Змістовий модуль 1. – Основні принципи та математичний опис систем автоматичного управління

Тема 1. Задачі та визначення автоматичного управління.

Задачі автоматичного управління. Загальна задача автоматичного управління полягає у тому, щоб в умовах впливів, що збурюють, на об’єкт управління забезпечити відповідність керованих показчиків завданню.

У залежності від характеру завдання розрізняють два основні різновиди загальної задачі автоматичного управління:

– автоматична підтримка заданих значень керованих показчиків;

– автоматична підтримка екстремальних значень керованих показчиків.

Перша з цих задач полягає в підтримці керованих показчиків рівними заданим значенням, що змінюються по тому або іншому закону. Її окремими випадками є наступні задачі:

– а*втоматичне регулювання* полягає в підтримці заданих постійних значень керованих показчиків. Його називають також *автоматичною стабілізацією.* Об’єкт управління в цьому випадку називається *об’єктом регулювання,* а керовані показчики – *регульованими показчиками;*

– при *автоматичному програмному* управлінні керовані показчики задаються як функції часу відповідно до програми, що утримується в керуючому пристрої;

– при *автоматичному залежному* управлінні керовані показчики задаються як функції деяких змінних величин, що змінюються по заздалегідь невідомому закону. Автоматичне залежне управління називають також *автоматичним спостереженням.*

Замість підтримки заданих значень керованих показчиків може здійснюватися підтримка значень керованих показчиків у заданих границях, що змінюються за тим чи іншим законами.

Друга задача – автоматична підтримка екстремальних значень, або *автоматичне екстремальне* управління, полягає в підтримці мінімальніх або максимальних, у залежності від природи об’єкта управління, значень керованих показчиків.

Принципи автоматичного управління визначають, яка вихідна інфор-мація використовується автоматичним керуючим пристроєм для вироблення керуючих впливів [5]. Фундаментальні принципи :

– управління розімкненим ланцюгом впливів (розімкнене управління);

– управління з замкненим ланцюгом впливів (замкнене управління);

– комбіноване управління.

Приклад системи автоматичного *розімкненого* управління *за завданням* схематично представлений на рис. 1.1, *а*. Керована змінна **Z** об’єкта управління **ОУ** визначається керуючим впливом **У** та впливом $f_в$, що збурює.

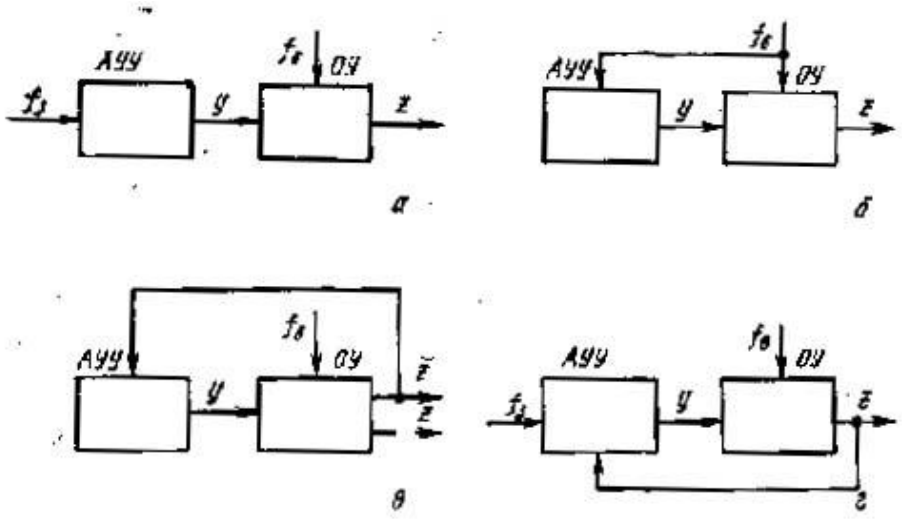

Рисунок 1.1– Схеми систем автоматичного управління:
а - за завданням; б - по збурюванню з прямим виміром збурювання; в - по збурюванню з непрямим виміром збурювання; *г* - по відхиленню.

Автоматичний устрій управління **АУУ** виробляє керуючий вплив **У** в функції заданого значення керованої змінної, обумовленого на підставі впливу, що задається $f_з$.

При *розімкненому* управлінні *по збурюванню* керуючі впливи на об'єкт управління виробляються як функції діючих на об'єкт збурювань.

Впливи на об'єкт управління можна вимірювати прямо або побічно. Приклад системи автоматичного управління по збурюванню з *прямим виміром збурювання* схематично представлений на рис. 1.1, *б.* Приклад системи автоматичного управління по *збурюванню з непрямим виміром збурювання* схематично представлений на рис. 1.1, в. Некерована вихідна змінна об'єкта Z , у функції якої виробляється керуючий вплив **У**, як і керована змінна Z, залежить від збурюючого $f_в$ і керуючого **У** впливів.

Найбільш важливим принципом автоматичного управління є принцип замкненого управління. При *замкненому* управлінні керуючі впливи виробляються керуючим пристроєм як функції відхилень фактичних значень керованих показчиків від їхніх заданих значень. Замкнене управління називається також управлінням *по відхиленню.* Приклад системи автоматичного замкнутого управління схематично представлений на рис.1.1,г. Задане значення керованого показчика визначається керуючим пристроєм на підставі впливу, що задається.

