Тема 1 Теорія надійності. Оцінка надійності систем

План теми

1 Теоретична частина
2 Надійність виробу
3 Основні поняття
4 Характеристики безвідмовності
5 Зв'язок між функцією P(t) і інтенсивністю відмов λ(t)
6 Числові характеристики безвідмовності
7 Характеристика ремонтопридатності
8 Вірогідність виконання ремонту в заданий час
9 Густина вірогідності часу відновлення і інтенсивності відновлення
10 Числові характеристики ремонтопридатності
11 Характеристики готовності

1 Теоретична частина.

Надійність це наукова дисципліна, в якій розробляються і вивчаються методи забезпечення ефективності роботи об'єктів (виробів, пристроїв, систем і т.п.) в процесі експлуатації.

У теорію надійності вводяться показники надійності об'єктів, обґрунтовуються вимоги до надійності з урахуванням економічних і інших чинників, розробляються рекомендації по забезпеченню заданих вимог до надійності на етапах:

- проектування;
- виробництва;
- зберігання;
- експлуатації.

Кількісні показники надійності в теорії надійності вводять на основі побудови математичних моделей даних об'єктів. У теорії надійності використовуються різноманітні математичні методи; особливе місце займають методи теорії ймовірності і математичної статистики. Це пов'язано з тим, що події, що описують показники надійності (моменти появи відмов, тривалість ремонту і т.д.), часто є випадковими. Для розрахунку вірогідності безвідмовної роботи об'єкту протягом деякого часу використовуються аналітичні методи теорії випадкових процесів, теорії масового обслуговування.

Аналітичні методи розрахунку надійності поєднуються з методами моделювання на ПЕВМ.

2 Надійність виробу

Це властивість виробу зберігати значення встановлених параметрів функціонування в певних межах, відповідних заданим режимам і умовам експлуатації, технічного обслуговування, зберігання і транспортування.

Надійність – комплексна властивість, яка залежно від призначення виробу і умов його експлуатації може включати:

- безпека;
- довговічність;
- ремонтопридатність;
- зберігаємість.

окремо або певне поєднання цих властивостей як виробу в цілому, так і його частин.

Основне поняття, використовуване в теорії надійності, – поняття відмови, тобто втрати працездатності, що наступає або раптово, або поступово.

Працездатність – такий стан виробу, при якому він відповідає всім вимогам, що пред'являються до його основних параметрів.

До числа основних параметрів виробу відносяться: швидкодія, характеристика навантаження, стійкість, точність виконання виробничих операцій і т.д.

Разом з іншими показниками (маса, габарити, зручність обслуговування і ін.) вони складають комплекс показників якості виробу.

Показники якості можуть змінюватися з часом, що може привести до виникнення відмовного стану.

Показники надійності не можна протиставляти іншим показникам якості: без урахування надійності всі інші показники якості виробу втрачають своє значення, так само і показники надійності стають повноцінними показниками якості лише в поєднанні з іншими характеристиками виробу.

Поняття надійності виробу давно використовується в інженерній практиці. Будь-які технічні пристрої – машини, інструменти або пристосування – завжди виготовлялися з розрахунку на деякий достатній для практичних цілей період використовування.

Проте довгий час надійність не вимірювалася кількісно, що значно ускладнювало її об'єктивну оцінку.

Для оцінки надійності використовувалися такі поняття, як висока надійність, низька надійність і інші якісні визначення.

Встановлення кількісних показників надійності і способів їх вимірювання і розрахунку поклало початок науковим методам в дослідженні надійності

На перших етапах розвитку теорії надійності основна увага зосереджувалась на зборі і обробці статистичних даних про відмови виробів.

У оцінці надійності переважав характер констатації ступеня надійності на підставі цих статистичних даних.

Розвиток теорії надійності супроводжувався вдосконаленням методів статистичних досліджень:

- визначення законів розподілу напрацювання до відмови;
- розробка методів розрахунку випробувань виробів з урахуванням випадкового характеру відмов і т.п.

