Міністерство освіти і науки України
Запорізька державна інженерна академія

Кафедра промислового та цивільного будівництва

Павлов І.Д.
Арутюнян І.А.
Полтавець М.О.

КЕРУВАННЯ ПРОЕКТАМИ ТА СИСТЕМОТЕХНІКА В БУДІВНИЦТВІ

Навчально-методичний посібник

для студентів ЗДІА
спеціальності 192 «Будівництво та цивільна інженерія»,
спеціалізації «Промислове та цивільне будівництво»
денної та заочної форм навчання

Запоріжжя
2018

Павлов І.Д.
Керування проектами та системотехніка в будівництві : навчально-методичний посібник *[для студентів ЗДІА спеціальності 192 «Будівництво та цивільна інженерія», спеціалізації «Промислове та цивільне будівництво» денної та заочної форм навчання]* / Павлов І.Д., Арутюнян І.А., Полтавець М.О. – Запоріжжя: Видавництво ЗДІА, 2018. - 150 с.

Укладачі: **І.Д. Павлов**, доктор технічних наук, професор
І.А. Арутюнян, доктор технічних наук, професор
М.О. Полтавець, кандидат технічних наук, доцент

Рецензенти: **В.О. Поколенко,** д.т.н., професор кафедри менеджменту в будівництві Київського національного університету будівництва та архітектури

М.А. Ажажа, к.п.н., доцент кафедри менеджменту організацій та управління проектами Запорізької державної інженерної академії

Рекомендовано до друку: - рішенням Вченої ради Факультету будівництва та цивільної інженерії Запорізької державної інженерної академії (протокол № від . .2018р).

- рішенням Навчально-методичної Ради Запорізької державної інженерної академії (протокол № від . . 2018 р.)

© І.Д. Павлов,
І.А. Арутюнян,
М.О. Полтавець, 2018.

ЗМІСТ

стор.

ВСТУП …… 4

І ОСНОВНІ КОНЦЕПЦІЇ УПРАВЛІННЯ БУДІВЕЛЬНИМИ ПРОЕКТАМИ …….. 5

1.1 Загальна характеристика управління проектами……... 5

1.1.1 Поняття та класифікація проектів …… 5

1.1.2 Мета і стратегія проекту …….. 10

1.1.3 Керовані параметри проекту ……. 12

1.1.4 Результат проекту ……. 12

1.2 Система управління проектами …… 13

1.2.1 Сутність системи управління проектами, її елементи …… 13

1.2.2 Цілі та принципи управління проектами. Життєвий цикл проекту ……. 15

1.2.3 Функції управління проектами ……. 19

1.2.4 Обґрунтування доцільності проекту …… 21

1.2.5 Оцінка ефективності проектів ……. 25

1.3 Планування проекту як складова управління проектами ... 30

1.3.1 Планування послідовності робіт …….. 30

1.3.2 Календарне планування робіт …….. 33

1.3.3 Головна мета, завдання та методологія розробки сіткових графіків …… 37

1.3.4 Джерела ресурсного забезпечення проекту та їх вибір … 41

1.3.5 Планування витрат …….. 44

1.3.6 Оптимізація недостатньої кількості ресурсів ……. 47

ІІ СИСТЕМОТЕХНІКА УПРАВЛІННЯ, ПЛАНУВАННЯ ТА ОРГАНІЗАЦІЇ БУДІВНИЦТВА …… 49

2.1 Механізми оптимізації управлінських рішень в будівництві …. 49

2.2 Організація будівництва складних проектів в встановлений термін на основі потокових моделей з обмеженою пропускною здатністю …… 57

2.3 Селектоновація управлінських рішень в реалізації складних будівельних проектів …… 83

2.4 Застосування ігрових методів обґрунтування управлінських рішень в будівництві …….. 104

2.5 Моделювання задач планування та управління будівельними проектами в умовах невизначеності та ризику …… 124

2.6 Визначення рівня гармонійного менеджменту у будівельному виробництві ……. 134

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ …….. 149

ВСТУП

За часів незалежної України на тлі процесів демократизації суспільства питання з вирішення проблем обґрунтування управлінських рішень в будівництві набувають актуальності при використанні інноваційних методів відбору специфічних критеріїв реалізації управління будівельними проектами.

Безпосереднім індикатором дослідницького інтересу до означених питань стала увага багатьох науковців, які займаються пошуком відповідних стратегій з вирішення проблеми обґрунтування термінів виконання проектів або виробничих програм в заданий (встановлений) термін.

У навчально-методичному посібнику вдало використані функціональні дослідження інноваційних процесів в сучасному будівництві, які відображають теоретичні й практичні аспекти перспективного розвитку держави за умов економічних трансформацій ринкових відносин, що являє вельми своєчасну і важливу подію в науковому та практичному світі.

Матеріали видання висвітлюють теоретико-методологічні засади забезпечення оптимальності управлінських процесів будівельними проектами за умови використання інноваційних підходів системотехніки.

Центральним питанням є розробка процедур узгодження актуальних проблем реалізації будівельних програм у напрямі управління, планування та організації виробництва. Завдяки цьому у навчально-методичному посібнику реалізовано дослідницький намір з визначення місця, ролі та пріоритетів інноваційного розвитку на основі наукового підходу, з використанням сучасного арсеналу теорії дослідження операцій та засобів обчислювальної техніки, а також з урахуванням специфіки багатоваріантності та багатокритеріальності в управлінні організаційно-технологічною підготовкою складними будівельними проектами.

І ОСНОВНІ КОНЦЕПЦІЇ УПРАВЛІННЯ БУДІВЕЛЬНИМИ ПРОЕКТАМИ

1.1 Загальна характеристика управління проектами

1.1.1 Поняття та класифікація проектів

В результаті комплексних економічних перетворень, що відбуваються в Україні, створюються нові, впроваджуються існуючі моделі та механізми побудови сучасних економічних відносин як в державі, так і на підприємстві. Відповідно будь-який підприємець розуміє, що для подальшої прибуткової діяльності, насамперед, необхідно досконало управляти виробничо-господарською діяльністю, важливе місце при цьому належить проектному управлінню, а саме, необхідності вирішувати наступні питання:

- як спланувати та скоординувати реалізацію проекту;
- як залучити кошти із зовнішніх джерел фінансування для реалізації проекту;
- як краще розпорядитись власними коштами;
- як досягти максимальних прибутків за мінімальних витрат;
- як створити команду працівників для реалізації проекту;
- як мотивувати персонал до ефективної діяльності;
- як уникнути конфліктів в команді проекту.

Вирішуючи всі перелічені питання, ми стикаємось з проблемою управління проектами, тобто з особливим мистецтвом, яке можна виокремити і вивчити. Що ж ми розуміємо під поняттям “проект”?

Під *проектом* розуміють комплекс науково-дослідних, проектно-конструкторських, соціально-економічних, організаційно-господарських та інших заходів, що пов’язанні ресурсами, виконавцями та строками, відповідно оформлені і направленні на зміну об’єкта управління, що забезпечує ефективність вирішення основних завдань та досягнення відповідних цілей за певний період. Кінцевими цілями проектів є створення та освоєння нової техніки, технології та матеріалів та ін., що сприяє виходу вітчизняної продукції на світовий ринок.

Проект – це задум (завдання, проблема) та необхідні засоби його реалізації з метою досягнення бажаного економічного, технічного, технологічного чи організаційного результату.

Термін *“проект”* (від латинського “кинутий вперед”) спеціалісти трактували до недавнього часу як креслення, пояснювальна записка і кошториси, на основі яких можна збудувати літак, споруду чи завод; або це текст, що передує документу – плану, договору, угоді. Наведемо ще кілька варіантів визначення поняття “проект”, які зустрічаються в літературі:

Проект – це окреме підприємство з конкретними цілями, які часто включають вимоги до часу, вартості та якості результатів, що досягаються (*Англійська асоціація проект-менеджерів);*

Проект - це певне завдання з визначеними вихідними даними й встановленими результатами (цілями), що обумовлюють спосіб його вирішення *(Тлумачний словник з управління проектами)*.

Ці визначення є універсальними, методологічно виваженими та широко застосовуваними в зарубіжній практиці управління проектами.

Відповідно до теоретичних та методологічних вимог необхідно розрізняти поняття проекту, бізнес-плану та техніко-економічного обґрунтування інвестицій:

1) ***інвестиційний проект*** – це сукупність документів, що характеризують проект від його задуму до досягнення заданих показників ефективності та обсягу та включають передінвестиційну, інвестиційну, експлуатаційну і ліквідаційну стадії його реалізації; це будь-який комплекс забезпечених інвестиціями заходів. Усі проекти є інвестиційними, оскільки без вкладення коштів реалізувати проект неможливо.

2) ***бізнес-план*** – це детальне викладення цілей та шляхів їх досягнення, що створюється для обґрунтування інвестицій. Бізнес-план проекту (підприємства) може входити в інвестиційний проект, як його складова частина, замінювати інвестиційний проект або включати декілька інвестиційних проектів (при розширенні, модернізації, реконструкції і реструктуризації підприємства);

3) ***техніко-економічне обґрунтування інвестицій*** – включає в себе передпроектну розробку інженерно-конструкторських, технологічних і будівельних рішень, порівняння альтернативних варіантів і обґрунтування вибору конкретного способу здійснення проекту. Техніко-економічне обґрунтування проекту передбачає поглиблену й детальну розробку, а також всебічну оцінку вибраного способу реалізації проекту.

Є проекти наукові, технічні, комерційні, виробничі, фінансові тощо. Але кожний конкретний проект визначають такі чинники як складність, терміни реалізації, масштаб, вимоги до якості тощо.

Таким чином, можна зробити висновок, що проект має ряд лише йому властивих ознак, наявність яких допоможе здійснити ефективну реалізацію проекту. Основними ознаками проекту є наступні:

- зміна стану проекту задля досягнення його мети;
- обмеженість у часі;
- обмеженість ресурсів;
- неповторність.

У зв'язку з тим, що методи *управління проектами* в значній мірі залежать від масштабу (розміру) проекту, термінів реалізації, якості, обмеженості ресурсів, місця і умов реалізації, розглянемо основні види так званих спеціальних проектів, в яких один з перерахованих чинників грає домінуючу роль і вимагає до себе особливої уваги, а вплив решти чинників нейтралізується за допомогою стандартних процедур контролю.

До основних властивостей проекту, які випливають із його ознак та за якими вони можуть бути класифіковані на типи, відносять: масштаб проекту,

його розмір, кількість учасників та ступінь впливу на навколишнє середовище (табл.1.1).

Таблиця 1.1 - Класифікація проектів

Класифікаційна ознака	***Види проектів***
Мета й характер діяльності	комерційні; некомерційні
Характер та сфера діяльності	промислові; організаційні; економічні; соціальні; дослідницькі
Масштаб та розмір проекту	великі; середні; малі
Ступінь складності	прості; складні; дуже складні
Склад і структура проекту	моно проекти; мультипроекти; мегапроекти
Рівень альтернативності	взаємовиключні; альтернативні по капіталу; незалежні ; взаємовпливаючі; взаємодоповнюючі
Тривалість проекту	короткострокові, середньострокові, довгострокові

До ***малих проектів*** відносяться – науково-дослідні і дослідно-конструкторські розробки на промислових підприємствах, включаючи конструкторську, технологічну і організаційно-економічну підготовку виробництва, виготовлення дослідно-промислових зразків нової продукції, реконструкцію, технічні переозброєння й модернізацію виробництва. В американській практиці до таких проектів відносяться нововведення з капітальними затратами до 10-15 млн. дол. і трудовитратами до 40-50 тис. людино-годин. Такі проекти, як правило, виконуються силами самих підприємств. Термін розробки таких проектів не виходить за межі одного-двох років.

Середні проекти – включають роботи по проектуванню і будівництву підприємств, освоєнню й облаштування невеликих родовищ корисних копалин (нафтових, газових, вугільних), якщо їх проектування ведеться на основі типових проектних рішень, а будівництво здійснюється комплектно-блочним методом, суть якого в тому, що більша частина об’єкту, що будується, виготовляється не на будівельній площадці, а на потужностях підрядчика (виготовлювача конструкцій).

Великі проекти виконуються по цільових народногосподарських програмах і містять у собі багато мультипроектів, об’єднаних загальною ціллю, використовуваними ресурсами і єдиним планом-графіком розробки й реалізації. Такі програми можуть бути національними, міжнародними, регіональними, галузевими, міжгалузевими і т.д. Вони формуються й координуються на макрорівні, як правило, за участю держави.

Великі проекти характеризуються великими витратами, наприклад, в американській практиці більш 1 млрд. дол., різними джерелами фінансування, великою трудомісткістю розробки проекту (більш 2 млн. людино-годин) і будівництва (15-20 млн. людино-годин). Термін реалізації великого проекту виходить за межі 5-7 років.

До великих проектів, наприклад, можна віднести проекти створення магістральних трубопроводів, будівництва атомних електростанцій, комплексного освоєння великих родовищ корисних копалин тощо.

За ступенем складності розрізняють проекти прості, складні та дуже складні.

За класом проекту (складом і структурою самого проекту та його предметної галузі) існують такі проекти:

- ***моно проекти*** – це окремі проекти різних типів, видів та масштабів;
- ***мультипроекти*** – комплексні проекти, що складаються з ряду монопроектів і потребують застосування багатопроектного управління;
- ***мегапроекти*** – цільові програми розвитку регіонів, галузей та інших утворень, які включають до свого складу ряд моно- і мультипроектів.

Як правило, мега- та мультипроекти належать до складних чи дуже складних проектів.

Мегапроекти володіють поряд відмінних рис:

- високою вартістю (порядка 1 млрд. дол. і більш);
- капіталоємністю — потреба у фінансових коштах в таких проектах, як правило, вимагає нетрадиційних (акціонерних, змішаних) форм фінансування, зазвичай силами консорціуму фірм;
- трудомісткістю — 2 млн. чол.-г на проектування, 15-20 млн. чол.-г на будівництво;
- тривалістю реалізації (5-7 років і більш);
- необхідністю участі інших країн;
- віддаленістю районів реалізації, а отже, додатковими витратами на інфраструктуру;
- впливом на соціальне і економічне середовища регіону і навіть країни в цілому.

Найбільш характерні приклади галузевих *мегапроектів* — проекти, що виконуються в паливно-енергетичному комплексі, і зокрема в нафтогазовій галузі. Так, системи магістральних трубопроводів, що зв'язали нафтогазоносні райони Крайньої Півночі з центром країни, західними межами і крупними промисловими районами, споруджувалися чергами ("нитками") протягом 2-3 років кожна. При цьому тривалість такого проекту складала в середньому 5-7 років, а вартість — більше 10-15 млрд.

Складні проекти мають на увазі наявність технічних, організаційних або ресурсних завдань, вирішення яких припускає нетривіальні підходи і підвищені витрати на їх рішення. Природно, на практиці зустрічаються "скошені" варіанти складних проектів, наприклад використання нетрадиційних технологій будівництва, значне число учасників проекту, складні схеми фінансування і ін. — все це суть прояву складності проектів.

Короткострокові проекти зазвичай реалізуються на підприємствах по виробництву новинок різного роду, дослідних установках, відновних роботах. На таких об'єктах замовник зазвичай йде на збільшення остаточної (фактичною) вартості проекту проти первинної, оскільки понад усе він зацікавлений в швидкому його завершенні.

Крім того, проекти поділяються на:

1) *взаємовиключні (альтернативні)* проекти – це проекти, які здійснюються, якщо неможливим або нецілеспрямованим є здійснення інших проектів;

2) *альтернативні по капіталу* – проекти, які здійснюються в тому випадку, коли кожен із них не може бути здійсненим без використання фінансових засобів, необхідних для здійснення інших проектів;

3) *незалежні* проекти – проекти, які здійснюються в тому випадку, коли результати реалізації одного не впливають на результати реалізації інших і будь-яка інформація про параметри одного не змінює інформацію про результати інших;

4) *взаємовпливаючі* – проекти, які здійснюються в тому випадку, якщо при їх спільній реалізації виникають допоміжні (системні, синергетичні, емерджентні) позитивні або негативні ефекти, які не виявляються при реалізації кожного із проектів окремо;

5) *взаємодоповнюючі* – це проекти, які здійснюються в тому випадку, якщо по яких-небудь причинах вони можуть бути прийняті чи відкинуті тільки одночасно.

За тривалістю проекту або за термінами реалізації розрізняють:

- *короткострокові* проекти (до 3 років);
- *середньострокові* (від 3 до 5 років);
- *довгострокові* (понад 5 років).

В залежності від мети проекту (отримання прибутків чи соціального ефекту) розрізняють комерційні та некомерційні проекти.

За характером і сферою діяльності проекти поділяються на *економічні, промислові, соціальні, організаційні та дослідницькі*. Але кожен із даних видів проектів має загальні ознаки. Це точно окреслені й сформульовані цілі, послідовне їх дослідження, їх унікальність, умови обмеженості, координоване використання взаємозалежних дій тощо.

Термін "**мультіпроекти"** (як самостійний різновид проектів), використовують в тих випадках, коли задум замовника проекту відноситься до декількох взаємозв'язаних проектів.

Мультіпроекти включають зміна тих, що існують або створення нових організацій і фірм. Мультіпроектом вважається виконання безлічі замовлень (проектів) і послуг в рамках виробничої програми фірми, обмеженої її виробничими, фінансовими, тимчасовими можливостями і вимогами замовників.

Можна привести і такі приклади мультипроектов:

- один підрядчик виконує комплекс робіт по окремих контрактах різних об'ємів для різних замовників;
- декілька підрядчиків виконують роботи на комплексах одного об'єкту для одного замовника;
- декілька підрядчиків виконують роботу по окремих контрактах для різних замовників на одній і тій же території.

Монопроекти. Як альтернативні мультипроектам виступають **монопроекти,** що мають чітко обкреслені ресурсні, тимчасові і ін. рамки, що реалізовуються єдиною проектною командою і що є окремі інвестиційні, соціальні і ін. проекти.

Бездефектні проекти як домінуючий чинник використовують підвищену якість.

Зазвичай вартість *бездефектних проектів* вельми висока і вимірюється сотнями мільйонів і навіть мільярдами доларів, наприклад атомні електростанції.

Міжнародні проекти зазвичай відрізняються значною складністю і вартістю. Їх відрізняє також важлива роль в економіці і політиці тих країн, для яких вони розробляються.

Такі проекти зазвичай засновані на взаємодоповнюючих відносинах і можливостях партнерів. Нерідко для вирішення завдань таких проектів створюються спільні підприємства, об'єднуючі два або більш за учасників для досягнення деяких комерційних цілей під певним сумісним контролем. При цьому кожен партнер вносить свій внесок і певним чином бере участь в прибутках.

1.1.2 Мета і стратегія проекту

Розрізняють генеральну мету (говорять також - місію) проекту від цілей першого (і, можливо, подальших) рівнів, а також подцілей/завдань, дій і результатів.

Місія — це генеральна мета проекту, чітко виражена причина його існування. Вона деталізує статус проекту, забезпечує орієнтири для визначення цілей наступних рівнів, а також стратегій на різних організаційних рівнях. Говорять також, що місія — це головне завдання проекту з погляду його майбутніх основних послуг або виробів, його найважливіших ринків і переважних технологій.

Стратегія проекту — центральна ланка у виробленні напрямів дій з метою отримання позначених місією і системою цілій результатів проекту. Підготовку стратегії проекту можна умовно поділити на три послідовні процедури:

- стратегічний аналіз;
- розробка і вибір стратегії;
- реалізація стратегії.

Стратегічний аналіз починається з аналізу зовнішньої і внутрішнього середовища. З боку зовнішнього середовища можна чекати або погроз, або можливостей для реалізації проекту (так званий SWOT-анализ).

Чинником *зовнішнього середовища* відносять:

- технологічні (рівень тих, що існують, наявність нових технологій);
- ресурсозабезпеченість (наявність, доступ);
- економічні (інфляція, процентні ставки, курси валют, податки);

- обмеження державного сектора (ліцензування, законотворчість);
- соціальні (рівень безробіття, традиції, смаки, пів, вік);
- політичні (зовнішня, внутрішня, економічна);
- екологічні (рівень забруднення, заходи);
- конкуренти (кількість, розміри, сила).

Внутрішнє *середовище* включає:

- цільові ринки (ніша, в якій працює фірма, круг її споживачів);
- маркетингові дослідження (наявність фахівців, бюджет маркетингу);
- збут (об'єм продажів, знижки);
- канали розподілу (як, через кого продається);
- виробництво (устаткування, технологія, площі);
- персонал (кваліфікація, чисельність, мотивація, корпоративна культура);
- постачання (постачальники, умови і системи постачання);
- дослідження і розробка НДОКР (рівень, бюджет);
- фінанси (структура капіталу, оборотність, ліквідність, фінансовий стан);
- номенклатуру продукції (ступінь диверсифікації);
- розробку стратегії, виходячи з місії, цілей організації, на основі результатів SWOT-анализа.

Розробка і *вибір стратегії* здійснюються на трьох різних організаційних рівнях:

- к о р п о р а т и в н а с т р а т е г і я (загальний напрям розвитку, тобто стратегія зростання, збереження або скорочення);
- д і л о в а с т р а т е г і я (стратегія конкуренції конкретного товару на конкретному ринку). Стратегія проекту розробляється в рамках ділової стратегії, тобто відповідає на питання, яким чином продукція проекту конкуруватиме на ринку. Очевидно, що вибір стратегії проекту повинен існувати в рамках вже вибраного загального напряму розвитку організації. При розробці *ділової стратегії* використовують три основні підходи:

1) стратегію лідерства у витратах;

2) стратегію диференціації (унікальності по якому-небудь напряму) ;

3) стратегію концентрації на певних напрямах (на групі покупців, номенклатурі виробів і географії їх збуту);

- •ф у н к ц і о н а л ь н а с т р а т е г і я (розробляється для кожного функціонального підрозділу з метою конкретизації вибраний ний стратегії проекту).

Таким чином, при визначенні стратегії проекту необхідно звернути увагу на основні аспекти:

- географічне місцерозташування, в якому діятиме проект;
- вибір корпоративної стратегії;
- вибір позиції на ринку (долі ринку) і розрахунок часу, потрібного для досягнення даної мети;
- установку основного співвідношення "продукт - ринок" для розробки

концепції маркетингу;
- функціональне призначення і область застосування планованої до випуску продукції;
- вибір оптимальної групи клієнтів;
- основні якості продукції, сприяючі успіху, з урахуванням фактичних або потенційних конкурентів;
- використання виключно власних засобів для забезпечення посилення положення на ринку або об'єднання зусиль з іншими компаніями.

Реалізація стратегії має на увазі в першу чергу необхідність певних змін в організаційній структурі і організаційній культурі. Тому необхідно створити спеціальні координаційні механізми на додаток до організаційної структури управління: проектні, міжпроектні (програмні), венчурні (для проектів з високими рівнями рисок) групи.

Істотним елементом стратегії є чинник так званої організаційної культури, що включає : бачення (філософію) організації; пануючі цінності; норми і правила поведінки; очікування майбутніх змін; процедури і поведінкові ритуали.

1.1.3 Керовані параметри проекту

Керованими параметрами проекту є:
- об'єми і види робіт за проектом;
- вартість, витрати, витрати за проектом;
- тимчасові параметри, що включають терміни, тривалість і резерви виконання робіт, етапів, фаз проекту, а також взаємозв'язку робіт ;
- ресурси, потрібні для здійснення проекту, зокрема: людські або трудові, фінансові ресурси, що матеріально-технічні, такі, що розділяються на будівельні матеріали, машини, устаткування, комплектують вироби і деталі, а також обмеження по ресурсах;
- якість проектних рішень, вживаних ресурсів, компонентів проекту і ін.

Проект і процес його реалізації, здійснення є складною системою, в якій сам проект виступає як керована підсистема, а підсистемою, що управляє, є управління проектом.

1.1.4 Результат проекту

Під результатом проекту розуміють продукцію, результати, корисний ефект проекту. Як результат залежно від типу/мети проекту можуть виступати: наукова розробка, новий технологічний процес, програмний засіб, будівельний об'єкт, реалізована учбова програма, реструктурована компанія, сертифікована система якості і так далі. Про успішність проекту (результату) судять по тому, наскільки він (результат) відповідає по своїх затратам/доходним, інноваційним, якісним, тимчасовим, соціальним, екологічним і іншим характеристикам запланованому рівню

1.2. СИСТЕМА УПРАВЛІННЯ ПРОЕКТАМИ

1.2.1 Сутність системи управління проектами, її елементи

Необхідність управління проектами, а саме необхідність координації використання людських та матеріальних ресурсів протягом життєвого циклу проекту за допомогою сучасних методів і техніки управління для досягнення відповідного рівня прибутків учасників проекту, високої якості продукції, пов'язана з масовим зростанням масштабів і складності проектів, вимог до термінів їх здійснення, якості виконуваних робіт.

Початком розвитку управління проектами було створення у 30-х роках XX століття радянськими вченими розробки методів календарного планування з використанням циклограм. Одними з перших методів управління були розроблені на Заході в 50-х роках методи сіткового планування, в 80-х роках появились перші комп'ютерні програми оптимізації процесу управління.

На сьогодні ***управління проектами*** – це визнана у всьому світі методологія вирішення організаційно-технічних проблем, це філософія керівництва проектами. Умови ринку стають більш вибагливими, підвищуються темпи змін, що відбуваються тощо.

Управління проектами – це процес управління командою, ресурсами проекту за допомогою спеціальних методів та прийомів з метою успішного здійснення поставленої цілі.

Важливим елементом є оточення проекту, оскільки важливо визначити середовище, в якому виникає, існує і завершується проект. *Оточення проекту* – це чинники впливу на його підготовку та реалізацію. Їх можна поділити на внутрішні й зовнішні.

До зовнішніх відносяться політичні, економічні, суспільні, правові, науково-технічні, культурні та природні.

До політичних чинників належать: політична стабільність, підтримка проекту державними установами, міжнаціональні взаємини, рівень злочинності, міждержавні стосунки тощо. До правових - стабільність законодавства, дотримання прав людини, прав власності, прав підприємництва. До економічних – структура внутрішнього валового продукту, умови регулювання цін, рівень інфляції, стабільність національної валюти, розвиненість банківської системи, стан ринків, рівень розвитку підприємництва і т.д. Важливим при визначенні оточення проектів є рівень розвитку фундаментальних та прикладних наук, рівень інформаційних та промислових технологій, рівень розвитку енергетики, транспорту, зв'язку, комунікацій тощо.

До внутрішніх належать чинники, пов'язані з організацією проекту. *Організація проекту* є розподілом прав, відповідальності та обов'язків між учасниками проекту. **Учасниками управління проектами** є юридичні або/та фізичні особи, які зобов'язанні виконати деякі дії, передбачені проектом, та інтереси яких будуть задіяні при реалізації проекту.

В число учасників можуть входити інвестори, банки, підрядчики, постачальники, гуртові покупці продукції, лізингодавці та інші фізичні чи юридичні особи. Учасником проекту може бути також держава (рис.1.1.).

Рис. 1.1. Учасники проекту

Автором головної ідеї проекту, його попереднього обґрунтування є ініціатор проекту. Ділова ініціатива по здійсненню проекту, як правило, належить замовнику. Замовник – це зацікавлена сторона в здійсненні проекту, майбутній власник та користувач результатів проекту. Він визначає основні вимоги та масштаби проекту, забезпечує фінансування проекту за рахунок власних коштів або коштів інвесторів, укладає угоди з виконавцями проекту, несе відповідальність по цих угодах та в цілому за проект перед суспільством та законом, керує процесом взаємодії між учасниками проекту.

Якщо *інвестор*, тобто та сторона проекту, яка забезпечує його фінансування, не є замовником, то вкладення коштів у проект можуть здійснювати банки, інвестиційні фонди та інші кредитні організації. Тобто вони вступають у договірні відносини із замовником, контролюють виконання контрактів, здійснюють розрахунки з іншими сторонами по мірі виконання робіт. Ціллю інвесторів є максимізація прибутку на свої інвестиції від реалізації проекту. Вони є повноцінними партнерами проекту й власниками всього майна, яке придбане за рахунок інвестицій до того часу, поки не будуть виплачені всі кошти по контракту (кредитному договору) із замовником.

Свої повноваження по керівництву роботами зі здійснення проекту, а саме планування, контролю та координації робіт всіх учасників проекту, замовник та інвестор делегують *керівнику проекту*. Склад функцій та повноважень керівника проекту визначається контрактом із замовником. Перед керівником та його командою ставиться завдання керівництва та

координації робіт протягом життєвого циклу проекту, до досягнення поставлених цілей та результатів при дотриманні встановлених термінів, бюджету та якості.

Команда проекту - це специфічна організаційна структура, яку очолює керівник проекту. Вона створюється на період здійснення проекту і завданням її є здійснення функцій управління проектом.

Склад команди залежить від характеристик проекту, а саме від його масштабу, складності тощо. Членами команди є: інженер проекту, керівник контрактів, контролер проекту, бухгалтер проекту, керівник відділу матеріально-технічного забезпечення, керівник робіт із проектування, керівник виробництвом (будівництвом тощо), адміністративний помічник. Крім того, учасниками проекту є: контрактор, або генеральний контрактор (сторона, яка бере на себе відповідальність за виконання робіт по контракту), субконтрактор (вступає в договірні відносини з контактором чи субконтрактором більш високого рівня), координатор робіт по експлуатації, проектувальник (юридична особа, що виконує за контрактом проектно-дослідницькі роботи в межах проекту), генеральний підрядчик (юридична особа, чия пропозиція прийнята замовником, несе відповідальність за виконання робіт відповідно до умов контракту), ліцензори (організації, що виділяють ліцензії на право володіння земельною ділянкою, проведення торгів, виконання окремих робіт тощо), постачальники, органи влади, власник земельної ділянки, виробник кінцевої продукції проекту, споживачі продукції. На здійснення проекту можуть впливати й інші сторони з оточення проекту, які можуть бути віднесені до учасників проекту, це: конкуренти основних учасників проекту, спонсори проекту, різні консалтингові, юридичні, посередницькі організації, що залучені в процес здійснення проекту.

Важливим елементом управління проектами є своєчасна та точна підготовка проектних матеріалів.

Проектні матеріали – це сукупність документів, що містять опис і обґрунтування проекту.

Існує також багато й інших елементів та характеристик, які відіграють важливу роль при управлінні проектами, а саме початкові умови, обмеження та вимоги до проекту, види забезпечення проекту, методи та техніка управління проектами тощо.

1.2.2. Цілі та принципи управління проектами. Життєвий цикл проекту

Найважливіша передумова успішного застосування прийомів та методів управління проектами полягає у визначенні й розумінні його цілей. Вони визначають сутність проекту. Визначення цілей та їх опис є основою для подальшої роботи над проектом.

Ціль проекту – це бажаний результат діяльності, який намагаються досягти за певний проміжок часу при заданих умовах реалізації проекту.

При постановці цілей проекту потрібно найти відповіді на наступні питання:

1. Як конкретно повинен виглядати результат проекту (характеристика результатів проекту)?

2. Які умови повинні враховуватись в процесі реалізації проекту (вимоги та обмеження)?

3. Хто це буде робити? Коли це буде зроблено?

4. Скільки це буде коштувати?

Як цілі проекту можуть висуватися економічні і соціальні результати, вирішення соціальних й екологічних проблем і т.д. Цілі проекту повинні бути чітко визначені, результати, що будуть отримані в результаті їх досягнення бути вимірюваними, а обмеження і вимоги повинні бути реально виконуваними. Визначення цілей – процес творчий, але обґрунтування цілей повинне стати документальною угодою основних сторін. Тобто цілі проекту повинні бути описані. Сам процес описання цілей включає наступні складові:

І. Результати проекту: Предмет проекту; Економічна ефективність проекту.

ІІ. Реалізація проекту: Терміни реалізації проекту; Ресурси, що будуть використані.

ІІІ. Ієрархія цілей (як доповнення вказується, яка ієрархія повинна прийматись, якщо одна із цілей не може бути досягнута).

Як правило, для управління проектами характерне визначення однієї ведучої цілі.

Головною ціллю управління проектами є вирішення наступних завдань у найкоротший час, із найменшими витратами та найкращою якістю:

- посилення перспективності проекту, тобто розробка стратегічних напрямків розвитку інноваційних процесів, що передбачені проектом, проведення поточної та оперативної роботи по цих напрямках;
- підвищення якості рішень, що приймаються, визначення кількості цілей і прийняття рішень (їх своєчасність та оперативність, комплексність, тощо);
- збільшення оперативності управління, тобто прагнення всіх учасників проекту до скорочення терміну проектування й реалізації проектних рішень. Це забезпечує: скорочення термінів прийому, обробки та передачі інформації; зменшення числа ланок, рівнів в організаційній структурі управління проектами; наближення центрів прийняття рішень до необхідних виконавців; більш чіткий розподіл і більш тісну кооперацію праці розробників та виконавців проекту;
- забезпечення економічної ефективності проекту, що пов’язано з мінімізацією витрат на здійснення нововведень і максимізацією результату;
- підвищення відповідальності за проектні рішення. Прогресивні рішення позитивно впливають на розвиток підприємства: невдачі,

навпаки, призводять до втрат ресурсів та відбиваються на матеріальному й моральному стані розробників.

Важливим у процесі управління проектами є дотримання основних принципів.

Основними принципами управління проектами є:

- *ціленаправленість*, що виражається в цільовій орієнтації проекту на забезпечення кінцевих цілей діяльності підприємства;

- *системність*, що передбачає розгляд проекту нововведень із системних позицій. Це означає, з однієї сторони, те, що процес управління проектами є одним цілим із своїми закономірностями формування й розвитку, а, з іншої, можливість розділення проекту на підсистеми і дослідження їх взаємозв'язку, оскільки кожна з них впливає як на всі інші підсистеми, так і на весь проект в цілому. Таким чином виникає можливість відкрити і спроектувати раціональний зв'язок підсистем, їх співвідношення і субординацію, дати кількісні й якісні оцінки ходу реалізації проекту та його окремих частин. На практиці потрібна чітка структуризація проекту й розробка комплексу взаємозв'язаних організаційно-економічних, законодавчих, політичних, техніко-технологічних та інших заходів, що забезпечують його реалізацію;

- *комплексність* передбачає розгляд явищ в їх зв'язку і залежності. Комплексний підхід в проект-менеджменті передбачає: спільне використання різних форм та методів управління при розробці і реалізації нововведень; розгляд всіх спільних цілей управління по рівнях і ланках організаційної й виробничої структури підприємства; зв'язок окремих елементів проекту між собою і з головною (кінцевою) ціллю проекту; розгляд окремих проблем проекту з точки зору часових інтервалів;

- *забезпеченість,* яка полягає в тому, що всі заходи, що передбачені проектом, повинні бути укомплектовані різними видами ресурсів, що необхідні для його реалізації;

- *пріоритетність* означає, що при розробці і реалізації проекту перевага надається першочерговим завданням, виходячи з загальної концепції стратегічного розвитку;

- *економічна безпека заходів*, що плануються. Вона повинна розраховуватися на основі оцінки ймовірності виникнення збитків або будь-яких втрат в результаті нездійснених запланованих проектом подій.

Досягнення цілей проекту можливе при застосуванні наступних загальновідомих підходів до управління:

- *класичний підхід*, який об'єднує такі основні функції управління, як планування, організацію, впровадження, контроль та керівництво. Цей підхід був запропонований Генрі Файолем у 1949 році;

- *управління проектом як циклом розв'язання проблеми*. Для вирішення проблеми, що виникла, потрібно здійснити відповідні кроки реалізації проекту. На першому етапі необхідно провести аналіз проблеми, зібрати відповідні дані, розробити можливі пропозиції вирішення проблеми, провести їх оцінку. На наступному етапі важливо здійснити альтернативний

вибір (прийняти найкраще рішення). Наступним кроком є організація команди виконавців, розробка плану, його впровадження, та проведення моніторингу.

- *за життєвим циклом проекту*. **Життєвий цикл проекту** – це час від моменту його задуму до моменту ліквідації.

Слід відмітити, що для різних учасників проекту події "початок проекту - кінець проекту" будуть різними. Наприклад, для інвесторів початок проекту пов'язаний з вкладенням коштів у підприємство. Закінченням проекту буде вилучення об'єкту з експлуатації та припинення отримання прибутку від вкладених коштів. Для інших учасників та виконавців його закінченням буде припинення виконання окремих етапів робіт.

Життєвий цикл проекту розбивають на фази та стадії. Виділяють такі фази життєвого циклу проекту: зародження; зростання; зрілості; завершення.

Стадія проекту одна з послідовно виконуваних частин створення проекту, встановлена нормативними документами, що закінчується заданим результатом.

Фаза зародження включає такі стадії, як розробка концепції, яка характеризується появою загальної ідеї; стадія аналізу та вивчення можливостей, що визначає приблизні витрати, обсяг робіт, терміни виконання, визначається реальність даного проекту.

Фаза зростання включає стадії планування та конструкторської розробки. На даному етапі розробляється план виконання, готуються необхідні документи, тобто загальний бюджет проекту, план ресурсного забезпечення та календарний план. Крім того, розробляються та погоджуються конструкторські розробки (загальна схема, креслення кожного компоненту).

Фаза зрілості включає стадію забезпечення необхідними матеріалами та обладнанням та стадію виробництва. Проводиться контроль обсягів, витрат, якості та своєчасності виконання робіт.

Фаза завершення характеризується завершенням робіт, проводиться оцінка отриманих результатів, аудит, порівняння з наміченими цілями, підсумкова звітність, нагороджується та розпускається команда. Зрозуміло, що наприкінці проекту робляться відповідні висновки, узагальнюються позитивні та негативні результати, їх причини з метою прийняття відповідних рішень та накопичення досвіду.

В міжнародній практиці виділяють чотири стадії розробки та реалізації інвестиційного проекту: передінвестиційна; інвестиційна; експлуатаційна; ліквідаційна.

На першій стадії аналізується ідея ініціатора та розробляється концепція проекту. З метою обґрунтування концепції проекту обов'язково вивчаються прогнози і напрямки розвитку інноваційної діяльності, шляхи розвитку регіону, міста, країни, що зачіпають інтереси підприємства. Особлива увага повинна приділятись аналізу умов для реалізації початкового задуму проекту та передпроектному обґрунтуванню інвестицій, оцінці

життєздатності проекту і т.п. Поява задуму проходить в процесі стратегічного планування як елемент стратегії фірми.

За результатами робіт, що виконані на даній стадії, приймається попереднє інвестиційне рішення та розробляється попередній план.

План проекту являє собою перелік робіт із зазначенням термінів, виконавців, результатів, які ведуть до отримання комплексу показників, що намічені концепцією проекту.

Він є основою для проведення тендерів, укладання контрактів із розробниками й виконавцями всіх передбачених робіт, складання детального сіткового графіка роботи та оцінки робіт, що заплановані.

План складається за участю всіх зацікавлених осіб, що сприяють його реалізації. Частіше всього передінвестиційна стадія закінчується розробкою бізнес-плану, який являє собою конкретний план дій підприємця (суб'єкта господарювання) по реалізації своєї ідеї. Бізнес-план являє собою складну систему техніко-економічних розрахунків, оцінок, обґрунтувань, що на даній стадії детально не завжди вдається зробити. Але всі розділи бізнес-плану повинні бути продумані, а потім уточнені на інвестиційній стадії.

Інвестиційна стадія проекту включає розробку проектно-кошторисної документації, підготовку до будівельно-монтажних робіт, проведення тендерів, конкурсів, аукціонів, укладання контрактів, організацію закупівель і постачання матеріальних цінностей, необхідних для реалізації проекту і т.д. Найбільш важливою частиною є складання проектно-кошторисної документації, оскільки саме на цьому етапі приймаються всі важливі рішення по проекту, проводяться технічні та економічні розрахунки, складаються калькуляції, кошториси, схеми, макети, креслення і т.п. Звичайно, характер цієї документації залежить від об'єкта інвестування й цілей розробки проекту. Крім розробки проекту, до цієї стадії відноситься і реалізація проекту. Реалізація проекту це введення в дію окремих елементів проекту. Наприклад, в інноваційній сфері реалізація полягає в переході до випуску і продажу нової продукції; для проектів будівництва реалізація означає закінчення будівельно-монтажних і пусконалагоджувальних робіт. Дана стадія являється найбільш ризиковою. На цій стадії, як правило, проводиться коригування проектної документації, тривалість її залежить від складності проекту та умов його реалізації.

Стадія експлуатації включає весь період експлуатації проекту. За цей період проект повинен окупити вкладені в розробку та реалізацію ресурси.

На стадії ліквідації проекту проводиться завершення проекту як одноразовий захід. Хоча можливо деякі його частини застосовувати для розробки іншого проекту.

1.2.3 Функції управління проектами

Специфіка методології управління проектами викликає необхідність виокремлення основних функцій, тобто тих задач, які розв'язуються проект-менеджерами в процесі реалізації проекту, а саме:

- прогнозування та планування проектної діяльності;
- організацію роботи;
- координацію й регулювання процесів розробки і реалізації проекту;
- активізацію і стимулювання праці виконавців;
- облік, контроль і аналіз ходу розробки і реалізації проекту.

Основними функціями проектного менеджменту, які визначені Американським Інститутом управління проектами та спрямовані на управління цілями є: управління обсягом робіт, якістю, витратами, часом.

Оскільки цілі, завдання, роботи, їх обсяг змінюється, то виникає необхідність *управління предметною сферою проекту або його обсягом.* Інколи цю функцію називають "управління результатами", "управління роботами або обсягами".

Для проекту повинні бути встановлені вимоги та стандарти якості результатів, по яких оцінюється успішність проекту. Це забезпечує виконання такої функції як *управління якістю*.

Функція *управління витратами* це фінансовий контроль завдяки накопиченню, аналізу та складанню звітів по витратах проекту.

В кожному проекті встановлюється період часу та терміни виконання проекту. *Управління часом* – передбачає планування, складання календарних графіків та їх контроль для забезпечення

вчасного виконання проекту.

Кожний проект має також встановлений бюджет, але для того, щоб він був здійснений в рамках бюджету необхідне *управління вартістю*.

Додатковими функціями, які спрямовані на управління певними об'єктами є:

- *управління персоналом або людськими ресурсами*. В проекті виникає коло обов'язків, пов'язаних з підбором кадрів, розподілом обов'язків, організацією ефективної роботи команди, плануванням і контролем її роботи. Тому дана функція включає спрямування і координацію діяльності людей, залучених до проекту;
- *управління комунікаціями або інформаційними зв'язками* передбачає накопичення інформації, якою обмінюються члени проектної команди, керівництво і яка сприяє успішному завершенню проекту;
- *управління контрактами та забезпеченням проекту* – передбачає проведення відбору, переговорів та підписання замовлень, контроль за постачанням матеріально-технічних ресурсів;
- здійснення проекту пов'язано з невизначеністю різних елементів, тобто з ризиком. Знизити його можна при виконанні функції - *управління ризиком*, що включає сукупність дій, пов'язаних із визначенням ступеня ймовірності виникнення ризику в проекті;
- *управління проектною інтеграцією* – забезпечує координацію всіх функцій проекту .

Саме поєднання даних функцій та інструментів їх реалізації забезпечує реалізацію проекту, дозволяє досягнути бажаного результату.

1.2.4. Обґрунтування доцільності проекту

Початкова фаза проекту розпочинається з процесу формування його концепції та її обґрунтування. Розробка концепції проекту передбачає виконання наступних основних робіт:

- обґрунтування цілей проекту на основі вивчення ринку та аналізу виробничих можливостей;
- попередню оцінку капітальних витрат на проект та прогноз оборотного капіталу;
- оцінку тривалості проекту;
- прогноз збільшення капіталу від реалізації проекту;
- визначення джерел та розмірів фінансування;
- визначення основних характеристик проекту тощо.

Стадія підготовки проекту поділяється на два етапи: попередня оцінка та додаткові дослідження.

Ідея проекту повинна бути детально розроблена на стадії ретельного дослідження. Ідея проекту може бути обумовлена:

- прагненням виконати завдання, що стоять перед країною;
- незадоволеними потребами й пошуком можливих шляхів їх задоволення;
- ініціативою приватних чи державних фірм, які прагнуть одержати переваги у використанні нових можливостей;
- труднощами або обмеженнями в перебігу розробки, викликаними браком важливих виробничих потужностей, нерозвиненістю сервісу, нестачею матеріальних і людських ресурсів або адміністративними чи іншими перешкодами;
- наявністю невикористаних або недовикористаних матеріальних чи людських ресурсів та можливістю їх застосування в продуктивніших галузях;
- необхідністю зробити додаткові капіталовкладення;
- прагненням створити сприятливі умови для формування відповідної інфраструктури виробництва й управління;
- стихійними лихами (посухи, повені та землетруси). Ідеї щодо проекту надходять також з-за кордону в результаті:
- пропозицій іноземних громадян або фірм про інвестиції;
- інвестиційних стратегій, розроблених іншими країнами, а також можливостей, що виникають у зв'язку з міжнародними угодами;
- домінуючих поглядів фахівців або ж консенсусу в рамках міжнародної спільноти з таких питань, як народонаселення, стан навколишнього природного середовища та боротьба із зубожінням;
- діяльності організацій по наданню двосторонньої допомоги і поточних проектів цих організацій у даній країні.

Ідея проекту піддається попередній перевірці в дослідженнях можливостей. Попередні дослідження ґрунтуються здебільшого на загальних

оцінках, ніж на детальному аналізі, тому їх можна проводити у трьох напрямках:

- дослідження регіонів (виявлення можливостей у даному регіоні);
- виробничі дослідження (виявлення можливостей у даній галузі промисловості);
- дослідження природних ресурсів, сільськогосподарської та промислової продукції тощо.

Щоб виявити кращий варіант проекту, потрібно розглянути широке коло можливих його варіантів. Надто часто вибір якогось одного способу чи варіанта проекту робиться передчасно. Корисно внести всі можливі варіанти до початкового переліку обговорюваних ідей, а потім шляхом використання логічної схеми відбору відкинути ті варіанти, які гірші. В міру відсіву альтернативних варіантів деталі й розрахунок кожного аспекту проекту уточнюються. Відхилення варіантів проекту відбувається на основі відбору ідей, які згодом буде прийнято і піддано детальному аналізові на стадіях розробки та експертизи проекту, щоб переконливо мотивувати відхилення якогось варіанту проекту.

Інколи добре виконані дослідження щодо підготовки проекту можуть служити достатнім його обґрунтуванням, проте якщо економічна сторона проекту викликає сумніви, слід неодмінно провести додаткові дослідження за проектом.

Додаткові дослідження включають:

- вивчення ринку за конкретними групами товарів (попит, його стійкість та ціна);
- оцінка конкретних сировинних і матеріальних ресурсів за ступенем доступності існуючих та призначених цін на ці ресурси;
- відбір можливих для використання технологій;
- визначення та уточнення масштабів проекту, можливі транспортні втрати;
- уточнення екологічної допустимості, тобто чіткий план впливу на довкілля;
- визначення потенційних джерел фінансування, порівняння альтернатив;
- визначення часових меж альтернативних проектів.

Коли проектна ідея конкретизована, то вона піддається поточній перевірці на можливість виконання, проводиться дослідження цих можливостей. Попередній аналіз повинен підтвердити можливості технічної реалізації у відповідній країні або регіоні чи місті та виявити всі шанси економічного впровадження.

Передпроектне дослідження повинне дати відповіді на наступні питання:

1. Технічна можливість виконання проекту:

- особливі вимоги до місця реалізації та порівняння з потенційними місцями проекту (клімат, власність на землю і т. ін.);

- наявність або можливість забезпечення машинами та обладнанням, виробнича потужність;

- гнучкість обладнання в розрахунку на диверсифікацію виробництва;

- наявність необхідної інфраструктури;

- кваліфікаційні вимоги до управлінського апарату та обслуговуючого персоналу;

- вимоги до інших ресурсів;

- планові терміни.

2. Економічна можливість виконання проекту:

- очікуваний збут, поділений на найважливіші групи продуктів та регіональні ринки (експорт або внутрішній ринок);

- витрати на створення підприємства, очікувані річні поточні витрати, в тому числі умовно-постійні адміністративно-управлінські витрати і т.д.;

- розвиток ринку робочої с та ринків сировини, основних та додаткових матеріалів;

- можливі інвестори (власний капітал, кредити банків і т.д.);

- фінансовий результат проекту.

3. Обов'язково потрібно визначити також *джерело ризику.*

В заключних проектних дослідженнях, на основі яких приймаються інвестиційні рішення, використовують елементи попередніх етапів аналізу. Як правило, заключні дослідження складаються з наступних частин: техніко-економічний аналіз, фінансовий аналіз та загальноекономічний аналіз.

При проведені **техніко-економічного аналізу** розглядаються питання технічних можливостей, питання ринку збуту та закупівель, потреб матеріалів із врахуванням використовуваної техніки тощо, при цьому враховуються потреба в додатковій інформації зі сторони потенційних партнерів та інвесторів.