Процес замкнутогого управління характеризується замкнутим ланцюгом впливів елементів системи управління один на одного. Ланцюг впливів замикається завдяки наявності зв'язку, що передає керуючому пристроєві впливу об'єкта управління, що несе інформацію про фактичні значення керованих показчиків. Цей зв'язок називають *зворотним зв'язком,* а замкнене управління – управлінням *зі зворотним зв'язком.*

При замкнутому управлінні виявляється можливим зменшити або навіть з часом цілком усунути відхилення фактичних значень керованих показчиків від заданих, викликаними будь-якими причинами. Переваги замкнутого і ро-зімкненого управлінь об'єднує *принцип комбінованого*

управління, що полягає в тому, що керуючі впливи виробляються керуючим пристроєм як функції відхилень керованих показчиків від заданих значень, заданих значень керованих показчиків і основних впливів на об’єкт управління.

Система автоматичного управління і регулювання складається з двох частин:

– *об’єкта* управління *або регулювання,* у якому відбувається процес, що підлягає управлінню або регулюванню;

– *регулятора, що* виконує функції виміру відхилення регульованої величини і перетворення його в регулюючий вплив на об’єкт, за допомогою якого відновлюється заданий стан об’єкту.

Під процесом управління і регулювання звичайно розуміють зміну стану об’єкта в часі. Для того, щоб характеризувати цю зміну, звичайно виділяють одну або кілька фізичних величин, що надалі будемо називати регульованими. Порушення стану об’єкта може бути викликане з одного боку дією зовнішніх факторів, що збурюють, з іншого – під дією регулятора. Зміна стану об’єкта за законом, заданому людиною, називається управлінням (регулюванням).

Процес управління може здійснюватися людиною, що, спостерігаючи за станом об’єкта шляхом безперервного виміру регульованих величин, впливає на об’єкт через його регулювальні органи. У цьому випадку має місце ручне управління станом об’єкта.

Якщо функції, зв’язані зі зміною стану об’єкта, замість людини виконує автоматичний пристрій – регулятор, то управління стає автоматичним. До складу регулятора входять вимірювальні, проміжні і виконавчі пристрої.

Елементи системи автоматичного управління, виділені по виконуваним ними функціям, називаються *функціональними елементами* системи. Утворена при такому розподілі структура системи називається *функціональною структурою,* а її графічне зображення – *функціональною схемою* системи автоматичного управління.

Розподіл системи автоматичного управління на функціональні елементи може бути виконане з різним ступенем деталізації.

На рис. 1.2 наведена функціональна схема найпростішої системи автоматичного регулювання по відхиленню, що складається з об’єкту

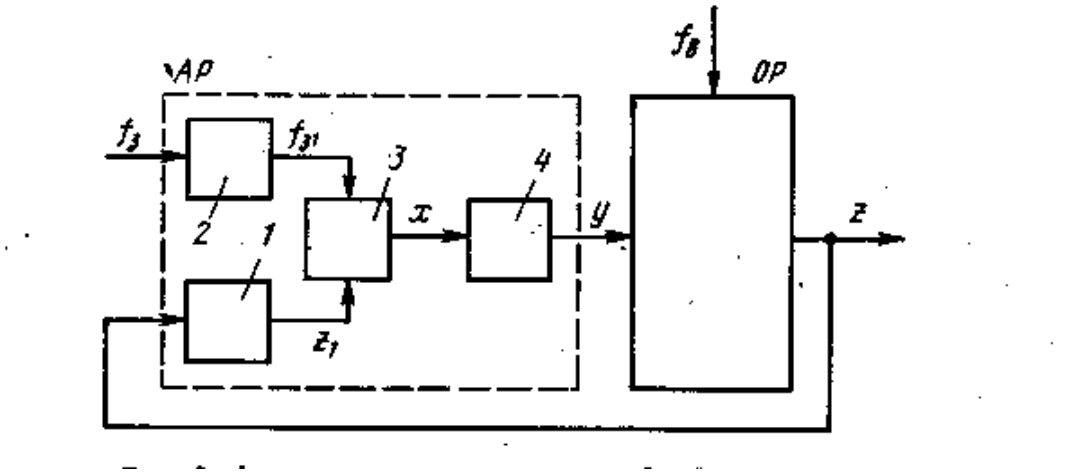

Рисунок 1.2 – Функціональна схема найпростішої системи автоматичного регулювання.

регулювання ОР і автоматичного регулятора АР. *Автоматичний регулятор* АР включає чутливий елемент 1, що перетворює регульовану величину **Z** у деяку іншу величину $\mathbf{Z_1}$, зручну для подальшого використання в регуляторі, наприклад, механічну величину в електричну. *Елемент* 2 перетворює вплив $\boldsymbol{f_3}$, що встановлює задане значення регульованої величини, у величину $\boldsymbol{f_{31}}$ однієї природи з вихідною величиною чутливого елементу $\mathbf{Z_1}$.

Елемент порівняння 3 виробляє помилку $\mathbf{X=f_{31}-Z_1}$, що характеризує відхилення фактичного значення регульованої величини від її заданого значення (його також називають *неузгодженістю).*

Виконавчий елемент 4 перетворює помилку **X** у регулюючий вплив **У** на регулюючий орган об’єкта регулювання.

Розглянутий регулятор здійснює регулювання за рахунок внутрішньої енергії елементів. Таке регулювання називається *прямим.* Якщо енергії сигналів недостатньо для здійснення регулюючого впливу, то до складу регулятора вводять *підсилювальний елемент, що* підвищує потужність сигналу помилки за рахунок енергії стороннього джерела.