3 Основні поняття

Основні терміни надійності об'єктів встановлені ГОСТ 13377-75 (під об'єктом розуміють системи і їх елементи):

1. Надійність – властивість об'єкту виконувати задані функції, зберігаючи в часі значення встановлених експлуатаційних показників в заданих межах, відповідних заданим режимам і умовам використовування, технічного обслуговування, ремонтів, зберігання і транспортування.
2. Напрацювання – тривалість або об'єм роботи об'єкту.
3. Працездатність – стан об'єкту, при якому він здатний виконувати задані функції, зберігати значення заданих параметрів в межах, встановлених нормативно-технічною документацією.
4. Відмова – подія, що полягає в порушенні працездатності об'єкту.
5. Безвідмовність – властивість об'єкту безперервно зберігати працездатність протягом деякого часу або деякого напрацювання.
6. Ремонтопридатність – властивість об'єкту, що полягає у пристосованості до попередження і виявлення причин виникнення його відмов, пошкодженні і усуненню їх наслідків шляхом проведення ремонтів і технічного обслуговування.
7. Несправність – стан об'єкту, при якому він не відповідає хоча б одній з вимог, встановлених нормативно-технічною документацією.

Надалі ми розглянемо надійність систем (елементів) які можуть бути тільки в двох станах: працездатному і непрацездатному. Перший стан називають також справним, або безвідмовним, а другий – несправним або станом відмови.

4 Характеристики безвідмовності

Вірогідність безвідмовної роботи.

Ця характеристика є однією з поширених кількісних характеристик надійності виробу. Згідно ГОСТ 13377-75, вірогідність безвідмовної роботи P(t) – вірогідність того, що в межах заданого напрацювання відмова об'єкту не виникає.

Ця вірогідність для даного інтервалу (0,t) визначається формулою

$$P\ (0,\ t) = P\ (t) = P\ (T \geq t),$$

де T – випадкова величина – інтервал часу від початку роботи до першої відмови (тобто час безвідмовної роботи);

P(t) – скорочене позначення для P(0,t)

Вірогідність відмови виробу, тобто вірогідність протилежної події (T<t) визначається формулою

$$q(t)= 1 – P(t)= P(T<t)$$

Функція q(t) є функцією розподілу (інтегральний закон розподілу) випадкової величини T.

Види функцій P(t) і q(t) залежать внутрішніх властивостей об'єкту і умов його роботи. При цьому функція P(t) є не зростаючою функцією часу і P(t)> 0 при t > ∞. Графіки функції P(t) і q(t) показані нижче

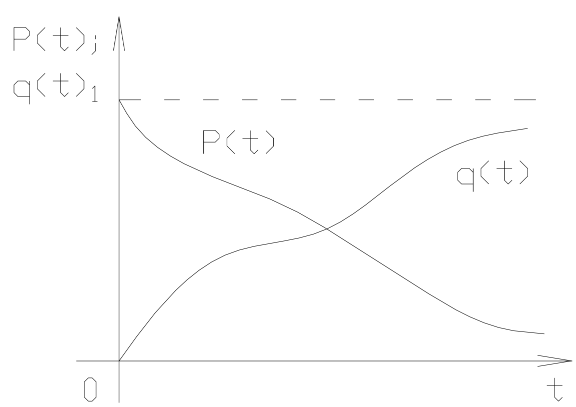

Рис. 1 Графіки функцій P(t) і q(t)

Функція P(t) даного об'єкту може бути знайдена за формулою для оцінки вірогідності події

$$P(t) \approx P\ (t) = \frac{n(t)}{N}\ , \qquad (1)$$

де n(t) — число справних об'єктів до моменту t;

N – початкове число випробовуваних однорідних об'єктів.