Взагалі, техніко-економічний аналіз розбивають на такі пункти:

1. Передісторія та зародження проекту. Зазначається ім'я та адреса ініціатора проекту, галузь і ціль підприємницької діяльності, орієнтація проекту (наприклад, на збут чи на сировинну базу), орієнтація проекту на внутрішній ринок або на експорт, політико-економічна підтримка проекту;

2. Ринок збуту та виробничі потужності. Аналізується річний попит для всієї економіки та регіону, досліджується тенденція розвитку на ринку збуту, виробнича програма, експорт та імпорт продукції галузі, абсолютна виробнича потужність та порівняння з обсягами всього ринку;

3. Ринки матеріалів та інших ресурсів. Розглядаються питання наявності сировини, основних та допоміжних виробничих матеріалів, комплектуючих виробів, наявність комунікацій, тенденції розвитку на ринках закупівель (ціни та обсяги), конкретизується необхідність у ресурсах тощо;

4. Місцезнаходження. Необхідно представити точні дані про місцезнаходження, клімат, можливості забезпечення землею, відстань до ринків сировини та інших закупівельних ринків, відстань до ринків збуту, потенціал робочої с в регіоні, транспортну систему;

5. *Техніка проекту*. Вибраний спосіб виробництва, необхідне обладнання, інженерне забезпечення;

6. *Юридична форма та організаційна структура*, а також інші витрати на організацію;

7. *Потреба в робочій силі для проекту*, при цьому виділяють кваліфікованих та некваліфікованих робочих та менеджерів;

8. *Визначення термінів реалізації проекту.* Визначається тривалість різних етапів проекту та тривалість можливих випробувань.

Фінансовий аналіз може складатися з таких етапів:

1. Спільне представлення грошових потоків надходжень та виплат проекту;

2. Представлення джерел фінансування (власний та позиковий капітал);

3. Складання планових балансів для зовнішнього представлення, планування ліквідності;

4. Розрахунок економічної ефективності;

5. Оцінка проекту за допомогою стандартних критеріїв інвестиційних розрахунків.

Загальноекономічний аналіз включає опис загальної економічної ситуації, спільне представлення витрат та вигід проекту, які торкаються національних економічних суб'єктів, переоцінку витрат та результатів по національно-економічних критеріях тощо.

Необхідно здійснити екологічну та соціальну експертизу майбутнього проекту та зробити загальні висновки.

Екологічна експертиза дозволяє оцінити вплив проекту на навколишнє середовище в таких напрямах:

- забруднення повітряного басейну, ґрунтів та водойомів;
- зниження біологічної різноманітності;
- перевезення, використання або віддалення небезпечних чи токсичних відходів;
- засоленість та заболоченість земель.

Соціальна експертиза дозволяє визначити масштаби впливу проекту на соціальне середовище, вигоди, які отримують мешканці регіону реалізації проекту, а також можливий негативний вплив проекту на населення.

Проект може вважатися вивіреним і готовим для передачі на стадію детальної розробки та реалізації за дотримання таких умов:

- проведено відбір альтернативних варіантів проекту, визначено основні переваги та недоліки;
- ідентифіковано основні організаційні й політичні проблеми, які можуть вплинути на долю проекту, і визначено, як вони можуть бути розв'язані;
- визначено очікувані вигоди й витрати, можливий ризик та шанси реалізації;
- існує цілковита підтримка як влади, так і інших учасників проекту.

1.2.5. Оцінка ефективності проектів

Питання економічної ефективності при плануванні проектів розглядаються в різних масштабах та на різних стадіях планування.

Відповідно розрізняють і методи, що застосовуються на окремих етапах планування та оцінки:

- на етапі проведення технічного аналізу та при плануванні фінансування проекту, коли відомі не всі умови підприємницької діяльності, вибір здійснюється на практиці за допомогою спрощеного *часткового аналі*зу;

- на вирішальній стадії оцінки необхідно розглянути проект в цілому, приймаючи до уваги результати часткового аналізу, а потім прийняти позитивне або відхиляюче проект рішення. Це здійснюється за допомогою *глобальних моделей*. Глобальними вони називаються тому, що дозволяють враховувати всі умови фінансової сфери.

Ефективність проекту *характеризується системою показників, які виражають співвідношення вигід і витрат проекту з погляду його учасників.*

Виділяють такі показники ефективності проекту:

показники комерційної ефективності, які враховують фінансові наслідки реалізації проекту для його безпосередніх учасників;

показники економічної ефективності, які враховують народногосподарські вигоди й витрати проекту, включаючи оцінку екологічних та соціальних наслідків, і допускають грошовий вимір**;**

показники бюджетної ефективності, які відображають фінансові наслідки здійснення проекту для державного та місцевого бюджетів.

Для розрахунку цих показників можуть використовуватись однакові формули, але значення вихідних показників для розрахунків істотно відрізнятимуться.

Залежно від тривалості циклу проекту оцінка показників ефективності може бути різною. Показники комерційної ефективності можуть розраховуватися не тільки на весь цикл проекту, а й на місяць, квартал, рік.

Розрізняють три основні *методи визначення ефективності проектів* на початкових етапах проведення технічного аналізу. Вони не враховують фактор часу або враховують його не повністю:

- порівняння витрат;

- порівняння прибутку;

- порівняння рентабельності, до якого відноситься як спеціальний випадок статистичний метод окупності (pay-back).

До *найпростіших показників ефективності проектів,* які застосовуються при проведенні технічного аналізу відносять:

- капіталовіддачу (річні продажі, поділені на капітальні витрати);

- оборотність товарних запасів (річні продажі, поділені на середньорічний обсяг товарних запасів);

трудовіддачу (річні продажі, поділені на середньорічну кількість зайнятих робітників і службовців).

Однак ці показники відносяться до числа показників моментного статичного ряду і не враховують динамічних процесів у їх взаємозв'язку.

Для оцінки ефективності проектів доцільніше використовувати показники, які дають змогу розрахувати значення критеріїв ефективності проектів, беручи до уваги комплексну оцінку вигід і витрат, зміну вартості грошей у часі та інші чинники. Правильне визначення обсягу початкових витрат на проект є запорукою якості розрахунків окупності проекту

При аналізі ефективності проекту використовують наступні показники:

1.*Сума інвестицій* – це вартість початкових грошових вкладень у проект, без яких він не може здійснюватись. Ці витрати мають довгостроковий характер. За період функціонування проекту протягом його "життєвого циклу", капітал, вкладений у такі активи, повертається у вигляді амортизаційних відрахувань як частина грошового потоку, а капітал вкладений в оборотні активи, в тому числі в грошові активи, по закінченню "життєвого циклу" проекту має залишатися у інвестора у незмінному вигляді й розмірі. Сума інвестицій у фінансові активи являє собою номінальну суму витрат на створення цих активів;

2. *Грошовий потік* – дисконтований або недисконтований дохід від здійснення проекту, який включає чистий прибуток та амортизаційні відрахування, які надходять у складі виручки від реалізації продукції. Якщо у завершальний період "життєвого циклу" проекту підприємство-інвестор одержує кошти у вигляді недоамортизованої вартості основних засобів і нематеріальних активів та має вкладення капіталу в оборотні активи, вони враховуються як грошовий потік за останній період;

3. *Чиста теперішня вартість проекту – Net Present Value (NPV).* Це найвідоміший і найуживаніший критерій. У літературі зустрічаються й інші його назви: чиста приведена вартість, чиста приведена цінність, дисконтовані чисті вигоди. NPV являє собою дисконтовану цінність проекту (поточну вартість доходів або вигід від вкладених інвестицій). Чиста теперішня вартість проекту – це різниця між величиною грошового потоку, дисконтованого за прийнятної ставки доходності і сумою інвестицій. Для розрахунку NPV проекту необхідно визначити ставку дисконту, використати її для дисконтування потоків витрат та вигід і підсумувати дисконтовані вигоди й витрати (витрати зі знаком мінус). При проведенні фінансового аналізу ставка дисконту звичайно є ціною капіталу для фірми. В економічному аналізі ставка дисконту являє собою закладену вартість капіталу, тобто прибуток, який міг би бути одержаний при інвестуванні найприбутковіших альтернативних проектів.

Якщо NPV позитивна, то проект можна рекомендувати для фінансування. Якщо NPV дорівнює нулю, то надходжень від проекту вистачить лише для відновлення вкладеного капіталу. Якщо NPV менша нуля – проект не приймається.

Розрахунок NPV робиться за такими формулами:

$$\text{NPV} = \sum_{t=1}^{n} \frac{B_t - C_t}{(1+i)^t}, \quad (1.1)$$

або

$$\text{NPV} = \sum_{t=1}^{n} \frac{B_t}{(1+i)^t} - \sum_{t=1}^{n} \frac{C_t}{(1+i)^t}, \quad (1.2)$$

де B_t – вигоди проекту в рік t; C_t – витрати на проект у рік t; i – ставка дисконту; n – тривалість (строк життя) проекту.

Основна перевага NPV полягає в тому, що всі розрахунки провадяться на основі грошових потоків, а не чистих доходів. Окрім того, ефективність головного проекту можна оцінити шляхом підсумовування NPV його окремих підпроектів. Це дуже важлива властивість, яка дає змогу використовувати NPV як основний критерій при аналізі проекту.

Основним недоліком NPV є те, що її розрахунок вимагає детального прогнозу грошових потоків на термін життя проекту. Часто робиться припущення про постійність ставки дисконту.

4. Термін окупності інвестицій – це час, протягом якого грошовий потік, одержаний інвестором від втілення проекту, досягає величини вкладених у проект фінансових ресурсів. У господарській практиці його можуть визначати без урахування необхідності грошових потоків у часі або з урахуванням такої необхідності. *Термін окупності проекту – Payback Period (PBP)* використовується переважно в промисловості. Один із найбільш часто вживаних показників оцінки ефективності капітальних вкладень. На відміну від показників, які використовуються у вітчизняній практиці, показник «термін окупності капітальних вкладень» базується не на прибутку, а на грошовому потоці з приведенням коштів, які інвестуються в інновації та суми грошового потоку до теперішньої вартості. Критерій прямо пов'язаний з відшкодуванням капітальних витрат у найкоротший період часу і не сприяє проектам, які дають великі вигоди згодом. Він не може слугувати за міру прибутковості, оскільки грошові потоки після терміну окупності не враховуються. Критерій найменших витрат (НВ) використовується тоді, коли оцінка вигід проекту складна й ненадійна. При цьому порівнюють наведені витрати по різних варіантах проекту і вибирають той, який при найменших витратах забезпечує найкращі результати. Критерій прибутку в перший рік експлуатації дає змогу перевірити, чи забезпечують вигоди за перший рік експлуатації проекту "достатню" дохідність. По ньому порівнюється чистий дохід за перший рік експлуатації з капітальними витратами проекту, включаючи процентний дохід у період робіт по будівництву (береться накопичена сума процентів, а не наведені проценти). Якщо відношення вигід до витрат менше ціни капіталу, то проект, можливо, є передчасним, а при більшому відношенні можна зробити висновок, що з проектом, очевидно, призупинився.

5. *Внутрішня норма рентабельності – Internal Rate of Return (IRR) У* літературі зустрічаються й інші назви: внутрішня ставка рентабельності, внутрішня ставка доходу, внутрішня норма прибутковості. Це рівень ставки

дисконтування, при якому чиста приведена вартість проекту за його життєвий цикл дорівнює нулю. IRR проекту дорівнює ставці дисконту, при якій сумарні дисконтовані вигоди дорівнюють сумарним дисконтованим витратам, тобто IRR є ставкою дисконту, при якій NVP проекту дорівнює нулю. IRR дорівнює максимальному проценту за позиками, який можна платити за використання необхідних ресурсів, залишаючись при цьому на беззбитковому рівні. Розрахунок IRR проводиться методом послідовних наближень величини NPV до нуля при різних ставках дисконту. Розрахунки проводяться за формулою:

$$\sum_{t=1}^{n} \frac{B_t - C_t}{(1+i)^t} = 0. \qquad (1.3)$$

На практиці визначення IRR проводиться за допомогою такої формули:

$$IRR = A + \frac{a(B-A)}{(a-b)}, \qquad (1.4)$$

де A – величина ставки дисконту, при якій NPV позитивна; B – величина ставки дисконту, при якій NPV негативна; a – величина позитивної NPV, при величині ставки дисконту A; b – величина NPV, при величині ставки дисконту B.

При застосуванні IRR виникають такі труднощі:

- неможливо дати однозначну оцінку IRR проектів, у яких зміна знака NPV відбувається більше одного разу;
- при аналізі проектів різного масштабу IRR не завжди узгоджується з NPV;
- застосування IRR неможливе для вибору альтернативних проектів відмінного масштабу, різної тривалості та неоднакових часових проміжків.

6. Коефіцієнт вигід/витрат – Benefit/Cost Ratio (BCR).

BCR є відношенням дисконтованих вигід до дисконтованих витрат. Основна формула розрахунку має такий вигляд:

$$BCR = \frac{\sum_{t=1}^{n} \frac{B_t}{(1+i)^t}}{\sum_{t=1}^{n} \frac{C}{(1+i)^t}}. \qquad (1.5)$$

Критерій відбору проектів полягає в тому, щоб вибрати всі незалежні проекти з коефіцієнтами BCR, більшими або рівними одиниці. При застосуванні цього критерію слід пам'ятати, що коефіцієнт BCR має такі недоліки:

- може давати неправильні ранжирування за перевагою навіть незалежних проектів;
- не годиться при виборі взаємовиключних проектів;
- не показує фактичну величину чистих вигід.

BCR має кілька варіантів розрахунку:

1. *При жорстких обмеженнях на капітал, на відміну від обмежень як по капіталу, так і по поточних витратах:*

$$BCR = (B - ПВ)/КВ, \qquad (1.6)$$

де ПВ – поточні витрати; КВ – капітальні витрати.

2. *За наявності дефіцитних або унікальних ресурсів:*

$$BCR = (B\text{-}C)/R, \quad (1.7)$$

де R – вартість дефіцитних ресурсів.

Прикладом дефіцитних ресурсів може бути іноземна валюта.

Головною потенційною проблемою при застосуванні цих різновидів критерію є подвійний рахунок, якого слід уникати.

Критерій BCR може бути використаний для демонстрації того, наскільки можливе збільшення витрат без перетворення проекту на економічно непривабливий. Основна перевага критерію полягає в можливості швидкого з'ясування його значень для оцінки впливу на результати проекту рівнів ризиків та непевностей.

Індекс прибутковості – Profitability Index (PI) є відношенням суми наведених ефектів (різниця вигід і поточних витрат) до величини інвестицій:

$$PI = \frac{1}{K} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{B_i - C_i^n}{(1+i)^i}, \quad (1.8)$$

PI тісно пов'язаний з NPV. Якщо NPV позитивна, то й PI > 1, і навпаки, якщо PI > 1, проект ефективний, якщо PI < 1 – неефективний.

Термін окупності інвестицій. Застосуємо алгоритм розрахунку інвестицій:

$$TO = (t_0 - 1) + \frac{CI - \sum PV_{(t_0-1)}}{PV_{t_0}}, \quad (1.9)$$

де t_0 - номер першого року, у якому досягається умова $\sum PV \geq CI$; *CI* – сума інвестицій у проект, тис. грн.; *PV* – дисконтовані грошові потоки, тис. грн.

Отже, для даного прикладу, ТО = (3-1) + $\frac{450,0 - 362,04}{363,0}$ = 3,24 роки.

Внутрішня норма рентабельності. Для розрахунку даного показника визначимо NPV, для якої ставки дисконту є негативною. Наприклад, при ставці дисконту 40%, NPV дорівнює 416,98 тис. грн. Отже, IRR = $0,18 + (582,97\,(0,4 - 0,18)\,/(582,97 - 416,98))$ = 0,95, або при ставці 95% сумарні дисконтовані вигоди дорівнюють сумарним дисконтованим витратам. Тобто IRR є ставкою дисконту, при якій NPV проекту дорівнює нулю.

Коефіцієнт вигід/витрат. Даний показник розраховується як відношення дисконтованих вигід до дисконтованих витрат:

605,19 : 98,49 = 6,14.

Отже на 1 грн. теперішньої вартості вкладених коштів у проект підприємство отримає 6,14 грн. теперішньої вартості доходу.

Індекс прибутковості. 582,97/450,0 = 1,3. Отже, PI > 0 і проект є ефективним

1.3. ПЛАНУВАННЯ ПРОЕКТУ ЯК СКЛАДОВА УПРАВЛІННЯ ПРОЕКТАМИ

1.3.1. Планування послідовності робіт

Сітьове планування *– одна з форм графічного відображення змісту робіт і тривалості виконання планів і довгострокових комплексів проектних, планових, організаційних та інших видів діяльності підприємства, яка забезпечує наступну оптимізацію розробленого графіка на основі економіко-математичних методів та комп'ютерної техніки.*

Разом із лінійними графіками та табличними розрахунками сіткові методи планування знаходять широке використання при розробці перспективних планів та моделей створення складних виробничих систем та інших об'єктів довгострокового використання. Сіткові плани робіт підприємства зі створення нової конкурентноспроможної продукції містять не тільки загальну тривалість всього комплексу проектно-виробничої та фінансово-економічної діяльності, але й тривалість та послідовність здійснення окремих процесів чи етапів, а також потребу в необхідних економічних ресурсах.

Застосування сіткового планування допомагає відповісти на такі питання:

1. Скільки часу потрібно на виконання усього проекту?
2. У який час мають розпочинатися та закінчуватися окремі роботи?
3. Які роботи є «критичними» і повинні виконуватися точно з графіком, аби не зірвати терміни виконання проекту в цілому?
4. На який термін можна відкласти виконання "некритичних" робіт, щоб це не вплинуло на терміни виконання проекту?

Сіткове планування полягає передусім у побудові сіткового графіка та обчисленні його параметрів.

Сітьова модель *– множина поєднаних між собою елементів для опису технологічної залежності окремих робіт і етапів майбутніх проектів. Основним плановим документом системи сіткового планування є* ***сітьовий графік****, що являє собою інформаційно-динамічну модель, яка відображає всі логічні взаємозв'язки та результати робіт, необхідні для досягнення кінцевої мети планування.*

Роботами у сітковому графіку називаються будь-які виробничі процеси чи інші дії, які призводять до досягнення певних результатів, подій. Роботою слід вважати і можливі очікування початку наступних процесів, пов'язані з перервами чи додатковими витратами часу.

Подіями називаються кінцеві результати попередніх робіт. Подія являє собою момент завершення планової дії. Події бувають початковими, кінцевими, простими, складними, проміжними, попередніми, наступними і т.д.

На всіх сіткових графіках важливим показником є ***шлях***, що визначає послідовність робіт чи подій, в якій результат однієї стадії збігається з

початковим показником наступної за нею іншої фази. На будь-якому графіку прийнято розрізняти декілька шляхів:

- повний шлях від початкової до кінцевої події;
- шлях, що передує даній події від початкової;
- шлях, наступний за даною подією до кінцевої;
- шлях між декількома подіями;
- критичний шлях від початкової до кінцевої події максимальної тривалості.

Сітьові графіки будуються зліва направо графічним зображенням проектних робіт та визначенням логічних зв'язків між ними. Залежно від способу зображення існують такі види сітьових графіків: стрільчаті графіки; графіки передування.

Стрільчаті графіки почали застосовуватись у 50-х роках. Вони мали вигляд зображення роботи у вигляді стрілки, а зв'язки між роботами зображались у вигляді кіл та мали назву подій, які мали порядкові номери (рис. 1.2).

Графіки передування почали використовуватися у 60-х роках минулого століття. На відміну від стрільчатих, роботи подано у вигляді прямокутників, а стрілками позначають логічні зв'язки (рис. 1.3).

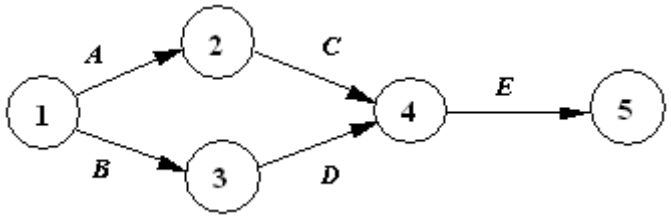


Рис .1.2. Стрільчатий графік

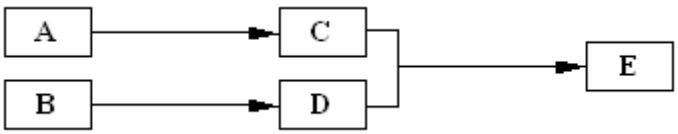


Рис .1.3. Графік передування

Графіки передування мають свої переваги, оскільки такі графіки легше створювати, спочатку зобразивши всі прямокутники - роботи, а потім позначити логічні зв'язки між ними. Для графіків передування легше створювати комп'ютерні програми, які сьогодні використовують. Від графіків передування простіше перейти до діаграм Ганта, які є формою календарного планування.

Ідея графічного зображення взаємозв'язків між роботами не є новою. Новими являються метод оптимізації почасових та вартісних параметрів, критичний шлях та обробка інформації при використанні ЕОМ. Поєднання нових методів із старими привело до створення системи ПЕРТ (метод оцінки та перегляду планів). Завдяки ПЕРТ менеджери швидко можуть визначити "вузькі місця" у виконанні графіків та розподілити належним чином ресурси

з метою ліквідації відставань. Система ПЕРТ може бути реалізована в двох варіантах:

1. ПЕРТ / час;

2. ПЕРТ / витрати.

Перший метод має такі особливості: сітковий графік, почасові оцінки, визначення резервів часу та критичного шляху, прийняття при необхідності оперативних заходів по коригуванню графіка. Сітковий графік ПЕРТ показує послідовність етапів, необхідних для досягнення поставленої цілі. Він включає події, роботи та залежності.

Для кожної роботи, як правило, потрібно від однієї до трьох по-часових оцінки.

Перша — проводиться для критичного шляху. Друга – визначає очікуваний термін настання будь-якої події. Третя оцінка полягає в знаходженні самого пізнього з "найбільш пізніх" термінів, при якому ще не затримується виконання всього проекту.

Метод "ПЕРТ / витрати" являє собою подальший розвиток методу "ПЕРТ /час" у напрямку оптимізації сіткових графіків по вартості. Для нього характерні наступні етапи:

1. Проведення структурного аналізу робіт по проекту;

2. Визначення видів робіт;

3. Побудова сіткових графіків;

4. Встановлення залежностей між тривалістю робіт та вартістю;

5. Періодичне коригування сітки та оцінок;

6. Контроль за ходом виконання робіт;

7. Проведення при необхідності заходів, які забезпечували б виконання робіт по плану.

Сумарні витрати розбиваються на елементи, поки вони не досягають таких розмірів, при яких можливе їх планування та контроль. Ці елементи є вартістю окремих робіт, при цьому окремим роботам присвоюються вартісні значення, що дозволяє підсумовувати вартість груп робіт.

Як зазначає А. Ільїн, існує близько 100 різновидів методу ПЕРТ, але всі вони мають і загальні характеристики. Особливостями застосування цього методу є те, що:

- система дозволяє ретельно планувати проекти, для яких він застосовується;

- ПЕРТ дає можливість моделювати та експериментувати;

- застосування методу розширює участь в плануванні спеціалістів нижчого рівня;

- підвищує ефективність контролю;

- метод застосовується для вирішення різних планових задач;

- для складних сіток вартість застосування системи ПЕРТ є значною, що являється обмеженням в застосуванні її на невеликих об'єктах;

- неточність оцінок знижує ефективність методу;

- якщо час здійснення подій неможливо передбачити (як, наприклад, в наукових дослідженнях), то система не може бути використана.

1.3.2. Календарне планування робіт

Важливе місце у плануванні проекту посідають завдання календарного планування.

Календарне планування *— це процес складання й коригування розкладу, в якому роботи, що виконуються різними організаціями, взаємопов'язуються між собою в часі і з можливостями їх забезпечення різними видами матеріально-технічних та трудових ресурсів.*

При календарному плануванні обов'язково повинно враховуватись дотримання заданих обмежень (тривалість робіт, ліміти ресурсів тощо) та оптимальний розподіл ресурсів.

У ході реалізації проекту застосовуються різні *типи календарних планів*, які можна класифікувати за різними ознаками:

1) за *рівнем планування:*

- календарні плани проекту (розробляються до укладання контрактів);
- функціональні календарні плани робіт (ФКПР).

У свою чергу функціональні календарні плани робіт поділяються

1) за типами робіт:

- ФКПР проектування;
- ФКПР матеріально-технічного забезпечення;
- ФКПР будівництва;
- ФКПР введення в експлуатацію і освоєння.
- ФКПР також можуть бути складені: на окремі елементи, підсистеми, комплекси великого проекту, які в цьому випадку розглядаються як мініпроекти;

2) за глибиною планування:

- перспективні графіки;
- графіки початку й завершення робіт по проекту;
- щомісячні, щотижневі, щоденні.

3) за формою подання:

- логічні мережі;
- графіки;
- діаграми і т.д.

Параметрами календарного плану *в найпростішому варіанті є дати початку та закінчення кожної роботи, їх тривалість та необхідні ресурси.*

В більшості складних календарних планів існують до 6 варіантів моментів початку, закінчення, тривалості робіт та резервів часу. Це – ранні, пізні, базові, планові і фактичні дати, реальний та вільний резерв часу. Методи розрахунку сіткових моделей дозволяють розраховувати тільки ранні та пізні дати. Базові та поточні планові дати необхідно вибирати з врахуванням інших факторів. Існує три варіанти вибору:

1. Календарний план за датою раннього початку. Використовується для стимулювання виконавців проекту;

2. Календарний план за датою пізнього завершення. Використовується для представлення виконання проекту в кращому вигляді для споживача;

3. Календарний план, який вибирається для згладжування ресурсів або для представлення замовнику найбільш ймовірного закінчення.

Дата раннього початку – це найбільш рання дата, коли робота може бути розпочата. Якщо до неї додати тривалість роботи, отримаємо ***дату її раннього завершення***.

Через те, що виконання роботи може залежати від завершення якогось її елемента, існує остання дата, коли робота може бути завершена без затримки роботи проекту. Ця дата обчислюється як сума дати пізнього початку та тривалості виконання роботи.

Якщо дати пізнього та раннього початку відрізняються, то проміжок, коли робота може бути розпочата, називається ***резервом часу*** і визначається як різниця дати пізнього початку та дати раннього початку. Якщо тривалість роботи не змінюється, то різниця між раннім і пізнім початками та раннім і пізнім її завершенням збігається. Таке припущення роблять у більшості систем планування.

Робота з нульовим резервом часу називається ***критичною***, її тривалість визначає тривалість реалізації проекту загалом. ***Критична тривалість*** – мінімальна тривалість, протягом якої може бути виконаний весь комплекс робіт проекту.

Критичний шлях *— шлях у сітковій моделі, тривалість якого рівна критичній. Роботи, що лежать на критичному шляху називаються критичними.*

Метод критичного шляху є основним для розрахунку ранніх та пізніх початків та закінчень робіт та резервів часу. Календарний план як перелік тільки планових параметрів проектних робіт втрачає свій сенс без порівняння з фактичними термінами виконання, тому частіше говорять про *календарний графік*. Він відбиває планові та фактичні дані про початок, кінець і тривалість кожного робочого елементу.

Існують різні *способи відображення календарного плану*:

1. Табличний. У таблиці подається перелік робіт на певному рівні WBS за датами початку, кінця, тривалості по кожній з робіт (табл. 1.2.).

Таблиця 1.2. Календарний план проекту по встановленню пам’ятника

Код роботи	***Робота***	***Тривалість, дні***	***Дата початку***	***Дата кінця***	***Резерв, дні***
A	Зарівнювання землі	3	14.09	16.09	0
B	Заливка постаменту	2	17.09	18.09	0
C	Посадка трави	3	17.09	18.09	1
D	Бетонування	2	18.09	19.09	0
E	Встановлення статуї	1	20.09	20.09	0

2. Діаграмний. Подання у вигляді діаграм Ганта (названа за ім’ям німецького інженера Генрі Ганта який, вперше запропонував цей інструмент календарного планування проектів) (рис. 1.4).

Робота	***Поточна дата***						
	14.09.	***15.09.***	***16.09.***	***17.09.***	***18.09.***	***19.09.***	***20.09.***
A							
B							
C							
D							
E							

Умовні позначення:

	критична робота;
	запас часу.

Рис. 1.4. Діаграма Ганта

Позитивними рисами діаграми Ганта є :

- легкість побудови та читання;
- наочність подання перебігу виконання робіт за проектом;
- дає зрозуміти ідею запасу часу і його використання;
- є прекрасним засобом планування й контролю, передумовою календарного планування потреб у ресурсах;
- є умовою визначення грошових потоків;
- є ключовим документом у процесі прийняття рішень тощо.

Перед тим, як розміщують роботу на діаграмі, потрібно розглянути чи існує логічний зв'язок між роботами, тривалість робіт залежно від забезпечення необхідними ресурсами, розподіл ресурсів між роботами. Діаграма Ганта дає можливість наочно визначити, які роботи є критичними, а які — некритичними, який запас часу мають некритичні роботи, резерв часу, логічний зв'язок між роботами.

Тривалість роботи — це головний параметр планування. Вона залежить від сумарної трудомісткості, що витрачається на виконання елементів роботи, і числа працюючих, які можуть її виконати. Звичайно, що тривалість роботи залежить від обсягу, який потрібно виконати та інтенсивності виконання роботи можна визначити за формулою (1.10):

$$\mathbf{ТР = ТМ : ЧП,} \qquad (1.10)$$

де ТР- тривалість роботи, дні; ТМ- трудомісткість роботи, люд.-днів; ЧП – чисельність працюючих, чол.

При оцінці реальної тривалості потрібно врахувати різні фактори, а саме: втрачений час на непроектні роботи (святкові, вихідні, лікарняні тощо), робота неповний день, перешкоди.

Тривалість деяких робіт може залежати від вчасності постачання матеріалів. Крім того, при призначенні базових або поточних планових дат необхідно враховувати ресурсні обмеження.

Задачі планування мають, як правило, два типи постановки:

1. *Облік потреб в окремих видах ресурсів та їх згладжування*. Дана задача зводиться до побудови гістограм загальної потреби в ресурсах для

заданого варіанта календарного плану. Гістограми показують розподіл потреби у ресурсах в часі, дозволяють порівняти цю потребу з можливостями своєчасного забезпечення ресурсами відповідного проекту і слугують для оцінки якості та реальності варіанта календарного плану.

2. *Розподіл ресурсів.* В залежності від прийнятого критерію оптимальності та характеру обмежень задачі розподілу ресурсів поділяють на: задачі оптимізації відхилень від заданих термінів або мінімізації термінів настання цільових подій при дотриманні обмежень на ресурси та задачі оптимізації деяких показників якості використання ресурсів при заданих термінах виконання комплексу робіт.

При аналізі результатів розрахунків та факторів виконання проекту необхідно виявити можливості та спрогнозувати дію дестабілізуючих факторів, розробити заходи, які сприятимуть виконанню проекту. При необхідності підготувати пропозиції по скороченню тривалості робіт. Обов'язково потрібно зробити аналіз реалізуємості проекту. Він проводиться у дві стадії. На першій – аналізується наявність ресурсів по всіх роботах, на другій – проводиться згладжування ресурсів. Можливо деякі ресурси потрібно купити, орендувати, на виконання деяких робіт потрібно заключити контракти тощо. Для кожної операції відома оцінка вартості, тому для аналізу економічної реалізуємості потрібно мати набір вартостей в залежності від тривалості виконання кожної операції. Економічна можливість реалізації необхідна для визначення тривалості проекту, яка відповідає мінімальній вартості.

В цілому аналіз можливості реалізації проекту проводиться на основі вхідної інформації з врахуванням технічного проекту календарного плану, оцінки витрат за додатковими критеріями таким чином:

- проводиться інтегральна оцінка надійності проекту, а саме: ресурсні можливості реалізації (чи достатньо ресурсів і чи можливо отримати необхідні ресурси для виконання робіт); економічні можливості реалізації (мінімальні витрати за даним варіантом); фінансові можливості реалізації (чи буде план забезпечений фінансовими ресурсами);
- на основі проведеної оцінки проводяться коригування, оптимізація проекту (чи задовольняє проект плану плановим критеріям) і приймається робочий проект календарного плану.

Документація по пакету календарного плану проекту включає:

- комплексний (зведений) календарний план;
- детальні календарні плани по виконавцях;
- детальні календарні плани по пакетах робіт;
- відомості потреб у ресурсах;
- графіки постачання: технологічного обладнання, матеріалів, машин, транспортних засобів та ін.;
- план підписання контрактів;
- організаційно-технологічні заходи щодо реалізації плану;
- план контролю за ходом виконання робіт.

1.3.3. Головна мета, завдання та методологія розробки сіткових графіків

Сіткові моделі використовуються на вітчизняних підприємствах при плануванні підготовки виробництва та освоєнні нових виробів. Сіткове планування дозволяє не тільки визначити потреби різних виробничих ресурсів у майбутньому, але й координувати їхнє раціональне використання на даний момент.

Найважливішими *етапами сіткового планування є* такі:

- розподіл комплексу робіт на окремі частини і їхнє закріплення за виконавцями;
- виявлення й опис кожним виконавцем усіх подій і робіт, необхідних для досягнення поставленої мети;
- побудова первинних сіткових графіків і уточнення змісту планових робіт;
- об'єднання окремих частин сіток і побудова зведеного сіткового графіка виконання комплексу робіт;
- обґрунтування чи уточнення часу виконання кожної роботи у сітковому графіку.

На початку сіткового планування випуску нового виробу необхідно виявити, якими подіями буде характеризуватися комплекс робіт. Кожна подія повинна встановлювати завершеність попередніх дій. Усі події і роботи, що входять у заданий комплекс, рекомендується перераховувати у порядку їх виконання, проте окремі з них можуть виконуватися одночасно.

Далі проводиться побудова первинних сіткових графіків, їх перевірка та об'єднання окремих сіток у зведену модель.

Завершальним етапом сіткового планування є визначення тривалості виконання окремих робіт чи сукупних процесів. Для встановлення тривалості будь-яких робіт необхідно, насамперед, користуватися відповідними нормативами чи нормами трудових затрат. А у разі відсутності вихідних нормативних даних тривалість усіх процесів і робіт може бути встановлена різними методами, у тому числі і за допомогою експертних оцінок.

По кожній роботі, як правило, дається декілька оцінок часу: мінімальна, максимальна та найімовірніша. Отримана найімовірніша оцінка часу не може бути прийнята як нормативний показник часу виконання кожної роботи, оскільки у більшості дана оцінка є суб'єктивною і багато у чому залежить від досвіду відповідального виконавця. Тому для визначення часу виконання кожної роботи експертні оцінки підлягають статистичній обробці.

На спрощеному графіку (рис. 1.5.) представлений процес освоєння нового продукту, що є предметом планування й охоплює період з моменту появи задуму до проведення пробних продажів і просування товару на ринок.

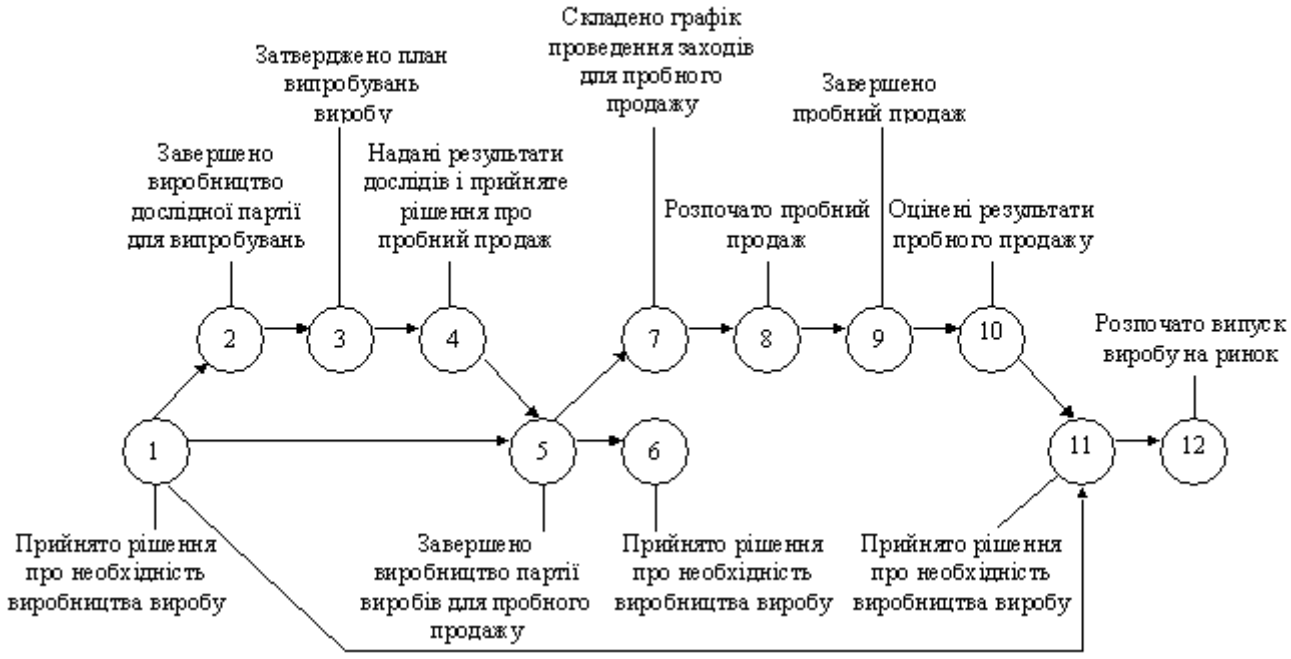


Рис. 1.5. Сітковий графік процесу планування асортименту продукції

Графік показує послідовність операцій по випуску нового виробу на ринок. Моменти завершення етапів позначені кружками, що іменуються "подіями", а відрізки часу між специфічними подіями зображені у вигляді стрілок і називаються “роботами”.

Подія, що відбувається у визначений момент, може залежати як від єдиної події, так і від комплексу попередніх взаємозалежних подій. Жодна подія не може мати місця без завершення попередніх операцій.

З графіку видно, що найбільш тривалий повний цикл планування нової продукції включає наступну послідовність подій: 1, 2, 3,4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. На графіку він зображений “жирною” лінією. Цикл охоплює період із моменту ухвалення рішення про необхідність виробництва виробу до моменту випуску його на національний ринок за умови, що всі етапи планування продукції відбуваються в чіткій послідовності. Затримка у виконанні будь-якої операції на цьому шляху веде до відставання від графіка процесу планування.

Однак, підприємство може також знехтувати такими запобіжними заходами як випробування виробу за допомогою споживачів (події 1, 2, 3, 4) чи пробний продаж (події 5, 6, 7, 8, 9, 10) до прийняття рішення про негайний випуск виробу на ринок (події 1, 11, 12). З метою спрощення сіткового графіка всі можливі варіанти освоєння нового виробу на ньому не показані. Наприклад, рішення про випуск виробу на ринок (подія 11) може бути прийняте після проведення випробувань (подія 4). У цьому випадку на графіку варто провести лінію з події 4 у подію 11. В усіх цих варіантах цикл освоєння нового виробу значно скорочується.

Як свідчить досвід, найбільший ринковий успіх приходить, зазвичай, до виробників із новим товаром, що послідовно проходить весь цикл планування, при цьому втрати від скорочення циклу можуть бути значними.

Цей спрощений сітковий графік у застосуванні до планування асортименту продукції може бути використаний для того, щоб при розрахунку часу на весь цикл врахувати варіації часу, необхідного для кожної операції, тобто визначити найбільш ймовірний і оптимальний терміни завершення циклу.

Тривалість усього циклу може бути скорочена, але за умови залучення додаткових ресурсів і прикладання додаткових зусиль на критичних етапах (наприклад, при дослідженні ринку чи проведенні пробних продажів).

Взагалі існує три типи сіткових моделей, які використовуються для складних проектів, а саме:

- моделі типу “вершини — роботи”. Роботи представлені у вигляді прямокутників, що пов’язані логічними залежностями (рис. 1.6.);

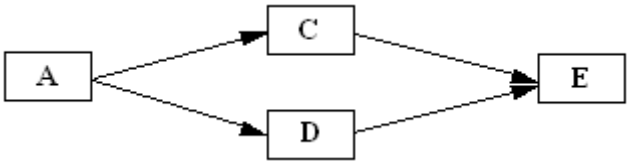


Рис. 1.6. Проста сітка типу “вершини — роботи”

- моделі “вершини — події”(кожна робота визначається i,j номером – початок – закінчення. Робота визначається стрілками між двома вузлами і визначається номерами вузлів, які вона пов’язує (рис.1.7.));

- змішані (робота представлена у вигляді прямокутника (вузла) або лінії (стрілки). Крім того, існують прямокутники та лінії, які не представляють роботу: одночасні події та логічні залежності. Лінії використовуються не для об’єднання прямокутників по початках та закінченнях, а для відображення моменту часу до, під час виконання або після виконання роботи.

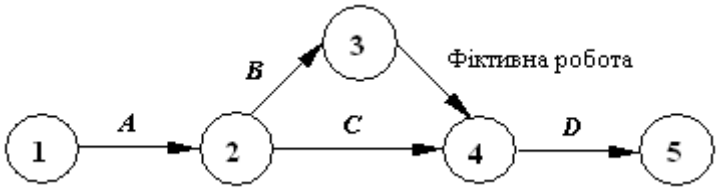


Рис. 1.7. Сіть типу “вершини — події”

Усі види сіткових моделей забезпечують розрахунок раннього та пізнього початку й закінчення, резервів часу для кожної роботи проекту, у припущенні, що задані тривалості робіт і логічні залежності між ними. Основа цього є настільки потужною, що дозволяє відслідковувати різні варіанти і за формулою "ЩО-ЯКЩО", яка передбачає варіювання тривалостями і логічними залежностями між роботами.

Алгоритм розрахунку сіткової моделі. Тривалість — час виконання роботи. Ранні й пізні дати. Ці дати можуть бути визначені на основі оціночних тривалостей всіх робіт. Початок і закінчення однієї роботи може залежати від закінчення іншої. Таким чином існує сама рання дата, коли робота може бути розпочата — дата раннього початку. Дата раннього початку та оціночна тривалість роботи складають дату раннього закінчення.

Якщо дата пізнього початку відрізняється від дати раннього початку, то проміжок, під час якого робота може бути розпочата, називається резервом часу.

Ранні початок і закінчення розраховуються на етапі прямого проходу по сітці. Ранній початок першої роботи дорівнює 0, раннє закінчення розраховується додаванням значення тривалості роботи. Раннє закінчення перетворюється у наступній роботі у ранній початок відніманням випередження або додаванням запізнення, які передбачають залежність закінчення-початок. Для залежності "початок-закінчення" час початку перетворюється у закінчення. Якщо робота має дві чи більше попередніх робіт, то перетворюється робота з максимальним значенням раннього закінчення. Процес повторюється по всій сітці.

Дати пізнього початку, пізнього закінчення, резерв часу розраховуються при виконанні зворотного проходу. Пізнє закінчення останньої роботи приймається рівним її ранньому закінченню. Шляхом віднімання тривалості роботи підраховується пізній початок. Пізній початок перетворюється у пізнє закінчення попередньої роботи. Перетворена дата початку або закінчення приймається у якості нового часу початку або закінчення у відповідності з типом залежності. Коли робота має дві чи більше попередніх роботи, вибирається робота з найменшим значенням часу початку (після віднімання запізнення й додавання випередження). Процес повторюється по всій сітці. Резерв часу у першої й останньої роботи повинен дорівнювати 0.

Визначення критичного шляху, критичної тривалості та критичних робіт.

Роботи з нульовим резервом часу називаються *критичними*; їх тривалість визначає тривалість проекту в цілому.

Розрахунки основних параметрів сіткових графіків повинні бути використані при аналізі й оптимізації сіткових стратегічних планів.

Оптимізація сіткових графіків *полягає у покращенні процесів планування, організації й управління комплексом робіт із метою скорочення витрат економічних ресурсів і підвищення фінансових результатів при заданих обмеженнях.*

На етапі оптимізації може виникнути необхідність у деяких змінах плану для задоволення тих чи інших критеріїв. Ці зміни можуть викликати необхідність повернення до попередніх етапів планування. В результаті отримується скоригований генеральний розклад проекту, який близький до оптимального.

Необхідно також провести перевірку можливості прийняття оптимального, в математичному змісті, плану з врахуванням таких критеріїв, як мінімальна тривалість виконання проекту, мінімальна вартість, максимальне використання власних ресурсів, максимальне задоволення замовника тощо. Ці критерії незалежні. Наприклад, максимізація використання внутрішніх ресурсів не обов’язково приводить до мінімізації вартості та тривалості виконання проекту.

При системному підході оптимізується декілька варіантів, що проаналізовані на можливість реалізації, і вибирається варіант, який найкраще задовольняє встановлені критерії. Якщо на попередніх етапах проходив розвиток тільки одного варіанта (а не побудова альтернативних рішень), то завдання вибору не виникає, і оптимальне рішення стає планом, який приймається.

Такі математичні методи як моделювання, лінійне, динамічне програмування, теорія ігор та інші можуть бути використані для визначення оптимального плану, але в таких задачах число змінних та обмежень дуже велике, тому не завжди можна використати математичні можливості і тоді використовують ітеративні методи, використовують евристику, яка дозволяє визначити якщо не оптимальний план, то хоча б прийнятний.

1.3.4 Джерела ресурсного забезпечення проекту та їх вибір

До ресурсів проекту відносяться трудові ресурси, обладнання, матеріали та грошові кошти. Крім того, вони поділяються на два основних класи — відновлювані, тобто ті, що можуть бути повторно використані на різних операціях проекту (трудові ресурси, обладнання), та не відновлювані, які на операціях проекту витрачаються та використовуватись більше не можуть (матеріали). Одним із важливих питань в управлінні проектами є питання планування потреби в ресурсах. Іноді існує така ситуація, коли підприємства не планують належним чином і не наділяють проектну команду належними ресурсами, що на кінцевому етапі призводить до негативних результатів.

*Тому **планування ресурсів** повинно означати визначення того, які ресурси та в якій кількості будуть використані на роботах проекту.*

Планування ресурсів передбачає здійснення таких етапів:

1. Загальна оцінка потреби у ресурсах та їх розподіл у часі, а саме грошових коштів, матеріалів, технологічного обладнання, енергетичних ресурсів, трудових ресурсів, машин, механізмів, виробничих площ, обчислювальної техніки тощо;
2. Складання таблиці потреб у ресурсах по роботах проекту;
3. Побудова ресурсної гістограми (побудова стовпчикової діаграми, де по горизонталі вказуються календарні терміни, по вертикалі – щоденна кількість необхідних для виконання усіх робіт ресурсів по кожній професії окремо);
4. Складання таблиці наявних ресурсів;
5. Зіставлення потреби і наявності ресурсів, визначення їх нестачі або надлишків;
6. Визначення постачальників ресурсів по проекту;
7. Оптимізацію сумарних графіків потреби в ресурсах;
8. Врахування факторів, які впливають на забезпеченість проекту ресурсами;

9. Формування графіків постачання ресурсів;

За необхідності використання прийомів планування в умовах обмежених ресурсів (якщо ресурс лімітований або його неможливо збільшити, необхідно подовжити тривалість роботи, поки цей ресурс стане доступним) або обмеженого часу (застосовують коли неможливо подовжити термін виконання проекту, потрібно поновлювати нестачу ресурсів за рахунок додаткового їх придбання);

10. Перепланування календарного плану;

11. Контроль і побудова нових ресурсних планів і гістограм.

Обсяг потреби в ресурсах безпосередньо залежить від масштабу проекту, тобто від обсягу робіт, які треба виконати.

Для того, щоб забезпечити виконання проекту необхідно визначити джерела фінансування проекту.

Фінансування проекту класифікується за різними ознаками:

1. За походженням капіталу: внутрішнє та зовнішнє фінансування;

2. За юридичним статусом власника капіталу: власне та позикове фінансування;

3. За тривалістю надання капіталу: безстрокове, довгострокове (більше 5 років), середньострокове (від 1 до 5 років), короткострокове (до 1 року).

Існують такі джерела фінансування:

- власні фінансові кошти, а саме нерозподілений прибуток, амортизаційні відрахування, статутний капітал, внески власного капіталу, зокрема, поширеною формою фінансування проектів є одержання фінансових ресурсів через випуск акцій та облігацій;
- різні форми позикових коштів, а саме кредити, позики тощо;
- іноземні та міжнародні інвестиції, лізингове фінансування;
- асигнування з державного, регіонального або місцевого бюджету.

Кожне з цих джерел має свої переваги та недоліки. У світовій практиці основною формою залучення засобів для інвестування є розширення акціонерного капіталу, а також позики й випуск облігацій.

Процес фінансування проекту передбачає такі етапи:

1. Попереднє вивчення життєздатності проекту, яке передбачає визначення доцільності фінансування, а саме чи буде отриманий хоча б середній прибуток;

2. Розробка плану його реалізації. На цьому етапі визначають всі показники та ризики, прогнозують вплив на проект внутрішніх та зовнішніх чинників;

3. Розробка схеми фінансування проекту;

4. Контроль за виконанням плану фінансування та його умовами, як правило, по таких аспектах, як фактичні витрати, потік грошових коштів, фінансовий стан, звітність, управління фінансами.

Здійснення проектів проходить на контрактній основі, яка використовується як для залучення окремих спеціалістів, різних підрядних і субпідрядних організацій і фірм для виконання робіт та послуг, так і для закупок і поставок необхідного обладнання і матеріально-технічних ресурсів.

Функції управління контрактами й забезпечення проекту ресурсами включають процеси вибору стратегії контрактної діяльності; інформаційно-рекламну роботу; визначення складу, номенклатури і строків залучених по контракту суб'єктів; підготовку контрактних пропозицій; вибір контрагентів і постачальників шляхом торгів, конкурсів, тендерів та інше; підготовку документації; підписання контрактів, контроль за ходом їх виконання, закриття і розрахунки по завершених контрактах.

Планування контрактів включає два основних процеси:

- визначення того, які ресурси та послуги необхідні в проекті;
- підготовка умов (документування вимог до ресурсів та послуг і визначення потенційних постачальників).

Планування контрактів — це процес визначення того, як потреби проекту можуть бути найкращим чином задоволені шляхом придбання ресурсів чи послуг у зовнішніх організацій.

