МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

математичний Факультет

Кафедра ЗАГАЛЬНОЇ МАТЕМАТИКИ

 **ЗАТВЕРДЖУЮ**

Декан \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ факультету

 \_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 (підпис) (ініціали та прізвище)

 «\_\_\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_202\_\_\_

**АЛГЕБРАЇЧНІ СТРУКТУРИ**

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

підготовки магістрів

очної (денної) та заочної (дистанційної) форм здобуття освіти

спеціальності 111 - Математика

освітньо-професійна програма Математика

**Укладач:** Стєганцева Поліна Георгіївна, к. ф.-м. н., доцент, доцент кафедри загальної математики

|  |  |
| --- | --- |
| Обговорено та ухваленона засіданні кафедри\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Протокол №\_\_\_\_ від “\_\_\_”\_\_\_\_\_\_\_\_202\_ р.Завідувач кафедри\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (підпис) (ініціали, прізвище ) | Ухвалено науково-методичною радою факультету \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Протокол №\_\_\_\_від “\_\_\_”\_\_\_\_\_\_\_202\_\_ р.Голова науково-методичної ради факультету \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (підпис) (ініціали, прізвище ) |

|  |  |
| --- | --- |
| Погоджено з навчально-методичним відділом\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (підпис) (ініціали, прізвище) | Погоджено з навчальною лабораторією інформаційного забезпечення освітнього процесу (підпис) (ініціали, прізвище) |

2020 рік

**1. Опис навчальної дисципліни**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **3** |
| **Галузь знань, спеціальність,** **освітня програма** **рівень вищої освіти**  | **Нормативні показники для планування і розподілу дисципліни на змістові модулі**  | **Характеристика навчальної дисципліни** |
| очна (денна) форма здобуття освіти | заочна (дистанційна) форма здобуття освіти |
| Галузь знань11 – Математика та статистика | Кількість кредитів – 4  | **Вибіркова** |
| Цикл дисциплін вільного вибору студента |
| Спеціальність:111 – Математика | Загальна кількість годин – 120 | **Семестр:** |
| 3 -й |  -й |
| Змістових модулів – 3 | **Лекції** |
| Освітньо-професійна программа –Математика | 12 год. | год. |
| **Практичні** |
| Рівень вищої освіти: **магістерський**  | Кількість поточних контрольних заходів – 6 | 22 год. | год. |
| **Самостійна робота** |
| 86 год. | год. |
| **Вид підсумкового семестрового контролю**: залік |

* + 1. **2. Мета та завдання навчальної дисципліни**

**Метою** викладання навчальної дисципліни «Алгебраїчні структури» є ознайомлення студентів із методами досліджень в сучасній алгебрі, розширення пов’язаних з вивченням фундаментальних дисциплін компетенцій.

Основними **завданнями** вивчення дисципліни «Алгебраїчні структури» є:

* поглиблення знань, набутих при вивченні алгебраїчних структур на бакалаврському рівні;
* удосконалення навичок використання алгебраїчної мови, яка пов’язує між собою всі фундаментальні дисципліни;
* набуття навичок дослідницької роботи, пов’язанної з використанням алгебраїчних структур.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен набути таких результатів навчання (знання, уміння тощо) та компетентностей:

|  |  |
| --- | --- |
| Заплановані робочою програмою результати навчаннята компетентності  | Методи і контрольні заходи |
| **1** | **2** |
| **Загальні:**Здатність до навчання, в тому числі, і самостійного. Здатність використовувати математичні методи. Здатність застосовувати прийоми логічного мислення: аналіз, синтез, індукцію, дедукцію, узагальнення та конкретизацію та ін.. Здатність до провадження дослідницької та інноваційної діяльності.Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово. Здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт.**Спеціальні:**Здатність створювати математичну модель розв’язуваної проблеми.Здатність розв’язувати проблеми різної складності та формулювати нові проблеми математичною мовою.Здатність конструювати доведення та обґрунтовувати отримані результати у відповідності до обраного методу дослідження. Здатність формулювати гіпотези та доводити або спростовувати їх. Здатність викладення результатів дослідження у логічній послідовності, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей та технічних викладок.Здатність використовувати методи сучасної алгебри, геометрії, математичного і функціонального аналізу, диференціальних рівнянь.Готовність розв’язувати нові проблеми у нових галузях знань. | Індивідуальне завданняВключення до індивідуального завдання задач без указання методу розв’язанняВключення до індивідуального завдання задач відповідного змістуЗахист частини індивідуального завдання в оффлайн-режимі, контрольні роботи.Організація взаємоперевірки виконаних самостійно робіт.Самостійні та контрольні роботи.Індивідуальні завдвння.Індивідуальні завдвння, контрольні роботи.Захист частини індивідуального завдання в оффлайн-режимі.Індивідуальні завдвння.Самостійні та контрольні роботи.Підсумкові заходи. |

**Міждисциплінарні зв’язки.**

Курс «Алгебраїчні структури» є логічним продовженням дисципліни за вибором з такою ж назвою для бакалаврів. Він є необхідною складовою програми підготовки спеціаліста з математики магістерського рівня. Курс базується на знаннях та навичках, які студенти отримали при вивченні курсів «Алгебра і теорія чисел» «Дискретна математика», «Математична логіка». Теорія алгебраїчних структур є невичерпним джерелом для формулювання дослідницьких задач, які можна ставити перед студентами в рамках підготовки випускних робіт.

**4. Структура навчальної дисципліни**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Змістовий модуль | Усьогогодин | Аудиторні (контактні) години | Самостійна робота, год | Система накопичення балів |
| Усьогогодин | Лекційні заняття, год | ПрактичніЗаняття,год | Теор.зав-ня, к-ть балів | Практ.зав-ня,к-ть балів | Усього балів |
| о/дф. | з/дистф. | о/д ф. | з/дистф. | о/д ф. | з/дистф. |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** |
| 1 | 32 |  | **4** |  | **8** |  | **20** |  | **5** | **10** | **15** |
| 2 | 32 |  | **4** |  | **8** |  | **20** |  | **5** | **15** | **20** |
| 3 | 26 |  | **4** |  | **6** |  | **16** |  | **5** | **20** | **25** |
| Усього за змістові модулі | 90 |  | **12** |  | **22** |  | **56** |  |  |  | 60 |
| Підсумковий семестровий контроль**залік/екзамен** | 30 |  |  |  |  |  | 30 | 30 |  |  | 40 |
| Загалом | **120** | **100** |

**3. Програма навчальної дисципліни**

**Змістовий модуль 1.** *Дія груп на множині*

Приклади дії груп на множинах. Зсув групи. Основна теорема про скінченні абелеві групи. Розв’язувані групи. Прості групи. Добуток груп. Гомоморфізми . Орбіти та стаціонарні підгрупи точок. Однорідні простори. Загальні теореми про гомоморфізми групи. Скінчені абелеві групи. Означення. Властивості. Примарні абелеві групи. Основна теорема про скінченні абелеві групи. Прямі суми та вільні абелеві групи. Вільні групи в алгебраїчній топології. Зв'язок довільної *p-*підгрупи з силовською *p-*підгрупою групи G. Теореми Силова.

**Змістовий модуль 2.** *Факторіальні та евклідові кільця. Питання класифікації елементів кільця*

Подільність в кільцях. Одиничні елементи. Незвідні елементи. Розклад елементів кільця на незвідні множники. Класи асоційованих та простих елементів кільця. Факторіальні та евклідові кільця. Критерій простоти елемента в факторіальному кільці. Зв'язок між евклідовими кільцями та кільцями головних ідеалів. Зв'язок простоти елемента з максимальністю ідеала в евклідовому кільці. Приклади кілець, в яких не виконується теорема про єдиність розкладання елемента на множники. Формулювання та доведення властивостей подільності в кільцях в термінах ідеалів. Факторіальність кільця цілих гаусових чисел. Множина дільників одиниці. Доведення простоти елементів в кільці цілих гаусових чисел. Прості елементи в кільцях цілих і цілих гаусових чисел. Представлення натурального числа у вигляді суми квадратів цілих чисел. Застосування цілих гаусових чисел в теорії порівнянь. Фактор-кільця кільця цілих гаусових чисел.

