Тема 2

Методи розрахунку надійності (безвідмовності) систем

План теми

1 Особливості розрахунку систем з неодночасно працюючими елементами
2 Розрахунок системи з урахуванням режимів роботи елементів
3 Розрахунок надійності системи з урахуванням поступових відмов
4 Про розрахунок системи із залежними елементами

Розрахунок системи при відомих характеристиках безвідмовності її елементів.

Розглянемо систему, що є послідовним з'єднанням елементів.

У теорії надійності послідовним з'єднанням елементів називають таке, в якому відмова хоча б одного елемента рівносильна відмові з'єднання у цілому. Хай події А і $A_к$ (к=1,2,3…n) відповідно означають безвідмовну роботу послідовного з'єднання у цілому і безвідмовну роботу його к-го елемента протягом заданого інтервалу часу. Тоді подія А є добуток подій:

$$A=A_1A_2\ldots A_n.$$

Припустимо, що події $A_1, A_2 \ldots A_n$ незалежні, тоді для вірогідності події А за теоремою множення вірогідності запишемо формулу:

$$P(A)=P_з(t)=\prod_{k=1}^{n} P_к(t), \qquad (21)$$

де $P_з(t)$ – вірогідність безвідмовної роботи послідовного з'єднання; $P_к(t)$ – вірогідність безвідмовної роботи к-го елемента.

Надалі незалежними елементами системи називатимемо такі, для яких відмови є незалежними подіями.

Тоді з формули (21) виходить: вірогідність безвідмовної роботи послідовного з'єднання незалежних елементів дорівнює добутку вірогідності безвідмовної роботи всіх його елементів.

На підставі формул (5) і (21) для інтенсивності відмов такого послідовного з'єднання можна одержати вираз:

$$\lambda_з(t)=\sum_{k=1}^{n}\lambda_к(t),$$

де $\lambda_з(t)$ – інтенсивність відмов послідовного з'єднання; $\lambda_{до}(t)$ – інтенсивність відмов к-го елемента.

Отже, інтенсивність відмов послідовного з'єднання незалежних елементів рівна сумі інтенсивностей відмов всіх його елементів.

Розглянемо характеристики безвідмовності параллельного з'єднання.

Паралельним з'єднанням елементів називають таке з'єднання, відмова якого відбувається тільки тоді, коли відмовляють всі його елементи.

Хай події В і $В_к$ (к=1,2…n) відповідно означають відмову паралельного з'єднання в целом і відмову його к-го елемента протягом заданого інтервалу часу. Тоді подія В є добуток подій:

$В=В_1В_2…В_n$

Виходячи з того, що події $В_1$, $В_2…В_n$ незалежні, знайдемо вірогідність відмови паралельного з'єднання за теоремою множення вірогідностей:

$$Р(В)=q_з(t)=\prod_{k=1}^{n}q_k(t),$$

де qз(t) – вірогідність відмови паралельного з'єднання;

qк(t) – вірогідність відмови к-го елемента.

Отже, вірогідність відмови паралельного з'єднання незалежних елементів рівна твору вірогідності відмов всіх його елементів.

Формулу для вірогідності безвідмовної роботи такого паралельного з'єднання одержимо, визначаючи вірогідність протилежної події:

$$P_з(t)=1-q_з(t)=1-\prod_{k=1}^{n}q_k(t)=1-\prod_{k=1}^{n}\left[1-P_k(t)\right]$$

де $Р_к(t)$ – вірогідність безвідмовної роботи го елемента.

З цієї формули виходить, що вірогідність безвідмовної роботи паралельного з'єднання незалежних елементів підвищується із збільшенням числа елементів цього з'єднання. Тому паралельне з'єднання елементів часто використовується в так званих резервованих системах для підвищення надійності.