При цьому розглядаються наступні питання:

- чи купувати продукти та
послуги?
- як це зробити?
- що саме придбати?
- скільки придбати?
- коли придбати?

В залежності від того, які ресурси чи послуги купуються, можуть використовуватися різноманітні типи контрактів. Можна виділити три основні типи контрактів:

- контракт із фіксованою ціною;
- контракт із фіксованою ціною одиниці продукції;
- контракт із відшкодуванням витрат (покриття замовником витрат, пов'язаних із виконанням умов контракту).

План управління контрактами повинен описувати, методи та принципи управління контрактами протягом всього проекту, наприклад, відповідати на питання:

- які типи контрактів будуть використані;
- якщо будуть необхідні незалежні оцінки, то до кого і коли за ними звертатися;
- якщо в організації є контрактний підрозділ, то як він повинен взаємодіяти з командою проекту;
- якщо необхідні типові контракти, то де їх знайти;
- як будуть складатись відносини з підрядником;
- як буде організована звітність підрядника і як будуть координуватися контракти та розклади виконання проекту.

План управління контрактами входить в план проекту як одна з основних частин.

Зміст роботи описує предмет контракту досить детально, щоб потенційні постачальники могли вирішити чи здатні вони поставити необхідний продукт. Він може мінятися протягом процесів контрактації.

Готується для кожного ресурсу і послуги, часом для групи. Зміст роботи повинен бути настільки детальним, наскільки це можливо. В тому числі він повинен включати:

- специфікації (опис поставок, послуг або персоналу, що є предметом контракту з точки зору їх фізичних, виробничих і функціональних характеристик);
- організацію звітності постачальника і вимоги до супроводження поставленого продукту після завершення проекту;
- місце контракту в ієрархічній структурі контрактів (ІСК). ІСК відображає контрактні роботи, які необхідно виконати і те, як вони будуть виконуватись і керуватись. ІСК повинна включати рівні, по яким буде надаватись звітність.

Для одержання контрактних пропозицій використовується тендерна документація. Тендерна документація повинна бути структурована таким чином, щоб сприяти представленню точних і повних пропозицій. Вона повинна включати зміст роботи, опис бажаної форми представлення пропозицій, умови контрактів (типовий проект контракту, умови конфіденційності). Тендерна документація повинна бути детально обґрунтованою і гнучкою, щоб можна було запропонувати альтернативні шляхи виконання поставлених умов.

Критерії оцінки, що використовуються для оцінки тендерних пропозицій повинні бути як об'єктивними так і суб'єктивними. Вони включаються в тендерну документацію та можуть зводитись до ціни, якщо предмет торгів може бути одержаний з різних джерел. В іншому випадку повинні бути ідентифіковані й документовані за іншими критеріями. Наприклад, за такими як:

- розуміння потреб;
- вартість;
- технічні можливості;
- управлінські можливості;
- фінансові можливості.

Кінцевим результатом процесу планування ресурсів є представлення переліку типів і кількості ресурсів, необхідних для виконання проекту. Ці ресурси будуть уточнюватися за результатами наступних стадій планування та аналізу плану проекту.

1.3.5. Планування витрат

Важливою складовою реалізації проекту являється також і планування витрат. Планувати витрати потрібно так, щоб вони могли задовольнити потреби у фінансових ресурсах протягом усього періоду реалізації проекту.

Метою планування витрат проекту є:

- економічно обґрунтоване визначення витрат на виконання проектних робіт та визначення життєздатності проекту;

- одержання фінансування та розподіл ресурсів;
- організація внутрішньогосподарського розрахунку та управлінського обліку у відособлених структурних підрозділах проектної організації;
- необхідність здійснення контролю;
- визначення реальної ціни, за якою проектна організація спроможна виконати проектні роботи, щодо яких провадяться торги (тендери).

Планування собівартості проектних робіт в Україні здійснюється відповідно до Методичних рекомендацій з формування собівартості проектних робіт з урахуванням вимог Положень (стандартів) бухгалтерського обліку затверджених Наказом Державного комітету будівництва, архітектури та житлової політики України від 29.03.2002 р. № 64. Витрати проекту класифікуються за такими ознаками:

- *всі витрати за проектом* поділяються на інвестиційні та поточні.

До *інвестиційних* належать витрати на інвестиції до основного капіталу (придбання землі, будівництво приміщень та споруд, купівля або оренда технології та обладнання), передвиробничі витрати на потреби в обіговому капіталі.

Поточні витрати — витрати на випуск продукції, що містять витрати на придбання сировини, основних та допоміжних матеріалів, оплату праці, загальнозаводські та накладні витрати, що припадають на звітний період;

- *за місцем виконання робіт* витрати поділяються на: витрати відділу, сектору, лабораторії, тимчасового творчого колективу, експедиції, партії, дільниці, служби або іншого адміністративно-відособленого структурного підрозділу тощо.
- *за видами витрат* класифікація здійснюється за економічними елементами та статтями калькулювання. До елементів витрат належить сукупність однорідних за своїм економічним змістом витрат, а до статей калькулювання витрат один або декілька елементів;
- *залежно від обраного об'єкта обліку витрат*: витрати за розробками, темами, об'єктами проектування, етапами, завданнями тощо, затвердженими у встановленому порядку, укладеними договорами на розроблення та виконання проектних робіт;
- *за способами включення у собівартість проектних робіт та за характером участі у процесі виробництва* витрати поділяються на прямі та непрямі.

Прямі — це витрати, які безпосередньо пов'язані з виконанням проектних робіт і включаються у виробничу собівартість проектних робіт відповідних об'єктів обліку за прямою ознакою, зокрема: прямі матеріальні витрати, прямі витрати на оплату праці; відрахування на соціальні заходи, інші прямі витрати.

Непрямі (надалі — загальновиробничі витрати) — це витрати, що пов’язані з управлінням та обслуговуванням виробництва, організацією виконання проектних робіт та інші витрати, які не можуть бути віднесені економічно доцільним шляхом безпосередньо до конкретного об'єкта витрат.

- *залежно від зміни обсягів виконаних проектних робіт* виробничі витрати поділяються на постійні та змінні.

Змінні витрати — це витрати, величина яких зростає при збільшенні обсягів виконаних

проектних робіт і зменшується при їх зменшенні. До цих витрат відносяться: витрати на матеріали, на оплату праці робітників, відрахування на соціальні заходи тощо.

Постійні витрати — це витрати, величина яких залишається незмінною при зміні обсягу виконаних проектних робіт. До цих витрат відносяться: витрати, пов'язані з управлінням, організацією та обслуговуванням виробництва;

- *за ознакою відношення до собівартості робіт* витрати поділяються на виробничі витрати та витрати періоду.

Виробничі витрати — це витрати проектної організації, пов'язані з виконанням проектно-вишукувальних робіт. Виробничі витрати утворюють виробничу собівартість проектних робіт і є її складовою.

Витрати періоду — це витрати, які не включаються у виробничу собівартість і розглядаються як витрати того періоду, в якому вони були здійснені. Це адміністративні витрати, витрати на збут та інші операційні витрати.

- *за календарними періодами*, протягом яких витрати включаються у собівартість проектних робіт: місяць, квартал, рік, операційний цикл.

Планування витрат на проведення проектних робіт здійснюється на основі розрахунків, результати яких відображаються в калькуляції собівартості об'єкта планування (обліку), в тому числі собівартості робіт, які підлягають виконанню у поточному році.

З метою визначення суми витрат за статтями калькуляції в цілому по організації (на рік, квартал) може розроблятися "Зведена калькуляція собівартості проектних робіт".

Вихідною інформацією для планування витрат на проект є кошторисна документація по проекту та календарний план проекту.

Кошторис витрат проекту є комплексом розрахунків для визначення розміру витрат на проект. Це документ, який визначає вартість проекту та є інструментом контролю й аналізу витрат грошових коштів на проект.

На основі кошторису визначаються обсяги капітальних вкладень, які включають витрати на придбання технологічного, енергетичного та іншого обладнання, пристроїв, інструменту та виробничого інвентарю, необхідного для функціонування підприємства, роботи по монтажу цього обладнання, розробка проектної документації та ін.

Складання кошторисів на роботи — це процес планування по відповідних статтях усіх витрат, що виникають під час виконання проекту.

1.3.6 Оптимізація недостатньої кількості ресурсів

Для узгодження календарних термінів виконання робіт із наявними ресурсами, з метою подальшого контролю та прийняття відповідних рішень здійснюють також календарне планування витрат, тобто розподіл витрат по ранніх та пізніх термінах виконання.

Плануючи витрати, необхідно мати дані про щорічну потребу у фінансуванні, а для початку — її поквартальний і помісячний поділ. Тому процес формування бюджету проекту є розподілом кошторисної вартості в часі за календарним планом. Бюджет проекту необхідно складати так, щоб усі його компоненти (зокрема, розрахунки) можна було легко аналізувати й перевіряти. Загальний бюджет відбиває витрати коштів на проект за роками протягом усього періоду його реалізації. При цьому бюджет з поквартальним і помісячним поділом визначають із великим ступенем точності, а бюджети наступних років можуть змінюватися зі зміною цін. На загальному бюджеті базуються плани окремих виконавців.

Складовими календаря бюджету проекту є:

- календар витрат (включаючи дати платежів);
- умови платежів, принаймні для основних категорій витрат;
- критичні моменти реалізації проекту (наприклад, необхідність одночасних платежів у певний період) і засоби зниження пов'язаних із цим ризиків.

Календар реалізації бюджету має три рівні. На першому рівні послідовно підсумовують кошторисну вартість усіх робіт календарного плану і будують інтегральну криву освоєння коштів протягом усього періоду реалізації проекту. При цьому розглядають альтернативні варіанти планування витрат: за ранніх і пізніх термінів початку робіт і усереднений (найімовірніший) варіант розподілу витрат у часі. Приклад інтегральної кривої вартості проекту наведений на рис. 1.8.

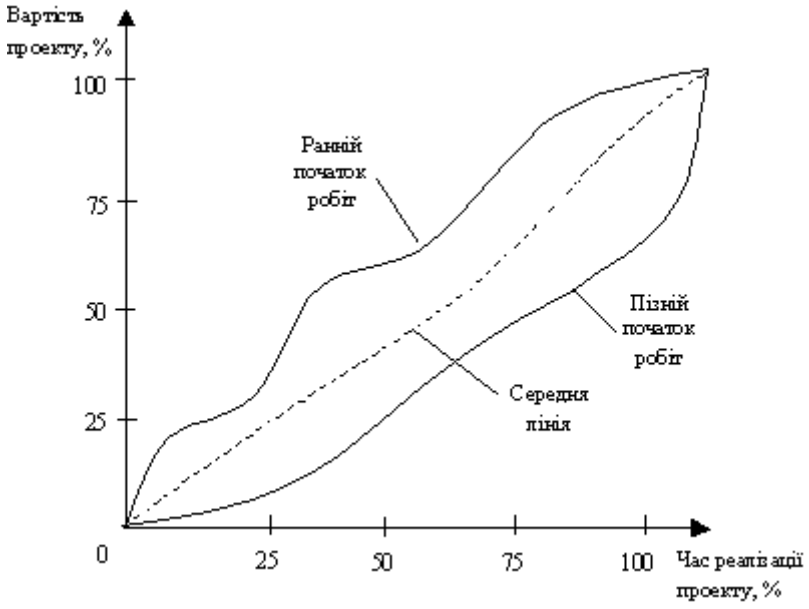


Рис. 1.8. Інтегральні криві вартості проекту

На другому рівні визначають джерела надходження коштів для реалізації проекту і конкретизують терміни фінансування окремих етапів реалізації проекту.

На третьому рівні розраховують реальну вартість реалізації проекту для його замовника (власника) з урахуванням вартості у часі.

При визначені планових дат, при складанні календарного бюджету, необхідно враховувати також ресурсні обмеження.

Взагалі, існує три види залежності потреби в ресурсах від тривалості робіт:

- постійний - протягом всього циклу виконання робіт, величина запланованих ресурсів не змінюється;
- ступінчастий - протягом роботи завантаження ресурсу змінюється скачкоподібно;
- трикутниковий, тобто зростає від початку роботи до максимального значення, а потім спадає до кінця роботи.

Якщо ресурс лімітований або його неможливо збільшити, то потрібно продовжити тривалість роботи, поки цей ресурс не стане доступним. Інший випадок, якщо неможливо подовжити тривалість виконання проекту, то потреба в ресурсах задовольняється шляхом їх додаткового придбання. Якщо потреби в ресурсах відомі та встановлені дати початку та закінчення, то можливо побудувати таблицю рівнів ресурсів або ресурсну гістограму, тобто визначити функцію зміни потреб для кожного виду ресурсів. Гістограма потреби в ресурсах подібна до стовпчикових діаграм, по горизонтальній осі вказуються календарні терміни, а по вертикалі – щоденна кількість необхідних для виконання усіх робіт ресурсів, тобто фіксується кількість наявних ресурсів у розрізі календарного часу (рис 1.9.).

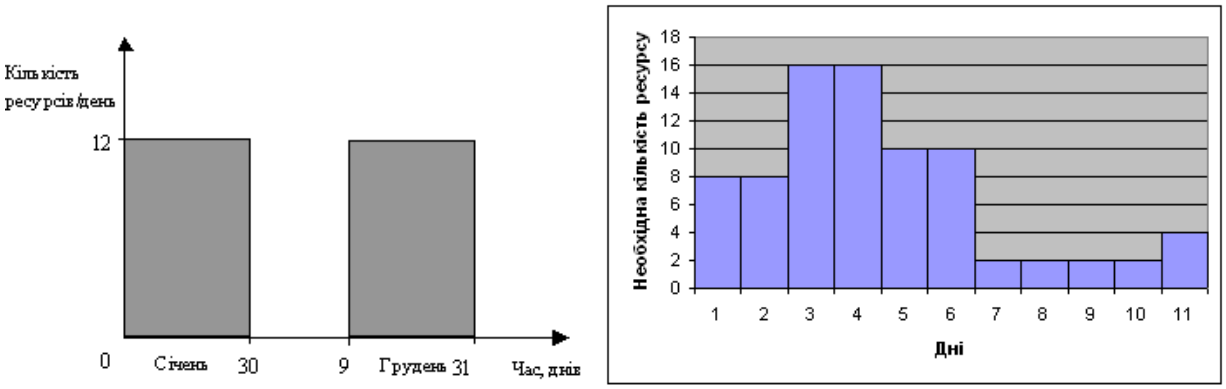


Рис. 1.9. Приклад гістограм потреб в ресурсах

Зіставлення необхідних та наявних ресурсів дає змогу визначити нестачу або їх надлишок, і якщо потреба в деякому виді ресурсу перевищує наявну, то можливо доцільно буде змінити час в календарному плані, щоб зменшити цю потребу. Це можливо зробити за рахунок використання резервів часу робіт, що не лежать на критичному шляху, або можна збільшити тривалість проекту в цілому.

II СИСТЕМОТЕХНІКА УПРАВЛІННЯ, ПЛАНУВАННЯ ТА ОРГАНІЗАЦІЇ БУДІВНИЦТВА

2.1 Механізми оптимізації управлінських рішень в будівництві

Нині оптимізація знаходить застосування в науці, техніці і в будь-якій іншій області людської діяльності.

Оптимізація - цілеспрямована діяльність, що полягає в отриманні найкращих результатів за відповідних умов.

Математичне програмування ("планування") - це розділ математики, що займається розробкою методів відшукування екстремальних значень функції, на аргументи якої накладені обмеження.

Методи математичного програмування використовуються в економічних, організаційних, військових та ін. системах для вирішення так званих *розподільних задач.*

Розподільні задачі (РЗ) виникають у разі, коли наявних ресурсів не вистачає для виконання кожної з намічених робіт ефективним чином і необхідно якнайкраще розподілити ресурси по роботах відповідно до вибраного критерію оптимальності.

Лінійне програмування (ЛП) є найбільш простим і краще всього вивченим розділом математичного програмування.

Історична довідка. Пошуки оптимальних рішень привели до створення спеціальних математичних методів і вже в XVIII столітті були закладені математичні основи оптимізації (варіаційне числення, чисельні методи і др). Проте до другої половини XX ст. методи оптимізації в багатьох галузях науки і техніки застосовувалися дуже рідко, оскільки рішення завдань оптимізації вимагало величезної обчислювальної роботи, яку без ЕОМ реалізувати було украй важко, а у ряді випадків - неможливо.

Постановка задачі оптимізації припускає існування конкуруючих властивостей процесу, наприклад:

- кількість продукції - витрата сировини;
- кількість продукції - якість продукції.

Вибір компромісного варіанту для вказаних властивостей і є *процедурою рішення оптимізаційної задачі.*

Постановка задачі оптимізації вимагає наступне.

1. Наявність об'єкту оптимізації і мети оптимізації. При цьому формулювання кожної задачі оптимізації повинне вимагати екстремального значення лише однієї величини, тобто одночасно системі не повинно приписуватися два і більше критеріїв оптимізації, оскільки практично завжди екстремум одного критерію не відповідає екстремуму іншого.

Наведемо приклади. Типовий приклад неправильної постановки задачі оптимізації: "Отримати максимальну продуктивність при мінімальній собівартості". Помилка полягає в тому, що ставиться задача пошуку оптимальності 2-х величин, що суперечать одна одній за своєю суттю.

Правильна постановка задачі могла бути наступна: а) отримати максимальну продуктивність при заданій собівартості; б) отримати мінімальну собівартість при заданій продуктивності. У першому випадку критерій оптимізації – продуктивність, а в другому - собівартість.

Критерієм оптимальності називається кількісна оцінка якості об'єкту, що оптимізується.

Критерій (показник) оптимальності - це цільова функція (ЦФ) $L(x)$ є лінійною функцією з елементів рішення $x=(x_1, x_2, ..., x_n)$.

2. Наявність ресурсів оптимізації, під якими розуміють можливість вибору значень деяких параметрів об'єкту, що оптимізується.

3. Можливість кількісної оцінки величини, що оптимізується, оскільки тільки в цьому випадку можна порівнювати ефекти від вибору тих або інших керівних впливів.

4. Облік обмежень.

Обмеження - це умови, які накладаються на можливі рішення задачі та мають вигляд лінійних нерівностей або рівностей.

Характеристики задач лінійного програмування (оптимізаційних задач):

1) величина, яка оптимізується, пов'язана з економічністю роботи даного об'єкту (апарат, цех, завод);

2) варіант роботи об'єкту, який оптимізується, повинен оцінюватися якоюсь кількісною мірою - критерієм оптимальності;

3) на підставі вибраного критерію оптимальності складається цільова функція, що є залежністю критерію оптимальності від параметрів, що впливають на її значення. Вид критерію оптимальності або цільової функції визначається конкретною задачею оптимізації;

4) задача оптимізації зводиться до знаходження екстремуму цільової функції.

Залежно від своєї постановки, рішення оптимізаційних задач може вироблятися різними методами, і навпаки - будь-який метод може застосовуватися для вирішення багатьох задач.

Методи оптимізації бувають:

– скалярними (оптимізація проводиться за одним критерієм),
– векторними (оптимізація проводиться по багатьох критеріях),
– пошуковими (включають методи регулярного і методи випадкового пошуку),
– аналітичними (методи диференційного числення, методи варіаційного числення та ін.),
– обчислювальними (засновані на математичному програмуванні, яке може бути лінійним, нелінійним, дискретним, динамічним, стохастичним, евристичним і так далі),
– теоретико-вірогіднісними,
– теоретико-ігровими та ін.

Піддаватися оптимізації можуть задачі як з обмеженнями, так і без них.

Математичне програмування займається вивченням екстремальних задач і пошуком методів їх вирішення.

Задачі математичного програмування формулюються наступним чином: знайти екстремум деякої функції багатьох змінних $\boldsymbol{f}(x_1,x_2,...,x_n)$ при обмеженнях $g_i(x_1,x_2,...,x_n) = b_i$, де g_i - функція, що описує обмеження одного з наступних знаків "=", "≤", "≥", а b_i - дійсне число, $\boldsymbol{i} = 1,., m$. $\boldsymbol{f}$ - функція мети (цільова функція).

Лінійне програмування - це розділ математичного програмування, в якому розглядаються методи вирішення екстремальних задач з лінійним функціоналом і лінійними обмеженнями, яким повинні задовольняти невідомі змінні.

Лінійне програмування - це наука про методи дослідження і відшукування найбільших і найменших значень лінійної функції, на невідомі якої накладені лінійні обмеження. Таким чином, задачі лінійного програмування відносяться до задач з умовним екстремумом функції.

Обмеження задач називаються *умовами невід'ємності*. Якщо усі обмеження задані у вигляді строгої рівності ("="), то ця форма задачі називається *канонічною*.

Для вирішення задач цього типу можуть застосовуватись наступні методи:

1) графічний метод;
2) табличний (прямий, простий) симплекс - метод;
3) метод штучного базису;
4) модифікований симплекс - метод;
5) подвійний симплекс - метод.

Під оптимізаційними задачами матимемо на увазі задачі лінійного програмування (ЛП).

Математична модель - абстрактний формальний опис об'єкту за допомогою математичних методів.

Цільова функція (ЦФ) задачі лінійного програмування має загальний вигляд:

$$L(x) = c_1 \cdot x_1 + c_1 \cdot x_2 + \cdots + c_n \cdot x_n \to \max(\min) \qquad (2.1)$$

при обмеженнях:

$$\begin{cases} \mathrm{a}_{11} \cdot x_1 + \mathrm{a}_{12} \cdot x_2 + \cdots + \mathrm{a}_{1n} \cdot x_n \le (\ge, =) b_1 \\ \mathrm{a}_{21} \cdot x_1 + \mathrm{a}_{22} \cdot x_2 + \cdots + \mathrm{a}_{2n} \cdot x_n \le (\ge, =) b_2 \\ \cdots \\ \mathrm{a}_{m1} \cdot x_1 + \mathrm{a}_{m2} \cdot x_2 + \cdots + \mathrm{a}_{mn} \cdot x_n \le (\ge, =) b_m \\ x_1, x_2, \ldots, x_k \ge 0 \ (k \le n). \end{cases} \qquad (2.2)$$

При описі реальної ситуації за допомогою лінійної моделі слід перевіряти наявність у моделі таких властивостей, як пропорційність і адитивність.

Математична формула цільової функції відбиває спосіб розрахунку значень параметра критерію оптимальності.

Пропорційність означає, що вклад кожної змінної в ЦФ і загальний об'єм споживання відповідних ресурсів має бути прямо пропорційний величині цієї змінної.

Наприклад, якщо продаючи *j*-й товар в загальному випадку за ціною 100 у.о., фірма робитиме знижку при певному рівні закупівлі до рівня ціни 95 у.о., то буде відсутня пряма пропорційність між доходом фірми і величиною змінної. Тобто в різних ситуаціях одна одиниця *j* -го товару приноситиме різний дохід.

Адитивність означає, що ЦФ і обмеження мають бути сумою вкладів від різних змінних.

Прикладом порушення аддитивності служить ситуація, коли збільшення збуту одного з конкуруючих видів продукції, вироблюваних однією фірмою, впливає на об'єм реалізації іншого.

Допустиме рішення - це сукупність чисел (план), що задовольняють обмеженням задачі.

Оптимальне рішення - це план, при якому ЦФ набуває свого максимального (мінімального) значення.

Вирішення оптимізаційних задач табличним симплекс-методом, методичні основи.

Симплекс-метод – це алгоритм вирішення оптимізаційної задачі лінійного програмування.

Для застосування табличного прямого симплекс-методу необхідно, щоб знаки в обмеженнях були виду "менше або рівно" - "≤", а компоненти вектора *b* (вільні члени системи рівнянь) - позитивні - це задачі з початковим базисом.

Завдання, при рішенні яких застосовується симплекс-метод, повинні мати наступні дві властивості:

– система обмежень має бути системою рівнянь з базисом;

– вільні члени усіх рівнянь в системі мають бути позитивні.

Алгоритм вирішення зводиться до наступного.

1. Приведення системи обмежень до канонічного виду шляхом введення додаткових змінних для приведення нерівностей до рівності.

2. Формування початкової симплекс-таблиці.

3. Розрахунок симплекс-різниць.

4. Прийняття рішення про закінчення або продовження рахунку.

5. При необхідності виконання ітерацій (Ітерація - це етап розрахунку задачі, який повторюється).

6. На кожній ітерації визначається вектор, що вводиться в базис, і вектор, що виводиться з базису.

Таблиці перераховуються за методом Жордана-Гауса.

Рис. 2.1. Симплекс-таблиця (загальний вигляд)

C_j – стовпець показників критеріїв оптимальності. Містить коефіцієнти при невідомих, таких, що входять в даний план виконання роботи, тобто в цю ітерацію. В процесі ітераційних розрахунків значення в цьому стовпці не розраховуються, а просто переносяться з рядка показників критеріїв оптимальності по перетину ключового стовпця і ключового рядка. У нульовій ітерації значення цього стовпця дорівнюють 0.

P^k – базисний стовпець. *k* вказує на номер даної ітерації. Містить перелік змінних робіт, що входять в план виробництва, тобто в базис або в цю ітерацію. В процесі ітераційних розрахунків значення в цьому стовпці не розраховуються, а просто переносяться з рядка шапки матриці по перетину ключового стовпця і ключового рядка. У нульовій ітерації заповнюється додатковими змінними.

x_0 – підсумковий стовпець. У нульовій ітерації в нього записуються значення вільних членів рівняння системи обмежень, приведеної до канонічного виду. У проміжних ітераціях містить чисельні значення змінних, таких, що входять в базис цієї ітерації.

$c_1, c_2, c_3, \ldots, c_n$ – рядок показників критеріїв оптимальності. Складається з коефіцієнтів при невідомих, які входять в цільову функцію, приведену до канонічного виду. В процесі ітераційних розрахунків значення в цьому рядку не міняються.

$x_1, x_2, x_3 \ldots., x_n$ – шапка матриці. Містить перелік усіх змінних задачі, приведеної до канонічного виду. В процесі ітераційних розрахунків значення в цьому рядку не міняються.

Основа матриці - в початковій ітерації заповнюється коефіцієнтами при невідомих з обмежень задачі, приведених до канонічного виду. Кількість рядків в основі матриці відповідає кількості рівнянь в задачі. У нульовій ітерації основа завжди містить одиничну матрицю.

Цільовий рядок - містить двоїсті оцінки відповідних змінних. Увесь цільовий рядок (сукупність двоїстих оцінок цієї ітерації) характеризує (показує) міру оптимальності рішення, що приймається, тобто міру оптимальної відповіді задачі. Дозволяє визначити за рахунок чого можна поліпшити неоптимальний план.

α – допоміжний стовпець. Містить допоміжні оцінки, необхідні для вибору змінної, яку виключаємо з плану завдання. Визначається за формулою (2.3).

$$\alpha = \frac{x_0}{x_{ключ}^{стовп}}, \quad (2.3)$$

де x_0 - значення чарунок (клітинок) у підсумковому стовпці x_0,

$x_{ключ}^{стовп}$ - значення чарунок у ключовому стовпці.

$\mathbf{F^k}$ – функціонал (k - номер ітерації) містить чисельне значення цільової функції цієї ітерації. У першій ітерації рівний "0". У інших ітераціях F^k визначається по формулі:

$$F^k = \sum_i C_j \cdot x_0 \quad (2.4)$$

Правило додавання змінних - якщо в обмеженнях задачі знаходиться знак "≤" - додаємо тільки додаткові змінні (задача з основним базисом - простий симплекс-метод).

Правила обчислення значень чарунок (клітинок) матриці (*для усіх видів задач*):

1) значення чарунки розташованої на місці ключового елементу = 1;

2) усі значення чарунок розташованих на місці ключового стовпця дорівнюють 0;

3) усі значення чарунок розташованих на місці ключового рядка знаходяться діленням усіх елементів на ключовий елемент;

4) інші значення чарунок (окрім допоміжного стовпця **α**) визначаємо по універсальній симплекс-формулі:

$$x_{ij}^{нов.} = x_{ij}^{стар.} - \frac{x_i^{кл.рядок.} \cdot x_j^{кл.стовп.}}{x_{ij}^{кл.ел.}} \quad (2.5)$$

$x_{ij}^{нов.}$- чарунка, значення якої розраховується із нової матриці (нове значення);

$x_{ij}^{стар.}$- значення чарунки із попередньої матриці (старе значення);

$x_i^{кл.рядок.}$,· ($x_j^{кл.стовп.}$) – значення в чарунках ключового рядка (ключового стовпця) із попередньої матриці, розташованих навпроти чарунки, яку розраховуємо;

$x_{ij}^{кл.ел.}$- значення чарунки ключового елементу із попередньої матриці (ключовий елемент виникає на перетині ключового рядка та ключового стовпця).

5) значення чарунок в допоміжному останньому стовпці **α** визначаємо за формулою (2.3);

6) перевіряємо значення функціонала за двома формулами: по універсальній симплекс-формулі (2.5) і по спеціальній формулі (2.4).

За універсальною симплекс-формулою визначаються усі чарунки матриці, окрім стовпця **α** (для нього є своя формула (2.3)), стовпців $\mathbf{C_j}$ і $\mathbf{P_k}$ (оскільки вони строго містять невідомі задачі і коефіцієнти при невідомих, та також вони не розраховуються, а просто заповнюються).

Правила визначення ключових елементів задач.

1) Задачі на *max:*

- ключовий стовпець визначаємо по максимальному негативному значенню цільового рядка, узятого по модулю;

- ключовий рядок визначаємо по мінімальному позитивному значенню допоміжного стовпця **α**, включаючи "0" (негативні значення не розглядаємо).

2) Задачі на *min* :

- ключовий стовпець визначаємо по максимальному позитивному значенню цільового рядка;

- ключовий рядок визначаємо по мінімальному позитивному значенню допоміжного стовпця **α**, включаючи "0" (негативні значення не розглядаємо).

Правила визначення оптимального рішення задачі:

1) задачі на *max* - оптимальний план досягнутий, коли в цільовому рядку знаходяться тільки позитивні значення "+" (включаючи 0);

2) задачі на *min* - оптимальний план досягнутий, коли в цільовому рядку знаходяться тільки негативні значення "-" (включаючи 0).

Приклад формування математичної моделі в оптимізаційних задачах.

Вихідні дані до задачі. Виконати замовлення на виробництво 32 виробів $В_1$ і 4 виробів $В_2$ взялися бригади $Б_1$ і $Б_2$. Продуктивність бригади $Б_1$ по виробництву виробів $В_1$ і $В_2$ складає відповідно 4 і 2 вироби в годину, фонд робочого часу цієї бригади 9,5 год. Продуктивність бригади $Б_2$ - відповідно 1 і 3 вироби в годину, а її фонд робочого часу - 4 год. Витрати, пов'язані з виробництвом одиниці виробу, для бригади $Б_1$ дорівнюють відповідно 9 і 20 грн., для бригади $Б_2$ - 15 і 30 грн.

Складіть математичну модель задачі, що дозволяє знайти оптимальний обсяг випуску виробів, який забезпечує мінімальні витрати на виконання замовлення.

Вирішення задачі. Змінні задачі. Невідомими величинами в задачі є обсяги випуску виробів. Вироби $В_1$ випускатимуться двома бригадами $Б_1$ і $Б_2$. Тому необхідно розрізняти кількість виробів $В_1$, вироблених бригадою $Б_1$, і кількість виробів $В_1$, вироблених бригадою $Б_2$. Аналогічно, обсяги випуску виробів $В_2$ бригадою $Б_1$ і бригадою $Б_2$ також є різними величинами. Внаслідок цього в цій задачі 4 змінні. Для зручності сприйняття використовуватимемо двохіндексну форму запису x_{ij} - кількість виробів $В_j$ (j=1,2), що виготовляються бригадою Бi (i=1,2), а саме:

x_{11}- кількість виробів $В_1$, що виготовляються бригадою $Б_1$, [шт.];

x_{12}- кількість виробів $В_2$, що виготовляються бригадою $Б_1$, [шт.];

x_{21}- кількість виробів $В_1$, що виготовляються бригадою $Б_2$, [шт.];

x_{22}- кількість виробів $В_2$, що виготовляються бригадою $Б_2$, [шт.].

Примітка. У цій задачі немає необхідності прив'язуватися до якого-небудь тимчасового інтервалу (у задачі №1 була прив'язка до доби), оскільки тут вимагається знайти не обсяг випуску за певний час, а спосіб розподілу відомої планової величини замовлення між бригадами.

Цільова функція. Метою рішення задачі є виконання плану з мінімальними витратами, тобто критерієм ефективності рішення служить показник витрат на виконання усього замовлення. Тому ЦФ має бути

представлена формулою розрахунку цих витрат. Витрати кожної бригади на виробництво одного виробу $В_1$ і $В_2$ відомі з умови. Таким чином, ЦФ має вигляд:

$$L(x)=9x_{11}+20x_{12}+15x_{21}+30x_{22}\rightarrow max \ \left[\frac{грн.}{шт}\right] \cdot шт = грн$$

Обмеження. Можливі обсяги виробництва виробів бригадами обмежуються наступними умовами:

– загальна кількість виробів $В_1$, яка випущена обома бригадами, повинна дорівнювати 32 шт., а загальна кількість виробів $В_2$ - 4 шт.;

– час, відпущений на роботу над цим замовленням, складає для бригади $Б_1$ - 9,5 год, а для бригади $Б_2$ - 4 год;

– обсяги виробництва виробів не можуть бути негативними величинами.

Таким чином, усі обмеження задачі діляться на 3 групи, які обумовлені :

1) величиною замовлення на виробництво виробів;
2) фондами часу, виділеними бригадам;
3) позитивністю обсягів виробництва.

Для зручності складання обмежень запишемо початкові дані у вигляді таблиці:

Таблиця 2.1 - Вихідні дані задачі

Бригада	Продуктивність бригад, шт/год		Фонд робочого часу, год
	Виріб 1 - $В_1$	Виріб 2 - $В_2$	
$Б_1$	4	2	9,5
$Б_2$	1	3	4
Замовлення, шт	32	4	

Обмеження за замовленням виробів мають наступну змістовну форму запису:

$$\begin{pmatrix} \text{кількість виробів } В_1 \\ \text{вироблених бригадами } Б_1 \text{ и } Б_2 \end{pmatrix} = (32 \text{ шт})$$

та

$$\begin{pmatrix} \text{кількість виробів } В_2 \\ \text{вироблених бригадами } Б_1 \text{ и } Б_2 \end{pmatrix} = (4 \text{ шт})$$

Математична форма запису має вигляд:

$x_{11}+x_{21}=32$ [шт]=[шт]

$x_{12}+x_{22}=4$ [шт]=[шт]

Обмеження за фондами робочого часу має змістовну форму:

$$\begin{pmatrix} \text{загальний час, який витратила бригада } Б_1 \\ \text{на виготовлення виробів } В_1 \text{ и } В_2 \end{pmatrix} = (9{,}5 \text{ год})$$

$$\begin{pmatrix} \text{загальний час, який витратила бригада } Б_2 \\ \text{на виготовлення виробів } В_1 \text{ и } В_2 \end{pmatrix} = (4 \text{ год}).$$

Проблема полягає в тому, що в умові задачі прямо не заданий час, який витрачають бригади на випуск одного виробу $В_1$ або $В_2$, тобто не задана трудомісткість виробництва. Але є інформація про продуктивність кожної

бригади, тобто про кількість виробів, які виготовляють в 1 год. Трудомісткість Тр і продуктивність Пр є зворотними величинами, тобто:

$$\text{Тр} = \frac{1}{\text{Пр}}\left[\frac{\text{год}}{\text{шт}}\right] = \left[1 \Big/ \frac{\text{шт}}{\text{год}}\right]$$

Тому використовуючи таблицю 2, отримуємо наступну інформацію:

– 1/4 год витрачає бригада $Б_1$ на виробництво одного виробу $В_1$;
– 1/2 год витрачає бригада $Б_1$ на виробництво одного виробу $В_2$;
– 1/1 год витрачає бригада $Б_2$ на виробництво одного виробу $В_1$;
– 1/3 год витрачає бригада $Б_2$ на виробництво одного виробу $В_2$.

Запишемо обмеження за фондами часу в математичному виді:

$$\frac{1}{4}x_{11} + \frac{1}{2}x_{12} \le 9{,}5 \quad \left[\frac{\text{год}}{\text{шт.}}\text{шт.}\right] \le [\text{год}]$$

$$\frac{1}{1}x_{21} + \frac{1}{3}x_{22} \le 4 \quad \left[\frac{\text{год}}{\text{шт.}}\text{шт.}\right] \le [\text{год}].$$

Позитивність обсягів виробництва задається як:

$x_{11} \ge 0$;
$x_{12} \ge 0$;
$x_{21} \ge 0$;
$x_{22} \ge 0$.

Таким чином, математична модель цієї задачі має вигляд:

$$L(x) = 9x_{11} + 20x_{12} + 15x_{21} + 30x_{22} \to \max$$

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} = 32 \\ x_{12} + x_{22} = 4 \\ \frac{1}{4}x_{11} + \frac{1}{2}x_{12} \le 9{,}5 \\ \frac{1}{1}x_{21} + \frac{1}{3}x_{22} \le 4 \\ x_{11} \ge 0 \\ x_{12} \ge 0 \\ x_{21} \ge 0 \\ x_{22} \ge 0 \end{cases}$$

Вирішення задачі завершено.

2.2 Організація будівництва складних проектів в встановлений термін на основі потокових моделей з обмеженою пропускною здатністю

Виконання складного проекту завжди пов'язане із споживанням ресурсів (трудових, матеріальних, енергетичних, фінансових і т.п.). Звідси витікає (формується) **основна мета економічної роботи** на будь-якому підприємстві - нормування і планування цих ресурсів (раціональне їх використання).

У практичній роботі завжди доводиться стикатися з проблемою обґрунтування термінів будівництва об'єктів в заданий (встановлений) час. Будь-який проект включає впорядковану кінцеву безліч операцій, а режим виконання їх завжди характеризується як тривалістю τ_{ij}, так і інтенсивністю виробництва, що пов'язане із залученням трудових ресурсів n_{ij} в одиницю часу.

Інтенсивність виробництва – це плідність, продуктивність виробничої діяльності; вимірюється кількістю продукції, виробленої працівником у сфері матеріального виробництва за одиницю робочого часу (годину, зміну, місяць, рік), або кількістю часу, який витрачений на виробництво одиниці продукції.

Будівельне виробництво характеризується високим рівнем розподілу праці, складністю виконуваних проектів, великою кількістю порівнюваних альтернативних варіантів. Отже тут формується головне завдання - вибрати з альтернативних варіантів ефективний. В цьому випадку зручно користуватися моделями.

Для проведення подальшої роботи скористаємося такими поняттями як «моделювання» і «модель».

Модель - це деякий матеріальний або віртуальний об'єкт чи явище, який заміщає оригінальний об'єкт або явище, зберігаючи тільки деякі важливі його властивості, наприклад, в процесі пізнання (споглядання, аналізу і синтезу) або конструювання. Іншими словами, це аналогічні об’єкти, тобто ті, що достатньою мірою повторюють основні властивості модельованого об'єкту або явища (об’єкту-прототипу).

Моделювання - дослідження об'єктів пізнання на їх моделях; побудова і вивчення моделей реально існуючих предметів, процесів або явищ з метою отримання пояснень цих явищ, а також для прогнозу явищ, що цікавлять дослідника.

Виробничий процес можна представити у вигляді віртуальної, описової або графічної моделі.

Вимоги до складання виробничих моделей:

1) подібність об’єкту-прототипу;

2) простота і наочність сприйняття;

3) зручність для проведення аналізу;

4) віддзеркалення повного переліку робіт, послідовності їх виконання і взаємозв'язку.

Будь-яку виробничу модель можна зобразити за допомогою лінійних графіків, циклограм і сітьових моделей. Особливу зацікавленість викликає останній спосіб відображення виробничих моделей, бо має ряд переваг в раціональності його використання:

1) оптимальне відображення послідовності виконання складного проекту;

2) забезпечення керівника і виконавців всією необхідною інформацією для ухвалення управлінських рішень;

3) встановлення чіткого взаємозв'язку робіт;

4) відображення наочної технологічної послідовності;

5) аналіз ходу будівництва у просторі та часі;

6) об'єднання в одній моделі всього комплексу робіт;

7) надання можливості широко використовувати обчислювальні програмні комплекси для розрахунку.

Графічне відображення будівельно-монтажних робіт у вигляді сітьової моделі наведене на рис. 2.2.

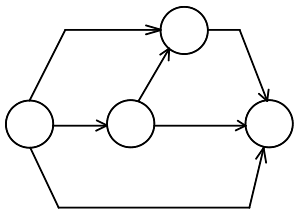


Рис. 2.2. Графічне відображення будівельно-монтажних робіт у вигляді сітьової моделі

Сітьова модель - це така організаційно-технологічна модель, яка відображає комплекс робіт, операцій і подій, пов'язаних з реалізацією деякого будівельного проекту в технологічній і логічній послідовності і зв'язку. У основі побудови сітьової моделі полягає теорія графів. **Теорія графів** - це розділ дискретної математики, що вивчає властивості графів.

У загальному розумінні «**граф»** - це сукупність об'єктів із зв'язками між ними, об'єкти являють собою вершини (вузли) графа, а зв'язки - дуги (ребра). Для різних сфер застосування види графів можуть розрізнятися спрямованістю, обмеженнями за кількістю зв'язків і додатковими даними про вершини або ребра.

Вузлами графу (кружками) зображені події, тобто моменти початку або закінчення кожної роботи, її стан. Ребрами графу (стрілками - дугами) зображені процеси (операції), вістрям стрілки показаний напрям в часі від початку до кінця роботи. Напрям стрілок в сітьовій моделі визначає зв'язок між подіями в часі. Подія, в яку входить стрілка (наступна подія), не може відбутися без звершення попередньої події, з якого стрілка виходить.

Отже, виходячи з вищесказаного, в реалізації будівельних проектів перед фахівцями встає питання - вибрати з альтернативних варіантів найбільш ефективний. Цей вибір ми проводимо за показником критерію оптимальності.

Критерій оптимальності – це ознака, за якою порівнюються і оцінюються варіанти певних дій для досягнення поставленої мети. Якщо процес вибору рішень, описати функцією, шукані змінні якої є допустимими і такими, що описують рух до мети, то таку функцію називають **цільовою**, а рішення - **оптимальним**. Таким чином, встановити оптимальне рішення означає визначити екстремум функції.

Критеріям оптимальності притаманний ряд важливих характеристик [5, 21]:

1) критерій оптимальності повинен вимірювати справжню ефективність системи;

2) критерій оптимальності повинен виражатися за кількісними одиницями виміру;

3) критерій оптимальності для задачі, яка вирішується, повинен бути один (в різних задачах можуть бути також і часні критерії, але обов'язково підпорядковані загальному критерію ефективності);

4) значення критерію оптимальності повинен визначатися достатньо точно без надмірних витрат часу та додаткових засобів;

5) критерій оптимальності повинен забезпечувати врахування всіх існуючих сторін;

6) критерій оптимальності повинен мати фізичний сенс, який робить його зрозумілим та відчутним, а також полегшує порівняння ідеальної та реальної характеристик.

Щоб встигнути закінчити будівництво об'єкту в заданий термін $\boldsymbol{T_{зад} <= T_n}$ слід всі роботи, які входять до складу проекту, виконувати з певною швидкістю, узгодженою з кінцевою метою, заданим терміном введення об'єкту в експлуатацію.

Залучення ресурсів пов'язане з додатковими витратами і збільшенням змінності виробництва. Звідси формується одна з **основних цілей** організації та управління будівельного виробництва - мінімізувати залучення ресурсів з дотриманням термінів реалізації проекту.

Друга назва нашої задачі за ім'ям вчених – задача Форда-Фалкерсона [34].

Розглянемо граф $\boldsymbol{G(U, A)}$,

де $\boldsymbol{G}$ – позначення графа,

$\boldsymbol{U}$ - множина вузлів (подій) графа,

$\boldsymbol{A}$ - множина операцій (дуг, робіт) $(i, j) \in A$.

Кожна робота (операція) будівельного проекту характеризується тривалістю виконання (тривалістю реалізації) - t_{ij} та інтенсивністю виробництва N_{ij}, де $(i, j) \in A$.

Серед таких умов справедлива залежність:

$$N_{ij} \cdot x_{ij} = Q_{ij}, \qquad (2.6)$$

де $\boldsymbol{Q_{ij}}$ – трудомісткість роботи $(i, j) \in A$, яка залежить від обсягу ($\boldsymbol{i}$ = 1,2,..., *n-1*; $\boldsymbol{j}$ -2,3,..., *n)*;

$\boldsymbol{n}$ - кількість вузлів (подій) в сітьовій моделі;

$\boldsymbol{x}$ – це пошукова величина оптимальної тривалості t_{ij} виконання кожної роботи (операції) для того, щоб встигнути завершити будівництво у зазначений термін.

По кожній роботі $(i, j) \in A$ відома мінімальна інтенсивність - N_{ij}^{D}, якій відповідає тривалість D_{ij} і d_{ij} - тривалість, що відповідає прискореній (максимальній) концентрації використання ресурсів N_{ij}^{d} (максимальна інтенсивність).

Сформулюємо математичну модель задачі.

Дана сітьова модель (D_{ij},T^D), по роботі $(i,j)\in A$ відомо d_{ij} – тривалість максимальної концентрації ресурсів, та C_{ij} - "вартість" скорочення роботи на одиницю часу.

Скорочення тривалості виконання робіт $(i,j)\in A$ на величину $\Delta x_{ij} = D_{ij} - x_{ij}$ може бути забезпечено залученням додаткових ресурсів, тобто за рахунок збільшення інтенсивності виробництва і визначається:

$$\Delta N_{ij} = c_{ij} \cdot \Delta x_{ij}. \qquad (2.7)$$

Задля досягнення мети потрібно визначити роботи $(i,j)\in A$, які необхідно прискорити, а також роботи, для яких необхідно зберегти нормальну тривалість D_{ij}. Іншими словами, потрібно знайти таке рішення (x_{ij}, T_n), яке мінімізує цільову функцію:

$$L(x) = \sum_{(i,j)\in A} \Delta N_{ij} = \sum_{(i,j)\in A} C_{ij}(D_{ij} - x_{ij}) \to min, \qquad (2.8)$$

де $\sum_{(i,j)\in A} \Delta N_{ij}$ - сумарне залучення додаткових ресурсів для скорочення терміну будівництва.

Множину вузлів (подій) можна визначити як U=(1, 2,..., n), де вузол 1 (n=1) позначає початок реалізації проекту, а вузол n - закінчення.

Обмеження у вирішенні задачі наступні:

$$T_i - T_j + x_{ij} \le 0 \text{ для всіх} (i,j)\in A, \qquad (2.9)$$

$$-T_1 + T_n \le T_з \qquad (2.10)$$

$$d_{ij} \le x_{ij} \le D_{ij}, \text{ для всіх } (i,j)\in A, \qquad (2.11)$$

де T_i (T_j) - ранній термін звершення подій реалізації проекту,

$T_з$ – заданий термін на будівництво об'єкту (реалізації проекту).

Умова (2.9) відображає нерозривність мережі та $T_j = max(T_i + t_{ij})$. Умова (2.10) висловлює вимогу не перевищення заданого терміну будівництва, тобто в оптимальному рішенні значення критичного шляху $\boldsymbol{T_n \in T_{кр}}$ не повинне перевищувати заданого терміну будівництва (реалізації проекту). Обмеження (2.11) визначається технологією і організацією виробництва всіх операцій $(i,j)\in A$.

Наша мета – визначити невідомі значення тривалості кожної операції $\boldsymbol{x_{ij}}$. Для їх визначення ставимо задачу (2.8) $\boldsymbol{L(x)}$. Вид цільової функції (2.8) і обмеження мають лінійну залежність, тому сформульована задача є параметричною задачею лінійного програмування.

Для вирішення поставленої задачі потрібно перевірити вирішуваність при встановленому терміні будівництва $\boldsymbol{T_{зад}}$. Використаємо для цього наступний прийом. Припустимо, що невідома тривалість дорівнює тривалості з максимальною інтенсивністю виробництва $x_{ij} = d_{ij}$, тоді критичний шлях позначимо $T^d_{кр}$. Якщо $T_{зад} \ge T^d$, то задача має рішення, у протилежному випадку рішення немає. Якщо припустити, що $x_{ij} \le D_{ij}$, то

критичний шлях визначиться як $T_{кр}^{D}$. Таким чином нам необхідне дотримання наступної умови:

$$T^{d} \le T_{зад} \le T^{D} \tag{2.12}$$

У подальшому рішенні визначаємо для кожного значення T_n з сегменту [$T^{d} \div T^{D}$] мінімуму функції:

$$L(x) = \sum_{(i,j)\in A} c_{ij}(D_{ij} - x_{ij}) = \left(\sum_{(i,j)\in A} c_{ij} D_{ij} - \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} x_{ij} \right) \to min. \tag{2.13}$$

При поставлених умовах (1.4) ÷ (1.6) задача являє собою параметричну задачу лінійного програмування. Наведена економіко-математична модель (ЭММ) еквівалентна наведеній нижче задачі лінійного програмування з максимізацією функції мети.