Сигнал, виданий вимірювальним пристроєм, не завжди може бути використаний для безпосереднього зміщення регулюючого органа через малу величину (потужность) або через розбіжність сигналів за фізичною природою. Тому між вимірювальним і виконавчим пристроями включаються проміжні елементи.

Проміжні елементи перетворюють сигнали від вимірювального елементу до такого виду і величини, що забезпечують надійну роботу виконавчих механізмів. У залежності від задач і конструктивного виконання регулятора проміжні елементи виконують функції простого підсилення сигналу, перетворення його до вигляду, необхідному для узгодження роботи елементів, що мають різну фізичну природу, або перетворення цих величин за законом, необхідному для забезпечення необхідного алгоритму функціонування.

Алгоритм функціонування – сукупність розпоряджень, що призведуть до правильного виконання технічного процесу.

Виконавчий пристрій складається з приводу і регулюючого органа. Призначення останнього – керувати кількістю регулюючого фактора (кількістю енергії, що надходить у двигун і т.д.). Виконавчий пристрій виробляє вплив на об’єкт регулювання, що відновлює необхідне значення регульованої величини.

При аналізі і синтезі автоматичних систем доцільно використовувати, крім принципових схем, що розкривають принцип дії системи, функціональні схеми, що відбивають функціональний склад і порядок взаємодії елементів між собою. Кожен елемент системи на такій схемі умовно зображується

прямокутником із вказівкою функції (наприклад, “об’єкт регулювання” і т.і.). Зв’язки між елементами вказуються лініями зі стрілками (рис. 1.2).

В елементах спрямованої дії зовнішні впливи передаються тільки в одному напрямку: від входу до виходу; їхня вихідна величина не впливає на вхідну, тому в системі, що складається зі спрямованих елементів, немає впливу наступних елементів на попередні. До числа елементів спрямованої дії відноситься будь-який електричний ланцюг, що має однобічну провідність і вхідний опір на багато більший, а ніж вихідний опір попередньої їй електричної ланки.

Якщо елемент не має спрямованої дії, тобто вихідна величина впливає на вхідну (такими елементами є механічні передачі, трансформатори і т.д.), то цей вплив у функціональній системі відбивається у вигляді зворотного зв’язку з виходу на вхід. При цьому зворотний зв’язок і елемент, що вона охоплює, будуть уже спрямованими. Якщо будуть враховані всі основні і додаткові зв’язки, що мають місце як в окремих елементах, так і між ними, то функціональна схема буде складатися тільки з елементів спрямованої дії. Динамічні властивості таких елементів можна визначати незалежно один від одного.

Тема 2. Принципи побудови замкнутих автоматичних систем.

Принципи побудови замкнутих автоматичних систем обмежені [4], незважаючи на велике різноманіття автоматичних систем. Під принципом побудови розуміється закон формування керуючого впливу у системі, що залежить від того, чи використовується для вироблення керуючого закону причина (збурювання), що викликає порушення стану об’єкта, або наслідок (відхилення), як результат прояву цієї причини. У системах, що використовують *принцип відхилення*, для забезпечення працездатності важлива лише наявність відхилення регульованої величини. В основі

принципу збурювання лежить вимір і використання для формування закону управління самої причини, що порушує стан об’єкта.

Істотною перевагою систем, що працюють за принципом відхилення, є відсутність вибірковості стосовно збурювання. У цьому випадку система проста за конструкцією, тому що в ній досить мати лише один вимірювальний елемент, однак має неминучу помилку регулювання в перехідному процесі.

Для того, щоб автоматична система, побудована за *принципом збурювання*, змогла реагувати на дію кількох рівнозначних збурювань, необхідно збільшити кількість вимірювальних елементів, тобто істотно ускладнити систему. Однак поява непередбаченого збурювання, навіть незначної величини, може знецінити складну конструкцію, оскільки система не виконає своїх задач. Остання обставина змушує використовувати принцип комбінованого регулювання. При цьому принципі поряд з контурами або зв’язками по збурюванню в системі обов’язково виділяється контур по відхиленню і система цілком враховує появу непередбачених збурювань і перешкод.

Перевагою систем, побудованих за принципом збурювання, є їхня швидка реакція на збурювання. Причина, що викликає порушення стану системи, фіксується за допомогою безінерційних ланцюгів миттєво, тоді як у системах за відхиленням ця фіксація йде, як правило, через інерційний об’єкт.

Розглянуті принципи звичайно ускладнюються в системах за рахунок введення похідних або інтегралів від відхилення регульованих величин або ж від збурювань. Системи при цьому стають більш складними, але разом з тим більше чутливими до збурювань і точними при роботі в різних режимах. Отримана точність системи досягається ціною більш складної конструкції.

Як приклад найпростішої системи автоматичного регулювання розглянемо систему автоматичного регулювання рівня води в паровому казані, створену російським механіком І. І. Ползуновим у 1765 р. (рис.1.3, *а)* .