1 Особливості розрахунку систем з неодночасно працюючими елементами

У деяких системах в різні інтервали часу на заданому інтервалі $(t,t+\tau)$ працює лише частина елементів системи. В цьому випадку для безвідмовної роботи послідовного з'єднання необхідно, щоб всі його елементи безвідмовно працювали протягом відповідних інтервалів часу.

Формула для вірогідності безвідмовної роботи послідовного з'єднання незалежних елементів протягом заданого інтервалу часу $(t, t+\tau)$ приймає вигляд.

$$P_c(t, t+\tau) = \prod_{k=1}^{n} P_k(t_k, t_k + \tau_k), \qquad (22)$$

де $P_k(t_k, t_k + \tau_k)$ – вірогідність безвідмовної роботи цього елемента $(t_k; t_k + \tau_k)$.

Час τ_k відлічується з моменту включення го елемента.

Передбачається, що в момент t_k включення $k-$го елемента $P_k(t_k) = 1$, залежність (22) можна виразити на підставі формули (5) через інтенсивності відмов окремих елементів:

$$P_c(t, t+\tau) = \exp\left[-\sum_{k-1}^{n} \int_{t_k}^{t_k+\tau_k} \lambda_k(t - t_k dt\right]. \qquad (23)$$

У разі експоненціального закону надійності кожного елемента, тобто при формула (23) прийме вигляд.

$$P_c(t, t+\tau) = \exp(-\sum_{k=1}^{n} \lambda_k \tau_k),$$

звідки витікає, що закон надійності системи не є експоненціальним.

При обчисленні вірогідності безвідмовної роботи системи з неодночасно працюючими елементами зручно заздалегідь побудувати графік часу роботи її елементів. Такий графік показаний на рис. 4 для системи з 3-х елементів.

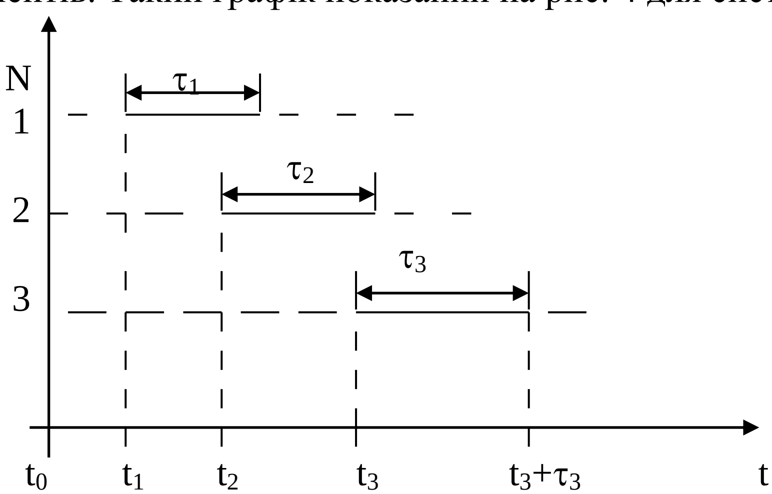

Рис. 4 Графік часу роботи елементів (N – номер елемента).

Вірогідність роботи цієї системи протягом заданого інтервалу $(t_1, t_1 + \tau)$ записується за формулою (23):

$$P_c(t_1, t_1 + \tau) = \exp\left[-\int_{t_1}^{t_1+\tau_1} \lambda_1(t - t_1)dt - \int_{t_2}^{t_2+\tau_2} \lambda_2(t - t_2)dt - \int_{t_3}^{t_3+\tau_3} \lambda_3(t - t_3)dt \right].$$

2 Розрахунок системи з урахуванням режимів роботи елементів

Такий розрахунок виконується на останньому етапі проектування, коли основна конструктивна розробка системи вирішена, і можна вибрати режим роботи елементів і визначити умови їх застосування. Інтенсивність відмов елементів в значній мірі залежить від умов і режимів роботи.