Враховуючи, що в формулі (2.13)

$$\sum_{(i,j)\in A} c_{ij} D_{ij} \to const, \tag{2.14}$$

замінимо цільову функцію вихідної задачі на іншу функцію:

$$L(x) = \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} x_{ij} \to max, \tag{2.15}$$

яка приймала б максимальне значення та відповідала умовам:

$$T_i - T_j + x_{ij} \le 0 \text{ для всіх } (i,j) \in A, \tag{2.16}$$

$$-T_1 + T_n \le T_{зад} \tag{2.17}$$

$$x_{ij} \le D_{ij} \text{ для всіх } (i,j) \in A, \tag{2.18}$$

$$-x_{ij} \le -d_{ij} \text{ для всіх } (i,j) \in A, \tag{2.19}$$

У постановці (1.10) ÷ (1.14) задача може бути вирішена універсальним симплекс-методом, який використовується для вирішення екстремальних задач лінійного програмування. Такі методи громіздкі і їх застосування доцільно тільки тоді, коли спеціальні методи виявляються недостатніми. Нижче наведемо методику приведення такої задачі до канонічного (стандартного) виду.

У нашому випадку пропонується прогресивний підхід, заснований на теорії двоїстості лінійного програмування в умовах доповнюючої нежорсткості. Ці властивості відображені у теоремах двоїстості [2, 3].

Перша теорема двоїстості: якщо одна із двоїстих задач має оптимальне рішення, то і інша також має оптимальне рішення, причому оптимальні значення цільових функцій прямої і двоїстої задач співпадають, тобто *maxF(x) = minF(y)* або для нашої задачі *maxL(x) = minZ(f)*.

Друга теорема двоїстості або теорема доповнюючої нежорсткості: якщо хоч би одне оптимальне рішення одної з двоїстих задач обертає *i*-е обмеження цієї задачі в строгу нерівність, то *i*-а компонента (тобто x_i або y_i) кожного оптимального рішення другої двоїстої задачі дорівнює нулю.

Якщо ж *i*-а компонента хоч би одного оптимального рішення одної з двоїстих задач позитивна, то кожне оптимальне рішення іншої двоїстої задачі обертає *i*-е обмеження в строгу рівність.

У постановці (2.16) ÷ (2.19) задача має вигляд, аналогічний задачі мінімальної вартості проекту, тобто визначення оптимального потоку, а також володіє значною перевагою в обчислюваннях, має економічне і фізичне тлумачення, що дуже важливо в практичному застосуванні.

Підійдемо до вирішення двоїстої задачі. Досліджується задача, для якої у відповідність обмежень (2.16) ÷ (2.19) ставляться невід'ємні змінні f_{ij}, V, γ_{ij}, δ_{ij}, які називаються двоїстими. Вони наведені (перераховані) в такому ж порядку, в якому вводилися обмеження в модель.

Двоїста задача до (2.13) ÷ (2.19) формулюється наступним чином. Необхідно мінімізувати цільову функцію:

$$L(f) = \left(T \cdot V + \sum_{(i,j)\in A} D_{ij} \cdot \gamma_{ij} - \sum_{(i,j)\in A} d_{ij} \cdot \delta_{ij} \right) \to min \qquad (2.20)$$

при умовах:

$$f_{ij} + \gamma_{ij} - \delta_{ij} = c_{ij} \quad \text{для } (i,j) \in A, \qquad (2.21)$$

$$\sum_j f_{ij} - V = 0 \qquad i=1, \qquad (2.22)$$

$$\sum_i (f_{ij} - f_{ji}) = 0 \quad \text{для всіх } i = 2,\ldots,n-1, \qquad (2.23)$$

$$-\sum_i f_{in} + V = 0 \qquad i=n, \qquad (2.24)$$

$$f_{ij}, \gamma_{ij}, \delta_{ij} \geq 0 \qquad \text{для всіх } (i,j) \in A. \qquad (2.25)$$

Двоїста задача (2.20) ÷ (2.25) сформульована у відповідності з правилами теорії лінійного програмування. Двоїсті обмеження є рівняннями, оскільки змінні в основній задачі в явному вигляді не обмежені за знаком.

На основі математичної структури двоїсті змінні f_{ij}, які відповідають x_{ij} в прямій задачі, розглядаються як потоки в сіті з обмеженою пропускною здатністю.

Для оптимального рішення повинні виконуватися наступні результати:

$$\begin{aligned}
&T_i - T_j + x_{ij} < 0, \text{ то } f_{ij} = 0 \\
&T_i - T_j + x_{ij} = 0, \text{ то } f_{ij} > 0 \\
&\text{якщо } x_{ij} = D_{ij}, \text{ то } \gamma_{ij} > 0 \\
&\text{якщо } x_{ij} = d_{ij}, \text{ то } \delta_{ij} > 0 \\
&\text{якщо } x_{ij} < D_{ij}, \text{ то } \gamma_{ij} = 0 \\
&\text{якщо } x_{ij} > d_{ij}, \text{ то } \delta_{ij} = 0
\end{aligned} \qquad (2.25)$$

Двоїсті змінні γ_{ij}, δ_{ij} не можуть бути одночасно позитивними, так як $D_{ij} \neq d_{ij}$. В обмеженні (2.25) значення γ_{ij} и δ_{ij} визначаються таким чином:

$$\begin{aligned}
&\gamma_{ij} = c_{ij} - f_{ij}, \text{ при } \delta_{ij} = 0; \\
&\delta_{ij} = f_{ij} - c_{ij}, \text{ при } \gamma_{ij} = 0,
\end{aligned} \qquad (2.26)$$

Тому $\gamma_{ij} = max(0, c_{ij} - f_{ij})$, при $\delta_{ij} = 0$; $\delta_{ij} = max(0, f_{ij} - c_{ij})$, при $\gamma_{ij} = 0$.

При дослідженнях всіх можливих значень f_{ij}, γ_{ij}, δ_{ij} можна виділити три випадки:

$$\left.\begin{array}{l} 1.\ \gamma_{ij} > 0; \delta_{ij} = 0; 0 \le f_{ij} \le c_{ij}; x_{ij} = D_{ij} \\ 2.\ \gamma_{ij} = 0, \delta_{ij} = 0, f_{ij} = c_{ij}, d_{ij} \le x_{ij} \le D_{ij} \\ 3.\ \gamma_{ij} = 0, \delta_{ij} > 0, f_{ij} > c_{ij}, d_{ij} = x_{ij} \end{array}\right\} \quad (2.27)$$

На основі потокового алгоритму послідовно для кожного випадку визначаються f_{ij} та $T_i(T_j)$, які задовольняють умовам оптимальності:

1. $0 < f_{ij} < c_{ij}$ та $T_i - T_j + D_{ij} = 0$; $f_{ij} = 0$ та $T_i - T_j + D_{ij} < 0$ при $a_{ij}^{/} = 0$ (2.28)

2. $f_{ij} = c_{ij}$ та $T_i - T_j + x_{ij} = 0$, $d_{ij} \le x_{ij} \le D_{ij}$ при $\bar{x}_{ij} = 0$ (2.29)

3. $c_{ij} < f_{ij} < \infty$ та $T_i - T_j + d_{ij} = 0$ при $a_{ij}^{//} = 0$ (2.30)

В умовах (2.28) – (2.30) використані наступні позначення::

$a_{ij}^{/} = T_i - T_j + D_{ij}$ - резерв критичності;

$a_{ij}^{//} = T_i - T_j + d_{ij}$ - резерв скорочення; (2.31)

$$\left.\begin{array}{l} \bar{x}_{ij} = T_i - T_j + x_{ij} \\ x_{ij} = min(D_{ij}, T_j - T_i) \end{array}\right\} \text{ - невідомі змінні}$$

Послідовно визначаються $\boldsymbol{f_{ij}}$ та $\boldsymbol{T_i}$ ($\boldsymbol{T_j}$), які відповідають умовам оптимальності для значень $\boldsymbol{T_n}$, які зменшуються, після чого розраховуємо невідомі змінні.

Алгоритм вирішення задачі.

Основна мета організації і управління будівництвом - це мінімізація залучення ресурсів для дотримання термінів реалізації проекту, іншими словами нам потрібно скоротити тривалість проекту і укластися у виділену суму грошей.

Для виконання подальших досліджень, розглянемо наступні позначення основних складових сітьової моделі (рис. 2.3).

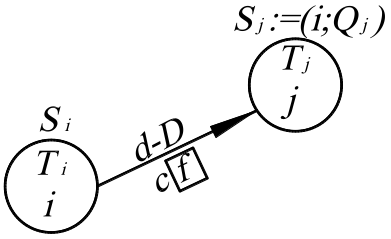


Рис. 2.3. Елемент сітьової моделі

i, j – подія (її номер) тобто момент початку чи закінчення кожної роботи (особливість позначення: перша подія – 101, друга подія – 102, третя подія – 103 і т.д.).

$\boldsymbol{T_i}$, $\boldsymbol{T_j}$ – терміни звершення подій ***i, j*** (час настання події).

D_{ij} - тривалість мінімальної інтенсивності виробництва $N^{D}{}_{ij}$;

d_{ij} - тривалість максимальної інтенсивності виробництва N_{ij}^{d};

c_{ij} - вартість скорочення роботи на одиницю $T_з$;

f_{ij} - поток по дузі (роботі) ($i;j$);

$\boldsymbol{S_i}$; $\boldsymbol{S_j}$ – коди подій ***i, j*** відповідно. Позначення коду події розташовується над подією та складається з двох частин:

1) перша частина – номер (код) попередньої події, з боку якого виконувалося кодування ***j***-ї події:
2) друга частина Q_j – визначається за спеціальними правилами згідно алгоритму.

Отже, загальний вигляд коду події ***j*** такий:

$$S_j := (i; Q_j) \qquad (2.32)$$

Введемо наступні позначення:

i^*, j^- - пряма дуга (пряме кодування) – це робота, початкова подія якої закодована, а кінцева – ні;

i^-, j^* - зворотна дуга (зворотне кодування) – це робота, початкова подія якої не має коду, а кінцева – закодована.

Подальшу роботу з вирішення задачі виконуватимемо за допомогою алгоритму (рис. 2.4).

Алгоритм починає роботу з максимальної тривалості проекту при $t_{ij} = D_{ij} \to T^D$ (див. рис. 2.4 блок №3) та на кожній ітерації оцінюються додаткові витрати, за допомогою яких досягається деяке скорочення критичного шляху $T_{кр}$ на значення ΔT_i.

Алгоритм складається з трьох основних кроків:

1) перший крок – перевірка можливості скорочення заданої тривалості проекту, тобто дотримання вихідної умови $T^d \le T_{зад} \le T^D$;
2) другий крок – здійснення процедури кодування подій для модифікації в сіті потоків, які відповідають двоїстій задачі;
3) третій крок – скорочення тривалості проекту, якщо на другому кроці алгоритму досягається непрорив сіті, тобто кінцева ***n***-а подія коду не отримала.

В якості вихідних даних приймаємо $T_1 = 0$, $T_j = \max (T_j + D_{ij})$ (див. рис. 2.4 блок №3) всі дугові потоки f_{ij} можуть бути прийняті нульовими або дорівнюватимуть якому-небудь іншому значенню. Але тут важливе забезпечення допустимості початкового варіанту, а воно буде тоді, коли задовольниться умова збереження потоку в сіті. Нульовий вектор f_{ij}, автоматично забезпечує допустимість. Цьому правилу ми слідуватимемо при вирішенні задачі.

У нашій задачі вузол №1 (початкова подія) має постійну позначку $(0; \infty)$.

Розглянемо процедуру кодування подій (див. рис. 2.4 блоки №4, 6). Розділимо її на дві частини:

1) пряме кодування - збільшення потоку уздовж прямих дуг (робіт);
2) зворотне кодування - тобто зменшення потоку уздовж зворотних дуг.

Правила кодування прямих дуг (i^*, j^-):

1) розглянемо наступну подію ***j*** у складі роботи ***(i, j)***, яка не має коду (тобто поки що незакодована), при цьому попередня подія ***i*** має код (закодована подія). Для роботи ***(i, j)*** виконуються умови $a'_{ij} = 0$ та $f_{ij} < c_{ij}$.

Тоді наступна подія ***j*** отримує код $(+i, Q_j)$, де друга частина коду визначається за формулою:

$$Q_j = min(Q_i, c_{ij} - f_{ij}). \quad (2.33)$$

Потік f_{ij} можна збільшити на мінімальне значення, яке знаходиться між величиною потоку в ***i***-й події і величиною, необхідної для досягнення величини c_{ij}, яка обмежує умови потоку;

2) розглянемо наступну подію ***j*** у складі роботи ***(i, j)***, яка не має коду (тобто поки що незакодована), при цьому попередня подія ***i*** має код (закодована подія). Для роботи ***(i, j)*** виконується умова $a''_{ij} = 0$. Тоді наступна подія ***j*** отримує код $(+i, Q_i)$, тобто друга частина коду події ***j*** дорівнює другій частині коду події ***i***:

$$Q_i = Q_j; \quad (2.34)$$

3) розглянемо наступну подію ***j*** у складі роботи ***(i, j)***, яка не має коду (тобто поки що незакодована), при цьому попередня подія ***i*** має код (закодована подія). Для роботи ***(i, j)*** умови з першого та другого правил не виконуються, тоді подія ***j*** коду не отримує, тобто залишається незакодованою.

У випадку неможливості кодування події ***j*** за трьома вищевказаними правилами можна використати правила зворотних дуг.

Правила кодування зворотних дуг (i^-, j^*):

1) розглянемо попередню подію ***i*** у складі роботи ***(i, j)***, яка не має коду (тобто поки що незакодована), при цьому наступна подія ***j*** має код (закодована подія). Якщо для роботи ***(i, j)*** виконуються умови $a'_{ij} = 0$ та $f_{ij} > 0$, тоді попередня подія ***i*** отримує код $(-j, Q_i)$, де друга частина коду визначається за формулою:

$$Q_i = min(Q_j, f_{ij}). \quad (2.35)$$

З ***i***-ї події до ***j***-ї можна направити зустрічний потік, розмір якого обмежується потоком, який вже є в ***j***. Призначення зустрічного потоку полягає в зменшенні розміру потоку f_{ij}.

2) розглянемо попередню подію ***i*** у складі роботи ***(i, j)***, яка не має коду (тобто поки що незакодована), при цьому наступна подія ***j*** має код (закодована подія). Якщо для роботи ***(i, j)*** виконуються умови $a''_{ij} = 0$ та $f_{ij} > c_{ij}$, тоді попередня подія ***i*** отримує код $(-j, Q_i)$, де друга частина коду визначається за формулою:

$$Q_i = min(Q_j, f_{ij} - c_{ij}). \quad (2.36)$$

3) розглянемо попередню подію ***i*** у складі роботи ***(i, j)***, яка не має коду (тобто поки що незакодована), при цьому наступна подія ***j*** має код (закодована подія). Для роботи ***(i, j)*** умови з першого та другого правил не виконуються, тоді подія ***i*** коду не отримує, тобто залишається незакодованою.

В результаті застосування процедури кодування кінцева ***n***-а подія (остання подія в сітьовій моделі) може отримати позначку «прорив сіті» або залишитися без неї «непрорив сіті».

У разі «**прориву сіті»** необхідно змінити потік уздовж критичного шляху на величину другої частини коду останньої події (див. рис. 2.4, блок №5) у напрямі першої частини коду. Після досягнення початкової події починаємо (повторюємо) процедуру кодування.

$$f_{ij}^{нов} = f_{ij}^{ст} \pm Q_n \qquad (2.37)$$

У разі «**непрориву сіті»** (коли ми не можемо закодувати кінцеву подію) застосовуємо процедуру зміни термінів звершення подій.

Визначаємо дві неперетинні безлічі подій, які утворюють дуги. Можливі наступні стани дуг: (i^*, j^-); (i^-, j^*); (i^-, j^-); (i^*, j^*). Розглядаємо тільки ті роботи, які мають закодовану та незакодовану події, вони утворюють як мовилося вище такі види дуг:

i^*, j^- - пряма дуга (пряме кодування) - це робота, початкова подія якої закодована, а кінцева немає коду.

i^-, j^* - зворотна дуга (зворотне кодування) - це робота, початкова подія якої не має код, а кінцева має.

Для кожної такої дуги визначаємо:

- резерви критичності a'_{ij};
- резерви скорочення a''_{ij};
- значення Δ_1 і Δ_2

$$\left.\begin{aligned} \Delta_1 &= min\left|-a'\right|, \\ \Delta_2 &= min\left|-a''\right|; \end{aligned}\right\} \qquad (2.38)$$

- величину скорочення тривалості критичного шляху (2.39):

$$\Delta T_n = min(\Delta_1, \Delta_2), \qquad (2.39)$$

де *n* - це номер ітерації.

- значення нових термінів звершень для подій, які не отримали коду за формулою:

$$T^{нов} = T^{стар} - \Delta T_n \qquad (2.40)$$

Приклад вирішення задачі

Завдання. Прийняти управлінське рішення з реалізації будівельного проекту в термін, встановлений інвестором. Заданий термін будівництва $T_{зад}$ = 18 міс. Вихідні дані до вирішення задачі зазначені на рис. 2.5.

Вирішення задачі виконуємо за допомогою поетапних ітераційних розрахунків.

Ітерація №1.

Розглянемо сітьову модель (рис. 2.5). Згідно встановлених позначень для кожної роботи та події ми маємо ряд показників (рис. 2.6).

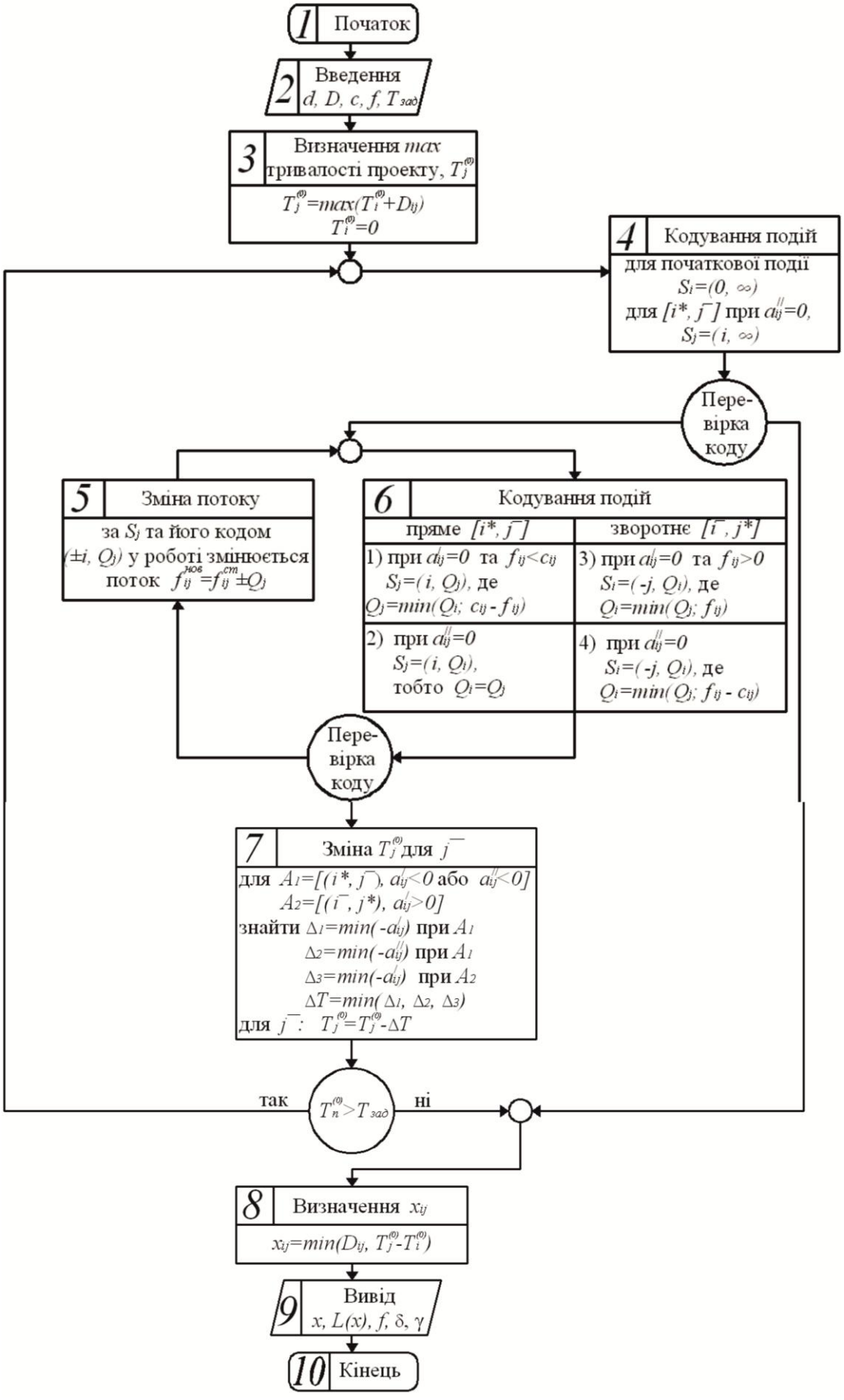


Рис. 2.4. Алгоритм вирішення задачі

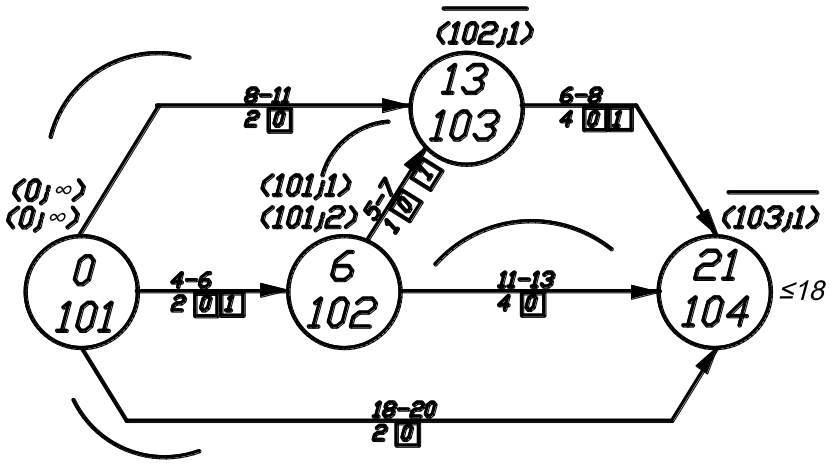


Рис. 2.5. Сітьова модель (ітерація №1)

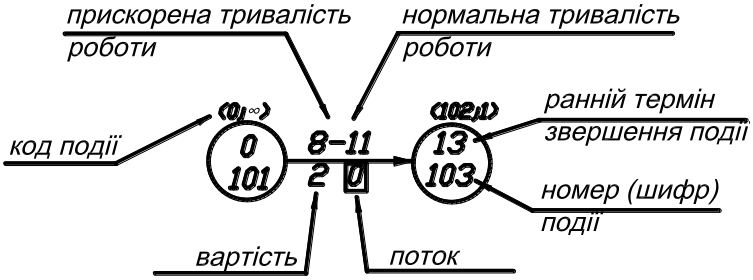


Рис. 2.6. Пояснення показників у сітьовій моделі

Початкова подія в кожній ітерації має постійний код ***S_i=(0;∞) → S_{101}=(0 ∞).***

Розглянемо роботу **101-102**. Використовуємо процедуру прямого кодування (i^*, j^-). Перевіряємо умови прямого кодування (рис. 2.4, блок № 6). Перевірка умов здійснюється за двома варіантами.

Варіант умов - *1*:

Перевіряємо умову $a'_{ij} = 0$, де a'_{ij} - резерв критичності $a'_{ij} = T_i + D_{ij} - T_j$.

$a'_{101-102} = T_{101} + D_{101-102} - T_{102} = 0 + 6 - 6 = 0$ – умова виконується.

Перевіряємо умову $f_{ij} < c_{ij}$: $f_{ij} = f_{101-102} = 0$, $c_{ij} = c_{101-102} = 2$, 0<2 – умова виконується.

Згідно алгоритму, розглядаємо наступний варіант умов – *2*.

Перевіряємо умову: $à''_{ij} = 0$, де $à''_{ij}$ - резерв скорочення, $a''_{ij} = T_i + d_{ij} - T_j$.

$à''_{101-102} = Ò_{101} + d_{101-102} - Ò_{102} = 0 + 4 - 6 = -2 \neq 0$.

У подібних випадках варіант *2* можна не розглядати, оскільки за першим варіантом всі умови виконані.

Визначаємо другу частину коду події 102 за формулою згідно алгоритму: $Q_j = \min(Q_i; c_{ij} - f_{ij})$. $Q_{102} = \min(Q_{101}; c_{101-102} - f_{101-102}) = \min(\infty; 2 - 0) = 2$

Подія 102 отримала код (101; 2). «101» - тому, що кодування виконувалось із події 101; «2» - розраховано.

Далі послідовно розглядаємо всі роботи сітьової моделі.

Розглянемо роботу **101-103.** Пряме кодування [i^*, j^-] - пряма дуга.

Варіант умов - *1*. Перевіряємо умову $à'_{ij} = 0$: $à'_{101\text{-}103} = Ò_{101} + D_{101\text{-}103} - Ò_{103} = 0 + 11 - 13 = -2 \neq 0$. Звідси бачимо, що умова не виконана. Перевіряти умову $f_{ij} < c_{ij}$ не потрібно внаслідок невиконання $à'_{ij} = 0$, тому переходимо до варіанту умов *2*.

Варіант умов - *2*. Перевіряємо умову $à''_{ij} = 0$ - $à''_{101\text{-}103} = Ò_{101} + d_{101\text{-}103} - Ò_{103} = 0 + 8 - 13 = -5 \neq 0$. Умова не виконана.

Звідси бачимо, що подію 103 неможливо закодувати із події 101.

Розглянемо роботу **101-104**.

Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1* Перевіряємо умову $à'_{ij} = 0$. $à'_{101\text{-}104} = Ò_{101} + D_{101\text{-}104} - Ò_{104} = 0 + 20 - 21 = -1 \neq 0$ - умова не виконана.

Варіант умов - *2*. Перевіряємо умову $à''_{ij} = 0$. $à''_{101\text{-}104} = Ò_{101} + d_{101\text{-}104} - Ò_{104} = 0 + 18 - 21 = -3 \neq 0$ - умова не виконана. Звідси бачимо, що подію 104 неможливо закодувати із події 101.

Розглянемо роботу **102-103**. Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - прямая дуга.

Варіант умов – *1*.

Перевіряємо умову $à'_{ij} = 0$. $à'_{102\text{-}103} = Ò_{102} + D_{102\text{-}103} - Ò_{103} = 6 + 7 - 13 = 0$ – умова виконана.

Перевіряємо умову $f_{ij} < c_{ij}$, $f_{ij} = f_{102\text{-}103} = 0$, $c_{ij} = c_{102-103} = 1$, 0<1 – умова виконана.

Визначаємо другу частину коду події 103 - $Q_j = \min(Q_i; c_{ij} - f_{ij})$,

$Q_{103} = \min(Q_{102}; c_{102-103} - f_{102-103}) = \min(2; 1-0) = 1$. Подія 103 отримала код (102; 1). «102» - тому, що кодування здійснювалося із події 102, «1» - визначили за алгоритмом.

Розглянемо роботу **102-104.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $à'_{ij} = 0$. $à'_{102\text{-}104} = Ò_{102} + D_{102\text{-}104} - Ò_{104} = 6 + 13 - 21 = -2 \neq 0$ – умова не виконана.

Перевіряємо умову. $f_{ij} = f_{102\text{-}104} = 0$, $c_{ij} = c_{102-104} = 4$, 0<4 – умова виконана, але це вже не має значення для нас, бо потрібно повноцінне дотримання умов.

Варіант умов – *2*.

Перевіряємо умову $à''_{ij} = 0$. $à''_{102\text{-}104} = Ò_{102} + d_{102\text{-}104} - Ò_{104} = 6 + 11 - 21 = -4 \neq 0$ – умова не виконується. Отже, подію 104 неможливо закодувати із події 102.

Розглянемо роботу **103-104**. Пряме кодування $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $à'_{ij} = 0$. $à'_{103\text{-}104} = Ò_{103} + D_{103\text{-}104} - Ò_{104} = 13 + 8 - 21 = 0$ – умова виконана. Перевіряємо умову $f_{ij} < c_{ij}$, $f_{ij} = f_{102\text{-}103} = 0$, $c_{ij} = c_{102-103} = 4$, 0<4 – умова виконана. Знаходимо другу частину коду події 104:

$Q_j = \min(Q_i; c_{ij} - f_{ij})$, $Q_{104} = \min(Q_{103}; c_{103-104} - f_{103-104}) = \min(1; 4-0) = 1$. Подія 104 отримала код (103; 1). «103» - тому, що кодування виконувалося із події 103, «1» - розрахували.

Всі події отримали свої коди. Відбувся **прорив потоку** (прорив сіті). Це означає, що в сітьовій моделі необхідно змінити потік ***f*** на величину другої частини коду події 104, яка дорівнює (j_{104}*=1.)* Отримали прорив потоку по шляху (101-102) - (102-103) - (103-104).

(101-102) - (102-103) - (103-104) - це критичний шлях (аргументальний шлях) - повний шлях найбільшої тривалості. За вказаними роботами змінюємо потік ***f***, збільшуємо його на 1 (дописуємо отримані значення потоків в квадратиках по цьому шляху): $f_{ij} = f_{ij} + Q_j$

$f_{104-103} = f_{104-103} + Q_{104} = 0 + 1 = 1$

$f_{103-102} = f_{103-102} + Q_{104} = 0 + 1 = 1.$

$f_{102-101} = f_{102-101} + Q_{104} = 0 + 1 = 1$

Починаємо переглядати (кодувати) сітьову модель по другому разу.

Розглянемо роботу **101-102.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $\grave{a}'_{ij} = 0$. $\grave{a}'_{101\text{-}102} = \grave{O}_{101} + D_{101\text{-}102} - \grave{O}_{102} = 0 + 6 - 6 = 0$ – умова виконується. Перевіряємо умову $f_{ij} < c_{ij}$, $f_{ij} = f_{101-102} = 1$, $c_{ij} = c_{101-102} = 2$, 1<2 – умова виконується. Знаходимо другу частину коду події 102 - $Q_j = \min(Q_i; c_{ij} - f_{ij})$, $Q_{102} = \min(Q_{101}; c_{101-102} - f_{102}) = \min(\infty; 2-1) = 1$. Подія 102 отримала код (101; 1). «101» -тому що кодували з події 101, «1» - розрахували за алгоритмом.

Розглянемо роботу **101-103.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $\grave{a}'_{ij} = 0$. $\grave{a}'_{101\text{-}103} = \grave{O}_{101} + D_{101\text{-}103} - \grave{O}_{103} = 0 + 11 - 13 = -2 \neq 0$ - умова не виконана.

Варіант умов – *2*.

Перевіряємо умову $\grave{a}''_{ij} = 0$. $\grave{a}''_{101\text{-}103} = \grave{O}_{101} + d_{101\text{-}103} - \grave{O}_{103} = 0 + 8 - 13 = -5 \neq 0$ - умова не виконана. Подію 103 неможливо закодувати із події 101.

Розглянемо роботу **101-104.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $\grave{a}'_{ij} = 0$.

$\grave{a}'_{101\text{-}104} = \grave{O}_{101} + D_{101\text{-}104} - \grave{O}_{104} = 0 + 20 - 21 = -1 \neq 0$ - умова не виконана.

Варіант умов – *2*. Перевіряємо умову $\grave{a}''_{ij} = 0$.

$\grave{a}''_{101\text{-}104} = \grave{O}_{101} + d_{101\text{-}104} - \grave{O}_{104} = 0 + 18 - 21 = -3 \neq 0$ - умова не виконана. Подію 104 неможливо закодувати із події 101.

Розглянемо роботу **102-103.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $\grave{a}'_{ij} = 0$. $\grave{a}'_{102\text{-}103} = \grave{O}_{102} + D_{102\text{-}103} - \grave{O}_{103} = 6 + 7 - 13 = 0$ – умова виконана. Перевіряємо умову $f_{ij} < c_{ij}$, $f_{ij} = f_{102-103} = 1$, $c_{ij} = c_{102-103} = 1$, 1=1 – умова не виконана.

Варіант умов – *2*. Перевіряємо умову $\grave{a}''_{ij} = 0$.

$a''_{102-103} = T_{102} + d_{102-103} - T_{103} = 6 + 5 - 13 = -2 \neq 0$. Подію 103 неможливо закодувати із події 102.

Розглянемо роботу **102-104.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $\grave{a}'_{ij} = 0$.

$\grave{a}'_{102\text{-}104} = \grave{O}_{102} + D_{102\text{-}104} - \grave{O}_{104} = 6 + 13 - 21 = -2 \neq 0$ – умова не виконана.

Варіант умов – 2. Перевіряємо умову $\grave{a}''_{ij} = 0$.

$\grave{a}''_{102\text{-}104} = \grave{O}_{102} + d_{102\text{-}104} - \grave{O}_{104} = 6 + 11 - 21 = -4 \neq 0$ – умова не виконана. Подію 104 неможливо закодувати із події 102.

Виходячи з того, що всі можливі шляхи до закодування останньої події заборонені (жодна умова не виконується) настав випадок «непрориву» сіті.

Визначаємо дві безлічі подій (які мають код і не мають коду), вони породжують чотири можливих комбінацій коду (дуги або роботи) $(i^*, j^*),(i^*, j^-),(i^-, j^*),(i^-, j^-)$. Виділимо тільки ті роботи, які мають одну закодовану, та одну незакодовану подію: (101-103), (101-104), (102-103), (102-104) - прямі дуги (i^*, j^-). Для кожної з цих робіт визначимо необхідні характеристики (табл. 2.2).

Таблиця 2.2.

Дуга	Резерв критичності	Резерв скорочення
	$a^{/}$	$a^{//}$
101-103 101-104 102-103 102-104	0+11-13=-2 0+20-21=-1 6+7-13=0 6+13-21=-2	0+8-13=-5 0+18-21=-3 6+5-13=-2 6+11-21=-4
	$\Delta_1 = \min\left\|-a^{/}\right\| = \min(1;2) = 1$	$\Delta_2 = \min\left\|-a^{//}\right\| = \min(2;3;4;5) = 2$
	$\Delta T_1 = \min(\Delta_1, \Delta_2) = \min(1;2) = 1$	

ΔT_1 - це мінімальне значення скорочення критичного шляху, яке приводить до діалектичної єдності вузлових чисел T_i та дугових потоків f_{ij}, тобто унаслідок визначення ΔT змінні прямої і двоїстої задач приводяться у відповідність одна з одною, при цьому виникає можливість подальшого скорочення T_n до $T_з$, тобто $T_{104} \le T_з$. Для подій, які не отримали коду (події 104 та 103 не отримали коду), терміни здійснення міняються на $\Delta T_1 = 1 =$
$T_{104} = 21 - 1 = 20$
$T_{103} = 13 - 1 = 12$.

Ітерація №2.

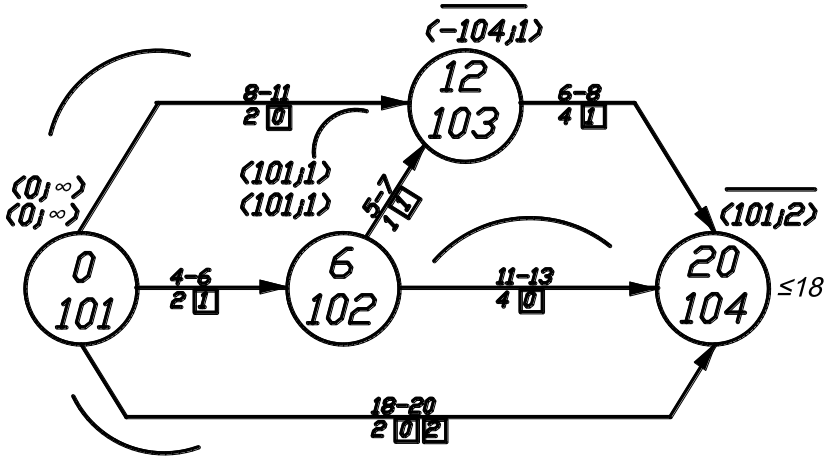


Рис. 2.7. Сітьова модель (ітерація №2)

Розглянемо роботу **101-102.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга. Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $à'_{ij} = 0$. $à'_{101\text{-}102} = Ò_{101} + D_{101\text{-}102} - Ò_{102} = 0 + 6 - 6 = 0$ – умова виконана. Перевіряємо умову $f_{ij} < c_{ij}$, $f_{ij} = f_{101\text{-}102} = 1$, $c_{ij} = c_{101\text{-}102} = 2$, 1<2 –

умова виконана. Знаходимо другу частину коду події 102 за формулою із алгоритму $Q_j = \min(Q_i; c_{ij} - f_{ij})$, $Q_{102} = min(Q_{101}; c_{101\text{–}102} - f_{101\text{–}102}) = min(\infty; 2-1) = 1$.

Отже, подія 102 отримала код (101; 1). «101» - тому, що кодування здійснювалося із події 101. «1» - розрахували за алгоритмом.

Розглянемо роботу **101-103.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $a'_{ij} = 0$.

$a'_{101\text{–}103} = T_{101} + D_{101\text{–}103} - T_{103} = 0 + 11 - 12 = -1 \neq 0$ - умова не виконується.

Варіант умов – *2*. Перевіряємо умову $a''_{ij} = 0$.

$a''_{101\text{–}103} = T_{101} + d_{101\text{–}103} - T_{103} = 0 + 8 - 12 = -4 \neq 0$ - умова не виконується. Отже, подію 103 неможливо закодувати із події 101.

Розглянемо роботу **101-104.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $à'_{ij} = 0$. $a'_{101\text{–}104} = T_{101} + D_{101\text{–}104} - T_{104} = 0 + 20 - 20 = 0$ - умова виконується. Перевіряємо умову $f_{ij} < c_{ij}$, $f_{ij} = f_{101\text{–}104} = 0$, $c_{ij} = c_{101\text{–}104} = 2$, 0<2 – умова виконується. Знаходимо другу частину коду події 104 за формулою $Q_j = \min(Q_i; c_{ij} - f_{ij})$, $Q_{102} = min(Q_{101}; c_{101\text{–}104} - f_{101\text{–}104}) = min(\infty; 2-0) = 2$.

Отже, подія 104 отримала код (101; 2). «101» - тому, що кодування виконувалося із події 101. «1» - розрахували за алгоритмом.

Розглянемо роботу **102-103.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $a'_{ij} = 0$.

$a'_{102\text{–}103} = T_{102} + D_{102\text{–}103} - T_{103} = 6 + 7 - 12 = 1 \neq 0$ – умова не виконана.

Варіант умов – *2*. Перевіряємо умову $a''_{ij} = 0$.

$a''_{102\text{–}103} = T_{102} + d_{102\text{–}103} - T_{103} = 6 + 5 - 12 = -1 \neq 0$ – умова не виконується. Отже, подію 103 неможливо закодувати із події 102.

Розглянемо роботу **103-104.** Визначимо вид кодування. Попередня подія 103 поки-що незакодована i^-, наступна подія 104 вже має свій код j^* (вона була закодована із події 101, див. вище). Отже, у цьому випадку ми маємо зворотне кодування.

Зворотне кодування $[i^-, j^*]$ - зворотна дуга (див. рис. 1.3 блок. №6).

Варіант умов – *3*. Перевіряємо умову $a'_{ij} = 0$.

$a'_{103\text{–}104} = T_{103} + D_{103\text{–}104} - T_{104} = 12 + 8 - 20 = 0$ – умова виконується.

Перевіряємо умову $f_{ij} > 0$, $f_{ij} = f_{103\text{–}104} = 1$, 1>0 – умова виконується.

Варіант умов *4* не перевіряємо, бо виконаний весь попередній варіант *3*.

Отже, код попередньої події 103 визначається згідно алгоритму (рис. 1.3) наступним чином $S_i = (-j; Q_i)$ або $s_{103} = (-104; Q_{103})$, знак «-» вказує на зворотній вид кодування.

Знаходимо другу частину коду події 103 - $Q_i = \min(Q_j; f_{ij})$,

$Q_{103} = min(Q_{104}; f_{103\text{–}104}) = min(2; 1) = 1$. Отже подія 103 отримала код (-104; 1). «-104» - тому, що кодування виконувалося із події 104 (зворотно), «1» - розрахували.

Всі події отримали код, тому ми маємо «прорив» сіті. Це означає, що в сітьовій моделі необхідно змінити потік ***f*** на величину другої частини коду події 104, рівний 2 (j_{104}=2). Отримали прорив потоку за критичнім шляхом (101-104).

Змінюємо потік ***f*** за вказаними роботами:

$f^{нов}_{ij} = f^{ст}_{ij} + Q_j \rightarrow f_{101–104} = f_{101–104} + Q_{104} = 0 + 2 = 2$.

Починаємо переглядати (кодувати) сітьову модель по другому разу.

Розглянемо роботу **101-102.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $a'_{ij} = 0$.

$a'_{101–102} = T_{101} + D_{101–102} - T_{102} = 0 + 6 - 6 = 0$ – умова виконана.

Перевіряємо умову $f_{ij} < c_{ij}$, $f_{ij} = f_{101–102} = 1$, $c_{ij} = c_{101–102} = 2$, 1<2 – умова виконана.

Знаходимо другу частину коду події 102 по формулі $Q_j = \min(Q_i; c_{ij} - f_{ij})$,

$Q_{102} = min(\, Q_{101}; c_{101–102} - f_{101–102}\,) = min(\, \infty; 2 - 1) = 1$

Отже, подія 102 отримала код (101; 1).

Розглянемо роботу **101-103.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $a'_{ij} = 0$.

$a'_{101–103} = T_{101} + D_{101–103} - T_{103} = 0 + 11 - 12 = -1 \neq 0$ - умова не виконана.

Варіант умов – *2*. Перевіряємо умову $a''_{ij} = 0$.

$a''_{101–103} = T_{101} + d_{101–103} - T_{103} = 0 + 8 - 12 = -4 \neq 0$ - умова не виконана.

Отже, подію 103 неможливо закодувати із події 101.

Розглянемо роботу **101-104.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $a'_{ij} = 0$.

$a'_{101–104} = T_{101} + D_{101–104} - T_{104} = 0 + 20 - 20 = 0$ - умова виконана. Перевіряємо умову $f_{ij} < c_{ij}$. $f_{ij} = f_{101–104} = 2$, $c_{ij} = c_{101–104} = 2$, 2=2 – умова не виконана.

Варіант умов – *2*. Перевіряємо умову $a''_{ij} = 0$.

$a''_{101–104} = T_{101} + d_{101–104} - T_{104} = 0 + 18 - 20 = -2 \neq 0$ - умова не виконана. Отже, подію 104 неможливо закодувати із події 101.

Розглянемо роботу **102-103.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $a'_{ij} = 0$.

$a'_{102–103} = T_{102} + D_{102–103} - T_{103} = 6 + 7 - 12 = 1 \neq 0$ – умова не виконана.

Варіант умов – *2*. Перевіряємо умову $a''_{ij} = 0$.

$a''_{102–103} = T_{102} + d_{102–103} - T_{103} = 6 + 5 - 12 = -1 \neq 0$ – умова не виконана. Отже, подію 103 неможливо закодувати із події 102.

Розглянемо роботу **102-104.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $a'_{ij} = 0$.

$a'_{102–104} = T_{102} + D_{102–104} - T_{104} = 6 + 13 - 20 = -1 \neq 0$ – умова не виконана.

Варіант умов – *2*. Перевіряємо умову $a''_{ij} = 0$.

$a''_{102–104} = T_{102} + d_{102–104} - T_{104} = 6 + 11 - 20 = -3 \neq 0$ – умова не виконана.

Отже, подію 104 неможливо закодувати із події 102.

Виходячи з того, що всі можливі шляхи до закодування останньої події заборонені (жодна умова не виконується) наступив випадок «непрориву» сіті.

Визначаємо дві безлічі подій (які мають код і не мають коду), вони породжують чотири можливих комбінацій коду (дуги або роботи) $(i^*, j^*),(i^*, j^-),(i^-, j^*),(i^-, j^-)$. Виділимо тільки ті роботи, які мають одну закодовану, та одну незакодовану подію: (101-103), (101-104), (102-103), (102-104) - прямі дуги (i^*, j^-). Для кожної з цих робіт визначимо необхідні характеристики (табл. 2.3).

ΔT_2 - це мінімальна величина скорочення критичного шляху, яка приводить до діалектичної єдності вузлових чисел T_i та дугових потоків f_{ij}, тобто унаслідок визначення ΔT змінні прямої і двоїстої задач приводяться у відповідність одна з одною, при цьому виникає можливість подальшого скорочення $T_п$ до $T_з$, тобто $T_{104} \le T_з$. Для подій, які не отримали коду (події 104 та 103 не отримали коду), терміни здійснення міняються на $\Delta T_2 = 1 =$ $T_{104} = 20 - 1 = 19$

$T_{103} = 12 - 1 = 11$.

Таблиця 2.3.

Дуги	Резерв критичности	Резерв сокращения
	a'	a''
101-103 101-104 102-103 102-104	0+11-12=-1 0+20-20=0 6+7-12=1 6+13-20=-1	0+8-12=-4 0+18-20=-2 6+5-12=-1 6+11-20=-3
	$\Delta_1 = min\|-a'\| = min(1) = 1$	$\Delta_2 = min\|-a''\| = min(1;2;3;4) = 1$
	$\Delta T_2 = min(\Delta_1, \Delta_2) = min(1;1) = 1$	

Ітерація №3

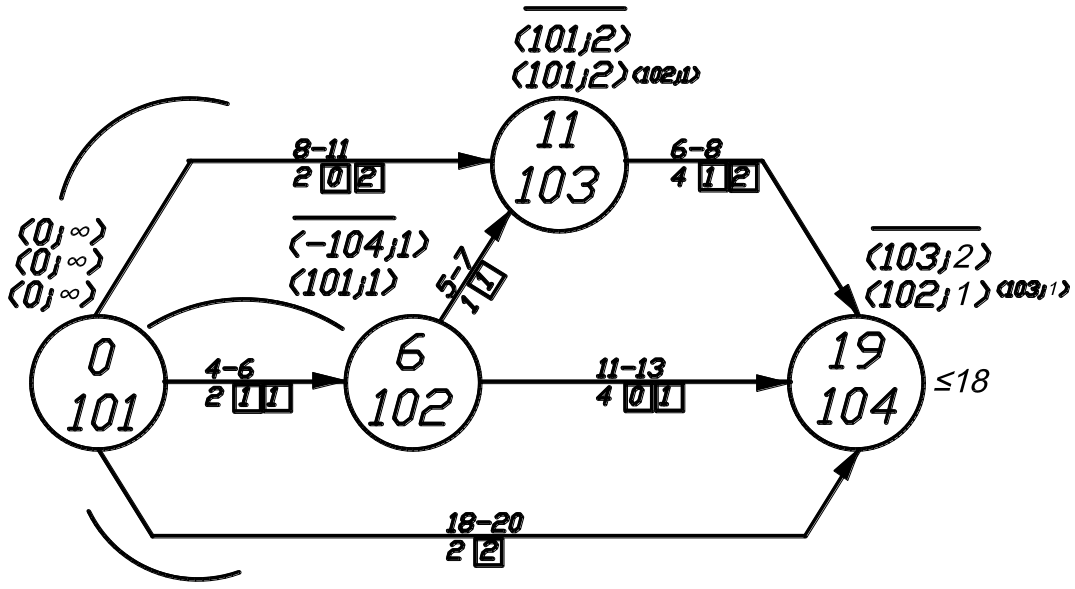


Рис. 2.8. Сітьова модель (ітерація №3)

Розглянемо роботу **101-102.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $a'_{ij} = 0$.

$a'_{101–102} = T_{101} + D_{101–102} - T_{102} = 0 + 6 - 6 = 0$ – умова виконується. Перевіряємо умову $f_{ij} < c_{ij}$, $f_{ij} = f_{101–102} = 1$, $c_{ij} = c_{101–102} = 2$, 1<2 – умова виконується.

Знаходимо другу частину коду події 102 по формулі $Q_j = \min(Q_i; c_{ij} - f_{ij})$,

$Q_{102} = min(\, Q_{101}; c_{101–102} - f_{101–102}\,) = min(\, \infty; 2 - 1) = 1$

Отже подія 102 отримала (101; 1).

Розглянемо роботу **101-103.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $a'_{ij} = 0$,

$a'_{101–103} = T_{101} + D_{101–103} - T_{103} = 0 + 11 - 11 = 0$ – умова виконана. Перевіряємо умову $f_{ij} < c_{ij}$, $f_{ij} = f_{101–103} = 0$, $c_{ij} = c_{101–103} = 2$, 0<2 – умова виконується.

Знаходимо другу частину коду події 103 по формулі $Q_j = \min(Q_i; c_{ij} - f_{ij})$,

$Q_{103} = min(\, Q_{101}; c_{101–103} - f_{101–103}\,) = min(\, \infty; 2 - 0\,) = 2$.

Подія 103 отримала код (101; 2).

Зараз розглянемо випадок, коли подію можна закодувати з двох або більше попередніх подій. Наприклад подія 103 кодується не тільки із 101, а також із 102.

Розглянемо роботу **102-103.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $à'_{ij} = 0$,

$a'_{102–103} = T_{102} + D_{102–103} - T_{103} = 6 + 7 - 11 = 2 \neq 0$ – умова не виконується.

Варіант умов – *2*. Перевіряємо умову $à''_{ij} = 0$,

$a''_{102–103} = T_{102} + d_{102–103} - T_{103} = 6 + 5 - 11 = 0$ – умова виконується.

Знаходимо другу частину коду події 103 по формулі $S_j = (i; Q_i)$,

$Q_{103} = (102; Q_{102}) = (102; 1)$.

Подія 103 також може отримати ще один код (102; 1). «102» - тому, що кодування здійснювалося із події 102. «1» - просто перенесли другу частину коду попередньої події (згідно алгоритму).

В цьому випадку не має значення який код ми залишимо - результат буде однаковим.

