} + \dots \right); \quad (7.13)$$

де $\Delta y, \Delta^2 y, \Delta^3 y$ - кінцеві різниці відповідних порядків (цифри 2, 3, ... при символі Δ означають порядок різниці, а не показник ступеня), $h = x_{i+1} - x_i = \Delta x$ - крок таблиці. Перша кінцева різниця:

$$\Delta y = \Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x); \quad (7.14)$$

кінцеві різниці вищих порядків:

$$\Delta^n y = \Delta(\Delta^{n-1} y) (n = 2, 3, 4, \dots). \quad (7.15)$$

Для основних табличних крапок x_i першу похідну можна одержати, інтерполюючи по формулі:

$$y'_n(x) = (y_{n+1} - y_{n-1}) / 2h. \quad (7.16)$$

Інтегрування функцій, заданих таблично, проводять по формулах наближеного обчислення інтегралів - так званим формулам механічних квадратур. Найпоширенішою є формула трапецій:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{h} \left[\frac{y_0 + y_1}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} \right] \quad (8.1) \quad (7.17)$$

Більше точною є формула Симпсона (тільки при парному $n = 2m$):

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{6m} [(y_0 + y_{2m}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{2m-2}) + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{2m-1})], \quad (8.2) \quad (7.18)$$

де $a = x_0$; $b = x_n$ - межі інтегрування; n - кількість кроків між табличними значеннями аргументу: $n = (b - a)/h$; $y_0 = f(a)$; $y_1 = f(x_1)$; ...; $y_n = f(b)$, значення функції, що відповідають табличним значенням аргументу $x_0, x_1, \dots, x_n$; $m = n/2$.

Точність наведених формул тим вище, чим більше n . Для одержання результату із двома-трьома значеннями цифрами потрібно приймати $n = 4 - 6$ для формули (7.17) і $n = 8 - 12$ для формули (7.18).

Якщо функція задана графічно, то її також можна інтегрувати за допомогою формул механічних квадратур (7.17) і (7.18). Відповідно до

геометричного змісту повного інтеграла $\int_a^b f(x)dx = S$ (7.19)

де s - площа фігури, обмеженої графіком $f(x)$, відрізком осі абсцис $[a; b]$, прямими $x_0 = a$ та $x_n = b$ (рис. 7.5). Отже, обчислення інтеграла рівнозначно визначенню площі деякої криволінійної трапеції.

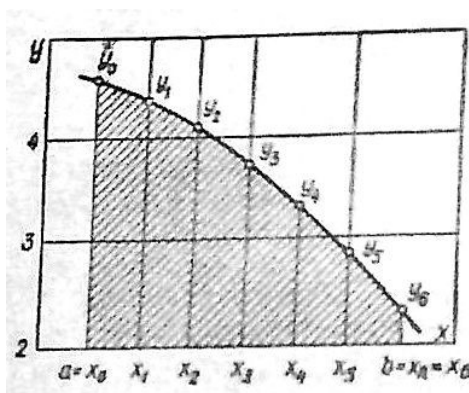


Рис. 7.5 Геометрична інтерпретація повного інтеграла функції, заданої графічно

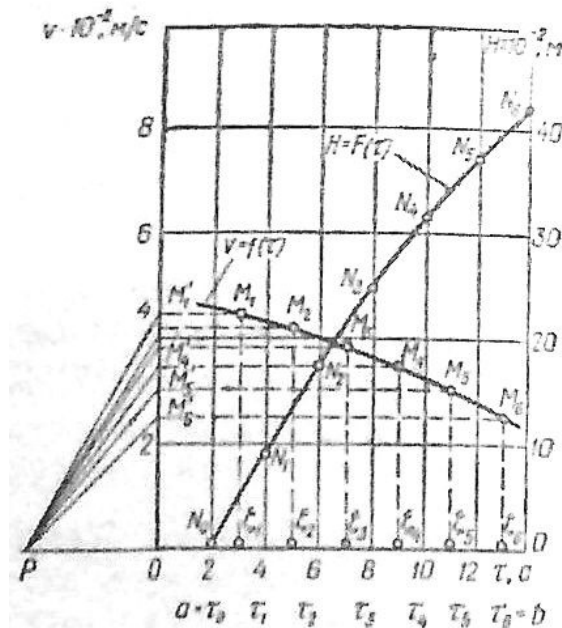


Рис. 7.6 Побудова графіка первісної функції

Для обчислень складають таблицю, у яку заносять значення абсцис $x_0 = a$; $x_1 = a + h$; $x_2 = a + 2h$; ...; $x_{n-1} = a + (n-1)h$; $x_n = b$, де $h = (b-a)/n$ і відповідні їм ординати $y_0 = f(a)$, $y_1 = f(x_1)$, ..., $y_n = f(b)$... Подальші розрахунки проводять по формулах (7.17) або (7.18).