На утворення пари витрачається деяка кількість води, що призводить до зниження її рівня. Отже, рівень води в казані є тим якісним показчиком, за яким судять про співвідношення кількості води, одержуваної і тієї, що витрачається у вигляді пари. Для забезпечення сталого рівня води в казані в системі встановлений поплавковий регулятор, у якому вимірником відхилення рівня води від заданого значення є поплавець. Поплавець зв’язаний із клапаном таким чином, що при зниженні (підвищенні) рівня води на деяку величину він відкриває (закриває) клапан і збільшує (зменшує) доступ води в казан настільки, наскільки це необхідно. Отже, за зміни навантаження відхилення регульованої величини (рівня води в казані) від її заданого значення є причиною, що пускає регулятор у хід, спрямований на усунення відхилення.

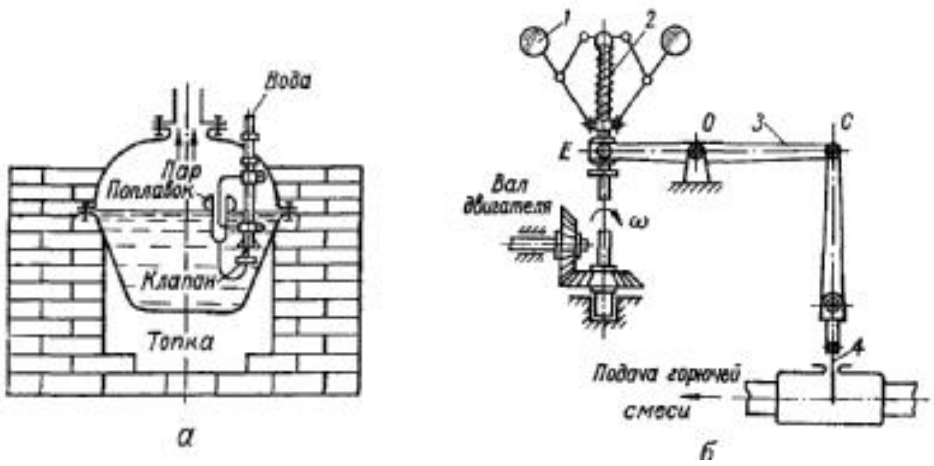

Рисунок 1.3 – Система автоматичного регулювання рівня води в паровому казані

Розглянемо ще одну просту систему автоматичного регулювання швидкості обертання вала теплового двигуна з регулятором англійця Джеймса Уатта. Принципова схема цієї системи наведена на рис. 1.3, б. Основною задачею даної системи є підтримка постійного значення швидкості обертання валу двигуна при зміні факторів, що збурюють. Фактором , що збурює, може бути зміна моменту рушійних сил або моменту

сил опору. Здебільшого сталість кутової швидкості порушується за рахунок зміни моменту сил опору.

Задача регулювання, тобто забезпечення сталості кутової швидкості **ω**, буде виконана тоді, коли дія факторів, що збурюють, скомпенсована відповідним фактором, що відновлює. В даній системі фактором, що відновлює, є згоріла суміш, підведена в двигун. Кількість її визначає величину моменту сил руху. Простежимо роботу системи в цілому при порушенні рівності моментів. Припустимо, відбулася раптова зміна зовнішнього навантаження на валові, наприклад, її зменшення. При колишній кількості підведеної суміші на валові двигуна створюється надлишок моменту, що призведе до збільшення швидкості обертання. Відхилення швидкості від її сталого значення сприймається відцентровим тахометром, у якому постійному значенню швидкості обертання відповідає рівність відцентрових сил вантажів 1 і сили пружності пружини 2, що діють на муфту ***E*.** Як тільки швидкість вала збільшиться, відцентрові сили перевершать за величиною силу пружності пружини, і це викличе зміщення муфти нагору. Це зміщення буде тим більшим, чим більше різниця в прикладених до муфти силах. Таким чином, зміщення муфти визначається величиною відхилення швидкості валу двигуна від її сталого значення. Муфта регулятора через проміжний важіль 3 зв’язана з дросельною заслінкою 4. Зміщення заслінки викликає зміну кількості пальної суміші, що надходить у двигун, у результаті чого змінюється величина моменту руху.

У даному випадку регулювальний орган (заслінка) зміститься таким чином, що відбудеться зменшення подачі пальної суміші; обертаючий момент зменшується і рівність моменту опору і моменту руху відновиться. Прискорення вала знову стане рівним нулеві.

У розглянутій системі вимірювальний елемент (тахометр) безпосередньо з’єднаний з регулювальним органом (дросельна заслінка), тому при різкому навантаженні на об’єкт (різний момент опору) не вдається забезпечити те саме значення регульованої величини.

Використання системи регулювання швидкості в тім вигляді, у якому вона показана на рис. 1.3, б, є недоцільним при регулюванні могутніх двигунів, тому що для зміщення масивної дросельної заслінки необхідно застосовувати відцентровий регулятор з великими вантажами. Такий регулятор виходить громіздким, а система малочутливою, тобто погано реагуючою на зміну швидкості. З метою усунення цих недоліків застосовують регулятори, у яких регулювальний орган (заслінка) зміщується за рахунок енергії стороннього джерела. Надходження енергії від цього джерела в систему керується відцентровим тахометром за допомогою гідравлічного золотника, показаного на рис. 1.4. Зусилля, необхідне для зміщення золотника з боку відцентрового тахометра, незначне, що дозволяє виконати відцентровий тахометр малих розмірів і, отже, зробити його чутливим до незначних змін швидкості. Розглянемо роботу системи. При зміні навантаження (наприклад, при зменшенні) на валові двигуна виникає надлишок моменту, у результаті чого відбувається збільшення швидкості. Зрослі відцентрові сили вантажів 1, стискаючи пружину 2, зміщують муфту ***E*** и через важіль 3 золотник 4 нагору, забезпечуючи цим доступ робочої рідини (олії) під поршень 6 гідравлічного виконавчого елементу. Одночасно золотник відкриває шлях для зливу олії з порожнини над поршнем. У результаті зміщення поршня зміщується і заслінка 5. Неважко помітити, що при збільшенні швидкості заслінка зменшує надходження регулюючого фактора (суміші) у двигун. Момент обертання зменшується, і в системі відновлюється первісне значення швидкості.