Отже, для події 103 залишаємо код (101;2), тобто той код, який отримали спочатку, при розгляді роботи 101-103. У подальшій роботі, при виявленні можливості кодування з двох або більше боків задля зменшення помилковості залишайте той код, який був отриманий спочатку.

Розглянемо роботу **101-104.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $a'_{ij} = 0$,

$a'_{101–104} = T_{101} + D_{101–104} - T_{104} = 0 + 20 - 19 = 1 \neq 0$ - умова не виконується.

Варіант умов – *2*. Перевіряємо умову $a''_{ij} = 0$,

$a''_{101–104} = T_{101} + d_{101–104} - T_{104} = 0 + 18 - 19 = -1 \neq 0$ - умова не виконується. Отже, подію 104 неможливо закодувати із події 101.

Розглянемо роботу **102-104.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $à'_{ij} = 0$, $a'_{102-104} = T_{102} + D_{102-104} - T_{104} = 6 + 13 - 19 = 0$ – умова виконується.

Перевіряємо умову $f_{ij} < c_{ij}$, $f_{ij} = f_{102-104} = 0$, $c_{ij} = c_{102-104} = 4$, 0<4 – умова виконується.

Знаходимо другу частину коду події 104

$Q_{104} = \min(Q_{102}; c_{102-104} - f_{102-104}) = \min(1; 4-0) = 1$

Подія 104 отримала код (102; 1).

Бачимо, що подія 104 також може бути закодована із події 103. Розглянемо з навчальною метою роботу 103-104.

Розглянемо роботу **103-104.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $à'_{ij} = 0$

$a'_{103-104} = T_{103} + D_{103-104} - T_{104} = 11 + 8 - 19 = 0$ – умова виконується

Перевіряємо умову $f_{ij} < c_{ij}$,

$f_{ij} = f_{103-104} = 1$, $c_{ij} = c_{103-104} = 4$, 1<4 – умова виконується.

Друга частина коду $Q_{104} = \min(Q_{103}; c_{103-104} - f_{103-104}) = \min(1; 4-1) = 1$

Подія 104 також може отримати код (103;1).

Для події 104, як мовилося вище, залишаємо вперше отриманий код (102;1), який визначили при розгляді роботи 102-104.

Всі події отримали код, тому ми маємо «прорив» сіті. Це означає, що в сітьовій моделі необхідно змінити потік ***f*** на величину другої частини коду події 104, рівний 1 (j_{104}=1). Отримали прорив потоку за критичнім шляхом (101-102) - (102-104). Змінюємо потік ***f*** за вказаними роботами:

$$f_{ij}^{нов} = f_{ij}^{ст} + Q_j = \begin{matrix} f_{101-102} = f_{101-102} + Q_{104} = 1+1 = 2 \\ f_{102-104} = f_{102-104} + Q_{104} = 0+1 = 1 \end{matrix}.$$

Починаємо переглядати (кодувати) сітьову модель по другому разу.

Розглянемо роботу **101-102.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $a'_{ij} = 0$

$a'_{101-102} = T_{101} + D_{101-102} - T_{102} = 0 + 6 - 6 = 0$ - умова виконується.

Перевіряємо умову $f_{ij} < c_{ij}$, $f_{ij} = f_{101-102} = 2$, $c_{ij} = c_{101-102} = 2$, 2=2 – умова не виконується.

Варіант умов – *2*. Перевіряємо умову $a''_{ij} = 0$,

$a''_{101-102} = T_{101} + d_{101-102} - T_{102} = 0 + 4 - 6 = -2 \neq 0$ - умова не виконується.

Отже, подію 102 неможливо закодувати із події 101.

Розглянемо роботу **101-103.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $a'_{ij} = 0$,

$a'_{101-103} = T_{101} + D_{101-103} - T_{103} = 0 + 11 - 11 = 0$ – умова виконана. Перевіряємо умову $f_{ij} < c_{ij}$, $f_{ij} = f_{101-103} = 0$, $c_{ij} = c_{101-103} = 2$, 0<2 – умова виконується.

Знаходимо другу частину коду події 102 по формулі $Q_j = \min(Q_i; c_{ij} - f_{ij})$,
$Q_{103} = min(\ Q_{101}; c_{101–103} - f_{101–103}\ ) = min(\ \infty; 2-0\ ) = 2$. Подія 103 отримала код (101; 2).

Розглянемо роботу **101-104.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $a'_{ij} = 0$

$a'_{101–104} = T_{101} + D_{101–104} - T_{104} = 0 + 20 - 19 = 1 \neq 0$ - умова не виконується.

Варіант умов – *2*. Перевіряємо умову $a''_{ij} = 0$,

$a''_{101–104} = T_{101} + d_{101–104} - T_{104} = 0 + 18 - 19 = -1 \neq 0$ - умова не виконана.

Отже, подію 104 неможливо закодувати із події 101.

Розглянемо роботу **103-104.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $a'_{ij} = 0$

$a'_{103–104} = T_{103} + D_{103–104} - T_{104} = 11 + 8 - 19 = 0$ – умова виконується.

Перевіряємо умову $f_{ij} < c_{ij}$, $f_{ij} = f_{103–104} = 1$, $c_{ij} = c_{103–104} = 4$, 1<4 – умова виконана.

$Q_{104} = min(\ Q_{103}; c_{103–104} - f_{103–104}\ ) = min(\ 2; 4-1) = 2$

Подія 104 отримала код (103; 2).

Розглянемо роботу **102-103.** Зворотне кодування - $[i^-, j^*]$ – зворотна дуга.

Варіант умов – *3*. Перевіряємо умову $a'_{ij} = 0$,

$a'_{102–103} = T_{102} + D_{102–103} - T_{103} = 6 + 7 - 11 = 2 \neq 0$ - умова не виконується.

Варіант умов – *4*. Перевіряємо умову $a''_{ij} = 0$,

$a''_{102–103} = T_{102} + d_{102–103} - T_{103} = 6 + 5 - 11 = 0$ – умова виконується.

Перевіряємо умову $f_{ij} > c_{ij}$, $f_{ij} = f_{102–103} = 1$, $c_{ij} = c_{102–103} = 1$, 1=1 – умова не виконується.

Отже, подію 103 неможливо закодувати із події 102.

Розглянемо роботу **102-104.** Зворотне кодування - $[i^-, j^*]$ – зворотна дуга.

Варіант умов – *3*. Перевіряємо умову $a'_{ij} = 0$,

$a'_{102–104} = T_{102} + D_{102–104} - T_{104} = 6 + 13 - 19 = 0$ – умова виконується. Перевіряємо умову $f_{ij} > 0$, $f_{ij} = f_{102–104} = 1$, 1>0 – умова виконується.

$S_{ij} = (-j; Q_i)$. Визначаємо другу частину коду 104 за формулою: $Q_i = min(Q_j; f_{ij})$.

$Q_{102} = min(\ Q_{104}; f_{102–104}\ ) = min(\ 2; 1) = 1$. Подія 102 отримала код (-104; 1).

Остання подія а також всі події отримали коди, тому ми маємо «прорив» сіті. Це означає, що в сітьовій моделі необхідно змінити потік ***f*** на величину другої частини коду останньої події 104, рівний 2 (j_{104}=2). Отримали прорив потоку за критичнім шляхом (101-103) - (103-104). Змінюємо потік ***f*** за вказаними роботами:

$f_{ij}^{нов} = f_{ij}^{ст} + Q_j$. $\begin{matrix} f_{101–103} = f_{101–103} + Q_{104} = 0+2 = 2 \\ f_{103–104} = f_{103–104} + Q_{104} = 1+2 = 3 \end{matrix}$.

Починаємо переглядати (кодувати) сітьову модель по третьому разу.

Розглянемо роботу **101-102.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $a'_{ij} = 0$,

$a'_{101–102} = T_{101} + D_{101–102} - T_{102} = 0+6-6 = 0$ - умова виконується. Перевіряємо умову $f_{ij} < c_{ij}$, $f_{ij} = f_{101–102} = 2$, $c_{ij} = c_{101–102} = 2$, 2=2 – умова не виконується.

Варіант умов – *2*. Перевіряємо умову $\grave{a}''_{ij} = 0$

$a''_{101–102} = T_{101} + d_{101–102} - T_{102} = 0+4-6 = -2 \neq 0$ - умова не виконана.

Отже, подію 102 неможливо закодувати із події 101.

Розглянемо роботу **101-103.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $a'_{ij} = 0$

$a'_{101–103} = T_{101} + D_{101–103} - T_{103} = 0+11-11 = 0$ – умова виконується. Перевіряємо умову $f_{ij} < c_{ij}$, $f_{ij} = f_{101–103} = 2$, $c_{ij} = c_{101–103} = 2$, 2=2 – умова не виконується.

Варіант умов – *2*. Перевіряємо умову $a''_{ij} = 0$.

$a''_{101–103} = T_{101} + d_{101–103} - T_{103} = 0+8-11 = -3 \neq 0$ - умова не виконана.

Отже, подію 103 неможливо закодувати із події 101.

Розглянемо роботу **101-104.** Пряме кодування - $[i^*, j^-]$ - пряма дуга.

Варіант умов – *1*. Перевіряємо умову $a'_{ij} = 0$,

$a'_{101–104} = T_{101} + D_{101–104} - T_{104} = 0+20-19 = 1 \neq 0$ - умова не виконується.

Варіант умов – *2*. Перевіряємо умову $a''_{ij} = 0$.

$a''_{101–104} = T_{101} + d_{101–104} - T_{104} = 0+18-19 = -1 \neq 0$ - умова не виконується.

Отже, подію 104 неможливо закодувати із події 101.

Виходячи з того, що всі можливі шляхи до закодування останньої події заборонені (жодна умова не виконується) наступив випадок «непрориву» сіті.

Визначаємо дві безлічі подій (які мають код і не мають коду), вони породжують чотири можливих комбінацій коду (дуги або роботи) $(i^*, j^*), (i^*, j^-), (i^-, j^*), (i^-, j^-)$. Виділимо тільки ті роботи, які мають одну закодовану, та одну незакодовану подію: (101-103), (101-102), (101-104) - прямі дуги (i^*, j^-). Для кожної з цих робіт визначимо необхідні характеристики (табл. 2.4).

Таблиця 2.4

Дуги	Резерв критичності	Резерв скорочення
	a'	a''
101-102 101-103 101-104	0+6-6=0 0+11-11=0 0+20-19=1	0+4-6=-2 0+8-11=-3 0+18-19=-1
	$\Delta_1 = min\lvert - a' \rvert = - - -$ (відсутнє)	$\Delta_2 = \min\lvert - a'' \rvert = \min(1,2;3) = 1$
	$\Delta T_3 = min(\ \Delta_1, \Delta_2\ ) = 1$	

ΔT_3 - це мінімальне значення скорочення критичного шляху, яка приводить до діалектичної єдності вузлових чисел T_i та дугових потоків f_{ij}, тобто унаслідок визначення ΔT змінні прямої і двоїстої задач приводяться у відповідність одна з одною, при цьому виникає можливість подальшого скорочення $T_п$ до $T_з$, тобто $T_{104} \le T_з$. Для подій, які не отримали коду (події 102, 104 та 103 не отримали коду), терміни здійснення міняються на $\Delta T_3 = 1 =$

$T_{104} = 19 - 1 = 18$

$T_{103} = 11 - 1 = 10$.

$T_{102} = 6 - 1 = 5$

Ітерація №4.

Оптимізація закінчена, оскільки $T_{104} = 18 \le T_з = 18$. Мета досягнута, але треба ще знайти невідомі змінні x_{ij}. Визначаємо оптимальні режими виконання робіт за формулою $x_{ij} = \min(D_{ij}; T_j - T_i)$ та надписуємо їх значення над роботами (дугами):

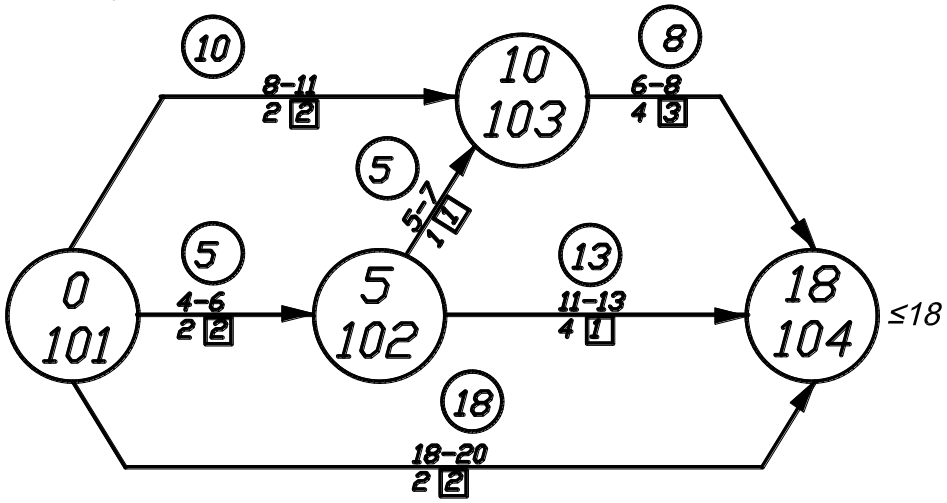


Рис. 2.9. Сітьова модель (ітерація №4 – оптимальне рішення)

$x_{101-102} = min(6; 5-0) = min(6; 5) = 5$

$x_{101-103} = min(11; 10-0) = min(11; 10) = 10$

$x_{101-104} = min(20; 18-0) = 18$

$x_{102-103} = min(7; 10-5) = 5$

$x_{102-104} = min(13; 18-5) = 13$

$x_{103-104} = min(8; 18-10) = 8.$

Економічний аналіз рішення задачі. Для усвідомлення економічної суті рішення задачі, отриманого внаслідок вибору оптимальних варіантів режимів виконання робіт, його аналіз доцільно і наочно виконати в табличній формі (табл. 1.4) з наведенням результатів змін цільових функцій $L(x)$ та $Z(f)$. Економічний аналіз кінцевої ітерації (оптимального рішення) приведено в

табл. 2.5., де відображена мінімізація залучення додаткових сумарних трудових ресурсів $\sum_{(i,j)\in A}\Delta n_{ij}$ для дотримання $\boldsymbol{T_{зад}}$.

Таблиця 2.5 - Таблиця економічного аналізу рішення задачі

код роботи ***(i-j)***	d_{ij}	D_{ij}	x_{ij}	c_{ij}	f_{ij}	$c_{ij}\cdot x_{ij}$	$c_{ij}\cdot D_{ij}$	$c_{ij}\cdot d_{ij}$	γ_{ij}	δ_{ij}	$\gamma_{ij}\cdot D_{ij}$	$d_{ij}\cdot\delta_{ij}$
1	***2***	***3***	***4***	***5***	***6***	***7***	***8***	***9***	***10***	***11***	***12***	***13***
101-102	4	6	***5***	2	2	10	12	8	0	0	0	0
101-103	8	11	***10***	2	2	20	22	16	0	0	0	0
101-104	18	20	***18***	2	2	36	40	36	0	0	0	0
102-103	5	7	***5***	1	1	5	7	5	0	0	0	0
102-104	11	13	***13***	4	1	52	52	44	3	0	39	0
103-104	6	8	***8***	4	3	32	32	24	1	0	8	0
						∑=155	**∑=165**	**∑=133**			**∑=47**	**∑=0**

Значення змінних колонок 10 та 11 у табл. 2.5 - γ_{ij} δ_{ij} позначає двоїсті змінні оцінок D_{ij} та d_{ij}. Визначимо γ_{ij} та δ_{ij} за допоміжною таблицею 2.6.

Таблиця 2.6 - Таблиця для визначення двоїстих змінних γ_{ij} та δ_{ij}

$x = D$	$\delta = 0$ $\gamma = max(0; c - f)$
$d < x < D$	$\gamma = 0$ $\delta = 0$
$x = d$	$\gamma = 0$ $\delta = max(0; f - c)$

На основі приведених розв'язків та міркувань за табл. 2.5 знаходимо цільові функції задачі.

Цільова функція прямої задачі: $L(x) = \sum_{(i,j)\in A} c_{ij}x_{ij} \to \max$

$L(x) = \sum_{(i,j)\in A} c_{ij}x_{ij} = 10+20+36+5+52+32 = 155$ одиниць трудомісткості.

Цільова функція двоїстої задачі: $Z(f) = TV + \sum_{(i,j)\in A} D_{ij}\gamma_{ij} - \sum_{(i.j)\in A} d_{ij}\delta_{ij} \to \min$

$Z(f) = TV + \sum_{(i,j)\in A} D_{ij}\gamma_{ij} - \sum_{(i.j)\in A} d_{ij}\delta_{ij} = 18*6+47-0 = 155$ одиниць трудомісткості,

де T – критичний шлях $T_{зад}$; V – двоїста змінна $T_{кр}$ (сума вихідного або вхідного потоку), відображає умову збереження потоку (скільки одиниць потоку входить в проміжну подію, стільки виходить з неї) тобто - це сумарний потік, який виходить з початкової події 101 або входить в кінцеву подію 104:

$$V^{вихід} = \sum f_{1i} = f_{101\text{–}104} + f_{101\text{–}102} + f_{101\text{–}103} = 2+2+2 = 6$$

$$V^{вхід} = \sum f_{i4} = f_{103\text{–}104} + f_{102\text{–}104} + f_{101\text{–}104} = 3+1+2 = 6$$

Отже, правильність вирішення задачі перевіряємо за виконанням наступних умов.

Умова - 1) Умова збереження потоку - значення сум вихідних та вхідних потоків повинні бути однакові $V^{вихід} = V^{вхід}$; $6 = 6$.

Умова - 2) Умова рівності цільових функцій прямої та двоїстої задач (див. теореми двоїстості) $L(x) = Z(f)$; $155 = 155$.

Визначаємо сумарне залучення ресурсів в умовах традиційного методу планування:

$$\sum_{(i,j)\in A}^{традиц} \Delta n_{ij} = \sum_{(i,j)\in A} D_{ij} c_{ij} - \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} d_{ij} = 165 - 133 = 32$$ одиниць трудомісткості.

Визначаємо сумарне залучення ресурсів в умовах оптимізації процесу планування:

$$\sum_{(i,j)\in A}^{оптим} \Delta n_{ij} = \sum_{(i,j)\in A} D_{ij} c_{ij} - \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} x_{ij} = 165 - 155 = 10$$ одиниць трудомісткості.

Визначаємо результат оптимізації процесу виробництва $\Delta = \frac{10*100}{32} = 31{,}25\%$.

Висновок. Для виконання будівництва в заданий термін $T_{зад}=18$ міс. (1,5 року) слід вибрати такі режими виробництва які вимагають залучення додаткових ресурсів $\sum_{(i,j)\in A}^{традиц} \Delta n_{ij} = 32$ (од. труд.)

При традиційних методах планування залучення ресурсів складає 32 одиниць трудомісткості (100%), а при оптимальному рішенні - 10 одиниць трудомісткості (31,25%). Завдяки рішенню задачі на оптимум, додаткове залучення ресурсів складе 31,25% в порівнянні з традиційними методами планування.

Рівність ***Z(f)*** та ***L(x)*** згідно теоремам двоїстості (див. вище) показує, що задача вирішена правильно, а змінні, відповідні цільовим функціям, мають оптимальне значення.

Практична цінність задачі Форда-Фалкерсона - сприяння в об'єктивній оцінці ситуації по здачі об'єктів в експлуатацію. Так, якщо об'єкт зводиться з порушенням термінів як нормативних так і планових, то завжди на будь-якій його стадії можна виробити рішення, які мінімізують зусилля на його зведення. Це здійснюється таким чином:

1) визначаються залишкові об'єми робіт і їх трудомісткість;

2) встановлюються можливі режими виробництва (у нормальних умовах і прискорені);

3) за допомогою процедури кодування подій визначаємо рішення, в якому $T_n = T_{зад}$.

Визначити рішення задачі - це встановити змінні величини x_{ij}, які максимізували (мінімізували) цільову функцію max***L(x)*** (min***Z(f)***)*. Визначивши невідомі x_{ij} ми отримали екстремальні значення цільової функції. Значення x_{ij} визначають режими виконання робіт $(i,j) \in A$, при яких дотримується заданий термін будівництва, а зусилля на досягненні мети будуть мінімальними.

2.3 Селектоновація управлінських рішень в реалізації складних будівельних проектів

Постановка задачі. Реалізація складних проектів у зазначений термін приваблює багатьох дослідників. Процедура передбачення результату є актуальною бо ступінь надійності та ризик управлінських рішень безпосередньо впливає на ефективність виробництва. Незважаючи на значні успіхи у вирішенні завдань управління складними проектами, існує широкий комплекс проблем щодо удосконалення методів і підходів в управлінні організаційно-технологічною підготовкою складними будівельними проектами.

Будемо досліджувати проблеми обґрунтування термінів реалізації складних будівельних проектів із урахуванням специфіки проектів та умов їх реалізації за допомогою методів теорії графів та потокових алгоритмів [30].

У практичній роботі, а також у наукових дослідженнях завжди доводиться стикатися із проблемою обґрунтування термінів виконання проектів або виробничих програм в заданий (встановлений) термін. Оскільки технології та організації виробництва завжди притаманні багатоваріантність і багатокрітеріальність, то вирішення питання здійснюватимемо на основі наукового підходу, використання сучасного арсеналу теорії дослідження операцій та засобів обчислювальної техніки [20, 21, 14].

Рішення задачі простим табличним симплекс-методом. У попередньому розділі нами вирішувалась задача визначення оптимальних тривалостей робіт $(i,j)\in A$ у складі сітьової моделі задля реалізації будівельного проекту в зазначений термін. Вирішення поставленої задачі виконувалось на основі теорії графів та за допомогою алгоритму Форда-Фалкерсона. Результатами приведених розв'язків задачі стали наступні значення цільових функцій.

Цільова функція прямої задачі: $L(x)=\sum_{(i,j)\in A} c_{ij}x_{ij}\to max$

$L(x)=\sum_{(i,j)\in A} c_{ij}x_{ij}=10+20+36+5+52+32=155$ одиниць трудомісткості.

Цільова функція двоїстої задачі: $Z(f)=TV+\sum_{(i,j)\in A} D_{ij}\gamma_{ij}-\sum_{(i.j)\in A} d_{ij}\delta_{ij}\to min$

$Z(f)=TV+\sum_{(i,j)\in A} D_{ij}\gamma_{ij}-\sum_{(i.j)\in A} d_{ij}\delta_{ij}=18*6+47-0=155$ одиниць трудомісткості,

Виконаємо перевірочне рішення поставленої задачі універсальним симплекс-методом, тобто за алгоритмом рішення оптимізаційної задачі лінійного програмування.

Такий підхід є порівняльним і не передбачає врахування вартості робіт, що важливо при розробці комплексного укрупненого сітьового графіку (КУСГу) у складі проекту організації будівництва (ПОБ) або техніко-економічного обґрунтування (ТЕО) проекту.

Рішення задачі універсальним симплекс-методом вимагає приведення її до канонічного вигляду. Різнобічність обмежень на виконання робіт $(i,j)\in A$

робить процес складним і важкодоступним. У розглянутому прикладі в п.2.2, де рішення засноване на графах і сітях, оптимальні рішення - x_{ij} мінімізують цільову функцію. Цей результат можна отримати на базі симплекс-методу, але такий підхід пов'язаний з потребами стандартизації підходу, що породжує труднощі у вирішенні задачі. Якщо процедура відпрацьована, то проблеми спрощуються, але природа задачі і реалізація такої процедури є складною.

Спочатку виконаємо вирішення за допомогою простого табличного симплекс-методу із основним базисом.

Покажемо прийом приведення задачі до канонічного вигляду.

Сформуємо цільову функцію задачі. Вона матиме наступний вигляд:

$$L(x)=\sum_{(i,j)\in A} c_{ij}x_{ij}=2\cdot x_1+2\cdot x_2+2\cdot x_3+1\cdot x_4+4\cdot x_5+4\cdot x_6\to max$$

Далі сформуємо обмеження задачі, які умовно розділимо на 2 групи:

1 група – обмеження за критичним шляхом $T_{зад}=18$ міс.;

2 група – обмеження за тривалостями операцій D_{ij} та d_{ij}.

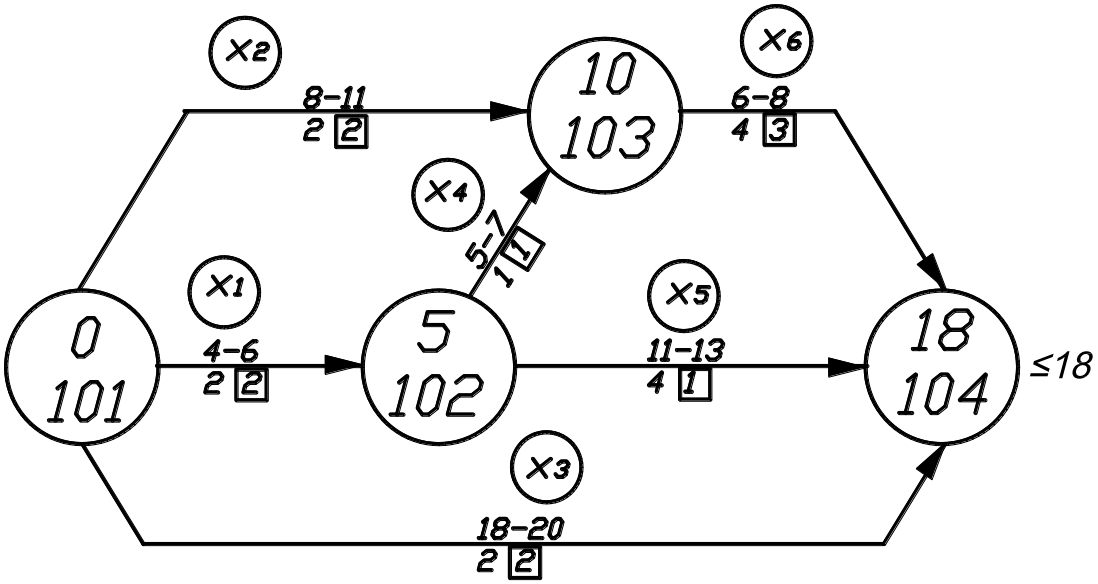


Рис. 2.10. Вихідні дані для розрахунку задачі симплекс-методом (сітьова модель методу Форда-Фалкерсона, ітерація №4 – оптимальне рішення)

1 група обмежень:

1) $x_1+x_5\le 18$; 2) $x_3\le 18$; 3) $x_1+x_4+x_6\le 18$; 4) $x_2+x_6\le 18$

2 група обмежень: 5) $-x_1\le 4$; 6) $x_1\le 6$; 7) $-x_2\le 8$; 8) $x_2\le 11$; 9) $-x_3\le 18$; 10) $x_3\le 20$; 11) $-x_4\le 5$; 12) $x_4\le 7$; 13) $-x_5\le 11$; 14) $x_5\le 13$; 15) $-x_6\le 6$; 16) $x_6\le 8$

Для приведення системи обмежень до канонічного виду потрібно до кожного обмеження добавити додаткову змінну та перетворити нерівності на рівняння.

1) $1\cdot x_1+0\cdot x_2+0\cdot x_3+0\cdot x_4+1\cdot x_5+0\cdot x_6=18 \quad +1\cdot x_7$

2) $0\cdot x_1+0\cdot x_2+1\cdot x_3+0\cdot x_4+0\cdot x_5+0\cdot x_6=18 \quad +1\cdot x_8$

3) $1\cdot x_1+0\cdot x_2+0\cdot x_3+1\cdot x_4+0\cdot x_5+1\cdot x_6=18 \quad +1\cdot x_9$

4) $0 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 + 0 \cdot x_5 + 1 \cdot x_6 = 18 \quad +1 \cdot x_{10}$

5) $-1 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 + 0 \cdot x_5 + 0 \cdot x_6 = 4 \quad +1 \cdot x_{11}$

6) $1 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 + 0 \cdot x_5 + 0 \cdot x_6 = 6 \quad +1 \cdot x_{12}$

7) $0 \cdot x_1 - 1 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 + 0 \cdot x_5 + 0 \cdot x_6 = 8 \quad +1 \cdot x_{13}$

8) $0 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 + 0 \cdot x_5 + 0 \cdot x_6 = 11 \quad +1 \cdot x_{14}$

9) $0 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 - 1 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 + 0 \cdot x_5 + 0 \cdot x_6 = 18 \quad +1 \cdot x_{15}$

10) $0 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 1 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 + 0 \cdot x_5 + 0 \cdot x_6 = 20 \quad +1 \cdot x_{16}$

11) $0 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 - 1 \cdot x_4 + 0 \cdot x_5 + 0 \cdot x_6 = 5 \quad +1 \cdot x_{17}$

12) $0 \cdot \tilde{o}_1 + 0 \cdot \tilde{o}_2 + 0 \cdot \tilde{o}_3 + 1 \cdot \tilde{o}_4 + 0 \cdot \tilde{o}_5 + 0 \cdot \tilde{o}_6 = 7 \quad +1 \cdot x_{18}$

13) $0 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 - 1 \cdot x_5 + 0 \cdot x_6 = 11 \quad +1 \cdot x_{19}$

14) $0 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 + 1 \cdot x_5 + 0 \cdot x_6 = 13 \quad +1 \cdot x_{20}$

15) $0 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 + 0 \cdot x_5 - 1 \cdot x_6 = 6 \quad +1 \cdot x_{21}$

16) $0 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 + 0 \cdot x_5 + 1 \cdot x_6 = 8 \quad +1 \cdot x_{22}$.

$$L(x) = \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} x_{ij} = 2 \cdot \tilde{o}_1 + 2 \cdot \tilde{o}_2 + 2 \cdot \tilde{o}_3 + 1 \cdot \tilde{o}_4 + 4 \cdot \tilde{o}_5 + 4 \cdot \tilde{o}_6 + 0 \cdot \tilde{o}_7 + 0 \cdot \tilde{o}_8 +$$

$$+ 0 \cdot \tilde{o}_9 + 0 \cdot \tilde{o}_{10} + 0 \cdot \tilde{o}_{11} + 0 \cdot \tilde{o}_{12} + 0 \cdot \tilde{o}_{13} + 0 \cdot \tilde{o}_{14} + 0 \cdot \tilde{o}_{15} + 0 \cdot \tilde{o}_{17} + 0 \cdot \tilde{o}_{18} + 0 \cdot \tilde{o}_{19} +$$

$$+ 0 \cdot \tilde{o}_{20} + 0 \cdot \tilde{o}_{21} + 0 \cdot \tilde{o}_{22} \to \text{màõ}$$

Складаємо вихідну симплекс-таблицю (табл. 2.7).

Таблиця 2.7 - Вихідна симплекс-таблиця (ітерація – 0)

			2	2	2	1	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C_j	**P^0**	**x0**	**x1**	**x2**	**x3**	**x4**	**x5**	**x6**	**x7**	**x8**	**x9**	**x10**	**x11**	**x12**	**x13**	**x14**	**x15**	**x16**	**x17**	**x18**	**x19**	**x20**	**x21**	**x22**
0	**x7**	18	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	**x8**	18	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	**x9**	18	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	**x10**	18	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	**x11**	4	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	**x12**	6	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	**x13**	8	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	**x14**	11	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	**x15**	18	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	**x16**	20	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	**x17**	5	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	**x18**	7	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	**x19**	11	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	**x20**	13	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	**x21**	6	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	**x22**	8	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
		0	-2	-2	-2	-1	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Розрахунок задачі виконано за 6 ітераціями. Проміжні ітерації розрахунку базисного симплекс-методу не наведені. У кінцевій ітерації (табл. 2.8) отримано оптимальний план задачі у вигляді значення цільової функції.

Таблиця 2.8 - Кінцева симплекс-таблиця (ітерація – 6)

			2	2	2	1	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C_j	**P^6**	**x0**	**x1**	**x2**	**x3**	**x4**	**x5**	**x6**	**x7**	**x8**	**x9**	**x10**	**x11**	**x12**	**x13**	**x14**	**x15**	**x16**	**x17**	**x18**	**x19**	**x20**	**x21**	**x22**
2	**x1**	5	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0
2	**x3**	18	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	**x4**	5	0	0	0	1	0	0	-1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1
2	**x2**	10	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
0	**x11**	9	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0
0	**x12**	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	**x13**	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
0	**x14**	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
0	**x15**	36	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	**x16**	2	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	**x17**	10	0	0	0	0	0	0	-1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	-1
0	**x18**	2	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	1
0	**x19**	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
4	**x5**	13	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	**x21**	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
4	**x6**	8	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
		155	0	0	0	0	0	0	1	2	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	1

В результаті рішення задачі отримані наступні значення оптимальних значень тривалості робіт (табл. 1.7): $x_1 = 5$; $x_2 = 10$; $x_3 = 18$; $x_4 = 5$; $x_5 = 13$; $x_6 = 8$.

Виконаємо перевірки правильності рішення задачі.

Перевірка-1. Значення функціонала $\boldsymbol{F^6}$ повинне співпадати із значеннями *L(x)* і *Z(f)* з методу Форда-Фалкерсона.

$\boldsymbol{F^6}$=155.

$L(x) = \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} x_{ij} = 10 + 20 + 36 + 5 + 52 + 32 = 155$ одиниць трудомісткості.

$Z(f) = TV + \sum_{(i,j)\in A} D_{ij}\gamma_{ij} - \sum_{(i.j)\in A} d_{ij}\delta_{ij} = 18*6 + 47 - 0 = 155$ одиниць трудомісткості

Перевірка-2. Оптимальні значення шуканих змінних з універсального симплекс-методу повинні співпадати із значеннями оптимальних тривалостей операцій x_{ij} з методу Форда-Фалкерсона.

$x_{101–102} = \tilde{o}_1 = 5$

$x_{101–103} = \tilde{o}_2 = 10$

$x_{101–104} = \tilde{o}_3 = 18$

$\tilde{o}_{102–103} = \tilde{o}_4 = 5$

$\tilde{o}_{102–103} = \tilde{o}_5 = 13$

$\tilde{o}_{103–104} = \tilde{o}_6 = 8$

Перевірка-3. Перевірка за цільовими функціями, значення яких повинні дорівнювати один одному.

Розрахуємо значення цільових функцій прямої задачі: $L(x) = \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} x_{ij}$,

де c_{ij} – вартість виконання операції; x_{ij} – оптимальна тривалість операції.

$$L(x)=\sum_{(i,j)\in A} c_{ij}x_{ij}=2\cdot x_1+2\cdot x_2+2\cdot x_3+1\cdot x_4+4\cdot x_5+4\cdot x_6=2\cdot 5+2\cdot 10+2\cdot 18+$$

$$+1\cdot 5+4\cdot 13+4\cdot 8=155 \quad \textit{одиниць трудомісткості}$$

та двоїстої задачі: $Z(f)=\sum_i b_j\cdot f_j$,

де f_i – значення двоїстих змінних; b_i – вільні члени задачі.

$$Z(f)=\sum_i b_j\cdot f_j=18\cdot x_7+18\cdot x_8+18\cdot x_9+18\cdot x_{10}+4\cdot x_{11}+6\cdot x_{12}+8\cdot x_{13}+11\cdot x_{14}+$$

$$+18\cdot x_{15}+20\cdot x_{16}+5\cdot x_{17}+7\cdot x_{18}+11\cdot x_{19}+13\cdot x_{20}+6\cdot x_{21}+8\cdot x_{22}=18\cdot 1+18\cdot 2+18\cdot 1+$$
$$+18\cdot 2+4\cdot 0+6\cdot 0+8\cdot 0+11\cdot 0+18\cdot 0+20\cdot 0+5\cdot 0+7\cdot 0+11\cdot 0+13\cdot 3+6\cdot 0+8\cdot 1=$$
$$18+36+18+36+39+8=155 \quad \textit{одиниць трудомісткості}$$

Перевірка-4. Перевірка за ресурсами задачі (за обмеженнями).

$x_1=5;\ x_2=10;\ x_3=18;\ x_4=5;\ x_5=13;\ x_6=8.$

1) $x_1+x_5\le 18\to 5+13=18\le 18$
2) $x_3\le 18\to 18\le 18$
3) $x_1+x_4+x_6\le 18\to 5+5+8=18\le 18$
4) $x_2+x_6\le 18\to 10+8=18\le 18$
5) $-x_1\le 4\to -5\le 4$
6) $x_1\le 6\to 5\le 6$
7) $-x_2\le 8\to -10\le 8$
8) $x_2\le 11\to 10\le 11$
9) $-x_3\le 18\to -18\le 18$
10) $x_3\le 20\to 18\le 20$
11) $-x_4\le 5\to -5\le 5$
12) $x_4\le 7\to 5\le 7$
13) $-x_5\le 11\to -13\le 11$
14) $x_5\le 13\to 13\le 13$
15) $-x_6\le 6\to -8\le 6$
16) $x_6\le 8\to 8\le 8$

Рішення задачі модифікованим табличним симплекс-методом (М-задача). Результати рішення наведеного приклада двома методами збігаються, але вони різнотрудомісткісні. Їх аналіз свідчить про те, що підходи є прийнятними, але відрізняються специфікою, характерною для задач теорії графів. Стандартний симплекс-метод застосовується із різнобічними обмеженнями, тому вимагає використання прийому формалізації задачі методом штучного базису (т.н. ***M***-задачі).

Виконаємо порівняльне рішення за допомогою модифікованого симплекс-методу. Вирішення системи проводиться шляхом введення штучних змінних (у обмеження і в цільову функцію) із знаком, залежним від

типу оптимуму. При введенні штучних змінних в методі штучного базису у цільову функцію їм приписується достатньо великий коефіцієнт ***M,*** який має сенс штрафу за введення штучних змінних.

Симплекс-таблиця, яка складається в процесі рішення, використовуючи метод штучного базису, називається **розширеною.** Вона відрізняється від звичайної тим, що містить два рядки для цільової функції: одна - для складової $L(x)=\sum_{(i,j)\in A} c_{ij}x_{ij}$, а інша - для складової ***M***.

Вихідні дані для вирішення задачі формуються аналогічним чином, як і для простого симплекс-методу (див. рис. 2.10).

Цільова функція задачі матиме аналогічний вигляд:

$$L(x)=\sum_{(i,j)\in A} c_{ij}x_{ij}=2\cdot x_1+2\cdot x_2+2\cdot x_3+1\cdot x_4+4\cdot x_5+4\cdot x_6\to max$$

.

Далі сформуємо обмеження задачі:

1 група обмежень: 1) $x_1+x_5\le 18$; 2) $x_3\le 18$; 3) $x_1+x_4+x_6\le 18$; 4) $x_2+x_6\le 18$

2 група обмежень: 5) $x_1\ge 4$; 6) $x_1\le 6$; 7) $x_2\ge 8$; 8) $x_2\le 11$; 9) $x_3\ge 18$; 10) $x_3\le 20$; 11) $x_4\ge 5$; 12) $x_4\le 7$; 13) $x_5\ge 11$; 14) $x_5\le 13$; 15) $x_6\ge 6$; 16) $x_6\le 8$

Для приведення системи обмежень до канонічного виду потрібно до кожного обмеження добавити тільки додаткову змінну або і додаткову і штучну змінні та перетворити нерівності на рівняння.

1) $1\cdot x_1+0\cdot x_2+0\cdot x_3+0\cdot x_4+1\cdot x_5+0\cdot x_6=18 \quad +1\cdot x_7$

2) $0\cdot x_1+0\cdot x_2+1\cdot x_3+0\cdot x_4+0\cdot x_5+0\cdot x_6=18 \quad +1\cdot x_8$

3) $1\cdot x_1+0\cdot x_2+0\cdot x_3+1\cdot x_4+0\cdot x_5+1\cdot x_6=18 \quad +1\cdot x_9$

4) $0\cdot x_1+1\cdot x_2+0\cdot x_3+0\cdot x_4+0\cdot x_5+1\cdot x_6=18 \quad +1\cdot x_{10}$

5) $1\cdot x_1+0\cdot x_2+0\cdot x_3+0\cdot x_4+0\cdot x_5+0\cdot x_6=4 \quad -1\cdot x_{11}+1\cdot z_1$

6) $1\cdot x_1+0\cdot x_2+0\cdot x_3+0\cdot x_4+0\cdot x_5+0\cdot x_6=6 \quad +1\cdot x_{12}$

7) $0\cdot x_1+1\cdot x_2+0\cdot x_3+0\cdot x_4+0\cdot x_5+0\cdot x_6=8 \quad -1\cdot x_{13}+1\cdot z_2$

8) $0\cdot x_1+1\cdot x_2+0\cdot x_3+0\cdot x_4+0\cdot x_5+0\cdot x_6=11 \quad +1\cdot x_{14}$

9) $0\cdot x_1+0\cdot x_2+1\cdot x_3+0\cdot x_4+0\cdot x_5+0\cdot x_6=18 \quad -1\cdot x_{15}+1\cdot z_3$

10) $0\cdot x_1+0\cdot x_2+1\cdot x_3+0\cdot x_4+0\cdot x_5+0\cdot x_6=20 \quad +1\cdot x_{16}$

11) $0\cdot x_1+0\cdot x_2+0\cdot x_3+1\cdot x_4+0\cdot x_5+0\cdot x_6=5 \quad -1\cdot x_{17}+1\cdot z_4$

12) $0\cdot x_1+0\cdot x_2+0\cdot x_3+1\cdot x_4+0\cdot x_5+0\cdot x_6=7 \quad +1\cdot x_{18}$

13) $0\cdot x_1+0\cdot x_2+0\cdot x_3+0\cdot x_4+1\cdot x_5+0\cdot x_6=11 \quad -1\cdot x_{19}+1\cdot z_5$

14) $0\cdot x_1+0\cdot x_2+0\cdot x_3+0\cdot x_4+1\cdot x_5+0\cdot x_6=13 \quad +1\cdot x_{20}$

15) $0\cdot x_1+0\cdot x_2+0\cdot x_3+0\cdot x_4+0\cdot x_5+1\cdot x_6=6 \quad -1\cdot x_{21}+1\cdot z_6$

16) $0\cdot x_1+0\cdot x_2+0\cdot x_3+0\cdot x_4+0\cdot x_5+1\cdot x_6=8 \quad +1\cdot x_{22}$.

$$L(x)=\sum_{(i,j)\in A} c_{ij}x_{ij}=2\cdot x_1+2\cdot x_2+2\cdot x_3+1\cdot x_4+4\cdot x_5+4\cdot x_6+0\cdot x_7+0\cdot x_8+$$

$$+0\cdot x_9+0\cdot x_{10}+0\cdot x_{11}+0\cdot x_{12}+0\cdot x_{13}+0\cdot x_{14}+0\cdot x_{15}+0\cdot x_{17}+0\cdot x_{18}+0\cdot x_{19}+$$

$$+0\cdot x_{20}+0\cdot x_{21}+0\cdot x_{22}-M\cdot z_1-M\cdot z_2-M\cdot z_3-M\cdot z_4-M\cdot z_5-M\cdot z_6\rightarrow max$$

Отже, після приведення задачі до канонічного виду ми добавили 16 додаткових змінних та 6 штучних змінних.

Складаємо вихідну модифіковану (розширену) симплекс-таблицю (табл. 1.8).

Розрахунок задачі виконано за 11 ітераціями. Проміжні ітерації розрахунку модифікованого симплекс-методу не наведені у. У кінцевій ітерації (табл. 1.9) отримано оптимальний план задачі у вигляді значення цільової функції.

В результаті рішення задачі отримані наступні значення оптимальних значень тривалості робіт (табл. 1.9): $x_1=5$; $x_2=10$; $x_3=18$; $x_4=5$; $x_5=13$; $x_6=8$.

Виконаємо перевірки правильності рішення задачі.

Перевірка-1. Значення функціонала $\boldsymbol{F^{11}}$ повинне співпадати із значеннями *L(x)* і *Z(f)* з методу Форда-Фалкерсона.

$\boldsymbol{F^{11}}$=155.

$L(x)=\sum_{(i,j)\in A} c_{ij}x_{ij}=10+20+36+5+52+32=155$ одиниць трудомісткості.

$Z(f)=TV+\sum_{(i,j)\in A} D_{ij}\gamma_{ij}-\sum_{(i.j)\in A} d_{ij}\delta_{ij}=18*6+47-0=155$ одиниць трудомісткості

Перевірка-2. Оптимальні значення шуканих змінних з модифікованого симплекс-методу (табл. 2.9) повинні співпадати із значеннями оптимальних тривалостей операцій x_{ij} з методу Форда-Фалкерсона.

$x_{101–102}=x_1=5$

$x_{101–103}=x_2=10$

$x_{101–104}=x_3=18$

$x_{102–103}=x_4=5$

$x_{102–103}=x_5=13$

$x_{103–104}=x_6=8$

Перевірка-3. Перевірка за цільовими функціями, значення яких повинні дорівнювати один одному.

Розраховуємо значення цільових функцій прямої задачі: $L(x)=\sum_{(i,j)\in A} c_{ij}x_{ij}$,

де c_{ij} – вартість виконання операції; x_{ij} – оптимальна тривалість операції.

Таблиця 2.9 - Вихідна модифікована симплекс-таблиця М-задачі (ітерація – 0)

			2	2	2	1	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	M	M	M	M	M	M
C_i	**P^0**	**x0**	**x1**	**x2**	**x3**	**x4**	**x5**	**x6**	**x7**	**x8**	**x9**	**x10**	**x11**	**x12**	**x13**	**x14**	**x15**	**x16**	**x17**	**x18**	**x19**	**x20**	**x21**	**x22**	**z1**	**z2**	**z3**	**z4**	**z5**	**z6**
0	**x7**	18	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18
0	**x8**	18	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18
0	**x9**	18	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18
0	**x10**	18	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18
M	**z1**	4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	4
0	**x12**	6	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6
M	**z2**	8	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	8
0	**x14**	11	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11
M	**z3**	18	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	18
0	**x16**	20	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20
M	**z4**	5	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	5
0	**x18**	7	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7
M	**z5**	11	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	1	11
0	**x20**	13	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	13
M	**z6**	6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	6
0	**x22**	8	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	8
		-52M	-M	-M	-M	-M	-M	-M	0	0	0	0	M	0	M	0	M	0	M	0	M	0	M	0	0	0	0	0	0	0
		0	-2	-2	-2	-1	-4	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Таблиця 2.10 - Кінцева модифікована симплекс-таблиця (ітерація – 11)

			2	2	2	1	4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	M	M	M	M	M	M
C_j	**P^{11}**	**x0**	**x1**	**x2**	**x3**	**x4**	**x5**	**x6**	**x7**	**x8**	**x9**	**x10**	**x11**	**x12**	**x13**	**x14**	**x15**	**x16**	**x17**	**x18**	**x19**	**x20**	**x21**	**x22**	**z1**	**z2**	**z3**	**z4**	**z5**	**z6**
0	**x11**	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1	0	0	0	0	0
0	**x3**	18	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	**x17**	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	-1	0	0	0	-1	0	0
0	**x13**	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	-1	0	0	0	0
M	**x1**	5	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	**x12**	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
M	**x2**	10	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
0	**x14**	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
M	**z3**	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	**x16**	2	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M	**x4**	5	0	0	0	1	0	0	-1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0
0	**x18**	2	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	1	0	0	0	0	0	0
M	**x5**	13	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	**x19**	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	-1	0
M	**x6**	8	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	**x21**	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	-1
		0	0	0	0	0	0	0	0	M	0	0	0	0	0	0	M	0	0	0	0	0	0	0	M	M	M	M	M	M
		155	0	0	0	0	0	0	1	2	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	1	0	0	0	0	0	0

$$L(x)=\sum_{(i,j)\in A} c_{ij}x_{ij}=2\cdot x_1+2\cdot x_2+2\cdot x_3+1\cdot x_4+4\cdot x_5+4\cdot x_6=2\cdot 5+2\cdot 10+2\cdot 18+$$

$$+1\cdot 5+4\cdot 13+4\cdot 8=155 \quad \textit{одиниць трудомісткості}$$

та двоїстої задачі: $Z(f)=\sum_i b_j\cdot f_j$,

де f_j – значення двоїстих змінних; b_j – вільні члени обмежень задачі.

$$Z(f)=\sum_i b_j\cdot f_j=18\cdot x_7+18\cdot x_8+18\cdot x_9+18\cdot x_{10}+4\cdot z_1+6\cdot x_{12}+8\cdot z_2+11\cdot x_{14}+$$

$$+18\cdot z_3+20\cdot x_{16}+5\cdot z_4+7\cdot x_{18}+11\cdot z_5+13\cdot x_{20}+6\cdot z_6+8\cdot x_{22}=18\cdot 1+18\cdot 2+18\cdot 1+$$
$$+18\cdot 2+4\cdot 0+6\cdot 0+8\cdot 0+11\cdot 0+18\cdot 0+20\cdot 0+5\cdot 0+7\cdot 0+11\cdot 0+13\cdot 3+6\cdot 0+8\cdot 1=$$

$$18+36+18+36+39+8=155 \quad \textit{одиниць трудомісткості}$$

Перевірка-4. Перевірка за ресурсами задачі (за обмеженнями).

$x_1=5;\ x_2=10;\ x_3=18;\ x_4=5;\ x_5=13;\ x_6=8.$

1) $x_1+x_5\le 18\to 5+13=18\le 18\to 18=18$
2) $x_3\le 18\to 18\le 18\to 18=18$
3) $x_1+x_4+x_6\le 18\to 5+5+8=18\le 18\to 18=18$
4) $x_2+x_6\le 18\to 10+8=18\le 18\to 18=18$
5) $x_1\ge 4\to 5\ge 4$
6) $x_1\le 6\to 5\le 6$
7) $x_2\ge 8\to -10\ge 8$
8) $x_2\le 11\to 10\le 11$
9) $x_3\le 18\to 18\le 18\to 18=18$
10) $x_3\le 20\to 18\le 20$
11) $x_4\ge 5\to 5\ge 5\to 5=5$
12) $x_4\le 7\to 5\le 7$
13) $x_5\ge 11\to 13\ge 11$
14) $x_5\le 13\to 13\le 13$
15) $x_6\ge 6\to 8\ge 6$
16) $x_6\le 8\to 8\le 8$

Всі перевірочні умови виконані, що вказує на правильність рішення.