Завдання графічного інтегрування можна поставити й трохи інакше: за графіком $v = f(\tau)$ (рис. 7.6) будують графік її первісної функції:

$$H = F(\tau) = \int_a^b f(\tau) d\tau. \quad (7.20)$$

Це значить, що потрібно побудувати таку криву $H = F(\tau)$, ордината якої в кожній точці τ_i чисельно дорівнює площі криволінійної трапеції, обмеженої кривою $v = F(\tau)$ і основою $[a, b]$.

Для наближеної побудови графіка первісної функції $H = F(\tau)$ площу криволінійної трапеції, обмеженої кривою $v = F(\tau)$, розбивають на вузькі вертикальні смужки з ординатами поставленими перпендикулярно в точках τ_0 , τ_1 , ..., τ_6 ... Кожну смужку замінюють рівновеликим прямокутником з тією ж основою, але з висотою, рівною $f(\xi_i)$, де ξ_i ($i = 1, 2, \dots, 6$) - деяка проміжна крапка i -го по рахунку інтервалу $[\tau_{i-1}, \tau_i]$ тобто приймають:

$$\int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} f(\tau) d\tau = f(\xi_i)(\tau_i - \tau_{i-1}), \quad (7.21)$$

где $\tau_{i-1} \leq \xi_i < \tau_i (\tau = 1, 2, \dots)$.

Техніка побудови первісної функції полягає в наступному (рис. 7.6). Крпки $M_1 M_2, \dots, M_6$, що відповідають $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_6$ проектують на вісь v і одержують крпки $M'_1, M'_2, \dots, M'_6$. Полярну відстань Op визначають із співвідношення:

$$Op = u_\tau u_v / u, \quad (7.22)$$

де u_τ, u_v, u - відповідно довжини одиниць масштабу на осях τ, v і осі H ординат інтегральної кривої. Відшукувану лінію $H = F(\tau)$ приблизно заміняють ламаною $N_0 N_1 \dots N_6$. Для її побудови із крпки $N_0(\tau_0, 0)$ проводять пряму $N_0 N'_1$, паралельну променю pM'_1 , до перетинання в точці N_1 з вертикаллю $\tau = \tau_1$; із крпки N_1 проводять пряму $N_1 N_2$, паралельну променю pM'_2 , до перетинання з вертикаллю $\tau = \tau_2$ і т.д. Графічне диференціювання кривої, побудованої за дослідними даними, дає можливість визначити похідну функції в даній крпці. Графічне диференціювання можна виконати декількома методами — проведенням нормалі, дотичною й методом перерізних. Порядок графічного диференціювання методом нормалей наступний. У заданій точці кривій $L = f(\tau)$ (рис. 7.7), наприклад у точці M , що відповідає моменту $\tau = 2$ з, потрібно провести нормаль. Зручно виконати це за допомогою дзеркальної лінійки. Її накладають на графік так, щоб її дзеркальна поверхня, перпендикулярна до площини графіка, проходила через задану крпку M . Поворотом лінійки досягають сполучення кривої на кресленні з її відбиттям у дзеркалі й проводять лінію ab , що і буде шуканою нормаллю. Перпендикуляр, проведений до цієї нормалі через точку M , дотичний до кривої в точці M . Похідна функції $L = f(\tau)$ у крпці M характеризується величиною:

$$tg \alpha = ctg \beta_2 = dL / d\tau_M = \delta y_2 / \delta x_2. \quad (7.23)$$

Аналогічно визначають похідну в крпці N відповідної $\tau = 5$ с.