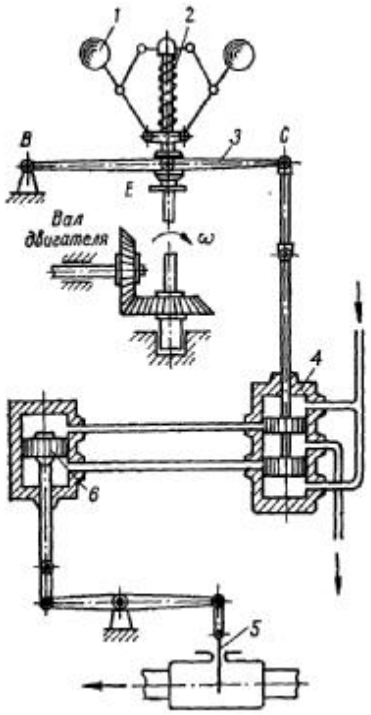

Рисунок 1.4 – Модернізована схема Д. Уатта з гідропідсилювачем

Відзначимо одну особливість цієї системи, обумовлену принципом її дії: у сталому режимі системи при будь-якому навантаженні двигуна золотник повинен перекривати доступ олії у циліндр гідравлічного виконавчого елементу, тобто паски золотника повинні розташовуватися проти отворів, через які рухається рідина. Якщо корпус золотника нерухомий, то це можливе лише при одному положенні муфти ***E***. А тому що положення муфти при тому самому стиску пружини є мірою величини швидкості, то дана система підтримує постійну задану швидкість обертання незалежно від рівня навантаження двигуна. Однак за всіх перерахованих переваг практично така система час-то не працює через коливання, що виникають тому, що при своєму русі поршень 6 за інерцією проходить рівноважне положення. У цьому випадку заслінка 5 перекриває надходження суміші в більшій мірі, ніж це потрібно для рівноваги моментів. У результаті замість існуючих на початку роботи надлишку на валові з’являється недолік моменту. Швидкість вала зменшується, і процес повторюється в зворотному напрямку. При деякому співвідношенні параметрів окремих елементів

системи ці коливання можуть стати незатухаючими чи навіть зростаючими за амплітудою. Така система буде хитливою і, отже, непридатною до експлуатації. Роботу системи можна зробити стійкою, якщо рідина в циліндр виконавчого елементу подавати повільно, щоб поршень поступово наближався до свого рівноважного положення. Однак у цьому випадку процес у системі проходив би дуже повільно.

Тема 3. Динамічні ланки автоматичних систем.

Динамічні ланки автоматичних систем. Для визначення динамічних властивостей автоматичної системи необхідно її елементи розрізняти за їхніми рівняннями динаміки. При аналізі елементів автоматичних систем з цього погляду з’ясовується, що різноманітні елементи, що відрізняються призначенням, конструкцією, принципом дії і фізичних процесів, описуються однаковими диференційними рівняннями, тобто є подібними за динамічними властивостями. Наприклад, в електричному ланцюзі і механічній системі процеси можуть описуватися однаковими диференційними рівняннями, тобто в них можуть виникати аналогічні динамічні процеси.

Тому у теорії автоматичного управління елементи автоматичних систем з погляду їхніх динамічних властивостей складають за допомогою невеликого числа динамічних ланок. *Під елементарною динамічною ланкою розуміється штучно виділювана частина автоматичної системи, що відповідає якому-небудь елементарному алгоритмові* (математичному чи графічному описові динамічного процесу). За напрямком проходження впливу розрізняють вхід і вихід і відповідно вхідну і вихідну величини ланки. Диференційні рівняння таких ланок можна складати окремо і незалежно від інших ланок. Оскільки в систему автоматичного регулювання (САР) входять різні підсилювачі, що мають спрямовану дію, то САР здатна передавати вплив лише в одному напрямку. Тому рівняння динаміки всієї

системи можна отримати з рівнянь динаміки ланок, виключаючи проміжні змінні.

Тип ланки визначається рівнянням, відповідно до якого відбувається перетворення вхідного впливу. У залежності від рівняння розрізняють наступні типи елементарних динамічних ланок: *пропорційну (підсилювальну), аперіодичну, інтегруючу,і диференціюючу* та інші.

Кожна динамічна ланка має наступні динамічні характеристики: рівняння динаміки руху, передатну функцію, перехідну та імпульсну функції, частотні характеристики. Такими ж динамічними характеристиками оцінюються і властивості автоматичної системи.

При заданому вхідному впливові вихідна величина ланки обумовлюється її передатною функцією. Тому технічні вимоги до вихідної величини ланки (системи) можна виразити через відповідні вимоги до *передатної функції* **W(p)** цієї ланки (системи). В теорії автоматичного управління метод дослідження і проектування систем за допомогою передатної функції є одним з основних [4].