Випробування повинні проводитися за однакових умов так, щоб відмови об'єктів були незалежними. Точність визначення вірогідності безвідмовної роботи будуть тим вище, чим більше число об'єктів N поставлене на випробування.

Задаючись різними значеннями t = ti можна експериментально визначити ряд точок функції P(t) і побудувати графік цієї функції.

Густина вірогідності безвідмовної роботи і інтенсивність відмов

Густиною вірогідності часу безвідмовної роботи називають похідну від функції q(t):

$$\frac{dq(t)}{dt} = f(t) = -\frac{dp(t)}{dt},$$

де f(t) густина вірогідності (диференціальний закон розподілу) є вірогідність того, що випадкова величина T потрапляє на ділянку

t < T < t + dt,

тобто відмова об'єкту відбудеться на цій ділянці.

Статистична функція f(t) може бути визначена як гістограма, що будується таким чином.

На випробування ставляться N однорідних об'єктів, і фіксується число відмов Δn(t), що відбулися на елементарній ділянці часу (t; t+Δt). Ордината гістограми $f^*(t)$ на кожній елементарній ділянці визначається за формулою

$$f^*(t) = \frac{\Delta n(t)}{N\Delta t} \qquad (2)$$

При достатньо великому N ця формула дає наближене значення функції f(t).

Знаючи густину f(t), достатньо просто знайти число об'єктів які можуть відмовити за певний інтервал часу.

На практиці часто користуються характеристикою надійності, так званою інтенсивністю відмов.

Згідно ГОСТ 13377-75 інтенсивність відмов є умовна густина вірогідності виникнення відмови не відновлюваного об'єкту, що визначається для даного моменту часу за умови, що для цього моменту відмова не виникла.

Інтенсивність відмов λ(t) визначається відношенням

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{p(t)}. \qquad (3)$$

Беручи до уваги вираз (1) і (2), для інтенсивності відмов можна записати наближену формулу

$$\lambda(t) \approx \lambda^*(t) = \frac{\Delta n(t)}{n(t)\Delta t}, \qquad (4)$$

де n(t) – число працездатних об'єктів до даного моменту часу.

Δn(t) – число відмов відбулися на елементарній ділянці.

Функція λ(t) (рис. 2) є умовною густиною вірогідності виникнення відмови об'єкту у момент t, обчислюваної в припущенні його безвідмовної роботи донині.

Дійсно, з формули (3) виходить

$$f(t)dt = P(t)\lambda(t)dt$$

Ліва частина рівності – вірогідність відмови на ділянці (t; t+dt), тоді криву частину можна розглядати як добуток вірогідності безвідмовної роботи до моменту t на умовну вірогідність виникнення відмови на ділянці (t; t+Δt), обчислювану в припущенні, що відмова не відбулася до моменту t.

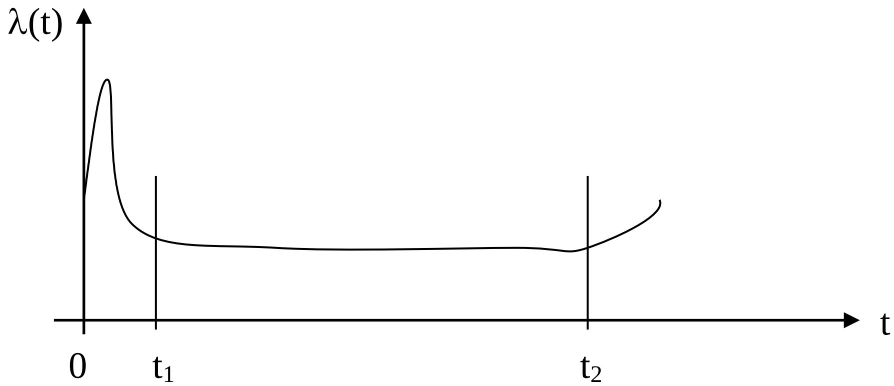

Рис. 2   Графік функції λ(t)

Безвідмовної роботи до моменту t на умовну вірогідність виникнення відмови на ділянці (t, t+dt), обчислювану в припущенні, що відмова не відбулася до моменту t.