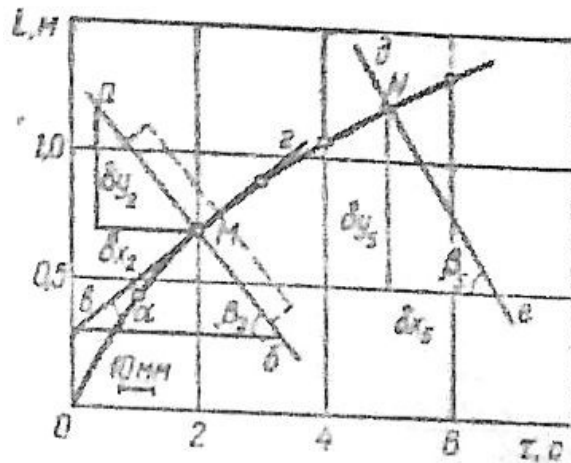


Рис. 7.7 Схема графічного диференціювання

За наявності АЦМ, ЕОМ, мікропроцесора розглянуті процедури виконуютьз використанням відповідних програм.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Серeda Б.П. Обробка металів тиском: [навчальний посібник] / Б.П. Серeda, - Запоріжжя: ЗДІА, 2009 – 344 с.
2. Серeda Б.П. Прокатне виробництво [навчальний посібник] / Б.П. Серeda, Запоріжжя: ЗДІА, 2008 – 352 с.
3. Технологічні лінії та комплекси металургійних цехів. Конспект лекцій / Укл. М.Г. Прищип, К.В. Таратута – Запоріжжя, ЗДІА. 2006 – 139 с.
4. В.Н. Данченко. Комп'ютерне моделювання процесов обробки металов давлением. Численные методы / В.Н. Данченко, А.А. Миленин, В.И.Кузьменко и др. – Днепропетровск: Системные технологии, 2005 – 448 с.
5. Серeda Б.П. Металознавство та термічна обробка чорних та кольорових металів. Підручник. – Запоріжжя: Видавництво ЗДІА, 2008. – 302 с
6. Серeda Б.П. Нові матеріали в металургії. Навчальний посібник. – Запоріжжя: ЗДІА, 2009. – 396 с.

7. Теоретичні та експериментальні дослідження процесів ОМТ, методичні вказівки до лабораторних робіт для студентів ЗДІА спеціальності ОМТ / Укл.: М.Г. Прищип, І.В. Кругляк, Ю.О. Белоконь. – Запоріжжя, ЗДІА, 2010. 47с.
8. В. Робертс. Холодная прокатка стали. Пер. с английского / В. Робертс – М.: Металлургия, 1982 – 544 с.
9. Теория прокатки. Справочник / А.И. Целиков, А.Д. Томленов, В.И. Зюзин и др. – М.: Металлургия, 1982 – 335 с.
10. Гун Г.Я. Математическое моделирование процессов обработки металлов давлением / Гун Г.Я. – М.: Металлургия, 1983. – 352 с.
11. Грудев А.П. Теория прокатки / А.П. Грудев – М.: Интер-мет Инжиниринг, 2001 – 280 с.
12. Целиков А.И. Теория продольной прокатки / А.И. Целиков, Г.С. Никутин, С.Е. Рокотян – М.: Металлургия, 1980 – 320 с.
13. Улучшение качества поверхности холоднокатанних листов / В.Г. Додока, В.Г. Пилик, Прищип Н.И. и др. Сталь , №7 – М.: Металлургия, 1968 . – с. 624 – 627.
14. Новая технология производства холоднокатанного крупногабаритного автолиста / В.Г.Додока, Ф.А. Кинчук, Н.И. Прищип и др. Сталь №2 – М.: Металлургия, 1969 – с. 144 – 147
15. Уменьшение изломов полосі при рулонной дресировке / В.И. Малешко, А.П.Кахайлов, .Н.И. Прищип и др. Сталь №6 – М.: Металлургия, 1969 – с. 537 – 540.
16. Изменение свойств листовой стали при различных схемах холодной прокатки / В.Г. Додока, Н.И. Прищип, Ф.А. Ксензук и др. Сталь №4, - М.: Металлургия, 1972, - с. 324 – 327.
17. Производство листовой стали 08ю с низким пределом текучести / А.П. Чекмарев, В.Г. Додока, Н.И. Прищип и др. Сталь №3 – М.: Металлургия, 1975 – с. 236 – 238.

18. Соотношение твердости валков холодной прокатки по Роквеллу и Шору / Ф.А. Ксензук, Н.И. Прищип, Е.И.Грейгер. Заводская лаборатория №1 – М.: Металлургия, 1975 – с. 355 – 357.
19. Разработка и освоение новых режимов прокатки и профилей валков / Прищип Н.И. Отчет по НИР – Запорожье – Мариуполь. 1983 – 67 с.
20. Technology of Rolled Stock production [Summary of Lectures] / N. I. Prischip – Zaporozhstal Steel Works. UNIDA training programme, 1986. 227 p.
21. Чекмарев А.П. Методі исследования процессов прокатки / А.П. Чекмарев, С.А. Ольджевский - М.: Металлургия, 1969 – 294 с.
22. Шевченко К.И. Основі математических методов в теории обработки металлов давлением / К.Н. Шевченко – М.: Высшая школа, 1972. 351 с.
23. Чичекев и др. Методі исследования процессов обработки металлов давлением / М.А. Чичекев, А.Б. Кудифин, П.И. Полухин – М.: Металлургия, 1977 – 321с.