Поділ елементів за їхніми функціями або за їхніми конструктивними особливостями не забезпечує одержання необхідних даних при аналізі стійкості і точності роботи автоматичної системи регулювання. У цьому випадку доцільний поділ елементів за видом зв’язку між вихідною і вхідною величинами. Розгляд автоматичної системи регулювання з цього погляду показує, що різноманітні елементи, що виконують різні функції і мають різну структуру, можуть мати той самий оператор, що встановлює зв’язок між вхідним і вихідним параметрами елементу. Тому всі елементи системи при її дослідженні заміняють певними типовими ланками, які різняться між собою статичними і динамічними характеристиками, що призначають вид оператора ланки. При цьому утворюється ряд типових елементарних ланок, що виконують прості операції перетворення вхідної величини [1].

Звичайно вважають, що усі ланки системи мають властивість направленої дії, тобто передають вплив лише в одному напрямку від входу до

виходу. Завдяки цьому характеристики ланки не змінюються як при окремому розгляді, так і при включенні її в систему.

Класифікацію ланок виконують в залежності від вигляду статичних і динамічних характеристик. **Статична характеристика** ланки представляє собою залежність вихідної величини X_2 ланки від вхідної X_1 при сталому режимі. Відповідно до цього визначення для одержання статичної характеристики ланки необхідно на його вхід подавати певні значення X_{11}, X_{12}, X_{13} і т.д. вхідної величини X_1 і після закінчення перехідного процесу щораз реєструвати сталі значення X_{21}, X_{22}, X_{23} і т.д. вихідної величини X_2. За отриманими даними будують залежність $X_2=f(X_1)$, що є статичною характеристикою ланки (рис. 2.1, *а*). У залежності від вигляду статичної характеристики ланки діляться на лінійні і нелінійні. Для лінійних ланок статична характеристика може бути представлена прямою лінією (рис. 2.1, б), рівняння якої має вигляд:

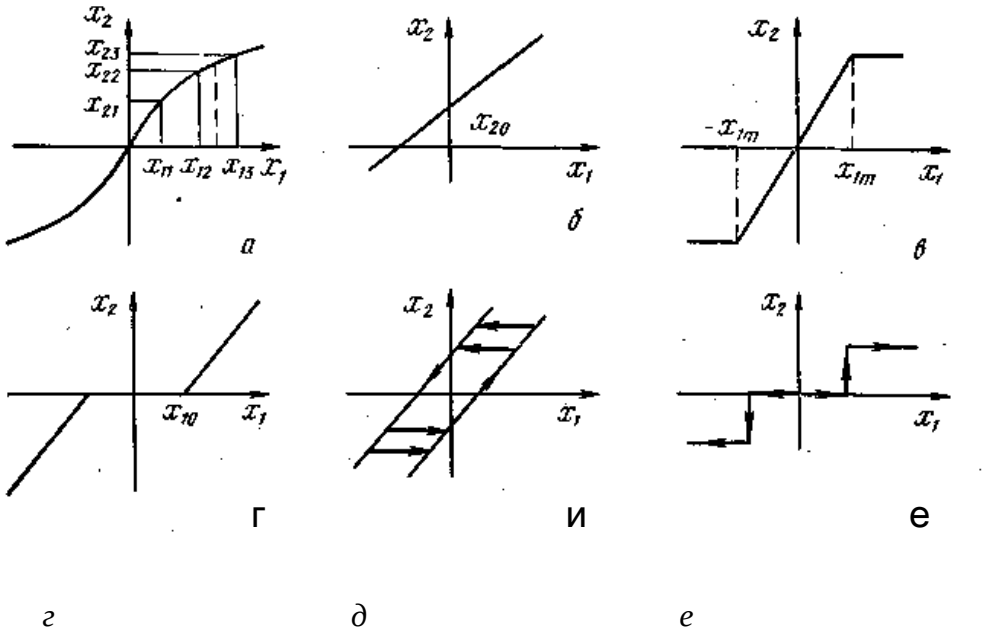

Рисунок 2.1 – Статичні характеристики ланок: *а* - нелінійна; б - лінійна; *в* - із зоною насичення; *г* - із зоною нечутливості; *д* - з люфтом; е - релейна

$$X_2 = X_{20} + kX_1, \qquad (2.1)$$

де X_{20} – значення X_2 при $X_1 = 0$, обумовлене вибором початку координат;

k – коефіцієнт підсилення ланки, що визначає нахил характеристики.

Більшість елементів системи мають нелінійні статичні характеристики. Але тому що аналіз процесів у нелінійних системах утруднений, то звичайно прагнуть нелінійні характеристики ланок по можливості лінеарізувати, обмежуючи межі зміни вхідних і вихідних величин. Коефіцієнт підсилення, або як його іноді називають коефіцієнт передачі ланки, є одним з основних параметрів, що характеризують статичний стан системи. У загальному випадку, якщо вихідна величина ланки має іншу фізичну природу в порівнянні з вхідною
величиною, цей коефіцієнт має розмірність.

Динамічна характеристика ланки відбиває зміну вихідної величини X_2 у часі у перехідному режимі, що виникає внаслідок зміни вхідної величини X_1. Для лінійних ланок така залежність може бути записана за допомогою лінійного диференційного рівняння, що зв'язує вхідну і вихідну величини і повністю визначає оператор ланки.