Таким чином, кінцевий етап рішення задачі дає значення цільової функції $L(x)=155$ одиниць трудомісткості, що вказує на оптимальність рішення. Складність процесу рішення полягає у великому обсязі обчислювальних процедур (тут мають місце 11 розрахункових етапів з масштабними таблицями ітерацій).

Рішення задачі за умов селектоновації. Вироблення управлінських рішень на сучасному етапі розвитку виробництва вимагає використання МММ (математичних методів моделювання) і інформаційних технологій.

Установлено, що на оптимальне значення рішень (x_{ij}) впливає вихідна інформація (обмеження). Вона відсікає точність або її підживлює

необхідними додатковими даними. Порівняємо варіанти методів рішення задачі (табл. 2.11).

Таблиця 2.11 - Порівняльна характеристика методів вирішення задачі

Сітьова задача (1й варіант)	Сітьова задач (2й варіант)	Задача на основі симплекс-методу (3й варіант)
Враховує як організаційно-технологічні умови ($D_{ij} \div d_{ij}$) так і вартісні (c^D_{ij} - c^d_{ij}), крім цього модель враховує особливості умов звершення подій $T_{i(j)}$ і потреби скорочення операцій Δx_{ij} , виходячи з їх вартості. Цільова функція еталонна.	Враховує як організаційно-технологічні умови ($D_{ij} \div d_{ij}$) так і вартісні (c^D_{ij} - c^d_{ij}), крім цього модель враховує особливості умов звершення подій $T_{i(j)}$ і потреби скорочення операцій Δx_{ij} , виходячи з їх вартості. Цільова функція еталонна.	Цей підхід універсальний, вимагає знань теорії ЛП, питань приведення задачі до стандартного вигляду (канонічного). Необхідно володіти методикою зведення потреб практичних задач до ***M***-задачі.

Говорити про справжній екстремум важко, оскільки значення c_{ij} (вартість скорочення операції) може прийматися вільно, без її реального фактичного значення. Математичне моделювання задачі потребує значення c_{ij} при її постановці, але це значення мало впливає на стійкість рішення. Це означає при різних c_{ij} цільова функція змінює значення, а невідомі x_{ij} залишаються *const*. У випадку великої моделі (40 та більше операцій) значення x_{ij} (оптимальні значення) матимуть розбіжність до 5%.

Наявний досвід вирішення задач показує, що в більшості випадків застосування c_{ij} визначається, $c_{ij} = n^d_{ij} \big/ d_{ij}$ оскільки до 80% робіт скорочується до d_{ij}. Можливо, $c_{ij} = n^D_{ij} \big/ D_{ij}$. Значна кількість робіт виконується по технологічних і організаційних умов або за D_{ij} або за d_{ij}.

В умовах відсутності даних або труднощів їх отримання задовольняє рішення, яке орієнтує лінійне програмування на прийняття вибору. Але в разі збільшення кількості умов, що дозволяють оцінити вибір (крім організаційно-технологічних умов $d_{ij} - D_{ij}$, вартісні умови $c^D_{ij} - c^d_{ij}$) можлива ця ж постановка задачі з урахуванням додаткових умов, тобто тимчасових і вартісних. В цьому випадку оцінка рішення (критерій оптимальності) є жорсткішою.

Розглянемо постановку задачі з урахуванням додаткових обмежень і сформулюємо математичну модель.

Використаємо наступні позначення. Розглядається орієнтований граф $G(U, A)$, де U – упорядковані вузли графа, i=1 – номер початкового вузла с, що описує (моделює) проект, $j=n$ – номер кінцевого вузла [19, 33].

Таким чином, $U=(1, 2, ...; n-1, n)$ та $i<j$, де $A(i; j)$ – впорядкована кінцева безліч робіт (операцій) проекту; T_i – ранній час звершення (настання) події i.

Подія (вузол) відображає факт завершення всіх робіт *A(i, j)*, що входять в даний вузол. Тут реалізуються дві властивості графа: жодне U_i не відбудеться, якщо не будуть виконані всі операції графа, що ведуть до цієї події і жодна робота *A(i, j)* не почнеться, якщо U_i не сталося. Далі вводимо наступні позначення:

D_{ij} – нормальна тривалість роботи *A(i, j)*, при детермінованому підході (метод CPM (Corporate Performance Management)) або очікуваний час виконання операції при стохастичному підході (метод PERT (Project Evaluation and Review Technique));

d_{ij} – тривалість операції *A(i, j)* при максимальному її скороченні;

Δx_{ij} – значення можливого скорочення *A(i, j)* часу;

$T_з$ – заданий час будівництва (реалізації проекту), може бути директивним або встановленим вищим органом управління;

$\Delta x_{ij} = D_{ij} - x_{ij}$ - значення максимально можливого скорочення тривалості *A(i, j)* за рахунок залучення додаткових ресурсів;

c^D_{ij} - розрахункові витрати на реалізацію операції *A(i, j)*;

c^d_{ij} - теж за умови максимального скорочення її тривалості за рахунок залучення додаткових ресурсів;

$K_{ij} = (c^d_{ij} - c^D_{ij}) / \Delta x_{ij}$ - питомі витрати на скорочення тривалості роботи *A(i, j)* на одиницю часу.

Якщо *m* - кількість робіт *A(i, j)*, *n* – кількість $U_{i(j)}$, то модель задачі має *m*+*n* змінних.

Припускається, що будь-яка частка скорочення Δx_{ij} часу на виконання роботи *A(i, j)*, вимагає постійної (незмінною у часі) частку додаткових витрат. Це дозволяє для мінімуму витрат на скорочення часу реалізації проекту використовувати модель теорії оптимального лінійного програмування на графах та сітях.

Використовуючи наведені позначення модель задачі має вигляд.

Визначимо цільову функцію задачі:

$$L(x) = \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} \cdot \Delta x_{ij} \to min, \tag{2.41}$$

при обмеженнях:

$$T_j \geq T_i + D_{ij} - \Delta x_{ij}, \tag{2.42}$$

$$\Delta x_{ij} \leq (D_{ij} - d_{ij}), \tag{2.43}$$

$$T_n \leq T_з, \tag{2.44}$$

$$T_i \geq 0,\ \Delta x_{ij} \geq 0,\ (i,j) \in A \tag{2.45}$$

Якщо *A* – кількість операцій моделі, *U* – кількість подій, то модель задачі має *A*+*n* – змінних, *n* – обмежень (2.42), що відповідає кількості (вузлів) – *U*, обмеження (2.43) відповідає кількості операцій, *A*+*U* – обмеження (2.45) та одне обмеження (2.44).

Разом є *A*+*U* змінних, які слід визначити в результаті вирішення задачі. Для $U_{i(j)}$ визначаються ранні терміни звершення події моделі $T_{i(j)}$, а для *A* – можливе скорочення операцій в діапазоні $(D_{ij} - d_{ij})$ на Δx_{ij}, а також

мінімізація витрат, необхідних (можливих) для скорочення часу (терміну) реалізації проекту.

Структурна схема матриці задачі наведена у таблиці 2.12.

Таблиця 2.12 - Структурна схема матриці задачі

Матриця змінних задачі щодо термінів звершення подій моделі T_i, $i=1,2,...,8$	Матриця змінних задачі щодо обмежень часу моделі D_i, $t_{ij} \le D_{ij}$
Матриця обмежень терміну реалізації моделі $T_{зад} \le 16$	Матриця обмежень на час виконання ітерацій $\Delta t = D_{ij} - d_{ij}$
Примітка: в результаті вирішення задачі запропонованим методом визначається X_{opt} та T_{opt} (терміни реалізації операцій (*i-j*)), T_i , min залучення додаткових ресурсів при дотриманні $T_{зад}$=16 од. часу.	

Розглянемо розрахунковий приклад №2. Методика розв'язання задачі за алгоритмом Форда-Фалкерсона та універсальним симплекс-методом приведена раніше. Для дослідження особливостей умов селектоновації наведемо послідовне ітераційне вирішення наступного прикладу за другим підходом.

Завдання. Мінімізувати витрати при реалізації проекту в термін, встановлений інвестором. Проект пусконалагоджувальній системи складається з восьми операцій (A=8), вони мають взаємозв'язок, встановлений графом $G(U,A)$ - U=7, T^D=21 міс., T^d = 11 міс, $T_з$ =16 міс. Вихідні дані для розрахунків наведені на рис. 1.10 та в таблиці 1.12.

Сформулюємо вихідний варіант проекту при $T^D = 21$ міс., $T^d = 11$міс., $T_з = 16$ міс. (рис. 2.11). Рішення задачі виконано потоковими методами послідовно за п'ятьма ітераціями, в результаті чого отримано та проаналізовано оптимальний варіант (рис. 2.12, табл. 2.13).

Таблиця 2.13 - Вихідні дані для розрахунку

Код операції	Час виконання, міс.		Витрати, у.о. при часі виконання		Питомі витрати на місяць, у.о.
(i;j)	Нормальне, D_{ij}	Мінімальне, d_{ij}	Нормальне, $C^D{}_{ij}$	Мінімальне, $C^d{}_{ij}$	$(C^d - C^D)/(D-d)$
1-2	3	1	900	1700	400
1-3	6	2	2000	4000	500
2-3	2	1	500	1000	500
3-4	5	3	1800	2400	300
3-6	9	4	8000	9800	360
4-5	4	3	1500	1850	350
5-6	3	1	3000	3900	450
6-7	3	2	1000	2000	1000
			18700		26650

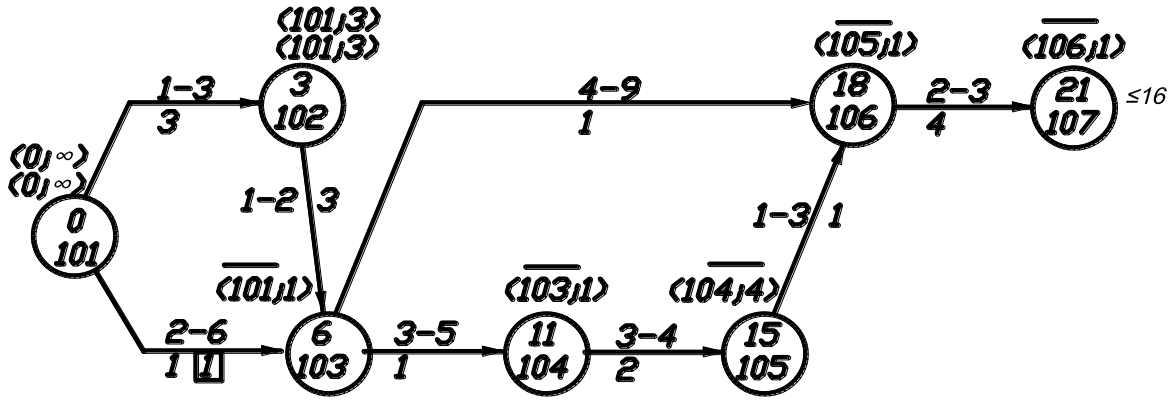


Рис. 2.11. Модель з початковими вихідними даними (ітерація – 1)

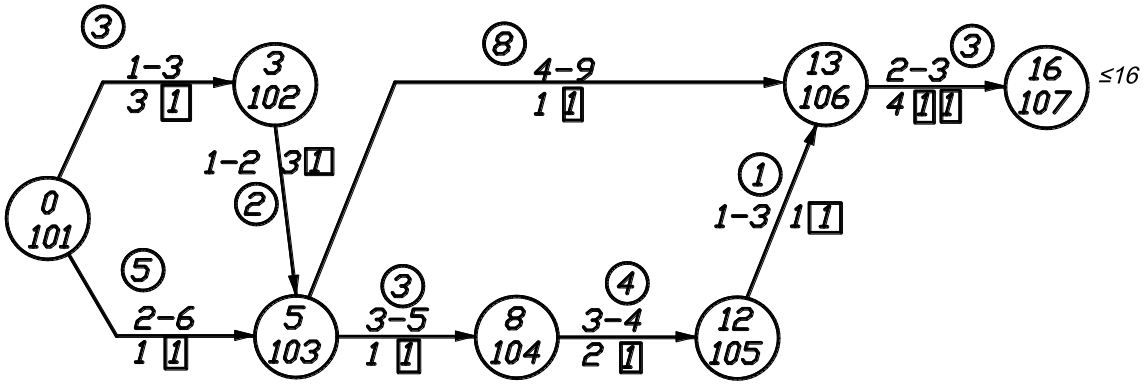


Рис. 2.12. Оптимальний варіант рішення задачі

Таблиця 2.14 - Аналіз оптимального рішення задачі

№ п/п	*(i-j)*	d_{ij}	D_{ij}	c_{ij}	f_{ij}	x_{ij}	$c_{ij}x_{ij}$	$c_{ij}d_{ij}$	$c_{ij}D_{ij}$	γ_{ij}	δ_{ij}	$\gamma_{ij}D_{ij}$	$d_{ij}\delta_{ij}$
1	1-2	1	3	3	1	3	9	3	9	2	-	6	-
2	1-3	2	6	1	1	5	5	2	6	-	-	-	-
3	2-3	1	2	3	1	2	6	3	6	2	-	4	-
4	3-4	3	5	1	1	3	3	3	5	-	-	-	-
5	3-6	4	9	1	1	8	8	4	9	-	-	-	-
6	4-5	3	4	2	1	4	8	6	8	1	1	4	-
7	5-6	1	3	1	1	1	1	1	3	-	-	-	-
8	6-7	2	3	4	2	3	12	8	12	2	-	6	-
							∑52	∑30	∑58			∑20	-

$$Z(f) = T \cdot V + \sum_{(i,j)\in A} D_{ij} \cdot \gamma_{ij} - \sum_{(i,j)\in A} d_{ij} \cdot \delta_{ij} = 16 \cdot 2 + 20 - 0 = 52 \quad \text{îä. òðóä} - \text{ò}^3.$$

$$L(x) = \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} \cdot x_{ij} = 52 \quad \text{îä. òðóä} - \text{ò}^3.$$

Таким чином, отримали, що *L(x)=Z(f).*

Залучення ресурсів в оптимальному варіанті:

$$\sum_{(i,j)\in A} \Delta n^{x}_{ij} = \sum_{(i,j)\in A} D_{ij} \cdot c_{ij} - \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} \cdot x_{ij} = 58 - 52 = 6 \quad \textit{од.труд} - \textit{mi.}$$

Те ж в традиційному варіанті.

$$\sum_{(i,j)\in A} \Delta n^{d}{}_{ij} = \sum_{(i,j)\in A} D_{ij} \cdot c_{ij} - \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} \cdot d_{ij} = 52 - 30 = 22 \quad одтруд - mi.$$

Якщо традиційно потрібно додаткове залучення 22 одиниць трудомісткості, що становить 100%, то в оптимальному варіанті потрібно 6 одиниць трудомісткості - це складає 27% від 100%.

Такий підхід є порівняльним і не передбачає врахування вартості робіт, що важно при розробці комплексного укрупненого сіткового графіку (КУСГа) у складі проекту організації будівництва (ПОБ) або техніко-економічного обґрунтування (ТЕО) проекту.

Використовуючи прийняті позначення сформуємо економіко-математичну модель для визначення мінімальних витрат, необхідних для скорочення тривалості реалізації проекту з 21 до 16 місяців.

Визначимо вихідні дані до рішення задачі модифікованим симплекс-методом задля використання умов селектоновації (табл. 2.15).

1 група змінних - терміни звершення подій T_i: x_1=T_{101}, x_2=T_{102}, x_3=T_{103}, x_4=T_{104}, x_5=T_{105}, x_6=T_{106}, x_7=T_{107}.

2 група змінних - оптимальні тривалості робіт: x_8=$\Delta x_{101\text{-}103}$, x_9=$\Delta x_{101\text{-}103}$, x_{10}=$\Delta x_{102\text{-}103}$, x_{11}=$\Delta x_{103\text{-}104}$, x_{12}=$\Delta x_{103\text{-}106}$, x_{13}=$\Delta x_{104\text{-}105}$, x_{14}=$\Delta x_{105\text{-}106}$, x_{15}=$\Delta x_{106\text{-}107}$.

Таблиця 2.15 - Матриця змінних задачі

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12	x13	x14	x15	
	0	0	0	0	0	0	0	400	500	500	300	360	350	450	1000	min
1	-1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	≥3
2	-1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	≥6
3	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	≥2
4	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	≥5
5	0	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	≥9
6	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	≥4
7	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	≥3
8	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	≥3
9	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	≤2
10	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	≤4
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	≤1
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	≤2
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	≤5
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	≤1
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	≤2
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	≤1
17	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	≤16

Цільова функція:

$L(x)$=0·x_1+0·x_2+0·x_3+0·x_4+0·x_5+0·x_6+0·x_7+400·x_8+500·x_9+500·x_{10}+300·x_{11}+360·x_{12}+350·x_{13}+450·x_{14}+1000·x_{15} → min.

Обмеження рішення задачі:

$-x_1+x_2+x_8\geq 3$; $-x_1+x_3+x_9\geq 6$; $-x_2+x_3+x_{10}\geq 2$; $-x_3+x_4+x_{11}\geq 5$; $-x_3+x_6+x_{12}\geq 9$;

$-x_4+x_5+x_{13}\geq 4$; $-x_5+x_6+x_{14}\geq 3$; $-x_6+x_7+x_{15}\geq 3$;

$x_8\leq 2$; $x_9\leq 4$; $x_{10}\leq 1$; $x_{11}\leq 2$; $x_{12}\leq 5$; $x_{13}\leq 1$; $x_{14}\leq 2$; $x_{15}\leq 1$; $x_7\leq 16$

Далі приступимо до розрахунку задачі. Запишемо систему обмежень задачі в канонічному вигляді:

$-1\cdot x_1+1\cdot x_2+0\cdot x_3+0\cdot x_4+0\cdot x_5+0\cdot x_6+1\cdot x_8+0\cdot x_9+0\cdot x_{10}+0\cdot x_{11}+0\cdot x_{12}+0\cdot x_{13}+0\cdot x_{14}+$
$+0\cdot x_{15}+1\cdot x_{16}=3$

$-x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9\geq 6$; $-x_2+x_3+x_{10}\geq 2$; $-x_3+x_4+x_{11}\geq 5$; $-x_3+x_6+x_{12}\geq 9$;

$-x_4+x_5+x_{13}\geq 4$; $-x_5+x_6+x_{14}\geq 3$; $-x_6+x_7+x_{15}\geq 3$;

$x_8\leq 2$; $x_9\leq 4$; $x_{10}\leq 1$; $x_{11}\leq 2$; $x_{12}\leq 5$; $x_{13}\leq 1$; $x_{14}\leq 2$; $x_{15}\leq 1$; $x_7\leq 16$

Рішення виконане за допомогою ЕОМ шляхом 11 ітерацій (табл. 2.16, 2.17). Проміжні ітерації розрахунку модифікованого симплекс-методу не наведені. В процесі рішення задачі додано 17 додаткових змінних, 8 штучних базисів. Отримано оптимальний план рішення задачі (табл. 2.17) у вигляді значення цільової функції, визначено невідомі змінні (значення оптимальних значень тривалості робіт), які отримали наступні значення:

Таблиця 2.16 - Розрахунок задачі на ЕОМ (початкова ітерація - ітерація 0)

Базис	БП	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{20}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}	x_{29}	x_{30}	x_{31}	x_{32}	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8
z_1	3	-1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
z_2	6	-1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
z_3	2	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
z_4	5	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
z_5	9	0	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
z_6	4	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
z_7	3	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
z_8	3	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
x_{24}	2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_{25}	4	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_{26}	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_{27}	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_{28}	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_{29}	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_{30}	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_{31}	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_{32}	16	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
ИС	-35M	2M	0	0	0	0	-1M	-1M	-M+400	-M+500	-M+500	-M+300	-M+360	-M+350	-M+450	-M+1000	M	M	M	M	M	M	M	M	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Таблиця 2.17 - Розрахунок задачі на ЕОМ – оптимальний план (кінцева ітерація – крок 11)

Базис	БП	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{20}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}	x_{29}	x_{30}	x_{31}	x_{32}	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8
x_2	3	-1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
x_9	1	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	-1	0	0	0	0	0	1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	-1	0	0	0	0
x_3	5	-1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
x_{13}	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_4	8	-1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0
x_5	11	-1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	-1	-1	0	-1	0	0	0	0	0	-1	0	-1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0
x_6	13	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-1
x_{14}	1	-1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	-1	0	-1	-1	0	-1	-1	-1	0	0	0	-1	0	-1	0	0	-1	1	0	1	1	0	1	1
x_{24}	2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_{25}	3	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	-1	1	-1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	1	0	0	0	0
x_{26}	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_{11}	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_{28}	4	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	-1	0	0	0	0	-1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	-1	0	-1	0	-1	0	-1
x_{12}	1	-1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	-1	0	-1	0	-1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	1	0	1	0	1
x_{30}	1	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	-1	0	0	0	0	-1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	-1	0	-1	-1	0	-1	-1
x_{31}	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
x_7	16	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
ИС	-2260	810	0	0	0	0	0	0	90	0	190	0	0	0	0	190	310	500	310	450	360	450	450	810	0	0	0	150	0	100	0	0	810	M-310	M-500	M-310	M-450	M-360	M-450	M-450	M-810

x_1=T_{101}=0; x_2=T_{102}=3; x_3=T_{103}=5; x_4=T_{104}=8; x_5=T_{105}=11; x_6=T_{106}=13; x_7=T_{107}=16; x_8=$\Delta x_{101\text{-}103}$=0; x_9=$\Delta x_{101\text{-}103}$=1; x_{10}=$\Delta x_{102\text{-}103}$=0; x_{11}=$\Delta x_{103\text{-}104}$=2; x_{12}=$\Delta x_{103\text{-}106}$=1; x_{13}=$\Delta x_{104\text{-}105}$=1; x_{14}=$\Delta x_{105\text{-}106}$=1; x_{15}=$\Delta x_{106\text{-}107}$=0.

Далі виконаємо перевірки результатів рішення задачі.

Перевірка за цільовою функцією прямої задачі:

L(x)=0·0+0·3+0·5+0·8+0·11+0·13+0·16+400·0+500·1+500·0+300·2+360·1+350·1+450·1+1000·0=2260 у.о.

Перевірка за цільової функції двоїстої задачі:

Z(f)=310·3+500·6+310·2+5·450+360·9+450·4+450·3+810·3-0·2-0·4-0·1-150·2-0·5-100·1-0·2-0·1-810·16=15620-13360=2260 у.о.

Перевірка за універсальною симплекс-формулою:

$$L(x) = L(x)_{ij}^{стар} - \frac{L(x)_i^{кл} \cdot L(x)_j^{кл}}{x_{ij}^{кл.эл.}} = -1450 - \frac{(-1)\cdot(-810)}{1} = 1450 + 810 = 2260 y.o.$$

Перевірка за обмеженнями:

$-x_1+x_2+x_8 \geq 3$	-0+3+0=3	$x_8 \leq 2$	0<2
$-x_1+x_3+x_9 \geq 6$	-0+5+1=6	$x_9 \leq 4$	1<4
$-x_2+x_3+x_{10} \geq 2$	-3+5+0=2	$x_{10} \leq 1$	0<1
$-x_3+x_4+x_{11} \geq 5$	-5+8+2=5	$x_{11} \leq 2$	2=2
$-x_3+x_6+x_{12} \geq 9$	-5+13+1=9	$x_{12} \leq 5$	1<5
$-x_4+x_5+x_{13} \geq 4$	-8+11+1=4	$x_{13} \leq 1$	1=1
$-x_5+x_6+x_{14} \geq 3$	-11+13+1=3	$x_{14} \leq 2$	1<2
$-x_6+x_7+x_{15} \geq 3$	-13+16+0=3	$x_{15} \leq 1$	0<1
		$x_7 \leq 16$	16=16

Проаналізуємо результат рішення задачі (рис. 2.13, рис. 2.14).

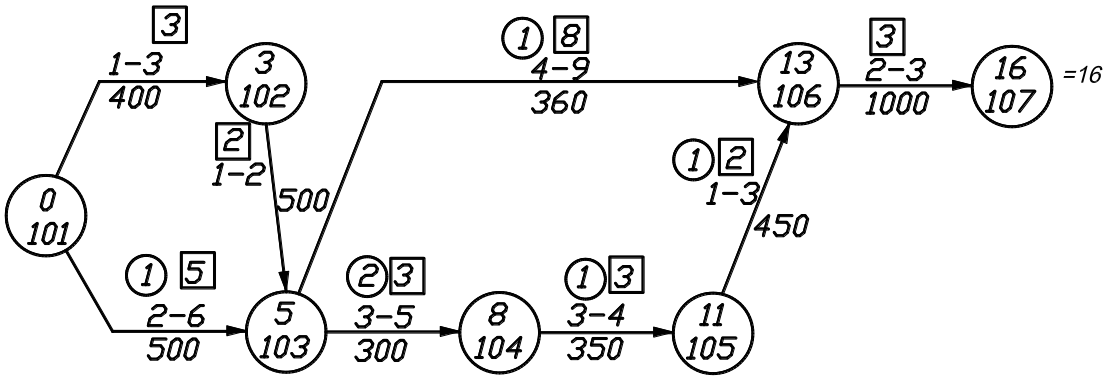


Рис. 2.13. Результат розв’язання задачі

Цільова функція задачі:

L(x)=400·0+500·1+500·0+300·2+360·1+350·1+450·1+1000·0=2260 у.о.

Отримані невідомі змінні Δx_{ij} мають значення в порядку зростання кодів операцій: 0, 1, 0, 2, 1, 1, 1, 0, тобто значення невідомих x_{ij} визначаються як $D_{ij} - \Delta x_{ij}$ и дорівнюють 3-0=3, 6-1=5, 2-0=2, 5-2=3, 9-1=8, 4-1=3, 3-1=2, 3-0=3.

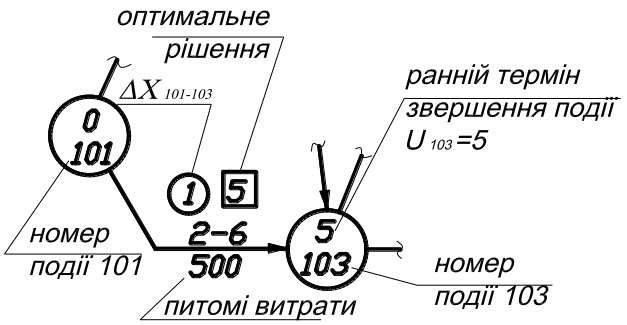


Рис. 2.14. Умовні позначення

Значення цільової функції:

$$L(x) = 400 \cdot \Delta x_{12} + 500 \cdot \Delta x_{13} + 500 \cdot \Delta x_{23} + 300 \cdot \Delta x_{34} + 360 \cdot \Delta x_{36} + 350 \cdot \Delta x_{45} + 450 \cdot \Delta x_{56} +$$
$$+ 1000 \cdot \Delta x_{67} = 400 \cdot 0 + 500 \cdot 1 + 500 \cdot 0 + 300 \cdot 2 + 360 \cdot 1 + 350 \cdot 1 + 450 \cdot 1 + 1000 \cdot 0 =$$
$$= 2260 y.o.$$

Значення цільової функції показує, що для скорочення терміну реалізації проекту пусконалагоджувальної системи від T^D=21міс. до $T_{зад}$=16міс. потрібно понести додаткові витрати, значення яких становить оптимальний розмір 2260 у.о. Тут мова йде про граничні мінімальні витрати і поняття "менше або більше" у додаткових витратах не має сенсу. Якщо ці витрати не влаштовують інвестора, то рішення можна переглянути, але нічого з нічого не буває. Для скорочення терміну реалізації проекту інвестору потрібно додатково оплачувати відповідно до певної оптимальної стратегії.

Метод розв’язання задачі об'ємний, вимагає спеціального прийому приведення до канонічного вигляду, а розв’язання за допомогою потокового алгоритму спрощує підхід. Але попередньо слід визначити реальну C_{ij} за скорочення операції на одиницю часу. У будь-якому випадку розбіжність у значеннях цільової функції становить у розглянутім прикладі $L(x) = 2260$ у.о., у порівнянні з $L(x)^* = 2360$ у.о., 4,4%, що у великих проектах цілком припустимо при використанні потокового алгоритму теорії графів.

Висновок**.** В результаті проведеного дослідження запропоновано підхід оцінки організаційно-технічних рішень (ОТР) реалізації складних будівельних проектів в строк, встановлений інвестором. Інноваційний підхід розглядає варіанти оптимальних управлінських рішень на основі потокових моделей з урахуванням умов та обмежень можливих та необхідних в обліку виробничих ситуацій.

Виходячи з практичних можливостей і потреб, кожна з приведених задач управління охоплює початкові дані. Залежно від потреб замовника і доступного формування початкової моделі визначається складність і доступність рішення задачі селектоновації, а також її ефективність, яка приблизно рівнозначна рішенню.

Запропонований високоефективний підхід у вирішенні проблеми вибору терміну реалізації проекту на основі наявного досвіду, теорії графів і потокових алгоритмів. Основні підсумкові результати висновків зводяться до наступного:

- розроблені, проаналізовані і оцінені варіанти реалізації проекту з урахуванням різних ситуацій, обмежень і можливих прогресивних математичних методів їх вирішення;

- запропоновано інноваційний метод вирішення задач вироблення управлінських рішень в зазначений термін на основі теорії графів, тимчасових і вартісних параметрів, та обґрунтована його ефективність шляхом порівняльного аналізу з іншими підходами.

У процесі досліджень розглянуто чотири варіанти розв'язань задач реалізації проекту в термін, встановлений інвестором (замовником):

1 тип – задача на основі потокового алгоритму з обмеженою пропускною здатністю (алгоритм Форда-Фалкерсона);

2 тип – задача на основі використання універсального алгоритму симплекс-методу;

3 тип – задача на основі розв'язання спеціальної М-задачі лінійного програмування (модифікований симплекс-метод);

4 тип – задача на основі синтетичного алгоритму, де вихідні дані наведені на графах і сітях, а розв'язання виконане на основі матриці теорії лінійного програмування.

Порівняльні розрахунки свідчать про переваги сітьових методів, як з точки зору системної ув'язки в єдиній моделі інтересів учасників складних проектів, так і процедури визначення оптимального вирішення в його реалізації. Використання моделей на графах і сітях зменшує труднощі розрахунків реальних складних проектів, які мають значні розмірності, та значно сприяє виробленню ефективних управлінських рішень.

2.4 Застосування ігрових методів обґрунтування управлінських рішень в будівництві

Основні положення теорії ігор. У багатьох випадках часто доводитися стикатися з проблемою ухвалення рішень в умовах невизначеності.

Розроблені спеціальні математичні методи, які призначені для обґрунтування рішень в умовах невизначеності, які дають можливість знайти і вибрати оптимальне рішення.

При виборі рішень в умовах невизначеності завжди неминучий елемент ризику.

Задача про ухвалення рішень в умовах невизначеності ставиться у такому вигляді: якою ціною можна заплатити за інформацію, якої бракує, щоб економічний ефект всієї операції був максимальним?

Вирішенням завдань з ухвалення рішень в умовах невизначеності займається **теорія ігор** і **теорія статистичних рішень.**

Теорія ігор [game theory] - розділ сучасної математики, математичний метод вивчення оптимальних стратегій в іграх. Теорія ігор - це математична теорія конфліктних ситуацій [7, 13].

Завдання теорії ігор - вироблення рекомендацій по раціональному образу дій учасників конфлікту. Теорія ігор вивчає математичні моделі ухвалення рішень в конфліктних ситуаціях.

Конфліктна ситуація - це ситуація, в якій стикаються 2 (і більш) ворогуючих сторони, які переслідують різні цілі, причому результат будь-якого заходу кожної із сторін залежить від того, який образ дій вибере супротивник. Приклади конфліктних ситуацій: хід військових дій, конкуренція (ринкова економіка), спорт і інші області людської діяльності.

Конфліктні ситуації, при яких інтереси учасників протилежні називаються «**Антагоністичними іграми»**. Конфліктні ситуації, в яких інтереси учасників просто не співпадають, хоча і не протилежні, називаються **«Іграми з непротилежними інтересами».**

Кожна конфліктна ситуація дуже складна із-за наявності багатьох чинників, які ще більш ускладнюють її аналіз. Щоб зробити можливим математичний аналіз конфліктної ситуації, треба відвернутися від другорядних чинників і побудувати спрощену схематизовану модель цієї ситуації. Ця модель називається **грою.**

Під **грою** розуміється процес, в якому беруть участь дві або більш сторін, які ведуть боротьбу за реалізацію своїх інтересів. **Гра** - це математична модель реальної конфліктної ситуації. Особливістю гри є те, що ця конфліктна ситуація ведеться за певними правилами.

Всі ігри носять характер змагання, що відбувається за відомими правилами і закінчується «**перемогою» («виграшем»)** того або іншого гравця. Кожна із сторін має свою мету і використовує деяку стратегію, яка може вести до виграшу або програшу, - залежно від поведінки інших гравців. Теорія ігор допомагає вибрати кращі стратегії з урахуванням уявлень про інших учасників, їх ресурси і їх можливі вчинки.

Гра двох осіб називається **парною грою.**

Приклад: протиборство тільки двох супротивників, наприклад, двох конкурентів, що борються за ринок збуту (дуополія – (від латинського: два і грецького: продаю) ситуація, при якій є тільки два продавці певного товару, не зв'язаних між собою монополістичною угодою про ціни, ринки збуту, квоти та ін.).

Коли в грі беруть участь безліч ***n***-гравців, це «**множинна гра».** Учасники множинної гри можуть утворювати коаліції (союзи) (постійні або тимчасові) в цьому випадку гра називається «**коаліційною грою».**

Суть гри в тому, що кожен з учасників ухвалює такі рішення (тобто вибирає стратегію дій), які, як він вважає, забезпечують йому найбільший виграш або найменший програш, причому цьому учасникові гри ясно, що результат залежить не тільки від нього, але і від дій партнера (або партнерів), іншими словами, він ухвалює рішення в умовах невизначеності.

Переваги теорії ігор:

- розширення загальноприйнятого поняття оптимальності;

- включення в гру компромісного рішення, яке влаштовує різні сторони в подібній суперечці (грі).

Практичне застосування теорії ігор:

- при розробці моделей, в яких враховуються інтереси різних галузей економіки;

- для вирішення численних практичних економічних завдань на промислових підприємствах.

Практичні приклади: Для вибору оптимальних рішень в області підвищення якості продукції або визначення запасів. "Протиборство" тут відбувається двома шляхами:

1) у першому випадку між прагненням випустити більше продукції (витратити на неї, з розрахунку на одиницю, менше праці) і зробити її краще, тобто витратити більше праці;

2) у другому випадку - між бажанням запасти ресурсів більше, щоб бути застрахованим від випадковостей, і запасти трохи менше, щоб не заморожувати капітал.

За допомогою теорії ігор підприємство отримує можливість передбачити ходи своїх партнерів і конкурентів

Основні етапи теорії ігор:

1) виявлення учасників гри;

2) ухвалення гравцями послідовних або одночасних дій в межах окремих періодів гри за правилами гри. Ці дії позначаються терміном «**хід».**

Особистий хід - свідомий вибір гравцем одного з можливих варіантів дій і його здійснення (наприклад - будь-який хід в шахах).

Випадковий хід - вибір з ряду можливостей, здійснюється не вирішенням гравця, а будь-яким механізмом випадкового вибору (кидання монети, вибір карти з перетасованої колоди і т. д.);

3) визначення **стратегії гравця** (під нею розуміються можливі дії, що дозволяють гравцеві на кожному етапі гри вибирати з певної кількості альтернативних варіантів такий хід, який на його думку є «кращою відповіддю» на дії інших гравців).

Гравець визначає свої дії не тільки для етапів, яких фактично досягла конкретна гра, але і для всіх ситуацій, включаючи і ті, які можуть і не виникнути в ході даної гри;

4) виявлення **оптимальної стратегії гравця** – це така стратегія, яка при багатократному повторенні гри забезпечує даному гравцеві максимально можливий середній виграш (або мінімально можливий середній програш).

У теорії ігор не враховуються прорахунки і помилки гравців, а також елементи азарту і ризику.

Постановка задач теорії ігор та статистичних ситуацій. Хай є парна гра **И**, в якій беруть участь два гравці **А** і **В** з протилежними інтересами. Для того, щоб гру можна було проаналізувати математично, потрібно чітко сформулювати правила гри (тобто систему умов):

- можливі варіанти дій гравців;

- об'єм інформації кожної сторони про поведінку іншої сторони;

- результат гри, до якого приводить кожна дана сукупність ходів.

Якщо в грі один гравець виграє рівно стільки, скільки програє інший (тобто сума виграшів дорівнює нулю) називається «**грою з нульовою сумою».** У цій грі інтереси супротивників прямо протилежні.

Наприклад ***a*** - це виграш гравця ***A,*** а ***b*** - виграш гравця ***B.*** То в грі з нульовою сумою ***a=-b***. Залежно від кількості можливих стратегій ігри діляться на **«кінцеві»** і «**нескінченні**».

Кінцева гра – це така гра, у якій у кожного гравця є тільки кінцева кількість стратегій. **Нескінченна гра** – це така гра, у якій хоч би у одного з гравців є нескінченна кількість стратегій.

Мета теорії ігор - вироблення рекомендацій для розумної поведінки гравців конфліктної ситуації, тобто визначення **оптимальної стратегії** для кожного з них.

Розглянемо парну кінцеву гру, в якій гравець ***A*** користується ***m*** особистими стратегіями, які позначимо $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_m$, а гравець ***B*** користується ***n*** особистими стратегіями, позначимо їх $B_1, B_2, B_3, \ldots, B_n$. Гра має розмірність ***mxn***. Припустимо, що кожна сторона вибрала певну стратегію: перший гравець вибрав A_i, другий гравець вибрав B_j. В результаті вибору гравцями будь-якої пари стратегій A_i, B_j (i=1,2,…,m; j=1,2,…,n) однозначно визначається результат гри, тобто виграш гравця ***A*** - a_{ij}, програш гравця ***B*** - $-a_{ij}$.

Припустимо, що нам відомі значення a_{ij} для будь-якої пари стратегій (A_i, B_j), то складаємо матрицю P=(a_{ij}), (i=1,2,...,m; j=1,2,...,n) елементами якої є виграші, відповідні стратегіям гравця А - A_i і гравця В - B_j. Таблиця 2.18 називається **платіжною матрицею** (або **матрицею гри**).

Таблиця 2.18 - Платіжна матриця (матриця гри)

B_j / A_i	B_1	B_2	…	B_n
A_1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	…	a_{2n}
…	…	…	…	…
A_m	a_{m1}	a_{m2}	…	a_{mn}

Навчальний приклад - *Гра «пошук».*

Є два гравці ***A*** і ***B;*** гравець ***A*** ховається, а ***B*** його шукає. У розпорядженні гравця ***A*** є дві схованки (I і II), будь-яку з яких він може вибрати на свій розсуд.

Умови гри такі: якщо ***B*** знайде ***A*** в тій схованці, де ***A*** сховався, то ***A*** платить йому штраф - 1 євро; якщо ***B*** не знайде ***A*** (тобто шукатиме в іншій схованці)**,** то він сам повинен заплатити ***A*** такий же штраф. Потрібно побудувати платіжну матрицю.

Рішення. Гра складається всього з двох ходів, обидва - особисті.

У гравця ***A*** дві стратегії:

A_1 - ховатися в схованці I

A_2- ховатися в схованці II.

У супротивника *(*гравця ***B)*** теж дві стратегії:

B_1 - шукати в схованці I

B_2- шукати в схованці II.

Перед нами - гра 2x2. Її матриця має наступний вигляд:

Таблиця 2.19

	B_1	B_2
A_1	-1	1
A_2	1	-1

На прикладі цієї гри, як вона ні елементарна, можна з'ясувати собі деякі важливі ідеї теорії ігор.

Припустимо спочатку, що дана гра виконується тільки один раз (грається єдина «партія»). Тоді, очевидно, немає сенсу говорити про переваги тих або інших стратегій - кожен з гравців може з рівною підставою прийняти будь-яку з них. Проте при багатократному повторенні гри положення міняється.

Дійсно, допустимо, що гравець ***A*** вибрав якусь стратегію (скажемо A_1) і дотримується її. Тоді, вже за наслідками перших декількох партій, супротивник здогадається про нашу стратегію, почне завжди шукати в схованці I і вигравати. То ж буде, якщо ми виберемо стратегію A_2**.** Нам явно невигідно дотримуватися однієї якоїсь стратегії; щоб не опинитися в програші, ми повинні чергувати їх. Проте, якщо ми чергуватимемо схованки I і II в якійсь певній послідовності (скажімо, через одну партію), супротивник теж здогадається про це і відповість якнайгіршим для нас чином. Очевидно, надійним способом, що гарантує пас від вірного програшу, буде така організація вибору в кожній партії, коли ми самі його наперед не знаємо.

Наприклад, можна кинути монету, і, якщо випаде герб, вибрати схованку I, а якщо решка схованку II.

Сумне положення, в якому опинився гравець ***A,*** очевидно, властиво не тільки йому, але і його супротивникові ***B,*** для якого справедливі наведені вище міркування. Оптимальною стратегією кожного виявляється «**змішана» стратегія**, в якій дві можливі стратегії гравця чергуються випадковим чином, з однаковою вірогідністю.

Таким чином, ми шляхом інтуїтивних міркувань підійшли до одного з істотних понять теорії ігор - до поняття **змішаної стратегії** - тобто такої, в якій окремі «чисті» стратегії чергуються випадковим чином з якоюсь вірогідністю. У даному прикладі з міркувань симетрії ясно стратегії A_1 і A_2 повинні застосовуватися з однаковою вірогідністю.

Визначення основних параметрів ігор

Розглянемо гру ***mxn*** з матрицею P=(a_{ij}) – платіжна матриця (див. табл. 1.17), де *i* - це номер стратегії гравця ***A, j*** - номер стратегії гравця ***B.***

Відкинемо питання про змішані стратегії і розглядатимемо поки тільки чисті стратегії.

Поставимо завдання: визначити якнайкращу серед стратегій гравця ***A*** - $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_m$. Проаналізуємо послідовно кожну з них, починаючи з A_1 і закінчуючи A_m.

Вибираючи A_i, гравець ***A*** повинен розраховувати, що супротивник відповість на неї тій із стратегій B_j, для якої наш виграш мінімальний (гравець ***B*** прагне «нашкодити» гравцеві ***A***).

Позначимо $\propto_{ij}$ найменший виграш гравця ***A*** при виборі ним стратегії A_i для всіх можливих стратегій гравця ***B*** (мінімальне з чисел a_{ij} в *i*-му рядку платіжної матриці):

$$\propto_i = \min_i a_{ij} \tag{2.46}$$

Знак $\min_i$ означає мінімальне значення даного параметра при всіх можливих *j*. Випишемо числа $\propto_{ij}$ (мінімуми рядків) поряд з матрицею справа у вигляді додаткового стовпця і сформуємо оновлену таблицю 2.20.

Вибираючи якусь стратегію A_1, ми повинні розраховувати на те, що в результаті розумних дій противника ми виграємо лише $\propto_{ij}$. Природно, діючи найобережніше (тобто уникаючи ризику) ми повинні віддати перевагу над іншими тій стратегії, для якої число $\propto_{ij}$ максимальне.

Таблиця 2.20

B_j / A_i	B_1	B_2	…	B_n	α_i	Мінімуми строк
A_1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}	α_1	
A_2	a_{21}	a_{22}	…	a_{2n}	α_2	
…	…	…	…	…	…	
A_m	a_{m1}	a_{m2}	…	a_{mn}	α_m	
β_j	β_1	β_2	…	β_n		
Максимуми стовпців						

Позначимо це максимальне значення $\propto$:

$$\propto = \max_i a_i \tag{2.47}$$

або зважаючи на формулу (1.42) маємо:

$$\beta = \min_{j=n} \max_{i=m} \beta_j \tag{2.48}$$

Значення $\propto$ називається **нижньою ціною гри**, інакше - **максимінним виграшем** або **максиміном.** Та стратегія гравця ***A,*** яка відповідає максиміну $\propto$ називається **максимінною стратегією** (гарантований виграш гравця ***A*** при будь-якій стратегії гравця ***B***).

Вочевидь, якщо гравець ***A*** дотримуватиметься максимінної стратегії, то йому при будь-якій поведінці противника гарантований виграш, в усякому разі, не менший $\propto$. Тому величина $\propto$ і називається **нижньою ціною гри**. Це -

той гарантований мінімум, який гравець ***A*** може собі забезпечити, дотримуючись своєї найбільш обережної («перестрахувальної») стратегії.

Вочевидь, аналогічне міркування можна провести і за противника ***B.*** Він зацікавлений в тому, аби обернути наш виграш в мінімум; отже, він повинен проглянути всі свої стратегії, виділяючи для кожної з них максимальне значення виграшу. Випишемо внизу матриці максимальні значення a_{ij} по стовпцях:

$$\beta_j = \max_j a_{ij} \tag{2.49}$$

знайдемо з них мінімальне:

$$\beta = \min_j \beta_j \tag{2.50}$$

або

$$\beta = \min_{j=n} \max_{i=m} \beta_{ij}. \tag{2.51}$$

Величина β називається **верхньою ціною гри**, інакше **мінімаксним виграшем** або **мінімаксом**. Відповідна виграшу β стратегія гравця ***B*** називається його **мінімаксною стратегією**.

Дотримуючись своєї найбільш обережної мінімаксної стратегії, гравець ***B*** гарантований, що в будь-якому разі він програє не більше β.

Принцип обережності, що диктує гравцям вибір відповідних стратегій (максимінної і мінімаксної), є в теорії ігор основним принципом і називається **принципом мінімакса**. Він витікає з припущення про розумність кожного гравця, прагнучого досягти мети, протилежної мети противника. Найбільш «обережні» максимінну і мінімаксну стратегії часто позначають загальним терміном «**мінімаксні стратегії».**

Положення, при якому обоє гравців користуються своїми мінімаксними стратегіями, є **нестійким стратегіями**. Ця нестійкість може бути порушена відомостями, що поступили, про стратегію, яку застосовує протилежна сторона.

Існують ігри, для яких нижня ціна ігор дорівнює верхній ціні:

$$\propto = \beta \tag{2.52}$$

Ці ігри займають особливе місце в теорії ігор і називаються «**іграми з сідловою крапкою»** - в матриці такої гри існує елемент, що є одночасно мінімальним в своєму рядку і максимальним в своєму стовпці. Такий елемент називається **сідловою крапкою** (по аналогії з сідловою крапкою на поверхні, де досягається мінімум по одній координаті, та максимум по іншій - поверхнею сідла, яка скривлюється вгору в одному напрямі і вниз в іншому).

Загальне в нижньої і верхньої ціни гри:

$$\propto = \beta = \nu \tag{2.53}$$

називається **чистою ціною гри** - ν.

Сідловій крапці відповідає пара мінімаксних стратегій, вони називаються **оптимальними стратегіями**, а їх сукупність називається **вирішенням гри.**

Вирішення гри володіє наступною властивістю (**властивість стійкості**): якщо один з гравців дотримується своєї оптимальної стратегії, то

для іншого не може бути вигідним відхиляться від своєї оптимальної стратегії (таке відхилення або залишить положення незмінним, або погіршить його).

Приклад: Хай в грі з сідловою крапкою гравець ***A*** дотримується своєї оптимальної стратегії, а гравець ***B*** - своєї. До тих пір, поки це так - виграш залишається постійним і рівним ціні гри ν. Тепер допустимо, що гравець ***B*** допустив відхилення від своєї оптимальної стратегії. Оскільки елемент ν є мінімальним в своєму рядку, таке відхилення не може бути вигідним для ***B.*** Таким же чином і для ***A,*** якщо ***B*** дотримується своєї оптимальної стратегії, не може бути вигідне відхилення від своєї.

Для гри з сідловою крапкою мінімаксні стратегії володіють **стійкістю.** Пара оптимальних стратегій в грі з сідловою крапкою є як би **положенням рівноваги**: відхилення від оптимальної стратегії викликає таку зміну виграшу, яка невигідна для гравця, що відхиляється, і вимушує його повернутися до своєї оптимальної стратегії.

Чиста ціна гри ν в грі з сідловою крапкою є тим значенням виграшу, яке в грі проти розумного противника гравець ***A*** не може збільшити, а гравець ***B*** - зменшити.

У платіжній матриці може бути не одна сідлова крапка, а декілька.

Клас ігор, що мають сідлову крапку, вельми цікавий як з теоретичної, так і з практичної точки зору.

До нього належать зокрема, всі так звані «**ігри з повною інформацією».**

Грою **з повною інформацією** називається така гра, в якій кожен гравець при кожному особистому ході знає результати всіх попередніх ходів, - як особистих, так і випадкових. Прикладами ігор з повною інформацією можуть служити: шашки, шахи, відома гра в «хрестики і нуліки» та ін.

У теорії ігор доводиться, що кожна гра з повною інформацією має сідлову крапку і, отже, рішення в чистих стратегіях. Іншими словами, в кожній грі з повною інформацією існує пара оптимальних стратегій тієї і іншої сторони, що дає стійкий виграш, рівний чистій ціні гри. Якщо гра з повною інформацією складається лише з особистих ходів, то при вживанні кожною стороною своєї оптимальної стратегії гра повинна закінчуватись завжди сповна певним результатом, рівним ціні гри ν.