**Змістовий модуль 3.** *Розширення полів. Інші алгебраїчні структури*

Розширення полів (алгебраїчне та трансцендентне). Алгебраїчно замкнені поля. Поля розкладу многочлену та його єдиність. Нормальні розширення полів. Прості поля. Сепарабельність многочлену. Характеристика поля.

**5. Теми лекційних занять**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № змістового модуля | Назва теми | Кількістьгодин |
| о/дф. | з/дистф. |
| **1** | **2** | **3** | **4** |
| 1 | 1. Дія груп на множинах. Основна теорема про скінченні абелеві групи. Розв’язувані групи. Прості групи. Гомоморфізми . Орбіти та стаціонарні підгрупи точок. Загальні теореми про гомоморфізми групи.
2. Скінчені абелеві групи. Примарні абелеві групи. Прямі суми та вільні абелеві групи. Зв'язок довільної *p-*підгрупи з силовською *p-*підгрупою групи G. Теореми Силова.
 | 22 | … |
| **2** | 1. Подільність в кільцях. Класи елементів кільця. Факторіальні та евклідові кільця. Критерій простоти елемента в факторіальному кільці. Приклади кілець, в яких не виконується теорема про єдиність розкладання елемента на множники. Формулювання та доведення властивостей подільності в кільцях в термінах ідеалів.
2. Факторіальність кільця цілих гаусових чисел. Множина дільників одиниці. Доведення простоти елементів в кільці цілих гаусових чисел. Прості елементи в кільцях цілих і цілих гаусових чисел. Представлення натурального числа у вигляді суми квадратів цілих чисел. Застосування цілих гаусових чисел в теорії порівнянь. Фактор-кільця кільця цілих гаусових чисел.
 | 22 |  |
| **3** | 1. Розширення полів (алгебраїчне та трансцендентне). Алгебраїчно замкнені поля.
2. Поля розкладу многочлену та його єдиність. Нормальні розширення полів. Прості поля. Сепарабельність многочлену. Характеристика поля.
 | 22 |  |
| Разом | **12** | … |

**6. Теми практичних занять**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № змістового модуля | Назва теми | Кількістьгодин |
|  | о/дф. | з/дистф. |
| **1** | **2** | **3** | **4** |
| 1 | 1. Приклади дії груп на множинах. Зсув групи.. Розв’язувані групи. Прості групи. Добуток груп.
2. Гомоморфізми . Орбіти та стаціонарні підгрупи точок. Однорідні простори. Загальні теореми про гомоморфізми групи.
3. Скінчені абелеві групи. Примарні абелеві групи. Основна теорема про скінченні абелеві групи.
4. Прямі суми та вільні абелеві групи. Вільні групи в алгебраїчній топології. Зв'язок довільної *p-*підгрупи з силовською *p-*підгрупою групи G. Теореми Силова.
 | 2222 | … |
| **2** | 1. Подільність в кільцях. Одиничні елементи. Незвідні елементи. Розклад елементів кільця на незвідні множники. Класи асоційованих та простих елементів кільця.
2. Факторіальні та евклідові кільця. Критерій простоти елемента в факторіальному кільці. Зв'язок між евклідовими кільцями та кільцями головних ідеалів. Зв'язок простоти елемента з максимальністю ідеала в евклідовому кільці. Приклади кілець, в яких не виконується теорема про єдиність розкладання елемента на множники.
3. Формулювання та доведення властивостей подільності в кільцях в термінах ідеалів. Факторіальність кільця цілих гаусових чисел. Множина дільників одиниці.
4. Доведення простоти елементів в кільці цілих гаусових чисел. Прості елементи в кільцях цілих і цілих гаусових чисел. Представлення натурального числа у вигляді суми квадратів цілих чисел. Застосування цілих гаусових чисел в теорії порівнянь. Фактор-кільця кільця цілих гаусових чисел.
 | 2222 |  |
| **3** | 1. Розширення полів (алгебраїчне та трансцендентне). Алгебраїчно замкнені поля.
2. Поля розкладу многочлену та його єдиність. Нормальні розширення полів. Прості поля.
3. Сепарабельність многочлену. Характеристика поля.
 | 222 |  |
| Разом | **22** | … |