Якщо розглядати лінійні автоматичні системи регулювання, то кожна з них може бути розбита на елементарні ланки, що описуються диференційними рівняннями, що мають порядок не вище другого. Загальний вигляд диференційного рівняння для будь-якої елементарної ланки записується у такий спосіб:

$$a_0 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + a_1 \frac{dx_2}{dt} + a_2 x_2 = b_0 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + b_1 \frac{dx_1}{dt} + b_2 x_1 \qquad (2.2)$$

Дорівнюючи до нуля окремі члени цього виразу, можна одержати диференційні рівняння для основних типових елементарних ланок системи. Рівняння (2.2) може бути представлене в операторній формі:

$$(a_0 p^2 + a_1 p + a_2)\bar{x}_2(p) = (b_0 p^2 + b_1 p + b_2)\bar{x}_1(p) \qquad (2.3)$$

Символом **p** позначається оператор Лапласа, на який при записі диференційного рівняння у операторній формі поширюються правила алгебраїчних дій. Це значно полегшує дослідження процесів в автоматичних системах регулювання.

Для дослідження і порівняння динамічних властивостей ланок використовуються передатні функції. Передатною функцією **W(p)** ланки називається відношення перетвореної за Лапласом вихідної величини до перетвореної за Лапласом вхідної величини при нульових початкових умовах.

Передатну функцію **W(p)** ланки можна записати у вигляді відносини операторних поліномів правої і лівої частин рівняння (2.3):

$$W(p) = \frac{\bar{x}_2(p)}{\bar{x}_1(p)} = \frac{b_0 p^2 + b_1 p + b_2}{a_0 p^2 + a_1 p + a_2} \qquad (2.4)$$

Вирішуючи рівняння (2.4) відносно $\bar{x}_2$ **(p),** запишемо:

$$\bar{x}_2(p) = W(p) \cdot \bar{x}_1(p) \qquad (2.5)$$

Це означає, що оператор лінійної ланки, поведінка якого описується лінійним диференційним рівнянням, можна виразити через його передатну функцію, що цілком відображає динамічну властивість ланки. У тих випадках, якщо всі елементи системи можна описати диференційними рівняннями, передатні функції є основними характеристиками для аналізу роботи системи.

Передатні функції типових з'єднань ланок. Алгоритмічний елемент системи автоматичного управління, вхідна змінна якого **F(p)** і вихідна **Z(p),** на структурній схемі системи зображується, як показано на рис. 2.2, *а*.

На рис. 2.2, б показане позначення на структурній схемі підсумовування впливів, а на рис. 2.2,в – розгалуження впливу у системі.

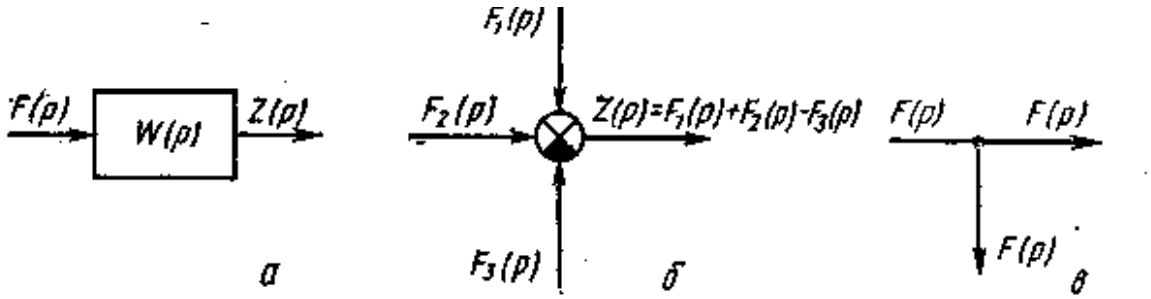

Рисунок 2.2 – Позначення, прийняті на структурних схемах: *а* -елемент системи;

б - підсумовування впливів; *в* - розгалуження впливів

Система автоматичного управління на структурній схемі представляється з'єднанням алгоритмічних елементів, на яких можна виділити три типи з'єднань елементів: послідовне, рівнобіжне і зустрічно-рівнобіжне. Визначимо передатні функції цих з'єднань елементів.

Послідовне з'єднання двох елементів наведене на рис. 2.3, *а*. Для цього з'єднання елементів можна записати систему зображуючих рівнянь :