Статистично інтенсивність відмов рівна відношенню числа відмов, що відбулися за одиницю часу, до числа об'єктів, що не відмовили до даного моменту.

5 Зв'язок між функцією P(t) і інтенсивністю відмов λ(t)

Знайдемо аналітичну залежність між функцією P(t) і інтенсивністю відмов λ(t). Ця залежність дозволить обчислити вірогідність безвідмовної роботи об'єкту через характеристику λ(t), котрую за деяких умов простіше знайти експериментально.

Беручи до уваги що f(t)=-P(t), формулу (3) запишемо у вигляді

$$\lambda(t) = -\frac{P'(t)}{P(t)} = \frac{d \ln P(t)}{dt}$$

Інтегруючи за умови, що P(t0)=1, одержимо

$$\ln P(t) = -\int_{t_0}^{t} \lambda(t) dt$$

Тоді

$$P(t_0, t) = e^{-\int_{t_0}^{t} \lambda(t) dt}$$

Для практично кожного окремого випадку $\lambda(t) = \lambda = const$ і $t(0) = 0$, формула (5) приймає вигляд

$$P(t) = e^{-\lambda t}$$

Формулу(6) називають експоненціальним законом надійності (безвідмовності).

На практиці цей закон зважаючи на його простоту знайшов широке застосування при розрахунку надійності елементів і деяких систем. Помітимо, що допущення $\lambda=const$ практично виправдане тільки для «стаціонарної» ділянки роботи об'єкту (t_1,t_2). На кінцевій ($0,t_1$) і кінцевій ($t>t_2$) ділянках інтенсивність відмов істотно змінюється в часі (рис. 2).

Для експоненціального закону вірогідність безвідмовної роботи не залежить від часу (t) попередньої безвідмовної роботи об'єкту, а залежить тільки від довжини заданого інтервалу τ :

$$P(t,t+\tau)=e^{-\lambda\tau} \qquad (7)$$

Дійсно, на підставі закону множення вірогідності $P(t+\tau)=P(t)P(t,t+\tau)$,
Звідки з урахуванням формули (6) можна одержати вираз (7).

Слід звернути увагу на те що умова $\lambda=const$ далеко не завжди виконується як для елементів, так і для системи.

Для різних елементів ці зміни різні і «стаціонарної» ділянки насправді може і не бути. Надалі покажемо, що для резервованих систем і систем з неодночасно працюючими елементами експоненціальний закон не зберігається навіть тоді, коли окремі елементи системи підкоряються експоненціальним законам надійності.

6 Числові характеристики безвідмовності

Розглянуті вище характеристики надійності є функціями часу. Для визначення їх на основі досвідчених даних з
достатньою точністю, потрібен великий об'єм випробувань. Набагато простіше знайти числові характеристики безвідмовності. Найважливішою з них є середній час безвідмовної роботи, тобто математичне очікування випадкової величини Т:

$$m_t = M[t] = \int_0^\infty t f(t) dt$$

Враховуючи що f(t)= - P(t), виразимо величину m_t через функцію P(t):

$$m_t = -\int_0^{\infty} tP'(t)dt \tag{8}$$

Обчислюючи інтеграл (8) по частинах, одержимо

$$m_t = -tp(t)\Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} P(t)dt$$

Перший член, рівний нулю, оскільки для випадкової величини з кінцевим математичним очікуванням вірогідність P(t) при t→∞ убуває швидше ніж росте. Тоді :

$$m_t = \int_0^{\infty} P(t)dt \tag{9}$$

Ця формула показує, що середній час геометрично виражається площею, обмеженою осями координат і кривої P(t).