Вирішення ігор в змішаних стратегіях

Серед кінцевих ігор, що мають практичне значення, рідко зустрічаються ігри з сідловою крапкою; типовим є випадок, коли нижня і верхня ціни гри різні.

В цьому випадку визначається **змішана стратегія** - стратегія, що полягає у випадковому чергуванні чистих стратегій.

При користуванні змішаною стратегією перед кожною партією гри пускається в хід будь-який **механізм випадкового вибору** (кидання монети, гральній кісті або обчислення машиною випадкового числа від 0 до 1), що

забезпечує появу кожної стратегії з деякою вірогідністю, і потім приймається та стратегія, на яку випав жребій.

Змішані стратегії є математичною моделлю мінливої, гнучкої тактики, при якій противник не знає, і не може взнати заздалегідь, з якою обстановкою йому доведеться зустрітися.

Введемо спеціальне позначення для змішаних стратегій. Хай є гра **И**, в якій у гравця ***A m*** стратегій $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_m$, а у гравця ***B n*** стратегій - $B_1, B_2, B_3, \ldots, B_n$.

Позначимо:

$$S_A = (\mathrm{p}_1, \mathrm{p}_2, \mathrm{p}_3, \ldots, \mathrm{p}_m) \qquad (2.54)$$

- змішана стратегія гравця ***A,*** в якій стратегії $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_m$, застосовуються з вірогідністю $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_m$, причому $p_1+p_2+p_3+\ldots+p_m=1$.

Аналогічне позначення для гравця ***B***:

$$S_B = (q_1, q_2, q_3, \ldots, q_n) \qquad (2.55)$$

- змішана стратегія гравця ***B***, в якій стратегії $B_1, B_2, B_3, \ldots, B_n$, застосовуються з вірогідністю $q_1, q_2, q_3, \ldots, q_n$, причому $q_1+q_2+q_3+\ldots+q_n=1$.

Вирішенням гри - називається пара оптимальних стратегій:

$$S^*_A = (\mathrm{p}^*_1, \mathrm{p}^*_2, \mathrm{p}^*_3, \ldots, \mathrm{p}^*_m) \qquad (2.56)$$

і

$$S^*_B = (q^*_1, q^*_2, q^*_3, \ldots, q^*_n), \qquad (2.57)$$

які в загальному випадку є змішаними стратегіями і володіють **наступною властивістю:** якщо один з гравців дотримується своєї оптимальної стратегії, то іншому не може бути вигідно відступати від своєї.

Виграш, відповідний рішенню гри, називається **ціною гри**, позначимо її (як і раніше чисту ціну) ν.

Тут можна сформувати **основну теорему теорії ігор**: кожна кінцева гра має, принаймні, одне рішення, можливо, в області змішаних стратегій.

З основної теореми виходить, що кожна кінцева гра має ціну. Ціна гри ν завжди лежить між нижньою ціною гри $\propto$ і верхньою ціною гри β :

$$\propto \leq \nu \leq \beta \qquad (2.58).$$

$\propto$ - це максимальний гарантований виграш, який гравець ***A*** може собі забезпечити, застосовуючи лише свої чисті стратегії.

Вирішення ігор ***m*****x*****n.*** Вирішення будь-якої кінцевої гри може бути зведене до задачі лінійного програмування.

Розглянемо гру ***m*****x*****n***, в якій у гравця ***A m*** стратегій - $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_m$, а у гравця ***B n*** стратегій - $B_1, B_2, B_3, \ldots, B_n$.

Задана матриця гри a_{ij}. Потрібно знайти: вирішення гри, тобто оптимальні змішані стратегії гравців ***A*** і ***B***:

$S^*_A = (\mathrm{p}^*_1, \mathrm{p}^*_2, \mathrm{p}^*_3, \ldots, \mathrm{p}^*_m)$ і $S^*_B = (q^*_1, q^*_2, q^*_3, \ldots, q^*_n)$,

де $p_1^*+p_2^*+p_3^*+\ldots+p_m^* =1;\ q_1^*+q_2^*+q_3^*+\ldots+q_n^*=1$.

Ціна гри ν поки ще невідома. Передбачимо, що ціна гри невід'ємна (позитивна): $\nu \geq 0$ цього можна добитися позитивністю всіх елементів платіжної матриці $a_{ij} \geq 0$. Цього можна добитися додаючи до всіх елементів

матриці a_{ij} одну і ту ж чималу позитивну величину ***M,*** при цьому ціна гри збільшитися на ***M,*** а рішення не змінитися.

Передбачимо, що гравець ***A*** застосовує свою оптимальну (змішану) стратегію $S^*_A = (p^*_1, p^*_2, p^*_3, \dots, p^*_m)$, а противник свою чисту стратегію B_j. Тоді гравець ***A*** отримує середній виграш або математичне чекання виграшу, рівне:

$a_j = p_1 \cdot a_{1j} + p_2 \cdot a_{2j} + \cdots + p_m \cdot a_{mj}$ ($j=1,2.,n$).

Оптимальна стратегія гравця ***A*** S^*_A володіє такою властивістю, що при будь-якій поведінці противника (гравця ***B***) забезпечує гравцеві ***A*** виграш, не менший, ніж ціна гри ν, означає будь-яке з чисел a_{ij} не може бути менше ν. Отримуємо систему обмежень:

$$\begin{cases} p_1 \cdot a_{11} + p_2 \cdot a_{21} + \cdots + p_m \cdot a_{m1} \geq \nu \\ p_1 \cdot a_{12} + p_2 \cdot a_{22} + \cdots + p_m \cdot a_{m2} \geq \nu \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ p_1 \cdot a_{1n} + p_2 \cdot a_{2n} + \cdots + p_m \cdot a_{mn} \geq \nu \end{cases} \quad (2.59)$$

Розділимо нерівності на позитивну величину ν і введемо наступні позначення:

$$x_1 = p_1/\nu,\ x_2 = p_2/\nu, \dots, x_n = p_n/\nu \quad (2.60)$$

Тоді умови (1.55) запишуться у вигляді:

$$\begin{cases} a_{11} \cdot x_1 + a_{21} \cdot x_2 + \cdots + a_{m1} \cdot x_m \geq 1 \\ a_{12} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \cdots + a_{m2} \cdot x_m \geq 1 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{1n} \cdot x_1 + a_{2n} \cdot x_2 + \cdots + a_{mn} \cdot x_m \geq 1 \end{cases} \quad (2.61)$$

де $x_1, x_2, \dots, x_m$ – позитивні змінні.

Унаслідок того що $p_1+p_2+p_3+\dots+p_m=1$ і справедливі умови (2.61), змінні $x_1, x_2, \dots, x_m$ задовольняють умові:

$$x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_m = 1/\nu \quad (2.62)$$

Мета гравця ***A*** - максимізувати свій гарантований виграш, тобто ціну гри ν, при цьому права частина рівняння (2.62) набуває мінімального значення.

Таким чином задача вирішення гри зводитися до наступної **математичної задачі** - визначити позитивні значення змінних $x_1, x_2, \dots, x_m$ так, щоб вони задовольняли лінійним обмеженням (2.62) і при цьому їх лінійна функція (2.63) зверталася в мінімум:

$$Z(x) = x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_m \to min \quad (2.63)$$

Таким чином, у нас вийшла задача лінійного програмування.

Вирішивши цю задачу ми отримаємо оптимальну стратегію гравця ***A*** - $S^*_A = (p^*_1, p^*_2, p^*_3, \dots, p^*_m)$

Знайдемо тепер оптимальну стратегію гравця ***B*** - $S^*_B = (q^*_1, q^*_2, q^*_3, \dots, q^*_n)$. Все буде аналогічно вирішенню гри для гравця ***A,*** тільки різниця полягає в тому, що гравець ***B*** прагнутиме не максимізувати,

а мінімізувати виграш гравця ***A*,** а значить не мінімізувати, а максимізувати величину $1/_{\nu}$, тобто знайти $max\ 1/_{\nu}$.

Замість умов (2.59) повинні будуть дотримуватися умови:

$$\begin{cases} q_1 \cdot a_{11} + q_2 \cdot a_{12} + \cdots + q_n \cdot a_{1n} \le \nu \\ q_1 \cdot a_{21} + q_2 \cdot a_{22} + \cdots + q_n \cdot a_{2n} \le \nu \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots. \\ q_1 \cdot a_{n1} + q_2 \cdot a_{n2} + \cdots + q_n \cdot a_{nn} \le \nu \end{cases} \quad (2.64)$$

і відповідно введемо наступні позначення:

$$y_1 = {q_1}/_{\nu},\ y_2 = {q_2}/_{\nu}, \ldots., y_n = {q_n}/_{\nu} \quad (2.65)$$

де $y_1, y_2, \ldots, y_m$ - позитивні змінні.

Тоді отримаємо таку систему обмежень:

$$\begin{cases} a_{11} \cdot y_1 + a_{12} \cdot y_2 + \cdots + a_{1n} \cdot y_n \le 1 \\ a_{21} \cdot y_1 + a_{22} \cdot y_2 + \cdots + a_{2n} \cdot y_n \le 1 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots. \\ a_{n1} \cdot y_1 + a_{n2} \cdot y_2 + \cdots + a_{nn} \cdot y_n \le 1 \end{cases} \quad (2.66)$$

Потрібно так вибрати змінні $y_1, y_2, \ldots, y_m$, щоб вони задовольняли умовам (2.66) і обертали в максимум лінійну функцію:

$$L(y) = y_1 + y_2 + y_3 + \cdots + y_n = \frac{1}{\nu} \to max \quad (2.67)$$

Рішенням цієї задачі буде оптимальна стратегія гравця ***B*** - $S^*_B = (q^*_1, q^*_2, q^*_3, \ldots, q^*_n)$.

Рішення задачі методом лінійного програмування визначає ціну гри:

$$\nu = \frac{1}{\max\ L(y)} = \frac{1}{\min\ Z(x)} \quad (2.68)$$

Зіставляючи матриці (2.61) і (2.66) бачимо, що одна матриця вийшла з іншої транспонуванням (табл. 2.21).

Таблиця 2.21 - Транспонування матриць з прямої задачі до двоїстої

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & \ldots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \ldots & a_{m2} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{1n} & a_{2n} & \ldots & a_{mn} \end{vmatrix} \begin{matrix} \ge & 1 \\ \ge & 1 \\ \ldots & \ldots \\ \ge & 1 \end{matrix} \quad \to \quad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{nm} \end{vmatrix} \begin{matrix} \le & 1 \\ \le & 1 \\ \ldots & \ldots \\ \le & 1 \end{matrix}$$

$$1 \quad +1 \quad \ldots \quad +1 \quad \ge \quad \min Z(x) \qquad\qquad 1 \quad +1 \quad \ldots \quad +1 \quad \le \quad \max L(y)$$

<u>Спрощення ігор</u>

Якщо гра ***m*×*n*** не має сідлової крапки, то відшукання її рішення (особливо при великих ***m*** і ***n****)* є дуже трудомістким процесом.

Іноді це завдання вдається спростити, якщо заздалегідь «**редукувати» гру** (скоротити (скорочувати), звести (зводити) до невеликого об'єму, кількості) - скоротити число стратегій шляхом викреслювання деяких зайвих.

Зайві стратегії бувають **2х видів:**

1) дублюючі;

2) свідомо невигідні (домінуємі)

Розглянемо гру **И** з матрицею (табл. 2.22):

Таблиця 2.22

	$\mathbf{B_1}$	$\mathbf{B_2}$	$\mathbf{B_3}$	$\mathbf{B_4}$
$\mathbf{A_1}$	1	2	4	3
$\mathbf{A_2}$	0	2	3	2
$\mathbf{A_3}$	1	2	4	3
$\mathbf{A_4}$	4	3	1	0

1й спосіб спрощення.

З матриці видно, що стратегія A_3 в точності повторює («**дублює»)** стратегію A_1; тому **будь-яку з цих двох стратегій можна викреслити**. Викреслюємо A_3, і отримуємо (табл. 2.23):

Таблиця 2.23

	$\mathbf{B_1}$	$\mathbf{B_2}$	$\mathbf{B_3}$	$\mathbf{B_4}$
$\mathbf{A_1}$	1	2	4	3
$\mathbf{A_2}$	0	2	3	2
$\mathbf{A_4}$	4	3	1	0

2й спосіб спрощення.

Далі, порівнюючи почленно рядки A_1 і A_2, бачимо, що всі елементи рядка A_2 менше (або рівні) відповідних елементів рядка A_1: $\boldsymbol{A_2 \le A_1}$

$$a_{pj} \le a_{kj}\ , \qquad (2.69)$$

де j=1, 2, 3,…, n, p – номер домінуємого рядку, k – номер домінуючого рядку.

Таким чином, стратегія A_1 домінує над A_2.

A_1 – **домінуюча стратегія**, A_2 – **доминуєма стратегія.**

Отже, стратегія A_2 для гравця ***А***, охочого виграти, свідомо невигідна. Викреслюємо A_2 і отримуємо (табл. 2.24):

Таблиця 2.24

	$\mathbf{B_1}$	$\mathbf{B_2}$	$\mathbf{B_3}$	$\mathbf{B_4}$
$\mathbf{A_1}$	1	2	4	3
$\mathbf{A_4}$	4	3	1	0

Далі для гравця ***В***.

Порівнюємо стратегії B_3 і B_4: $\boldsymbol{B_3 \ge B_4}$.

$$a_{iz} \le a_{if}\ , \qquad (2.70)$$

де i=1, 2, 3,…, m, f – номер домінуємого стовпчику, z – номер домінуючого стовпчику.

Отже, B_4 домінує над B_3.

B_4 – **домінуюча стратегія**, B_3 – **домінуєма стратегія**, отже викреслюємо B_3 і отримуємо (табл. 2.25):

Таблиця 1.24

	$\mathbf{B_1}$	$\mathbf{B_2}$	$\mathbf{B_4}$
$\mathbf{A_1}$	1	2	3
$\mathbf{A_4}$	4	3	0

Таким чином гра 4х4 зведена до гри 2х3.

3й спосіб спрощення.

Можна спростити гру штучним введенням замість чистих стратегій - змішаних.

Хай маємо гру 3х4 з такою матрицею (табл. 2.26):

Таблиця 2.26

	$\mathbf{B_1}$	$\mathbf{B_2}$	$\mathbf{B_3}$	$\mathbf{B_4}$	Вірогідність стратегій гравця **A**
$\mathbf{A_1}$	0	5	5	2	p1
$\mathbf{A_2}$	5	0	2	5	p2
$\mathbf{A_3}$	5	5	1	1	p3
Вірогідність стратегій гравця **B**	q1	q2	q3	q4	

Розглядаємо матрицю і бачимо, що є симетрія елементів стовпців B_1 і B_2, B_3 і B_4, і рядків A_1 і A_2. Ці стратегії якщо і входять в рішення, то тільки з однаковою вірогідністю $p_1=p_2$, $q_1=q_2$, $q_3=q_4$.

Тут виникає можливість заздалегідь об'єднати стратегії B_1 і B_2 в одну змішану стратегію B_{12}, що складається наполовину з B_1 і наполовину з B_2. Таким же чином можна поступити і із стратегіями B_3 і B_4, тобто об'єднати їх в одну змішану стратегію B_{34}, в яку B_3 і B_4 входять з однаковою вірогідністю 0,5. Приводимо матрицю до вигляду (табл. 2.27):

Таблиця 2.27

	$\mathbf{B_{12}}$	$\mathbf{B_{34}}$
$\mathbf{A_1}$	2,5	3,5
$\mathbf{A_2}$	2,5	3,5
$\mathbf{A_3}$	5	1

Тепер видно, що стратегії A_1 і A_2 дублюють один одного, можна викреслити яку-небудь з них (або об'єднати A_1 і A_2 в одну A_{12}).
Приводимо матрицю до вигляду 2х2 (табл. 2.28):

Таблиця 2.28

	$\mathbf{B_{12}}$	$\mathbf{B_{34}}$
$\mathbf{A_{12}}$	2,5	3,5
$\mathbf{A_3}$	5	1

Приступаючи до вирішення будь-якої гри *m*х*n* необхідно перш за все виконати наступні процедури:

1) подивитися, чи немає в матриці сідлової крапки (якщо сідлова крапка є, то рішення вже знайдене);

2) якщо сідлової крапки немає, то потрібно порівняти між собою почленно стовпці і рядки з метою викреслювання дублюючих і свідомо невигідних (домінуємих) стратегій;

3) подивитися, чи не можна зменшити число стратегій шляхом заміни деяких груп чистих - змішаними стратегіями.

Практична частина - 3. Вибір оптимальної стратегії розподілу капітальних вкладень

Економіко-математична постановка задачі. Розглянемо приклад практичної задачі, яка описується ігровою моделлю ***m***x***n***.

На будівельній фірмі для прискорення будівництва об'єкту і для поліпшення якості будівельно-монтажних робіт було виділено додаткові грошові кошти 600 тис. грн. Для виконання цих вимог фахівцями було вирішено зробити наступні поліпшуючі організаційно-технічні заходи (ОТЗ):

1) придбання нового устаткування М-1;

2) придбання сучасних будівельних матеріалів М-2;

3) підвищення кваліфікації робочих М-3.

Всі запропоновані дії, що підвищують ефективність будівництва було вирішено застосувати на такі види робіт:

1) бетонні роботи Р-1;

2) кам'яні роботи Р-2;

3) покрівельні роботи Р-3;

4) оздоблювальні роботи Р-4.

Маємо значення річної продуктивності для кожного процесу при впровадженні кожного з організаційно-технічних заходів (табл. 2.29):

Таблиця 2.29 – Вихідні дані задачі

			річна продуктивність кожного процесу (стратегії гравця В)			
			Р-1	Р-2	Р-3	Р-4
			B_1	B_2	B_3	B_4
ОТЗ (стратегії гравця А)	М-1	A_1	3000	1000	2000	3000
	М-2	A_2	6000	4000	5000	2000
	М-3	A_3	1000	6000	8000	4000

Потрібно визначити яку частину загальної суми доцільно виділити на впровадження кожного виду заходів, щоб приріст прибутку від виробництва був максимальний.

Рішення задачі. Поставлену задачу можна розглядати як матричну гру двох супротивників: один з них - керівництво підприємства (фірма), інший - процес виробництва (методи та технологія виробництва робіт).

Керівництво фірми має в своєму розпорядженні 3 стратегії (придбання нового устаткування М-1; придбання сучасних будівельних матеріалів М-2; підвищення кваліфікації робочих М-3). Виробничий процес в заданій грі має в своєму розпорядженні чотири стратегії по чотирьох видах робіт (бетонні роботи Р-1; кам'яні роботи Р-2; покрівельні роботи Р-3; оздоблювальні роботи Р-4).

Складаємо платіжну матрицю гри. Для спрощення розрахунків всі елементи розділимо на 1000. Результат при цьому не зміниться, а ціна гри зменшитися в 1000 разів (табл. 2.30).

Таблиця 2.30

		(стратегії гравця В)			
		B_1	B_2	B_3	B_4
(стратегії гравця А)	A_1	3	1	2	3
	A_2	6	4	5	2
	A_3	1	6	8	4

Перевіримо, чи не має задача рішення в області чистих стратегій.

У нашому випадку, кількість чистих стратегій гравця А дорівнює 3 . Кількість чистих стратегій гравця В дорівнює 4.

Припустимо варіанти рішень гравця А:

1) якщо я виберу стратегію A_1, то при будь-якій дії гравця В, я гарантую собі виграш 1, тобто отримаю не менше 1 грош.од. виграшу;

2) якщо я виберу стратегію A_2, то при будь-якій дії гравця В, я гарантую собі виграш 2, тобто отримаю не менше 2 грош.од. виграшу.

3) якщо я виберу стратегію A_3, то при будь-якій дії гравця В, я гарантую собі виграш 1, тобто отримаю не менше 1 грош.од. виграшу.

Таблиця 2.31

		(стратегії гравця В)				Мінімальний елемент рядка $\propto_i$.
		B_1	B_2	B_3	B_4	
(стратегії гравця А)	A_1	3	1	2	3	1
	A_2	6	4	5	2	2
	A_3	1	6	8	4	1

Гравець **А** використовує логіку, яка гарантує йому максимальний виграш незалежно від поведінки гравця **В.** $\propto_i$ - це всі мінімальні елементи в рядках. Отже, отримуємо: $A_1=\propto_1=1$, $A_2=\propto_2=2$, $A_3=\propto_3=1$.

Виберемо максимальне з цих значень $\propto$:

$\propto_i = \min\limits_i a_{ij} \rightarrow \propto = \max\limits_i a_{ij}$ або $\propto = \max\limits_{i=m} \min\limits_{j=n} \propto_i$ = 2 - це максимінний виграш (максимін, максимінна стратегія) або нижня ціна гри.

Свій вибір, гравець **А** зупинить на стратегії $\mathbf{A_2}$, яка забезпечить йому виграш 2 ($\propto$=2), тобто дохід не менше 2 грош.од.

Припустимо варіанти рішень гравця В:

1) Якщо я виберу стратегію B_1, то при будь-якій дії гравця А, я гарантую собі програш 6, тобто втрачу не більше 6 грош. од.;

2) Якщо я виберу стратегію B_2, то при будь-якій дії гравця А, я гарантую собі програш 6, тобто втрачу не більше 6 грош. од.;

3) Якщо я виберу стратегію B_3, то при будь-якій дії гравця А, я гарантую собі програш 8, тобто втрачу не більше 8 грош. од.;

4) Якщо я виберу стратегію B_4, то при будь-якій дії гравця А, я гарантую собі програш 4, тобто втрачу не більше 4 грош. од.

Таблиця 2.32

		(стратегії гравця В)				Мінімальний елемент рядка $\propto_i$.
		B_1	B_2	B_3	B_4	
(стратегії гравця А)	A_1	3	1	2	3	1
	A_2	6	4	5	2	2
	A_3	1	6	8	4	1
Максимальний елемент в стовпці β_j		6	6	8	4	

Аналогічно для другого гравця **В.** Знайдемо максимальні значення виграшу по стовпцях β_j і мінімальне з цих чисел β=4 - верхня ціна гри.

$\beta_j = \max\limits_{j} a_{ij} \rightarrow \beta = \min\limits_{j} \beta_j$ або $\beta = \min\limits_{j=n} \max\limits_{i=m} \beta_{ij}$ - це мінімаксний виграш (мінімакс, мінімаксна стратегія).

Оскільки $\alpha \neq \beta$, то користуватимемося змішаними стратегіями.

Змішаною стратегією гравця **А** називається застосування чистих стратегій A_1, A_2, A_3 з вірогідністю p_1, p_2, p_3.

Позначимо: $S_A = (p_1, p_2, p_3, \dots, p_m)$ - змішану стратегію гравця **А,** в якій стратегії ***A₁, A₂, A₃, ..., Aₘ***, застосовуються з вірогідністю ***p₁, p₂, p₃, ..., pₘ***, причому ***p₁+p₂+p₃+…+pₘ=1***, а також **$p_1, p_2, p_3 \geq 0$**

Аналогічне позначення для гравця **В**: $S_B = (q_1, q_2, q_3, \dots, q_n)$ - змішана стратегія гравця **В**, в якій стратегії ***B₁, B₂, B₃, ..., Bₙ***, застосовуються з вірогідностями ***q₁, q₂, q₃ ,..., qₙ***, причому ***q₁+q₂+q₃+…+qₙ=1 і*** **$q_1, q_2, q_3, q_4 \geq 0$.**

Вирішенням гри - називається пара оптимальних стратегій:

$S^*_A = (p^*_1, p^*_2, p^*_3, \dots, p^*_m)$ та $S^*_B = (q^*_1, q^*_2, q^*_3, \dots, q^*_n)$, які в загальному випадку є змішаними стратегіями і володіють **наступною властивістю:** якщо один з гравців дотримується своєї оптимальної стратегії, то іншому не може бути вигідно відступати від своєї.

Виграш, відповідний рішенню (виграш гравця А рівний програшу гравця В, відповідний оптимальному рішенню), називається **ціною гри,** позначимо її (як і раніше чисту ціну) ν.

Ціна гри більше або дорівнює нижньої ціни гри і менше або рівна верхньої ціни гри.

У нашому випадку: $\propto \leq \nu \leq \beta$ тобто $2 \leq \nu \leq 4$. Далі спростимо гру (табл. 2.33).

Таблиця 2.33

		(стратегії гравця В)			
		B_1	B_2	B_3	B_4
(стратегії гравця А)	A_1	3	1	2	3
	A_2	6	4	5	2
	A_3	1	6	8	4

Виключимо стратегії, якими свідомо не вигідно користуватися гравцям.

Стратегія $\mathbf{B_2}$ є домінуючою над стратегією $\mathbf{B_3}$, оскільки кожен елемент стовпця 2 менше або рівний відповідного елементу стовпця 3. Гравцеві **B** свідомо не вигідно користуватися стратегією $\mathbf{B_3}$. Видаляємо стратегію B_3 з розгляду (табл. 2.34).

Таблиця 2.34

		(стратегії гравця В)		
		B_1	B_2	B_4
(стратегії гравця А)	A_1	3	1	3
	A_2	6	4	2
	A_3	1	6	4

Після перетворень платіжної матриці, оптимальне рішення шукатимемо у вигляді:

$S^*_A = (\mathrm{p}^*_1, \mathrm{p}^*_2, 0, \mathrm{p}^*_4)$ та $S^*_B = (q^*_1, q^*_2, q^*_3)$

$\mathrm{p}^*_3 = 0$ - оскільки стратегія $\mathbf{A_3}$ була виключена як свідомо невигідна (домінуєма).

Отримуємо 2 системи обмежень, загальний вигляд яких:

$$\begin{cases} p_1^* \cdot a_{11} + p_2^* \cdot a_{21} + \cdots + p_m^* \cdot a_{m1} \geq \nu \\ p_1^* \cdot a_{12} + p_2^* \cdot a_{22} + \cdots + p_m^* \cdot a_{m2} \geq \nu \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots. \\ p_1^* \cdot a_{1n} + p_2^* \cdot a_{2n} + \cdots + p_m^* \cdot a_{mn} \geq \nu \end{cases} \text{та}$$

$$\begin{cases} q_1^* \cdot a_{11} + q_2^* \cdot a_{12} + \cdots + q_n^* \cdot a_{1n} \leq \nu \\ q_1^* \cdot a_{21} + q_2^* \cdot a_{22} + \cdots + q_n^* \cdot a_{2n} \leq \nu \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots. \\ q_1^* \cdot a_{n1} + q_2^* \cdot a_{n2} + \cdots + q_n^* \cdot a_{nn} \leq \nu \end{cases},$$

а стосовно нашої задачі:

$$\begin{cases} 3 \cdot p_1^* + 6 \cdot p_2^* + p_3^* \geq \nu \\ p_1^* + 4 \cdot p_2^* + 6 \cdot p_3^* \geq \nu \\ 3 \cdot p_1^* + 2 \cdot p_2^* + 4 \cdot p_3^* \geq \nu \end{cases} \text{та} \begin{cases} 3 \cdot q_1^* + 1 \cdot q_2^* + 3 \cdot q_4^* \leq \nu \\ 6 \cdot q_1^* + 4 \cdot q_2^* + 2 \cdot q_4^* \leq \nu. \\ q_1^* + 6 \cdot q_2^* + 4 \cdot q_4^* \leq \nu \end{cases}$$

Розділимо нерівності на позитивну величину ν і введемо наступні позначення: $x_1 = \mathrm{p}_1^*/_{\nu},\ x_2 = \mathrm{p}_2^*/_{\nu},\ x_3 = \mathrm{p}_3^*/_{\nu}$.

Розглянемо суму: $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{\mathrm{p}_1^*}{\nu} + \frac{\mathrm{p}_2^*}{\nu} + \frac{\mathrm{p}_3^*}{\nu} = \frac{1}{\nu}(\mathrm{p}_1^* + \mathrm{p}_2^* + \mathrm{p}_3^*) = \frac{1}{\nu}$.

Оскільки гравець ***A*** прагне збільшити свій виграш, тобто ціну гри ν, то й вираз $\frac{1}{\nu}$ прагнутиме до мінімуму. Отже, ми отримали задачу лінійного програмування.

Потрібно знайти мінімум лінійної функції $Z(x)=x_1+x_2+x_3\rightarrow\min$ при наступній системі обмежень:

$$\begin{cases} 3\cdot x_1+6\cdot x_2+1\cdot x_3 \ \geq \nu\cdot\frac{1}{\nu}=1 \\ 1\cdot x_1+4\cdot x_2+6\cdot x_3\geq 1 \\ 3\cdot x_1+2\cdot x_2+4\cdot x_3\geq 1 \end{cases}.$$

Розглянемо другу систему. Розділимо почленно другу систему на ν (ціну гри). Введемо нові позначення:

$$y_1=q_1^*/\nu,\ y_2=q_2^*/\nu,\ y_5=q_4^*/\nu.$$

Розглянемо суму: $y_1+y_2+y_3=\frac{q_1^*}{\nu}+\frac{q_2^*}{\nu}+\frac{q_4^*}{\nu}=\frac{1}{\nu}(q_1^*+q_2^*+q_4^*)=\frac{1}{\nu}$.

Оскільки гравець ***B*** прагне зменшити свій програш, тобто ціну гри ν, то й вираз $\frac{1}{\nu}$ прагнутиме до максимуму.

Ми отримали задачу лінійного програмування. Потрібно знайти максимум лінійної функції $L(y)=y_1+y_2+y_3\rightarrow\max$ при наступній системі обмежень:

$$\begin{cases} 3\cdot y_1+1\cdot y_2+3\cdot y_3\leq 1 \\ 6\cdot y_1+4\cdot y_2+2\cdot y_3\leq 1. \\ 1\cdot y_1+6\cdot y_2+4\cdot y_3\leq 1 \end{cases}$$

Отримані завдання є парою симетричних взаємно двоїстих задач, отриманих за допомогою транспонування матриць. Вирішивши одну з них, ми автоматично отримаємо вирішення другої. 1га задача - пряма задача, 2га задача - двоїста. Вирішимо спочатку 2гу задачу, оскільки вона вирішується простим симплекс-методом.

$L(y)=y_1+y_2+y_3\rightarrow\max$

$$\begin{cases} 3\cdot y_1+1\cdot y_2+3\cdot y_3\leq 1 \\ 6\cdot y_1+4\cdot y_2+2\cdot y_3\leq 1 \\ 1\cdot y_1+6\cdot y_2+4\cdot y_3\leq 1 \end{cases}$$

Приводимо систему обмежень і цільову функцію до канонічного вигляду:

$$\begin{cases} 3\cdot y_1+1\cdot y_2+3\cdot y_3+y_4=1 \\ 6\cdot y_1+4\cdot y_2+2\cdot y_3+y_5=1 \\ 1\cdot y_1+6\cdot y_2+4\cdot y_3+y_6=1 \end{cases}$$

$L(y)=y_1+y_2+y_3+0\ y_4+0\ y_5+0\ y_6\rightarrow\max$

Згідно взаємної двоїстості задач маємо : $y_4=x_1,\ y_5=x_2,\ y_6=x_3$.

У процесі вирішення задачі симплекс-методом (табл. 2.35 - 2.37) додано 3 додаткових змінних: y_4, y_5, y_6.

Таблиця 2.35

ітерація-0			1	1	1	0	0	0	
C_j	**P^0**	**y_0**	**y_1**	**y_2**	**y_3**	**y_4**	**y_5**	**y_6**	**α**
0	y_4	1.000	3.000	1.000	3.000	1.000	0.000	0.000	0.333
0	y_5	1.000	6.000	4.000	2.000	0.000	1.000	0.000	0.1667
0	y_6	1.000	1.000	6.000	4.000	0.000	0.000	1.000	1
		0.000	-1.000	-1.000	-1.000	0.000	0.000	0.000	

Таблиця 2.36

ітерація-1			1	1	1	0	0	0	
C_j	**P^1**	**y_0**	**y_1**	**y_2**	**y_3**	**y_4**	**y_5**	**y_6**	**α**
0	y_4	0.500	0.000	-1.000	2.000	1.000	-0.500	0.000	0.25
1	y_1	0.167	1.000	0.667	0.333	0.000	0.167	0.000	0.502
0	y_6	0.833	0.000	5.333	3.667	0.000	-0.167	1.000	0.227
		0.167	0.000	-0.333	-0.667	0.000	0.167	0.000	

Таблиця 2.37

ітерація-2			1	1	1	0	0	0	
C_j	**P^2**	**y_0**	**y_1**	**y_2**	**y_3**	**y_4**	**y_5**	**y_6**	**α**
0	y_4	0.045	0.000	-3.909	0.000	1.000	-0.409	-0.545	
1	y_1	0.091	1.000	0.182	0.000	0.000	0.182	-0.091	
1	y_3	0.227	0.000	1.455	1.000	0.000	-0.045	0.273	
		0.318	0.000	0.636	0.000	0.000	0.136	0.182	

Результатом рішення задачі є значення пошукуваних змінних:
$y_1 = 0{,}091\ y_2 = 0$, $y_3 = 0{,}227$, $x_1 = 0$, $x_2 = 0{,}136$, $x_3 = 0{,}182$,
та цільових функцій прямої та двоїстої задач $L(y)_{max} = Z(x)_{min} = 0.318$.

Виконаємо перевірки правильності вирішення задачі.

Перевірка №1 - Перевірка за цільовою функцією прямої задачі - $L(x) = \sum C_j \cdot x_j$.

Перевірка №2 - Перевірка за значенням цільової функції за допомогою універсальної симплекс-формули: $L(x) = L(x)_{ij}^{\text{стар.}} - \frac{L(x)_i^{\text{кл.}} \cdot L(x)_j^{\text{кл.}}}{x_{ij}^{\text{кл.эл.}}}$.

Іншими словами, перевіряємо рівність функціонала за двома формулами:

формула-1: $F^k = \sum_i C_j \cdot y_0 \rightarrow F^k = 1 \cdot 0{,}091 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0{,}227 = 0{,}318$ та

формула-2: $y_{ij}^{\text{нов.}} = y_{ij}^{\text{стар.}} - \frac{y_i^{\text{кл.}} \cdot y_j^{\text{кл.}}}{y_{ij}^{\text{кл.эл.}}}$ (універсальна симплекс-формула)

$F^k = 0{,}167 - \frac{0{,}833 \cdot (-0{,}6667)}{3{,}667} = 0{,}167 + 0{,}1515 = 0{,}318.$

Перевірка №3 - Перевірка за цільовою функцією двоїстої задачі $Z(f) = \sum_i b_j \cdot f_j$., де b_j - вільні члени системи обмежень задачі, f_i – двоїсті змінні задачі.

Стосовно нашої задачі: $y_4 = x_1 = 0$; $y_5 = x_2 = 0{,}136$; $y_6 = x_3 = 0{,}182$.

$Z(f) = \sum_i b_j \cdot f_j = \mathrm{y}_4 \cdot 1 + \mathrm{y}_5 \cdot 1 + \mathrm{y}_6 \cdot 1 \ \rightarrow \ Z(f) = 0 \cdot 1 + 0{,}136 \cdot 1 + 0{,}182 \cdot 1 = 0{,}318.$

Перевірка №4 - Перевірка за ресурсами задачі (за обмеженнями).

$y_1 = 0{,}091\ y_2 = 0,\ y_3 = 0{,}227.$

$$\begin{cases} 3 \cdot y_1 + 1 \cdot y_2 + 3 \cdot y_3 \le 1 \\ 6 \cdot y_1 + 4 \cdot y_2 + 2 \cdot y_3 \le 1 \\ 1 \cdot y_1 + 6 \cdot y_2 + 4 \cdot y_3 \le 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3 \cdot 0{,}091 + 1 \cdot 0 + 3 \cdot 0{,}227 \le 1 \\ 6 \cdot 0{,}091 + 4 \cdot 0 + 2 \cdot 0{,}227 \le 1 \\ 1 \cdot 0{,}091 + 6 \cdot 0 + 4 \cdot 0{,}227 \le 1 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} 0{,}273 + 0 + 0{,}682 = 0{,}955 \le 1 \\ 0{,}546 + 0 + 0{,}454 = 1 \le 1 \\ 0{,}091 + 0 + 0{,}908 = 0{,}999 \sim 1 \le 1 \end{cases}$$

Перевірка №5 - Перевірка за різницею Δ.

$$\begin{cases} 1 \le 1 \rightarrow\ 0{,}955 < 1 \\ 1 \le 1 \rightarrow 1 = 1 \\ 1 \le 1 \rightarrow 1 = 1 \end{cases} \begin{cases} \Delta_1 = 0{,}045 - \text{в останній ітерації (в базисі) } \mathrm{y}_4 = 0{,}045 \\ \Delta_2 = 0 - \text{в останній ітерації } \mathrm{y}_5 \text{ відсутнє} \\ \Delta_3 = 0 - \text{в останній ітерації } \mathrm{y}_6 \text{ відсутнє} \end{cases}$$

Знайдемо ціну гри ν.

$y_1 + y_2 + y_3 = \frac{1}{\nu} \rightarrow \nu = \frac{1}{y_1 + y_2 + y_3} = \frac{1}{0{,}091 + 0 + 0{,}227} = \frac{1}{0{,}318} = 3{,}14$ або

$\mathrm{x}_1 + \mathrm{x}_2 + \mathrm{x}_3 = \frac{1}{\nu} \rightarrow \nu = \frac{1}{\mathrm{x}_1 + \mathrm{x}_2 + \mathrm{x}_3} = \frac{1}{0 + 0{,}136 + 0{,}182} = \frac{1}{0{,}318} = 3{,}14.$

Тепер знайдемо дійсну ціну гри – тобто помножимо на 1000:

$\nu = 3{,}14 * 1000 = 3140$ тис. грн.

Тепер, ми можемо знайти оптимальне вирішення нашої гри (частоту застосування стратегій).

$y_1 = \frac{q_1^*}{\nu} \rightarrow q_1^* = y_1 \cdot \nu = 0.091 \cdot 3{,}14 = 0.286$

$q_2^* = y_2 \cdot \nu = 0 \cdot 3{,}14 = 0$

$q_3^* = 0$ – тому що стратегія B_3 була виключена

$q_4^* = y_4 \cdot \nu = 0{,}227 \cdot 3{,}14 = 0{,}713$

$q^*{}_1 + q^*{}_2 + q^*{}_3 + q^*{}_4 = 0{,}286 + 0 + 0 + 0{,}713 = 0{,}999 \sim 1$

$\mathrm{x}_1 = \frac{\mathrm{p}_1^*}{\nu} \rightarrow \mathrm{p}_1^* = \mathrm{x}_1 \cdot \nu = 0 \cdot 3{,}14 = 0$

$\mathrm{p}_2^* = \mathrm{x}_2 \cdot \nu = 0{,}136 \cdot 3{,}14 = 0{,}428$

$\mathrm{p}_3^* = \mathrm{x}_3 \cdot \nu = 0.182 \cdot 3{,}14 = 0{,}5714$

$\mathrm{p}^*{}_1 + \mathrm{p}^*{}_2 + \mathrm{p}^*{}_3 = 0 + 0{,}428 + 0{,}57 = 0{,}999 \sim 1$

Визначимо оптимальний розподіл інвестицій на підвищення ефективності виробництва.

Стратегія A_1 (придбання нового устаткування М-1) гравцем **А** не використовується.

Стратегія A_2 (придбання сучасних будівельних матеріалів М-2) використовується гравцем **А**: $\mathrm{A}_2 = 600 \cdot 0{,}428 = 256{,}8$ тис. грн.

Стратегія A_3 (підвищення кваліфікації робочих М-3) використовується гравцем **А**: $\mathrm{A}_3 = 600 \cdot 0{,}57 = 342{,}84$ тис. грн.

Відповідь задачі: оптимальні стратегії

$S^*{}_A = (0; 0{,}428; 0{,}57)$, $S^*{}_B = (0{,}286; 0; 0; 0{,}713)$. Ціна гри дорівнює $\nu = 3{,}14$.

Дамо пояснення отриманій відповіді.

Виграш гравця **А** складе 3,14 грош.од. (3140 тис. грн.). Програш гравця **В** складе 3,14 грош.од. (3140 тис. грн.).

Гравець **А**:

- використовує стратегію A_1 на 0%;
- використовує стратегію A_2 на 43%;
- використовує стратегію A_3 на 57%;

Гравець **В** :

- використовує стратегію B_1 на 29%;
- використовує стратегію B_2 на 0%;
- використовує стратегію B_3 на 0%;
- використовує стратегію B_4 на 71%;

Висновок. Проведені дослідження дозволяють ефективно розподіляти інвестиції при підвищення продуктивності виробництва. Використання теорії конфліктних ситуацій та ідеї двоїстості в задачах оптимального програмування сприяють виробітку рішень у змішаних стратегіях на основі максимізації цільової функції двоїстої задачі, яка має базисне рішення.

Такий підхід надає можливість формувати стратегії підвищення ефективності у виробництві різних ланок народного господарства, є методологічно повним, економічно актуальним та нормативно авторитетним.

2.5 Моделювання задач планування та управління будівельними проектами в умовах невизначеності та ризику

В умовах прискорення прогресу сучасного життя неабиякого інтересу набувають процедури передбачення будь-яких явищ та подій, які ще не здійснилися.

Група чисельних методів, що дозволяють вирішувати обчислювальні математичні задачі шляхом побудови для них випадкового (стохастичного) процесу з параметрами, рівними пошукуваним величинам цих задач, об'єднується загальною назвою **методи Монте-Карло*.**

Метод Монте-Карло (або друга назва «Метод статистичних випробувань») - це чисельний метод ненаправленого випадкового пошуку для вирішення математичних задач за допомогою моделювання випадкових величин [8, 9].

В сучасний час реалізовано достатньо багато моделей такого типу, наприклад: рух повітряних мас (прогноз погоди); формування річкової мережі; зростання соляних куполів; активність вулканів; переміщення організмів у пошуках їжі; деякі геохімічні процеси і тому подібне.

Метод Монте-Карло належить до універсальних методів, оскільки вирішує багатоекстремальні задачі загального вигляду з відшуканням глобального екстремуму. У методах Монте-Карло випадковий розклад представлений рівномірно розподіленим в області дійсних планів.

Багатократне моделювання забезпечує рівномірний «перегляд» значень і запам'ятовування найкращого.

Ідея методу Монте-Карло полягає в наступному: замість того, щоб описувати випадкове явище за допомогою аналітичних залежностей, проводиться «**розіграш»** (моделювання випадкового явища за допомогою деякої процедури, що дає випадковий результат).

Так само як і в житті, конкретне здійснення процесу складається кожного разу по різному, так само і в результаті одного «розіграшу» ми отримуємо один екземпляр - одну реалізацію **випадкового явища**. Провівши такий розіграш безліч разів, ми отримаємо статистичний матеріал - безліч реалізацій **випадкового явища** - який можна обробити методами математичної статистики.

Загальна схема методу Монте-Карло:

1) складається програма для здійснення одного випадкового випробування;

2) випробування повторюється N разів, причому кожен дослід не залежить від всіх останніх;

3) результати всіх дослідів усереднюються.

Особливості методу Монте-Карло:

1) метод дозволяє моделювати будь-який процес, на протікання якого впливають випадкові чинники;

2) для багатьох математичних завдань, не пов'язаних з якими-небудь випадковостями можна штучно придумати імовірнісну модель (і навіть не одну) що дозволяє вирішувати ці завдання.

В умовах ринкової економіки часто використовують різноманітні методи інвестування виробничих проектів. Але капітальні вкладення доводиться здійснювати в умовах невизначеності і невпевненості отримання очікуваного прибутку, оскільки безліч чинників навколишнього середовища можуть порушити плани (економічна криза, катастрофа і т.п.).

У цих умовах має місце поняття «**підприємницький ризик»** та **«комерційний ризик»** - потенційна можливість втрат у вигляді додаткових витрат понад передбачених розрахунком (прогнозом) або отримання доходів нижче передбачуваних.

Розрізняють 2 типи ризиків:

Динамічний ризик - це ризик непередбачених змін вартості основного капіталу унаслідок ухвалення управлінських рішень або непередбачених змін ринкових або політичних обставин. Такі зміни можуть привести як до втрат, так і до додаткових прибутків.

Статичний ризик - це ризик втрат реальних активів унаслідок нанесення збитку власності, а також втрат доходу із-за недієздатності організації. Цей ризик приводить тільки до втрат.

Методи оцінки комерційних ризиків засновані на використанні математичного апарату теорії вірогідностей.

Початковий етап оцінки ризику - побудова кривої нормального розподілу. Для цього необхідно **виділити певні зони ризику:**

Безризикова зона - область, втрати в якій не очікуються, їй відповідають нульові або негативні (як перевищення прибутку) втрати; її можна назвати областю виграшу від реалізації бізнес-плану.

Зона допустимого ризику - область, у межах якої даний вид діяльності зберігає свою економічну доцільність (у цій зоні втрати відбуваються, але вони менше очікуваного прибутку); межа допустимого ризику відповідає рівню втрат, рівному розрахунковому прибутку від реалізації бізнес-плану.

Зона критичного ризику - область, яка характеризується можливістю втрат, що перевищують величину очікуваного прибутку, аж до повної втрати розрахункового прибутку від реалізації бізнес-плану; величина втрат в цій зоні свідомо перевищує очікуваний прибуток і може привести до невідшкодовуваної втрати всіх засобів, вкладених в бизнес-проект.

Зона катастрофічного ризику - область втрат, які за своїм розміром перевершують критичний рівень і можуть досягати значення, рівного вартості всього майна організації.

Наша задача ставить перед собою - відшукати абсолютно оптимальне вирішення розподілу капітальних вкладень що вкладаються в будівництво деякого об'єкту і виробництво будівельно-монтажних робіт.

Одній з причин, що затруднюють відшукання абсолютно оптимального вирішення розподілу капітальних вкладень, - є **випадковий характер тривалості робіт t_{ij}**. Це оптимальне рішення знаходиться між оптимістичною оцінкою a_{ij} (тривалість роботи за найбільш сприятливіших умов) і песимістичною оцінкою b_{ij} (тривалість роботи за найменш сприятливіших умов) тривалості робіт, що виконуються за очікуваний час.

Сітьова модель – це є граф *G(U,A).* Тобто кожна робота *(i,j)*$\in A$ може знаходитися в межах:

$$a_{ij} \le t_{ij} \le b_{ij}, \qquad (2.71)$$

де a_{ij} - мінімально можлива (екстрена) тривалість роботи *(i,j)*, яку можливо здійснити;

b_{ij} - нормальна тривалість виконання роботи *(i,j).*

Таким чином, можна сказати, що час **виконання роботи і вартість** роботи - це випадкові величини із заданим законом розподілу. Загальний час (критичний шлях) виконання всього проекту розглядається як функція випадкових величин:

$$T(G) = \sum_{i,j=1}^{n} t_{ij} \qquad (2.72)$$

У всіх подібних задачах розподіл тривалості і вартості робіт володіє трьома властивостями:

1) безперервністю;

2) унімодальностью - наявністю єдиного максимуму у кривій розподілу;

3) двома точками перетину кривої розподілу з віссю *Ox*, що мають позитивні абсциси.

Критерії ефективності задачі:

1) величина оптимального співвідношення величин вартості і термінів виконання проекту залежно від конкретних цілей, які ставляться при його реалізації;

2) можливість вибору такого плану інвестування проекту, який дозволить скоротити термін при заданій надійності або підвищити надійність при заданому терміні, але з урахуванням показників вартості проекту;

3) вірогідність освоєння капітальних вкладень і подальше виконання робіт за заданий час $T_{зад}$ і в рамках виділених коштів.

Для вирішення задачі нами виконаний «розіграш» на ЕОМ. В результаті «розіграшу» вийшла одна реалізація випадкового явища. Виконуючи «розіграш» 10 разів отримали статистичний матеріал - безліч реалізацій випадкового явища, який оброблятимемо методами математичної статистики. За допомогою методу Монте-Карло ми можемо визначити найбільш вірогідний термін реалізації складних будівельних проектів.

Приклад вирішення задачі

Завдання. Використовуючи результати методу статистичних випробувань (табл. 2.38) визначити:

1) математичне очікування терміну реалізації (закінчення) будівельного проекту (його тривалість);

2) дисперсію терміну реалізації (закінчення) будівельного проекту;

3) межу допустимого ризику терміну реалізації будівельного проекту;

4) середньоквадратичне відхилення терміну реалізації (закінчення) будівельного проекту від його середнього значення;

5) найбільш імовірнісний термін закінчення будівельного проекту;

6) пояснити отримані результати.

Таблиця 2.38 - Результати статистичних випробувань

Номер інтервалу	Ліва межа	Права межа	Кількість реалізацій, n_i	Частота f_1	Частота f_2
1	***2***	***3***	***4***	***5***	***6***
1	12	13	0	0	0
2	13	14	0	0	0
3	14	15	11	0,055	0,055
4	15	16	34	0,17	0,17
5	16	17	70	0,35	0,35
6	17	18	63	0,32	0,32
7	18	19	19	0,095	0,095
8	19	20	2	0,01	0,01
9	20	21	1	0,005	0,005
10	21	22	0	0	0

Теоретичні терміни реалізації проекту: $L_{\min}^{теор} = 12 мес$ и $L_{\max}^{теор} = 22 мес$

Статистичні терміни реалізації проекту: $L_{\min}^{стат} = 14{,}13 мес$ и $L_{\max}^{стат} = 20{,}25 мес$

За випадкову величину прийнята тривалість будівництва.