1. **Види і зміст поточних контрольних заходів**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № змістового модуля | Вид поточного контрольного заходу | Зміст поточного контрольного заходу | \*\*Критерії оцінювання | Усього балів |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| 1 | Теоретичне завдання – тест 1 | *Питання для підготовки*:* Дія груп на множинах. Зсув групи..
* Прості групи. Добуток груп.
* Гомоморфізми. Орбіти та стаціонарні підгрупи точок.
* Однорідні простори.
* Скінчені абелеві групи.
* Примарні абелеві групи.
* Основна теорема про скінченні абелеві групи.
* Прямі суми та вільні абелеві групи.
* Теореми Силова.
 | Правильно/Неправильно | **5** |
| Практичне завдання – самостійна робота 1 | *Вимоги до виконання та оформлення*: До кожної задачі обов’язково: умова, рисунок, розв’язання з посиланнями на означення, теореми та формули. | За кожну несуттєву помилку знімається бал; при наявноісті розв’язку і 1 суттєвої помилки знімається половина балів;наявність більше однієї суттєвої помилки – 0 балів. | **10** |
| **Усього за ЗМ 1****контр.****заходів** | **2** |  |  | **15** |
| 2 | Теоретичне завдання – тест 2 | *Питання для підготовки*:* Подільність в кільцях. Одиничні елементи.
* Незвідні елементи.
* Класи асоційованих та простих елементів кільця
* Факторіальні та евклідові кільця.
* Критерій простоти елемента в факторіальному кільці.
* Приклади кілець, в яких не виконується теорема про єдиність розкладання елемента на множники.
* Прості елементи в кільцях цілих і цілих гаусових чисел.
* Представлення натурального числа у вигляді суми квадратів цілих чисел.
* Застосування цілих гаусових чисел в теорії порівнянь.
* Фактор-кільця кільця цілих гаусових чисел.
 | Правильно/Неправильно | **5** |
| Практичне завдання – самостійна робота 2 | *Вимоги до виконання та оформлення*: До кожної задачі обов’язково: умова, рисунок, розв’язання з посиланнями на означення, теореми та формули. | За кожну несуттєву помилку знімається бал; при наявноісті розв’язку і 1 суттєвої помилки знімається половина балів;наявність більше однієї суттєвої помилки – 0 балів. | **15** |
| **Усього за ЗМ 2****контр.****заходів** | **2** | … | … | **20** |
| 3 | Теоретичне завдання – тест 3 | *Питання для підготовки*:* Розширення полів (алгебраїчне та трансцендентне).
* Алгебраїчно замкнені поля.
* Поля розкладу многочлену
* Нормальні розширення полів.
* Прості поля.
* Сепарабельність многочлену.
* Характеристика поля.
 | Правильно/Неправильно | **5** |
| Практичне завдання – контрольна робота 1 | *Вимоги до виконання та оформлення*: До кожної задачі обов’язково: умова, рисунок, розв’язання з посиланнями на означення, теореми та формули. | За кожну несуттєву помилку знімається бал; при наявноісті розв’язку і 1 суттєвої помилки знімається половина балів;наявність більше однієї суттєвої помилки – 0 балів. | **20** |
| **Усього за ЗМ 3****контр.****заходів** | **2** |  |  | **25** |
| **Усього за змістові модулі контр.****заходів** | **6** |  |  | **60** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Усього за підсумковий семестровий контроль |  | **40** |