Наближене значення mt можна знайти по формулі для його оцінки mt :

$$m_t \approx m_t^* = \frac{\sum_{i=1}^{N} ti}{N}$$

де ti - час безвідмовної роботи i-го об'єкту; N - загальне число випробовуваних об'єктів.

Для експоненціального закону надійності формула (9) дає

$$m_t = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}$$

Отже, для експоненціального закону надійності середній час безвідмовної роботи є величина, зворотна інтенсивності відмов.

Отже, для цього закону інтенсивності відмов можна знайти величину зворотну середньому часу безвідмовної роботи. Тоді функцію P(t) запишемо у вигляді

$$P(t) = e^{-\frac{t}{m_t}} \qquad (10)$$

Якщо час $t \langle\langle m_t$ *или* $\frac{t}{m_t} \langle\langle 1$ то замість формули (10) можна користуватися наближеною формулою.

$$P(t) \approx 1 - \frac{t}{m_t}$$

При цьому помилка не перевершує $\frac{1}{2}\left(\frac{t}{m_t}\right)^2$.

Числовою характеристикою є дисперсія часу безвідмовної роботи

$$D_t = \sigma_t^2 = M\left[(T - m_t)^2\right] = M\left[T^2\right] - \left(M[T]^2\right) = \int_0^{\infty} t^2 f(t)dt - m_t^2 = 2\int_0^{\infty} tP(t)dt - m_t^2 \qquad (11)$$

Неважко переконатися, що для експоненціального закону надійності по формулі (11) можна одержати

$$D_t = \frac{1}{\lambda^2}\ ;\ \sigma_t = \frac{1}{\lambda}$$

Отже, значення середнього часу безвідмовної роботи і його середнього квадратичного відхилення для експоненціального закону співпадають.

На підставі статистичних даних наближене значення дисперсії знайдемо по формулі її оцінки:

$$D_t \approx D_t^* = \frac{\sum_{i=1}^{N}(t - m_t)^2}{N - 1}$$

Дисперсія характеризує розкид (нестабільність) тривалості безвідмовної роботи об'єкту і служить додатковою числовою характеристикою безвідмовності.

7 Характеристика ремонтопридатності

Для оцінки надійності системи тривалого (багатократного) використовування характеристики безвідмовності є недостатніми. В цьому випадку системи після відмов відновлюються і продовжують функціонувати.

Час відновлення системи (сумарний час виявлення і усунення відмов) залежить від багатьох чинників (виду відмови, типу і числа елементів, що відмовили, і т.д.), що мають випадковий характер. Тому час відновлення розглядають як випадкову величину і ремонтопридатність системи характеризують вірогідними характеристиками, аналогічними характеристикам її безвідмовності: вірогідністю виконання ремонту в заданий час, інтенсивністю відновлення і числовими характеристиками - середнім часом і дисперсією часу відновлення.

8 Вірогідність виконання ремонту в заданий час

Вірогідність виконання ремонту в заданий час - вірогідність того, що відмова об'єкту буде усунена в перебігу заданого часу в певних умовах ремонту. Вона визначається як вірогідність того, що випадковий час відновлення $T_в$ буде менше заданого часу t:

$$P_в(t)=P(T_в< t)$$

Функція $P_в(t)$ є інтегральним законом розподілу часу відновлення. Цю функцію називають іноді функцією ремонту.

Вірогідність протилежної події ($T_в \geq t$)

$$q_в(t)=1-P_в(t)=P(T_в \geq t) \qquad (12)$$

називають вірогідністю невиконання ремонту в заданий час.