Тому розрахунок характеристики безвідмовності системи можна істотно уточнити, якщо замість табличних средньогрупових інтенсивностей відмов використовувати значення інтенсивностей відмов елементів з урахуванням режимів і умов їх застосування. При перерахунку інтенсивностей відмов для різних умов використовуються поправочні коефіцієнти або розрахункові графіки.

Поправочний коефіцієнт – це число, що показує, в скільки разів середнє значення інтенсивності відмов елементів, працюючого в умовах його застосування, більше значення інтенсивності відмов цього елемента в лабораторних умовах.

Слід зауважити, що метод поправочних коефіцієнтів є досить грубим, і не враховує конкретні режими роботи елементів.

Точнішим методом є метод розрахункових графіків, заснований на використовуванні залежностей інтенсивності відмов від конкретних параметрів режимів роботи (температури, вібрації, вогкості і т.д.). У літературі такі залежності приведені в основному для елементів електричних схем.

Для розрахунку необхідно знати режими роботи кожного елемента (групи однорідних елементів), число елементів кожного типу з однаковими режимами, інтенсивності відмов елементів різних типів або відповідних режимам роботи.

3 Розрахунок надійності системи з урахуванням поступових відмов

При розрахунку характеристик безвідмовності систем розрізняють відмови 2-х видів: раптові і поступові.

Раптові відмови характеризуються миттєвою (різкою) зміною параметрів, що впливають на працездатність (наприклад, обрив ланцюга, що передає сигнал).

Поступові відмови виникають при поступовій зміні параметрів, наприклад, в результаті зносу і старіння.

Стан відмови наступає при виході параметра за встановлені межі. При розрахунку надійності поступові відмови можна врахувати, якщо відомий закон розподілу часу безвідмовної роботи для елементів пов'язаних з поступовими змінами параметрів. Цей розподіл достатньо добре описується нормальним законом, оскільки тут дотримуються умови центральної граничної теореми (вплив безлічі випадкових чинників і серед них немає переважаючого).

Для нормального закону розподілу часу безвідмовної роботи густина вірогідності:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t}} e^{-\frac{(t-m_t)^2}{2\sigma_t^2}}$$

Вірогідність безвідмовної роботи системи (елементу) протягом заданого інтервалу часу логічно записати як вірогідність попадання випадкової величини на задану ділянку. Для нормального закону розподілу часу безвідмовної роботи ця вірогідність виражається формулою:

$$Pn(t) = P(T \geq t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_t} \int_t^{\infty} e^{-\frac{(t-m_t)^2}{2\sigma_t^2}} dt = 0{,}5 - \phi\left(\frac{t-m_t}{\sigma_t}\right), \qquad (24)$$

де функція ϕ (x)- інтеграл вірогідностей;

m_t і σ_t - математичне очікування (середній час) і середнє квадратне відхилення часу безвідмовної роботи системи.

Зауважимо, що на практиці дотримується умова $m_t \geq \sigma_t$ і формула (24) не суперечить рівності

$P_n(0)=1$

Інтенсивність поступових відмов виражається формулою:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{Pn(t)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_t} \frac{e^{-\frac{(t-m_t)^2}{2\sigma_t^2}}}{0{,}5 - \phi\left(\frac{t-m_t}{\sigma_t}\right)}$$

Вірогідність безвідмовної роботи послідовного з'єднання з n незалежних елементів з урахуванням тільки поступових відмов буде:

$$P_c n(t) = \prod_{k=1}^{n}\left[0{,}5 - \phi\left(\frac{t - m_k}{\sigma_k}\right)\right]_k,$$

де m_k і σ_k,- математичне очікування і середнє квадратичне відхилення часу без відмовної роботи к-го елементу.

Загальна вірогідність безвідмовної роботи послідовних з'єднань з урахуванням незалежних раптових і поступових відмов по теоремі множення вірогідності записується у вигляді:

$$Pз(t) = Pз_{рн}(t) Pз_n(t), \qquad (25)$$

де $Pз_{рн}(t)$ і $Pз_н(t)$, - вірогідність безвідмовної роботи з'єднання тільки при раптових і лише при поступових відмовах.