**9. Рекомендована література**

**Основна**:

1. Батурин Ю.А. Основные структуры современной алгебры [Текст] / Ю.А. Батурин. – М.: Наука, 1990.– 431 с.
2. Ван дер Варден Б.Л. Алгебра [Текст] / Б.Л. Ван дер Варден - М.: Наука, 1979.– 629 с.
3. Каргополов М.И. Основы теории групп [Текст] / М.И.Каргополов, Ю.И. Мерзляков - М.: Наука, 1982.–269 с.
4. Курош А.Г. Теория групп [Текст] / А.Г.Курош. – М.: Наука, 1967.–428с.
5. Общая алгебра. Т.1 [Текст] / Мельников О.В., Ремесленников В.Н., Романьков В.А. и др.; под общ ред. Скорнякова Л.А.– М.: Наука, 1990.–314 с..
6. Кострикин А.И. Сборник задач по алгебре[Текст] / А.И Кострикин. – М.: Физ-мат. л-ра, 2001.– 463 с.
7. Скорняков Л.А. Элементы общей алгебры [Текст] / Л.А. Скорняков - М.: Наука, 1983.– 345с.
8. Холл М. Теория групп / М. Холл – М.: Изд-во иностранной литературы, 1962.– 462с.
9. Кострикин А. И. Введение в алгебру. III часть [Текст] / А. И. Кострикин – М.: Физматлит, 2001.– 271 с.
10. Каролинский Е.А. Сборник задач по теории групп [Текст] / Е.А. Каролинский, Б.В. Новиков – Луганск, 2002. – 68 с.

11.Стєганцев Є.В. Теорія груп : метод. вказівки для студ. напряму підготовки "Математика" спеціалізації "Алгебра і теорія чисел"[Текст] / Є.В.Стєганцев.– Запоріжжя: ЗНУ, 2013.–35с.

**Додаткова**:

1. Белоногов В. А. Задачник по теории групп [Текст]. / В. А. Белоногов – М.: Наука, 2000. – 267с.
2. Богопольский О.В. Введение в теорию групп [Текст] / О.В.Богопольский – Москва – Ижевск, 2002. – 148 с.
3. Винберг Э.Б. Курс алгебры [Текст] / Э.Б. Винберг – М.: Факториал Пресс, 2002. – 544 с.
4. Кэртис Ч. Теория представлений конечных групп и ассоциативных алгбр [Текст] / Ч.Кэртис, И. Райнер – М.: Наука, 1969. – 325с.
5. Ленг С. Алгебра [Текст] / С. Ленг - М.: Мир, 1968. – 436с.
6. Чандлер Б. Развитие комбинаторной теории групп [Текст] / Б.Чандлер, В М. Магнус – М.: Мир, 1985. – 236с.

**Інформаційні джерела**:

1. Кострикин А.И. Введение в алгебру : Учебник для вузов. Ч.3 : Основные структуры [Електронний ресурс] / Режим доступу:  <http://ebooks.zsu.zp.ua/files/mathbooks/agrebra_i_teoriya_chisel/BOOKS/algebra/Kostrikin3.djvu>

2. Бесплатная электронная библиотека [Електронний ресурс] / Режим доступу: [http://lib.rus.ec/b/138952](http://lib.rus.ec/b/138952%20)

3. Сборник задач по алгебре под ред. А.И. Кострикина [Електронний ресурс] / Режим доступу: [http://ebooks.znu.edu.ua/files/Bibliobooks/Dyachenko/0036695.djvu](http://ebooks.znu.edu.ua/files/Bibliobooks/Dyachenko/0036695.djvu%20)

4. Тронин С.Н. Введение в теорию групп. Задачи и теоремы : учеб. пособие. Ч. 1-2 [Електронний ресурс] / Режим доступу: <http://ebooks.znu.edu.ua/files/Bibliobooks/Stegantseva/0034979.pdf>