На підставі реальних умов виконання ремонту приймають початкові значення функцій

$$P_в(0)=0$$

та

$$q_в(0)=1$$

9 Густина вірогідності часу відновлення і інтенсивності відновлення

Густиною вірогідності часу відновлення системи називають похідну від функції $P_в(t)$:

$$f_в(t) = \frac{dP_в(t)}{dt} \tag{13}$$

Інтенсивністю відновлення називають відношення

$$\lambda_в(t) = \frac{f_в(t)}{q_в(t)} \tag{14}$$

Функція $\lambda_в(t)$ є густиною умовної вірогідності часу відновлення, обчислюваної в припущенні, що до моменту t, відлічуваного від початку відновлення, не була відновлена в стан працездатності. Дійсно з формули (14) виходить

$$f_в(t)\,dt = q_в(t)\,\lambda_в(t)\,dt \tag{15}$$

Ліва частина рівності є вірогідністю відновлення працездатності системи на ділянці (t,t+dt) . Ця вірогідність по теоремі множення рівна твору вірогідності того, що система до моменту t не відновлена, і умовної вірогідності відновлення системи на інтервалі (t,t+dt).

Рівність (15) з урахуванням виразів (12) і (13) можна записати у вигляді

$$\frac{dP_в(t)}{dt} - [1 - P_в(t)]\lambda_в(t) = 0 \tag{16}$$

Рішення рівняння (16) при початковій умові $P_в(0)=0$ дає формулу для вірогідності виконання ремонту через інтенсивність відновлення:

$$P_в(t) = 1 - e^{-\int_0^t \lambda_в dt}$$

При $\lambda_в(t) = \lambda_в = const$ одержуємо експоненціальний закон ремонтопридатності (рис. 3)

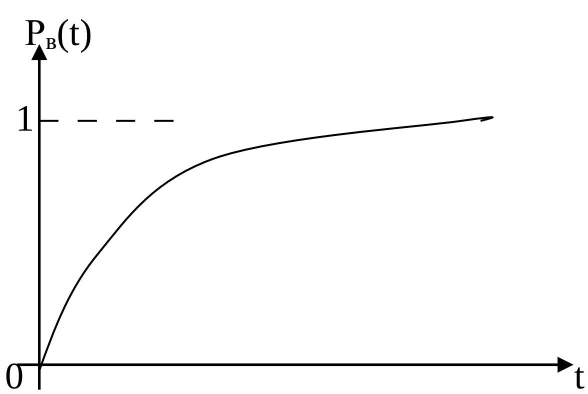

Рис. 3 Графік експоненціального закону ремонтопридатності

$$P_в(t)=1-e^{-\lambda_в t}$$

При експериментальному визначенні інтенсивності відновлення весь інтервал часу відновлення ділять на елементарні ділянки $\Delta t_i=t_i+1 - t_i$. Для кожної ділянки її значення визначають за формулою

$$\lambda_в^*(t_i)=\frac{\Delta n(t_i)}{\left[N-n(t_i)\right]}, \qquad (17)$$

де $\Delta n(t_i)$ – число систем, час відновлення (ремонту) яких знаходиться в інтервалі $\Delta ti=t_i+1 - t_i$;

$n(t_i)$ – загальне число систем, відремонтованих в інтервалі $(0, t_i)$; N – загальне число однорідних ремонтованих систем, що знаходяться під спостереженням.

Формула (17) отримується аналогічно формулі (4).

10 Числові характеристики ремонтопридатності

Згідно ГОСТ 13377-75 числовою характеристикою ремонтопридатності є середній час відновлення.

Додатковою числовою характеристикою ремонтопридатності може служити дисперсія часу відновлення.

Середній час відновлення визначається як математичне очікування випадкової величини Тв (час відновлення працездатності):

$$m_{t_в}=\int_0^\infty t f_в(t)dt.$$

При інтеграції зробимо ті ж припущення, як і при виведенні формули (9), тоді:

$$m_{t_в}=\int_0^\infty q_в(t)dt;$$

$$\sigma_{t_в}^2=2\int_0^\infty t q_в(t)dt-m_{t_в}^2.$$

У разі експоненціального закону розподілу ремонтопридатності середній час відновлення:

$$m_{t_в} = \frac{1}{\lambda_в};$$

дисперсія часу відновлення:

$$\sigma^2_{t_в} = \lambda^2_в \;\; \sigma_t = \frac{1}{\lambda_в}.$$

Експериментальне визначення числових характеристик ремонтопридатності полягає в знаходженні відповідних статистичних оцінок. Так, оцінкою середнього часу відновлення є середнє арифметичне

$$m^*_{t_в} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \tau_i}{n},$$

де τ_i – час, витрачений на виявлення і усунення i-ї відмови системи; n – число всіх відмов системи за певний період її експлуатації.