$$Z(p) = W_2(p) \cdot Z_1(p)$$

$$Z_1(p) = W_1(p) \cdot F(p)$$

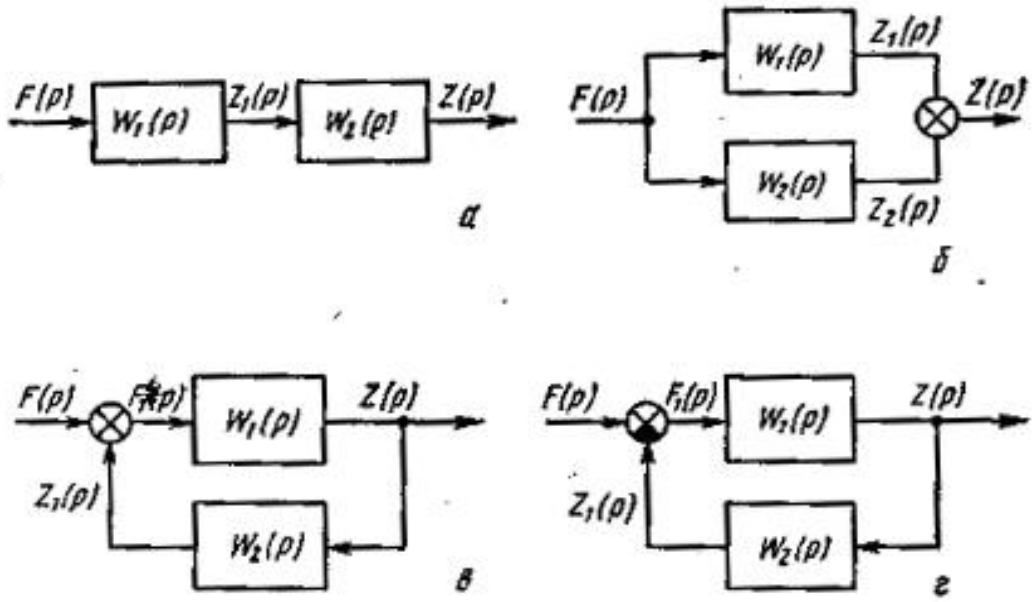

Рисунок 2.3 – З'єднання елементів: *а* - послідовне; *б* - рівнобіжне;

в - з позитивним зворотним зв'язком; *г* - з негативним зворотним зв'язком

Видаляючи із цих рівнянь **$Z_1(p)$,** одержуємо зображуючє рівняння та еквівалентну передатну функцію :

$$Z(p) = W(p) \cdot F(p),$$

$$W(p) = W_1(p) \cdot W_2(p) \qquad (2.6)$$

Таким чином, *передатна функція W(p) послідовного з'єднання елементів дорівнює добуткові передатних функцій елементів.*

Рівнобіжне з'єднання двох елементів наведене на рис. 2.3, *б*:

$$Z_1(p) = W_1(p) \cdot F_p$$

$$Z_2(p) = W_2(p) \cdot F(p) \qquad (2.7)$$

$$Z(p) = Z_1(p) + Z_2(p)$$

Видаляючи із цих рівнянь **$Z_1(p)$** і **$Z_2(p)$,** маємо зображуючє рівняння та еквівалентну передатну функцію :

$$Z(p) = W(p) \cdot F(p),$$

$$W(p) = W_1(p) + W_2(p) \qquad (2.8)$$

Отже, *передатна функція W(p) рівнобіжного з'єднання елементів дорівнює сумі передатних функцій елементів.*

***Зустрічно-рівнобіжне** з'єднання* елементів показане на рис. 2.3, *в,г.* На відміну від послідовного і рівнобіжного з'єднань воно є замкненим. Елемент з'єднання з передатною функцією **$W_1(p)$** називається охоплюваним. Зв'язок виходу охоплюваного елемента з його входом називається зворотним зв'язком, а елемент із передатною функцією **$W_2(p)$, що** здійснює цей зв'язок, називається елементом зворотного зв'язку. Зворотний зв'язок у з'єднанні називається позитивним, якщо сигнал зворотного зв'язку складається з вхідним сигналом з'єднання (рис. 2.3, *в),* і негативним, якщо відраховується з нього (рис. 2.3, *г).*

Для з'єднання з **негативним** зворотним зв'язком маємо:

$$Z(p) = W_1(p) \cdot F_1(p)$$

$$Z_1(p) = W_2(p) + Z(p) \qquad (2.9)$$

$$F_1(p) = F(p) - Z_1(p)$$

Видаляючи з цих рівнянь **$F_1(p)$** і **$Z_1(p)$,** одержуємо зображуюче рівняння та еквівалентну передатну функцію з'єднання елементів:

$$Z(p) = W(p) + F(p),$$

$$W(p) = W_1(p)/(1 + W_1(p) + W_2(p))$$

(2.10)

Отже, *передатна функція W(p) зустрічно-рівнобіжного з'єднання елементів у випадку* **негативного зворотного зв'язку** *дорівнює передатній функції охоплюваного елементу, поділеної на передатну функцію з'єднання в розімкненому стані та збільшену на одиницю.* У випадку **позитивного зворотного зв'язку**, *знак у знаменнику виразу (2.10) змінюється на зворотний.*

При **$|W_1(p)| = \infty$** з виразу (2.10) одержуємо **$W(p)=1/W_2(p)$.** Отже, зі збільшенням модуля передатної функції охоплюваного елементу передатна функція зустрічно-рівнобіжного з'єднання елементів виявляється залежною лише від передатної функції елементу зворотного зв'язку. Ця властивість зустрічно-рівнобіжного з'єднання широко використовується в аналогових обчислювальних машинах.

При **$|W_2(p)|=\infty$** з виразу (2.10) одержуємо **$W(p)=0$**. Отже, зі збільшенням модуля передатної функції елементу зворотного зв'язку передатна функція з'єднання з негативним зворотним зв'язком і вихідна змінна з'єднання прагнуть до нуля. Ця властивість зустрічно-рівнобіжного з'єднання лежить в основі управління за відхиленням.

Кожен елемент автоматичної системи і, отже система в цілому, можуть бути представлені як з'єднання типових елементів: пропорційного, аперіодичного, інтегруючого, диференціючого і деяких інших. Типові елементи описуються наступними передатними функціями:

– пропорційний $W(p)=k;$

– аперіодичний $W(p)=k/(T\,p + 1);$

– інтегруючий $W(p)=1/(T\,p);$

– диференціючий $W(p)=\theta\,p,$

де k, T, θ – постійні коефіцієнти.