Якщо вірогідність $Pз_{рн}(t)$ і $Pз_н(t)$ визначаються відповідно виразами (6) і (24), то формула (25) прийме вигляд:

$$Pc(t) = e^{-t\sum_{k=1}^{n}\lambda k} \prod_{k=1}^{n}\left[0{,}5 - \phi\left(\frac{t - m_k}{\sigma_k}\right)\right]_k, \qquad (26)$$

де λ_k - інтенсивність раптових відмов к-го елементу; m_k і σ_k - математичне очікування і середнє квадратичне відхилення часу безвідмовної роботи к-го елементу при поступових відмовах.

Як ілюстрація на рис. 5 представлені графіки функцій, $Pз(t)$, $Pз_{рн}(t)$ і $Pз_н(t)$, розраховані по формулі (26) при $n = 10$ і, $m_k = 10000\ год$ і $\sigma_k = 1000\ год$, $\lambda = 10^{-5}\frac{1}{2}$.

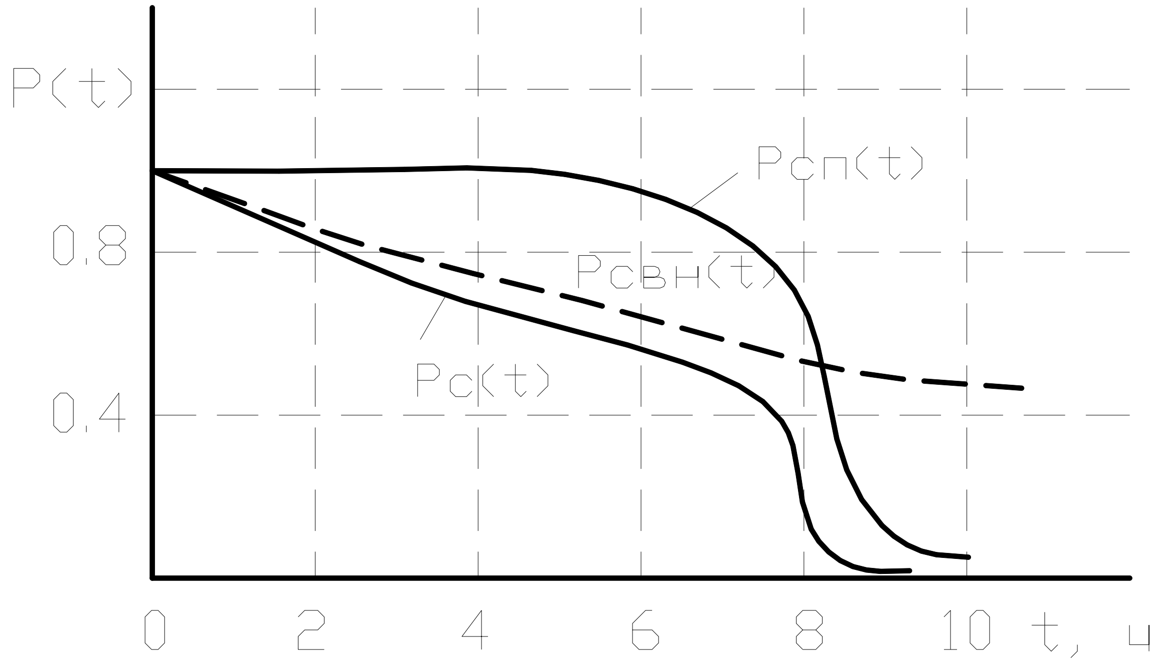

Рис 5. Графіки вірогідності безвідмовної роботи.

З аналізу графіків виходить, що в період нормальної експлуатації (t=7000ч) функція $P_{Зн}(t)$ практично не змінюється і приблизно рівна одиниці.