Зауважимо, що величина $m^*_{t_в}$ істотно залежить від технічної кваліфікації і досвіду роботи обслуговуючого персоналу. Тому при її обчисленні слід обробити дані по ремонту значного числа однотипних систем різним персоналом.

11 Характеристики готовності

Багато систем управління повинні знаходитися у будь-який момент часу в стані працездатності. Кількісною характеристикою готовності є коефіцієнт готовності.

Згідно ГОСТ 13377-75 коефіцієнт готовності $P_г(t)$ – вірогідність того, що об'єкт виявиться працездатним в довільний момент часу, окрім планованих періодів, в перебігу яких використовування об'єкту за призначенням не передбачається.

Знайдемо значення коефіцієнта готовності для випадку експоненціальних законів безвідмовності і ремонтопридатності системи.

Вірогідність того, що система виявиться в стані працездатності у момент часу (t+dt), визначимо як суму вірогідності:

$$P_г=(t+dt)=P(H1)+P(H2), \qquad (18)$$

де P(H1) – вірогідність того, що система працездатна у момент t і залишається працездатною на інтервалі (t, t+dt). Ця вірогідність з урахуванням того, що, виражається формулою $P(H1)=P`_{г(t)}(1-\lambda dt)$; вірогідність P(H2) є вірогідність того, що система не працездатна у момент t і буде відновлена протягом інтервалу часу (t, t+dt). Цю вірогідність запишемо формулою

$$P(H2)=[1-P_г(t)]\lambda_в dt.$$

Тоді з рівності (18) одержуємо диференціальне рівняння

$$\frac{dP_г(t)}{dt}+\left(\lambda+\lambda_в\right)P_г(t)=\lambda_в.$$

Вирішуючи це рівняння при початковій умові $P_г(0)=1$, одержимо формулу для значення коефіцієнта готовності в даний момент часу t:

$$Pг(t)=\frac{\lambda_в}{\lambda+\lambda_в}+\frac{\lambda}{\lambda+\lambda_в}e^{-(\lambda+\lambda_в)t}. \qquad (19)$$

Виразимо інтенсивність λ і $\lambda_у$ через середні значення часу відмови і часу відновлення, тоді формула (19) прийме вигляд

$$P_г(t)=\frac{m_t}{m_t+m_{t_в}}+\frac{m_{t_в}}{m_t+m_{t_в}}e^{-\left(\frac{1}{m_t}+\frac{1}{m_{t_в}}\right)t}. \qquad (20)$$

Стале значення коефіцієнта готовності одержимо з формули (19) і (20) при $t\to\infty$:

$$P_г=\frac{\lambda_в}{\lambda+\lambda_в}=\frac{m_{t_в}}{m_t+m_{t_в}}.$$

Отже, стале значення коефіцієнта готовності є середній відносний час перебування системи в працездатному стані.

З одержаних формул виходить, що значення коефіцієнта готовності може бути підвищене за рахунок збільшення середнього часу безвідмовної роботи і зменшення середнього часу відновлення системи.

Запитання для самопідготовки :

1 Як розраховується вірогідність безвідмовної роботи системи?
2 Що таке інтенсивність відмови та вірогідність безвідмовної роботи системи?
3 Перерахуйте характеристики безвідмовної роботи системи;
4 Дайте визначення ремонтопридатності та часу відновлення;
5 Перерахуйте числові характеристики ремонтопридатності системи;
6 Які характеристики готовності системи.