Тут переважають раптові відмови. На ділянці t>7000ч протікає процес старіння елементів, переважають поступові відмови і функції $P_{Зн}(t)$ і $P_З(t)$ швидко наближаються до нуля.

Основну трудність обліку поступових відмов складає визначення параметрів m_k і σ_k (k=1, 2…., n) закону розподілу часу безвідмовної роботи елементів системи.

4 Про розрахунок системи із залежними елементами

Дотепер розглядалися методи розрахунку характеристик безвідмовності системи, що складається з незалежних елементів. Проте в загальному випадку відмови елементів є залежними подіями, оскільки відмова одного з них може змінити режим роботи інших елементів і вплинути на їх надійність. Отже, при розрахунку надійності необхідно враховувати статистичну залежність між відмовами елементів системи. Розглянемо простий випадок, коли система складається з 2-х статистично залежних паралельно сполучених елементів.

Вірогідність безвідмовної роботи за час t такої системи:

$$P(t) = P_1(t) + P_2(t) + P_3(t) \ ,$$

де $P_1(t)$ - вірогідність того, що за час t обидва елементи справні; $P_2(t)$ - вірогідність того, що за час t перший елемент відмовив, а другий справний; $P_3(t)$ - вірогідність того, що за час t другий елемент відмовив, а перший справний.

Вірогідність $P_1(t)$ рівна добутку вірогідності безвідмовної роботи елементів кожного окремо:

$$P_1(t) = P_1(t)P_2(t)$$

При експоненційних законах надійності елементів вірогідності

$$P_1(t) = e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}$$

Вірогідність визначимо по формулі повної вірогідності

$$P_2(t) = \int_0^t P_{21}\left(\frac{t}{\tau}\right) f_1(\tau)d\tau$$

де *f₁(τ)* - густина вірогідності відмов першого елементу;

$P_{21}\left(\frac{t}{\tau}\right)$ - умовна вірогідність безвідмовної роботи за час t другого елементу за умови відмови першого елементу в момент τ .

Аналогічно записується вірогідність $P_3(t)$. При експоненційних законах надійності

$$f_1(\tau) = \lambda_1 e^{-\lambda_1 \tau}$$

$$P_{21}\left(\frac{t}{\tau}\right) = e^{-\lambda_2 \tau} e^{-\lambda_{21}(t-\tau)},$$

де λ_{21} - інтенсивність відмов другого елементу за умови відмови першого елементу.

Інтегруючи, одержимо:

$$P_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{21}}\left[e^{-\lambda_{21}t} - e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}\right]$$

Аналогічно знаходимо вірогідність:

$$P_3(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_{12}} \left[e^{-\lambda_{12} t} - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2) t} \right]$$

де λ_{12} - інтенсивність відмов першого елементу за умови відмови другого елементу.

Можна записати формулу для вірогідності безвідмовної роботи і для складної системи із залежними елементами, якщо відома умовна вірогідність відмови одних елементів за умови відмови інших. Проте справа не в записі формул і обчисленнях по них. Основна трудність полягає у тому, що умовна вірогідність невідома, а їх експериментальне визначення пов'язано з величезним об'ємом випробувань. Тому такий підхід до розрахунку складних систем із залежними елементами практично не доцільний.

Практично доцільно розчленувати систему за фізичними міркуваннями на незалежні частини. Надійність кожної частини оцінити на підставі дослідних даних. Далі система в цілому розраховується як така, що складається з незалежних елементів (частин).

Запитання для самопідготовки :

1 Які особливості розрахунку систем с неодночасно працюючими елементами?
2 Як враховуються режими роботи елементів при визначенні надійності системи?
3 Що таке поступові відмови?
4 Як розраховується надійність системи з залежними елементами?
5 Які особливості розрахунку надійності систем з урахуванням поступових відмов?