Вирішення задачі. Виконаємо вирішення задачі за наступними етапами.

Етап – 1. Позначимо теоретичні терміни реалізації проекту звичними буквами $\mathbf{T_{min}}$ та $\mathbf{T_{max}}$.

Задамося деякою моделлю будівництва об'єкту. Значення T_{min}, T_{max} визначають можливі краєві терміни реалізації моделі (терміни будівництва об'єкту).

$T_{min} = 12$ місяців, $T_{max} = 22$ місяці.

За результатами (табл. 2.1) статистичних випробувань реалізації будівельного проекту виконаємо побудову **діаграми щільності розподілу вірогідності тривалості проекту**. Діаграму будуємо у вигляді гістограми - отримуємо **гістограму розподілу тривалості проекту**.

Визначимо загальну кількість реалізацій проекту (підсумовуємо значення стовпця №4 з табл. 2.1):
$N_{заг} = \sum n_i = 0 + 0 + 11 + 34 + 70 + 63 + 19 + 2 + 1 + 0 = 200$.

Діапазон значень випадкової величини (часу) $[T_{min}, T_{max}]$ розбиваємо на інтервали ΔT_i. У нашій задачі кількість інтервалів дорівнює кількості розіграшів $k = 10$. Визначаємо величину одного інтервалу
$\Delta T_i = \frac{T_{max} - T_{min}}{k} = \frac{22 - 12}{10} = \frac{10}{10} = 1$.

Над кожним з інтервалів розбиття ΔT_i побудуємо прямокутник, площа якого дорівнює кількості реалізацій події в даний інтервал (рис. 2.15).

На часовій шкалі відзначаємо середину кожного діапазону штрихпунктирною лінією: 12,5; 13,5; 14,5; 15,5; 16,5; 17,5; 18,5; 19,5; 20,5; 21,5. Це серединні ділянки інтервалів - $T^{ср}_i$. Їх ще можна визначити наступними способами (це для тих випадків, коли ΔT_i дорівнює не цілому значенню):

$$T_1^{ср} = \frac{T_1^{лев.гр.} + T_1^{прав.гр.}}{2} = \frac{12 + 13}{2} = \frac{25}{2} = 12{,}5$$ або

$$T_1^{ср} = T_1^{лев.гр.} + \frac{\Delta T_1}{2} = 12 + \frac{1}{2} = 12{,}5$$

$$T_2^{ср} = \frac{T_2^{лев.гр.} + T_2^{прав.гр.}}{2} = \frac{13 + 14}{2} = \frac{27}{2} = 13{,}5$$ або

$$T_2^{ср} = T_2^{лев.гр.} + \frac{\Delta T_2}{2} = 13 + \frac{1}{2} = 13{,}5$$

$$T_3^{ср} = \frac{T_3^{лев.гр.} + T_3^{прав.гр.}}{2} = \frac{14 + 15}{2} = \frac{29}{2} = 14{,}5$$ або

$$T_3^{ср} = T_3^{лев.гр.} + \frac{\Delta T_3}{2} = 14 + \frac{1}{2} = 14{,}5,$$

і аналогічно визначаємо для всіх інтервалів.

Етап - 2. Визначимо вірогідності реалізації випадкової величини, тобто вірогідності $P(T)$ того, що проект буде виконаний в заданий час. Розрахуємо значення вірогідності реалізації $P(T)$ для кожного розіграшу та одночасно перевірятимемо отримані значення із значеннями частоти f_1 (стовпець №5 табл. 2.1).

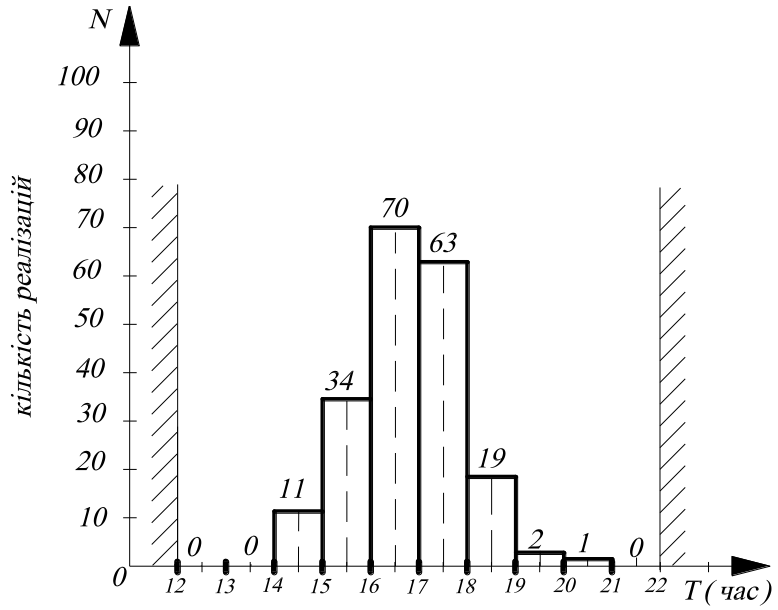


Рис. 2.15. Діаграма щільності розподілу вірогідності тривалості проекту (гістограма розподілу тривалості *T*)

$$P_1 = \frac{N_1}{N_{общ}} = \frac{0}{200} = 0 \qquad f1_1 = 0$$

$$P_2 = \frac{N_2}{N_{общ}} = \frac{0}{200} = 0 \qquad f1_2 = 0$$

$$P_3 = \frac{N_3}{N_{общ}} = \frac{11}{200} = 0{,}055 \qquad f1_3 = 0{,}55$$

$$P_4 = \frac{N_4}{N_{общ}} = \frac{34}{200} = 0{,}17 \qquad f1_4 = 0{,}17$$

$$P_5 = \frac{70}{200} = 0{,}35 \qquad f1_5 = 0{,}35$$

$$P_6 = \frac{63}{200} = 0{,}315 \qquad f1_6 = 0{,}32 \approx 0{,}315$$

$$P_7 = \frac{19}{200} = 0{,}095 \qquad f1_7 = 0{,}095$$

$$P_8 = \frac{2}{200} = 0{,}01 \qquad f1_8 = 0{,}01$$

$$P_9 = \frac{1}{200} = 0{,}005 \qquad f1_9 = 0{,}005$$

$$P_{10} = \frac{0}{200} = 0 \qquad f1_{10} = 0$$

Етап - 3. Виконаємо побудову **графіку статистичної функції розподілу вірогідності реалізації випадкової величини** $P(T)$**.**

Даний графік будується наростаючим підсумком значень вірогідності реалізації $P(T)$ (стовпець *f1*).

Для 1-го розіграшу (інтервалу): $P_1 = f_1 = 0$

Для 2-го розіграшу (інтервалу): $P_1 + P_2 = f_1 + f_2 = 0 + 0 = 0$

Для 3-го розіграшу (інтервалу): $P_1 + P_2 + P_3 = f_1 + f_2 + f_3 = 0 + 0 + 0{,}055 = 0{,}055$

Для 4-го розіграшу (інтервалу):

$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 0 + 0 + 0{,}055 + 0{,}17 = 0{,}225$

Для 5-го розіграшу (інтервалу):

$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 = 0 + 0 + 0{,}055 + 0{,}17 + 0{,}35 = 0{,}575$

Для 6-го розіграшу (інтервалу):

$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 = 0 + 0 + 0{,}055 + 0{,}17 + 0{,}35 + 0{,}315 = 0{,}89$

Для 7-го розіграшу (інтервалу):

$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 + f_7 = 0 + 0 + 0{,}055 + 0{,}17 + 0{,}35 + 0{,}315 +$
$+ 0{,}095 = 0{,}985$

Для 8-го розіграшу (інтервалу):

$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 + P_8 = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 + f_7 + f_8 = 0 + 0 + 0{,}055 + 0{,}17 + 0{,}35 +$
$+ 0{,}315 + 0{,}095 + 0{,}01 = 0{,}995$

Для 9-го розіграшу (інтервалу):

$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 + P_8 + P_9 = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 + f_7 + f_8 + f_9 = 0 + 0 + 0{,}055 + 0{,}17 +$
$+ 0{,}35 + +0{,}315 + 0{,}095 + 0{,}01 + 0{,}005 = 1{,}0$

Для 10-го розіграшу (інтервалу):

$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 + P_8 + P_9 + P_{10} = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 + f_7 + f_8 + f_9 + f_{10} =$
$0 + 0 + 0{,}055 + 0{,}17 + 0{,}35 + 0{,}315 + 0{,}095 + 0{,}01 + 0{,}005 + 0 = 1{,}0$

Отримані значення наростаючих підсумків вірогідностей відкладаємо на серединних ділянках інтервалів статистичних випробувань - $T^{cp}{}_i$ (рис. 2.16). Тепер по відмічених крапках будуємо **графік статистичної функції розподілу вірогідності реалізації проекту в строк.**

Етап - 4. Визначимо статистичні характеристики випадкової величини *P(T)*.

1) Знаходимо математичне очікування випадкової величини (терміну реалізації проекту) *P(T)* за формулою: $M\xi = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p_i$:

$T_{MO} = \sum T_i^{cp} \cdot P(T_i) = 12{,}5 \cdot 0 + 13{,}5 \cdot 0 + 14{,}5 \cdot 0{,}055 + 15{,}5 \cdot 0{,}17 + 16{,}5 \cdot 0{,}35 + 17{,}5 \cdot 0{,}3$
$+ 18{,}5 \cdot 0{,}095 + 19{,}5 \cdot 0{,}01 + 20{,}5 \cdot 0{,}005 + 21{,}5 \cdot 0 = 16{,}775$ *(міс.)*

2) Визначимо середнє значення випадкової величини (*середньозважене значення*) *P(T)* (вірогідність реалізації проекту в строк) за формулою:

$$\overline{M\xi} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p_i}{\sum_{i=1}^{n} p_i}$$

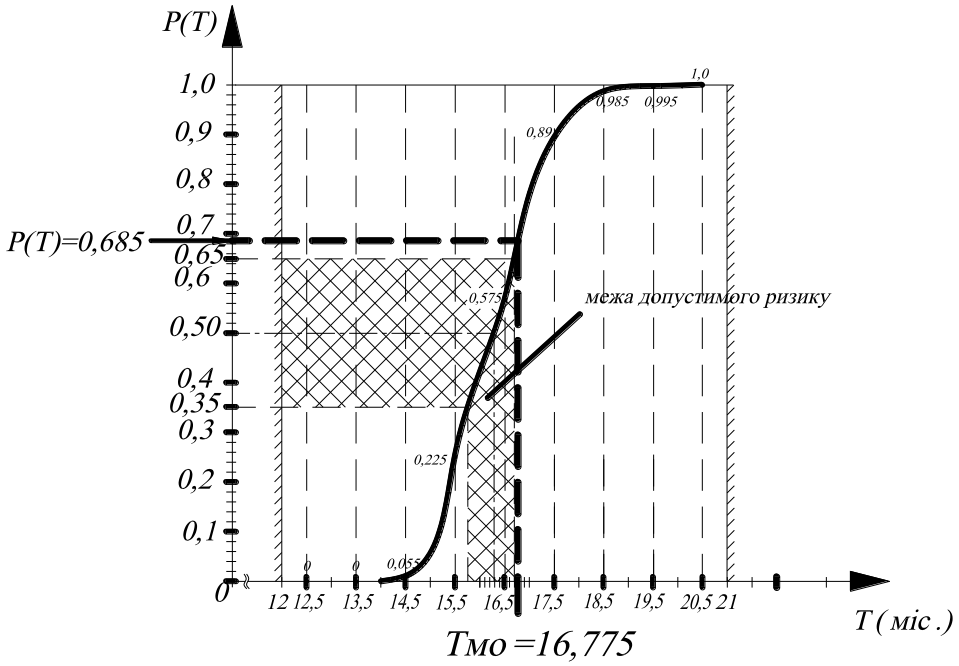


Рис. 2.16. Графік статистичної функції розподілу *P(T)*.

.

$$\bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^{k} T_i^{cp} \cdot n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{\sum_{i=1}^{k} T_i^{cp} \cdot n_i}{N_{заг}} =$$

$$= \frac{12{,}5 \cdot 0 + 13{,}5 \cdot 0 + 14{,}5 \cdot 11 + 15{,}5 \cdot 34 + 16{,}5 \cdot 70 + 17{,}5 \cdot 63 + 18{,}5 \cdot 19 + 19{,}5 \cdot 2 + 20{,}5 \cdot 1 + 21{,}5 \cdot 0}{0 + 0 + 11 + 34 + 70 + 63 + 19 + 2 + 1 + 0} =$$

$$= \frac{12{,}5 \cdot 0 + 13{,}5 \cdot 0 + 14{,}5 \cdot 11 + 15{,}5 \cdot 34 + 16{,}5 \cdot 70 + 17{,}5 \cdot 63 + 18{,}5 \cdot 19 + 19{,}5 \cdot 2 + 20{,}5 \cdot 1 + 21{,}5 \cdot 0}{200}$$

$$= 16{,}775 (міс.)$$

3) Визначимо дисперсію випадкової величини *P(T)* (терміну реалізації проекту) за такою формулою:

$$D(T) = \frac{\sum (T_i^{cp} - \bar{T})^2 * n_i}{N_{заг}} =$$

$$= \frac{\begin{array}{l}(12{,}5 - 16{,}775)^2 \cdot 0 + (13{,}5 - 16{,}775)^2 \cdot 0 + (14{,}5 - 16{,}775)^2 \cdot 11 + (15{,}5 - 16{,}775)^2 \cdot 34 + \\ (16{,}5 - 16{,}775)^2 \cdot 70 + (17{,}5 - 16{,}775)^2 \cdot 63 + (18{,}5 - 16{,}775)^2 \cdot 19 + (19{,}5 - 16{,}775)^2 \cdot 2 + \\ (20{,}5 - 16{,}775)^2 \cdot 1 + (21{,}5 - 16{,}775)^2 \cdot 0\end{array}}{200}$$

$$= 11{,}794$$

4) Визначаємо **середньоквадратичне (стандартне) відхилення стандартний розкид** випадкової величини (терміну реалізації проекту) за формулою: $\sigma\xi = \sqrt{D\xi}$:

$$\sigma = \sqrt{D(T)} = \sqrt{11{,}7938} = 1{,}086$$

Етап - 5. Далі за допомогою побудованого графіка графічним методом встановимо рівень надійності і ризику виконання проекту шляхом визначення **межі допустимого ризику** (**МДР**) поставленої задачі.

Виконаємо побудову області МДР. МДР знаходиться в наступному діапазоні: $0{,}35 < P(T) < 0{,}65$. Позначену зону заштриховуємо і підписуємо на малюнку.

Сенс визначення ГМДР полягає в наступному:

1) при $P(T) < 0{,}35$ існує небезпека порушення термінів реалізації проекту, збільшення вартості зведення об'єкту настільки велике, що слід переглянути рішення;

2) при $P(T) > 0{,}65$ використовуються надмірні ресурси, отже також доцільно переглянути рішення;

3) При $0{,}35 < P(T) < 0{,}65$ - схвалюване рішення має допустиме значення, а отже, приведе до бажаного результату - виконання проекту в заданий термін.

Етап - 6. Визначення значення вірогідності випадкової величини ***P(T)*** і ступеню ризику проекту. Користуємося графічним методом.

На осі часу ***T (міс.)*** відкладаємо значення математичного очікування випадкової величини $T_{мо}$***=16,775*** міс., зводимо від цього значення пряму вгору до перетину з **кривою графіка статистичної функції розподілу** вірогідності випадкової величини (рис.2.4), і від цього перетину пряму повертаємо на вісь вірогідності ***P(T).*** На цьому місці (на осі *y* (*P(T)*) відзначаємо точку перетину. Отриманий відлік за шкалою ***P(T)*** показує значення вірогідності того, що проект буде виконаний в заданий час. Для нашого прикладу ***P(T)=0,685.***

Проаналізуємо отримане значення вірогідності. Вірогідність того, що проект буде виконаний в заданий термін рівна *P(T)*=0,685. Згідно правилам МДР $P(T) > 0{,}65$, отже доцільно переглянути рішення оскільки відбувається перевитрата наявних ресурсів, що є не економічно.

Етап - 7. Будуємо **графік щільності функції розподілу тривалості проекту** ***T*** (рис. 2.16) по значеннях вірогідності реалізації випадкової величини. Відкладаємо значення частоти ***f2*** по серединних ділянках інтервалів статистичних випробувань - T^{cp}_i. Всі значення цього стовпця набувають такий вигляд:

$0.0E+00 = 0; 0.0E+00 = 0; 5.5E-02 = 0.055; 1.7E-01 = 0.17; 3.5E-01 = 0.35;$

$3.2E-01 = 0.32; 9.5E-0.2 = 0.095; 1.0E-02 = 0.01; 5.0E-03 = 0.005; 0.0E+00 = 0$

Цей графік щільності побудований по статистичних значеннях частоти ***f2*** (малюємо його прямою лінією) - статистичний графік. Згідно правилам нормальних випадкових величин - математичне очікування є екстремумом функції щільності нормального розподілу випадкової величини. У нашому випадку на пряій математичного очікування $T_{мо}$ буде знаходиться екстремум графіка щільності, при цьому щільність буде симетрична щодо цієї прямої.

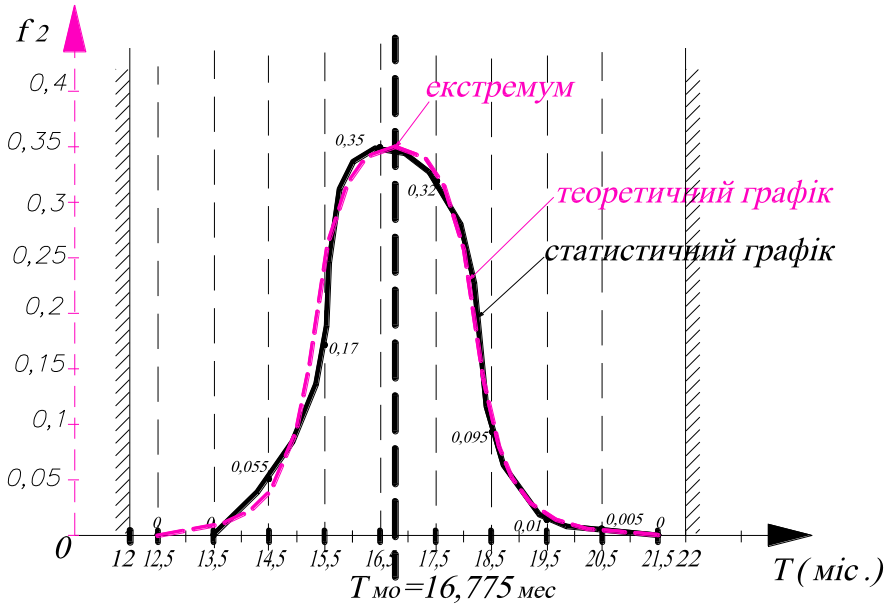


Рис. 2.16. Графік щільності функції розподілу тривалість проекту *T*.

Будуємо теоретичний графік щільності нормального розподілу тривалості проекту. Будуємо параболу симетричну відносно прямої, зведеної від математичного очікування $T_{мо}$ висота екстремуму піднімається на рівень максимальної точки частоти ***f2***, в нашому прикладі це 0,35. (малюємо його пунктирною лінією)

Отже, виходячи з отриманих даних можна зробити висновок: найбільш вірогідний термін виконання проекту $T_{зад}=17$ міс. (округляємо значення математичного очікування у більшу сторону) Графічним методом за допомогою математичного очікування $T_{мо}=16{,}775$ (міс.) визначено значення вірогідності виконання будівельного проекту в строк $P(T)=0{,}685$. По побудованих графіках визначено, що значення ***P(T)*** не потрапляє в зону межі допустимого ризику оскільки $P(T)=0{,}685>0{,}65$. Управлінські рішення по інвестуванню даного будівельного проекту доцільно переглянути, оскільки використовуються надмірні ресурси (тобто перевитрата ресурсів). Економічна ефективність інновацій полягає в оптимізації використання капіталу і в ефективному формуванні резервних фондів.

Неповнота і неточність інформації в умовах реалізації проекту можуть привести до виникнення окремих ситуацій і наслідків. Щоб запобігти цьому, необхідно врахувати в життєвому циклі проекту оцінку ризику і невизначеності. Розроблена спеціальна методика дозволяє враховувати фактори ризику та невизначеності, змоделювати процес реалізації проекту, оцінити наслідки виникнення несприятливих ситуацій, вибрати методи зниження їх впливу, прослідити за фактичними параметрами проекту в ході його здійснення та скорегувати їх відповідно необхідному напрямку.

Описана імітаційна модель реалізації складних проектів дозволяє не тільки оцінювати (аналізувати), але і формувати (синтезувати) при заданому

рівні надійності оптимальні по вибраному критерію організаційно-технологічні рішення, зокрема, календарні плани.

Як показала практика виробництва, дія численних випадкових чинників, що мають місце при виконанні складного проекту, може приводити не тільки до появи розкиду окремих робіт комплексу, але і до зміни топології початкової сіті (в межах достатньо великих допусків, дозволених технологією). В процесі оперативного управління системою за наявності випадкових чинників структура сітьової моделі може зазнавати значні зміни, а, отже, оцінка організаційно-технологічної надійності і ряду інших показників досліджуваної системи, а також вибір її параметрів повинні бути безпосередньо пов'язані з дослідженням процесу її функціонування. Тому в проведених дослідженнях вирішена загальна задача, яка може бути сформульована як задача розподілу обмежених ресурсів на множині технологічно допустимих варіантів організації виробництва.

2.6 Визначення рівня гармонійного менеджменту у будівельному виробництві

Проблема співвідношення цілого і його часток не нова і постійно супроводжує людські роздуми. Важливий збиток приносить надмірне дробове ділення тих вивчень, які завершують кожну науку. Та ще більшою перешкодою є вузький розподіл окремих областей робіт серед різних фахівців (відділів, служб), де інші, що найтіснішим чином відносяться і нерозривно пов'язані з проблемою, залишаються осторонь, завдяки чому вони ніколи не створюють чого-небудь видатного.

В середині минулого століття, разом з відцентровими силами вузької спеціалізації, почали наростати доцентрові сили з інтеграції науки і виробництва. Загальносистемний рух привів до зародження ЗТС (загальної теорії систем), кібернетики, ТДО (теорії дослідження операцій), OSA (основ системного аналізу), системотехніки.

Внутрішня архітектоніка виробничих систем складається з неоднорідних елементів, де кожен несе своє функціональне і специфічне навантаження в досягненні результату. Тому до складу функціональних систем слід включити такі неоднорідні підсистеми, як інженерні дослідження, ТЕО (техніко-економічне обґрунтування), проектування, об'ємно-планувальні і конструктивні рішення проектів, методи їх зведення, управління зведенням, експлуатація. Ці підсистеми діляться на низку неоднорідних складових (елементів), які розглядаються розрізнено і поза єдиною функціональною системою, що створюється для досягнення спільного корисного результату. У цьому полягає основна проблема сучасності.

В термінах результату стала можлива розробка теорії ОТН БВ (організаційно-технологічної надійності будівельного виробництва). Структура систем, склад елементів, якісні і кількісні зв'язки між елементами, необхідні вхідні і вихідні дані є атрибутами системотехніки. Підхід не має

бути жорстко детермінованим, а повинен володіти гнучкістю перебудови в ім'я досягнення мети.

Визначення надійності в термінах результату передбачає в необхідних випадках для забезпечення заданого результату структурну перебудову системи і функціональну підміну одних елементів (ненадійних, таких, що відмовили) іншими елементами, що виконували раніше інші функції [15].

Системотехніка як напрям в кібернетиці завжди матиме науковий і практичний інтерес [27]. Вона дозволяє розкрити, вивчити інформаційні і інші міжсистемні зв'язки, які взаємосприяють досягненню системою кінцевих результатів. На стиках і в "нічийних" зонах виробничих систем відбуваються [15, 27]:

- збої в роботі у зв'язку з відсутністю системного підходу;
- неконтрольовані дії;
- нестача інформації і плутанина;
- інформаційна зачиненість;
- роз'єднаність в підходах і заплутаність;
- дублювання і перекривання один одного;
- ворожість усередині системи з причини реалізації алогічних функцій;
- суперечність нормативної бази;
- складнощі в інтеграції інтересів учасників, відсутність синергізму;
- незіставність, відсутність єдності середовища і сумісності, відсутність крізної інформаційної підтримки.

Ринкова економіка – це економіка, яка заснована, на принципах підприємництва; різноманіття форм власності; ринкового ціноутворення; договірних відносин між господарюючими суб'єктами (людьми, підприємствами і т. д.); обмеженого втручання держави в господарську діяльність. Як видно з вищесказаного - ринкова економіка об'єднує в собі безліч самостійних елементів (частин). Тому узгодженість всіх складових елементів надає першочерговиого впливу на ефективність їх роботи.

Складні системи вимагають адекватного підходу до їх управління, тобто реалізації відповідних функцій. Вони мають складну структуру, яка реалізує конкретні функції. Прорахунки в стратегії (а вірніше її відсутність), структурна плутанина, фінансове свавілля – наслідок помилкової цілеспрямованності в бізнесі.

Сьогодні структура систем, функціональна цілісність і стійкість єдності із зовнішнім середовищем складають основу гармонійного менеджменту, тобто впорядкованості, узгодженості всіх складових частин системи як всередині між собою, так і із зовнішніми функціями [22].

Гармонійний менеджмент – новий та один з найцікавіших і перспективніших напрямів сучасного менеджменту. Цей напрям виник на рубежі XX-XI століть, який до теперішнього часу знаходиться у стадії розвитку.

Слово «гармонійний» викликає наступні асоціації: стабільність; стійкість; впорядкованість.

«**Гармонія»** - (з древньогрецької мови ἁρμονία - зв'язок, порядок, лад, злагодженість, відповідність, стрункість) це характеристика узгодженості, стрункості в поєднанні будь-чого, узгодженість частин в розчленованому цілому.

Присутність узгодженості, стрункості (або порядку) в пропорціях складових частин бізнес-процесів значно підсилюють адаптаційні якості фірми і забезпечують її успішний і благополучний розвиток, і, навпаки, - відсутність узгодженості і стрункості (безлад) приводять до неефективного використання ресурсів фірми в результаті до розвалу бізнесу. Гармонія встановлює рівноважний стан між безладом і порядком.

Наприклад, в еволюції природи присутня складна зміна меж між двома рівними протилежностями - порядком і безладом. При цьому, збільшення впорядкованості, організованості системи обумовлено збільшенням порядку за одними певними параметрами системи і збільшенням безладу (дезорганізованості) за іншими параметрами. Як видно, шляхом загального переходу від безладу до порядку, або навпаки, по всіх параметрах системи можливо виявити причини розвалу і розорення безлічі успішних організацій.
В теперішній час, ми маємо, з одного боку (з теоретичного боку) - достатньо розвинену загальну теорію про гармонію і узгодженість частин в цілому (законодавча система, виконавча система, система оподаткування, судова і так далі), а з іншої - на практиці спостерігаємо наявність неузгодженості і диспропорції в ринковій економіці (невідповідність нормам, недотримання законів і так далі).

У задачах управління ринковими системами (при виборі способу найкращого синтезу різних складових частин в єдину гармонійну систему) присутня **концепція гармонійного менеджменту,** яка використовує **принцип гармонійної впорядкованості** і узгодженості всіх складових частин систем, як усередині між собою так і із зовнішніми чинниками. В результаті використання такого принципу в бізнесі утворюється бізнес-структура з явними ознаками гармонійності всієї безлічі як внутрішніх процесів функціонування, так і зовнішніх дій.
За рахунок гармонійності виникає ефект створення нової властивості, якої раніше не було, але вона забезпечує безперечну перевагу перед конкурентами. Виживуть ті, хто міцніше зчеплений єдністю мети і діє ради спільного блага.
Виявляється, що якщо скласти і погоджувати ці складові в єдину гармонійну структуру, то різко зростає «імунітет» системи по відношенню до зовнішніх і внутрішніх руйнівних (дестабілізуючих) чинників. Вірогідність негативних наслідків різко падає [16].

Аналог думки. Людина, одружуючись, обмежує свою свободу в поведінці і взаємодії з іншими людьми, але вона отримує в шлюбі певні умови для свого розвитку (духовні, інтелектуальні, емоційні і ін.)

В якості сполучних станів часток розглядатимемо виробничі програми систем та різні показники, що характеризують їх (продуктивність, зарплата, прибуток, рентабельність, обсяг робіт, трудомісткість та ін.). Вся ця безліч

параметрів, зчленованих в деяку структурну гірлянду, яка створює єдину гармонійну цілісність.

На практиці не дуже турбуються про гармонійну пропорційність показників підсистеми, вони часто формуються "як Бог на душу покладе". В результаті ця некерована тенденція призводить до логічного розвалу систем [23]. А, за визначенням, план – це система показників, що взаємопов'язані між собою.

Технологія гармонійного менеджменту призначена для запобігання кризам в діяльності за рахунок вибору стратегії розвитку систем і затребувана бізнес-структурами.

Задача гармонійності - визначити в якому співвідношенні необхідно виділити у складі цілого деякі дві частини так, щоб вони відповідали б умовам структурної і функціональної цілісності і стійкої єдності із зовнішнім середовищем.

Впровадження технології гармонійного менеджменту сприяє стійкій роботі. Необхідною умовою наявності або початку процесу стійкого еволюційного розвитку систем, як буде показано далі, є існування пропорції золотого перетину в її структурі (0,62; 0,38). Це забезпечує [38]: стійку рівновагу розвитку; мінімальні витрати на підтримку стійкого стану.

Отже, можна визначити, що композиція задачі гармонійності виглядає так: ціле (100%)=частина 1 (62%) + частина 2 (38%)

Основною метою гармонійного менеджменту виступає задача розгляду бізнес-процесів в умовах ринкової економіки у вигляді цілісної системи, всі компоненти якої узгоджені між собою відповідно до логіки стійких гармонійних пропорцій, які є в основі всесвіту і широко відомих як числа Фібоначчі або золотий перетин [33, 38].

Алгебраічне представлення гармонії здійснюється через **тріаду**: якщо один об'єкт з'єднується з іншим, то в результаті виходить не сума двох їх якостей (50/50), а виникає додаткова абсолютно нова якість, якої раніше не було ні у одного з них (62/38). Цей принцип називається **эмерджентністю**.

Як приклад можна привести проведений багатьма вченими на цю тему порівняльний аналіз великого обсягу накопичених даних про тривалість життєвого циклу як найбільш успішніших, так і найменш успішніших світових організацій за останнє століття. Аналіз дозволив виявити наявність серед причин їх розвалу і розорення наступні стабільні і вельми цікаві негативні закономірності [16]:

1) всі, без виключення, компанії (у всьому світі, на всіх ринках) обов'язково проходять кризи свого власного розвитку;

2) всі кризи обумовлені диспропорціями (або відсутністю гармонії), що неминуче виникають унаслідок зростання компанії, між зовнішніми чинниками (ціни і асортимент конкурентів) і внутрішніми (ціни, асортимент, об'єми продажів, оплата праці персоналу).

Тобто, з вищесказане виявляє, що **бізнес - це трансформована система**, яка переживає різні стадії життєвого циклу (схожа з системами живих організмів).

В світі діє **закон усереднювання,** відповідно до якого розподіл більшості феноменів є «**нормальним»** або **гаусовим.** Дія цього закону присутня у всіх сферах навколишнього світу: висуваючи свої вимоги, вона пропускає тільки ті феномени, які їм відповідають, останні - відкидаються, відсікаються, блокуються. Дією цього закону повноцінно пояснюється все, що відбувається у сфері масової культури, масового споживання.

Реалізація того або іншого управлінського рішення без урахування закону усереднювання, неминуче приводить до серйозних перешкод, які можуть виявитися невизначними, не дивлячись на значні витрати ресурсів. І навпроти, стратегія досягнення мети, заснована на розумінні цього закону, буде ефективніша.

Феномен негаусовості соціальних явищ істотно відрізняється від звичайних гаусових розподілів, що підкоряються центральній теоремі теорії вірогідності (**усереднення**).

Розглянемо основні поняття **гаусового розподілу.**

Гаусовий розподіл також називається **нормальним розподілом** - виявляється при масовому вимірюванні однотипних величин, які дають одну і ту ж картину: окремі вимірювання відхиляються від свого середнього значення (норми) з частотою, близькою до *f(x)*.

Аналіз даних показав, що випадкова величина підкоряється нормальному закону розподілу, коли вона схильна до впливу великого числа випадкових чинників.

Нормальний (гаусовий) розподіл займає центральне місце в теорії і практиці ймовірносно-статистичних досліджень. Його вперше розглядав А.Муавр в *1733 р.* Через деякий час нормальний розподіл знову відкрили і вивчили К.Гаусс (1809 р.) і П.Лаплас, які прийшли до нормальної функції у зв'язку з роботою по теорії помилок спостережень.

Нормальний розподіл залежить від 4х параметрів*:*

- середнього значення (математичного очікування), яке визначає розташування «піку» (моди) розподілу, тобто найбільш вірогідного значення величини;
- дисперсії, яка визначає ступінь розкиду значень величини відносного середнього;
- коефіцієнта асиметрії;
- коефіцієнта ексцесу.

Останні два визначають форму розподілу (симетричність щодо середнього і гостроту його піку, відповідно).

Нормальний розподіл служить хорошим наближенням, коли досліджувана випадкова величина є сумою великої кількості незалежних випадкових величин, максимальна з яких мала в порівнянні зі всією сумою.

Графік функції нормального розподілу має форму дзвонику. Щільність нормального розподілу визначається за формулою:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}}, \qquad (2.73)$$

де $-\infty < x < +\infty$; $\sigma > 0$; $-\infty < \mu < +\infty$; μ – середнє значення, співпадає з математичним очікуванням випадкової величини $\boldsymbol{x}$ - μ=M(x); σ^2 - дисперсія розподілу середньої величини.

Сенс нормального розподілу стає зрозумілий з його форми. Найбільш вірогідні значення випадкової величини розташовані поблизу його піку (середнього значення). У мірі видалення від нього, вірогідність значень зменшується і якщо значення розташоване в «хвості» розподілу, то воно дуже маловірогідне.

Крива нормальної щільності $y = f(x)$ симетрична щодо ординати, яка проходить через точку x=μ, і має в цій точці єдиний максимум, рівний $\frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}}$ Точка максимуму має координати (x; $\frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}}$).

Зміна σ міняє форму кривої: із зменшенням крива нормальної щільності стає більш островершинною; зміна μ при постійному σ викликає зсув кривої уздовж осі абсцис, не міняючи форми кривої (рис. 2.17). Площа, ув'язнена під кривою нормальної щільності завжди дорівнює одиниці.

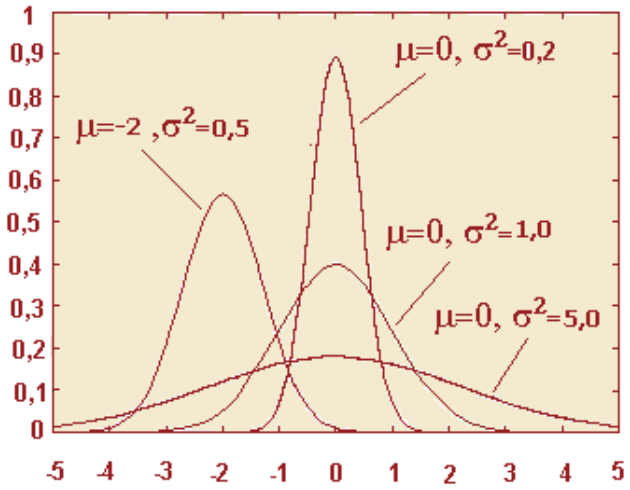


Рис. 2.17. Зміна форми кривої нормального розподілу

При μ=0, σ=1 розподіл називається **стандартним нормальним розподілом** і відповідна функція розподілу має вигляд:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} \qquad (2.74)$$

Для μ=0, σ=1 графік функції розподілу набуває вигляду (рис. 2.18):

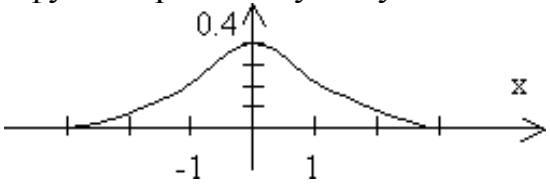


Рис. 2.18. Стандартний нормальний розподіл

Ця крива при μ=0, $\boldsymbol{\sigma}$=1 отримала статус стандарту, її називають **одиничною нормальною кривою**, тобто будь-які зібрані дані прагнуть перетворитися таким чином, щоб крива їх розподілу була максимально близька до цієї стандартної кривої.

Нормалізовану криву винайшли для вирішення задач теорії вірогідності, але на практиці опинилося так, що вона відмінно апроксимує (усереднює) розподіл частот при великій кількості спостережень для безлічі змінних.

Розглянемо всі негаусови явища на прикладі **розподілу по Парето** (на честь ученого Вільфредо Парето).

Відомий так званий **закон Парето** (іноді його називають «закон 80/20») - відображає нерівномірність розподілу характеристик економічних і соціальних явищ і процесів (рис. 2.19)

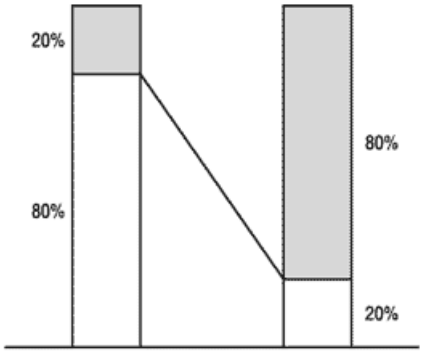


Рис. 2.19. Закон «80/20»

Принцип «80/20» стверджує, що диспропорція (дисбаланс) є невід'ємною властивістю співвідношення між причинами і результатами, засобами, що вкладаються і отримуваними, зусиллями, що додаються, і винагородою за них.

Чисельно цей дисбаланс може складати 65/35, 70/30, 75/25, 80/20, 95/5 або 99,9/0,1 або набувати будь-яких інших значень. При цьому сума двох чисел в подібних співвідношеннях не обов'язково повинна дорівнювати 100.

Принцип «80/20» може використовуватися як **базовий принцип для оптимізації будь-якої діяльності** - правильно вибравши мінімум найважливіших дій, можна швидко отримати значну частину від планованого повного результату, причому подальші поліпшення не завжди виправдані. Принцип «80/20» зустрічається в завданнях економічної статистики.

Вид паретовського закону (негаусового) розподілу (рис. 2.20):

$$f(x)=c\cdot x^{-\alpha}, \tag{2.75}$$

де c,α - параметри розподілу.

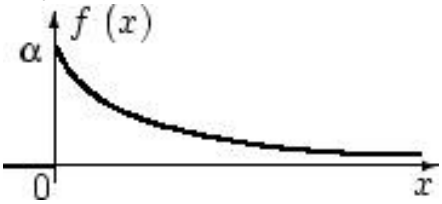


Рис. 2.20. Форма розподілу Парето

Значення розподілу Парето - розподіл Парето є усікання на інтервалі $(x_0;\ \infty)$ статичного розподілу з параметром α, що має наступну щільність вірогідності:

$$f(x)=\begin{cases}\alpha x^{-(\alpha+1)}, & x>0;\\ 0, & x\le 0.\end{cases} \tag{2.76}$$

Еволюційний розвиток системи неминуче веде до проходження крізь межу від гаусового до негаусового розподілу. Межа переходу між цими явищами неявно виражена і розмита. Тому тут присутнє припущення про те, що соціально-економічні і організаційні системи мають деякі гаусові приховані змінні, а фізичні і технічні мають приховані негаусові змінні. Тому межа переходу виявляється частково.

Подальшими дослідженнями ми доведемо існування золотого перетину на межі переходу між гаусовими явищами і негаусовими. Для затвердження сказаного необхідно вирішити систему двох рівнянь переходу від гаусового вірогідного розподілу до паретовського. Для цього розглянемо рівність в точці дотику $x = x_{кас}$ значень кривих цих розподілів:

гауса (нормального) розподілу $y_1 = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{(x_{кас}-m)^2}{2\sigma^2}\right)}$, де m – середнє значення випадкової величини; σ^2 - середнє квадратичне відхилення середньої величини; e - число Ейлера (e=2,71...); π - число Пі=const (π=3,14…); та **паретовського** закону негаусового розподілу $y_2 = cx_{кас}^{-\alpha}$, де c, α - параметри розподілу.

Знайдемо рівність значень дотичних [37]: $y_1'(x_{кас}) = y_2'(x_{кас})$

Для цього заздалегідь візьмемо похідну від нормального розподілу:

$$y_1' = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\left(\frac{(x_{кас}-m)^2}{2\sigma^2}\right)} \cdot \left(\frac{-2(x_{кас}-m)\cdot 2\sigma^2+\sigma^2}{4\sigma^4}\right) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\left(-\frac{(x_{кас}-m)^2}{2\sigma^2}\right)} \cdot \frac{-4\sigma^2(x_{кас}-m)}{4\sigma^4} =$$

$$= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\left(-\frac{(x_{кас}-m)^2}{2\sigma^2}\right)} \cdot \frac{-\sigma(x_{кас}-m)}{\sigma^2} = -\frac{(x_{кас}-m)}{\sigma^3\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\left(-\frac{(x_{кас}-m)^2}{2\sigma^2}\right)};$$

та похідну від паретовського розподілу: $y_2'(x_{кас}) = c\cdot(-\alpha)\cdot x_{кас}^{-\alpha-1}$.

Вирішуємо систему двох рівнянь переходу від імовірнісного розподілу гауса до паретовського:

$$\begin{cases} y_1(x_{кас}) = y_2(x_{кас}) \\ y_1'(x_{кас}) = y_2'(x_{кас}) \end{cases}; \quad \begin{cases} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\left(-\frac{(x_{кас}-m)^2}{2\sigma^2}\right)} = c\cdot x^{-\alpha} \\ -\frac{(x_{кас}-m)}{\sigma^3\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\left(-\frac{(x_{кас}-m)^2}{2\sigma^2}\right)} = c\cdot(-\alpha)\cdot x_{кас}^{-\alpha-1} \end{cases};$$

$$e^{\left(-\frac{(x_{кас}-m)^2}{2\sigma^2}\right)} = c\cdot x_{кас}^{-\alpha}\cdot \sigma\cdot\sqrt{2\pi}$$

$$-\frac{(x_{кас}-m)}{\sigma^3\sqrt{2\pi}} \cdot c\cdot x_{кас}^{-\alpha}\cdot \sigma\sqrt{2\pi} = c\cdot(-\alpha)\cdot x_{кас}^{-\alpha-1}; \qquad -\frac{(x_{кас}-m)}{\sigma^2}\cdot x_{кас}^{-\alpha} = -\alpha\cdot x_{кас}^{-\alpha-1};$$

$$-\frac{(x_{кас}-m)}{\sigma^2\cdot x_{кас}^{\ \alpha}}=(-\alpha)\cdot x_{кас}^{\ -\alpha-1};\quad -(x_{кас}-m)=\sigma^2\cdot(-\alpha)\cdot x_{кас}^{\ -\alpha-1+\alpha};$$

$$-(x_{кас}-m)=\sigma^2\cdot(-\alpha)\cdot x_{кас}^{\ -1}$$

$$-x_{кас}+m=-\frac{\alpha\cdot\sigma^2}{x_{кас}};\quad -x_{кас}^{\ 2}+mx_{кас}=-\alpha\cdot\sigma^2$$

Далі рішення зводиться до розв'язання квадратного рівняння

$$x_{кас}^{\ 2}-mx_{кас}-\alpha\sigma^2=0.$$

Воно зв'язує в точці дотику $x_{кас}$ параметри m і σ закону y_1 з параметром α закону y_2. При значеннях m=1 і $\alpha\sigma^2$=1 виходить рівняння золотого перетину:

$$x_{кас}^{\ 2}-mx_{кас}-1=0$$

Вирішення квадратного рівняння:

$$D=(-1)^2-4\cdot1\cdot(-1)=5;\ \ x_1=\frac{1+\sqrt{5}}{2}=1.618;\ \ x_2=\frac{1-\sqrt{5}}{2}=-0.618.$$

Позитивне значення $x_{кас}$=1,618.

Знаючи значення координати точки дотику по осі абсцис, визначимо значення координати цієї точки по осі ординат. Підставляємо значення $x_{кас}=1.618$ в $y_1(x_{кас})$ і $y_2(x_{кас})$, при m=1, $\alpha\sigma^2$=1, c=*1*, α=*2*. З виразу $\alpha\sigma^2=1$ знаходимо значення σ (при α=*2*): $\sigma=\sqrt{\frac{1}{2}}=0.707$.

Тоді: $y_1(1.618)=\frac{1}{\sigma\cdot\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(1.618-m)^2}{2\sigma^2}}=\frac{1}{0.707*\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(1.618-1)^2}{2*0.707^2}}=0{,}38$

$y_2(1.618)=c\cdot1{,}618^{-\alpha}=1\cdot1.618^{-2}=0{,}38$.

Побудуємо графік нормального розподілу (гаусовог розподілу) (рис. 2.21).

Змінна x отримує значення з діапазону [1…3] з інтервалом 0,2, тобто x:=1; 1,2; …; 3. Додаткові параметри для розрахунку: $\sigma=\sqrt{\frac{1}{2}}=0{,}707$, m=1.

Внаслідок підрахунку визначаємо значення функції в кожному інтервалі (таблиця 2.39).

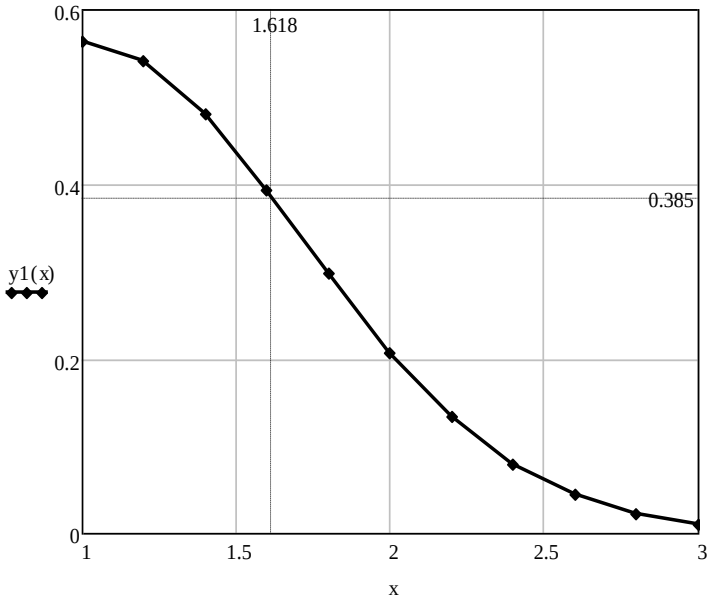
Побудуємо графік паретовськог розподілу (рис. 2.22).Змінна x отримує значення з діапазону [1 … 3] з інтервалом 0,2, тобто x:=1; 1,2; …; 3. Додаткові параметри для розрахунку: c:=1, α:=2.

Внаслідок підрахунку визначаємо значення функції в кожному інтервалі паретовського розподілу (табл. 2.40).

Підсумковим обчисленням буде накладення графіків двох видів розподілів гаусового і паретовского (рис. 2.23).

Приведеними розрахунками показано, що системи проходять в розвитку кордон між розподілами і набувають, як було вказано, нову якість (інформація нами деталізована для розуміння суті золотого перетину).

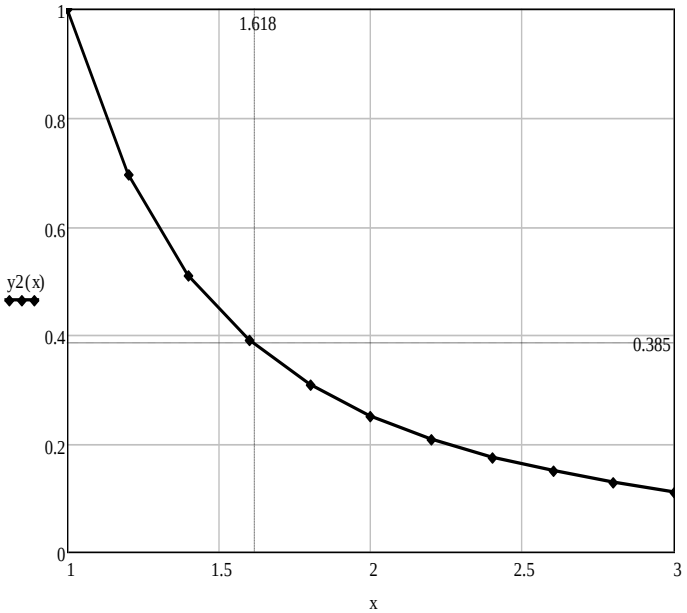
Як визначити рівень організації системи, який відповідає гармонійному (стійкому) розвитку? Відповідь слід шукати в структурі системи і тих функціях, які вона реалізує.



Таблиця – 2.39

№ п/п	Значення функції	Значення інтервалу
0	0.564	1
1	0.542	1,2
2	0.481	1,4
3	0.392	1,6
4	0.297	1,8
5	0.208	2,0
6	0.134	2,2
7	0.079	2,4
8	0.044	2,6
9	0.02	2,8
10	0.01	3,0

Рис.2.21. Графік нормального розподілу (гаусового)



Таблиця – 2.40

№ п/п	Значення функції	Значення інтервалу
0	1	1
1	0.694	1,2
2	0.51	1,4
3	0.394	1,6
4	0.309	1,8
5	0.25	2,0
6	0.207	2,2
7	0.174	2,4
8	0.148	2,6
9	0.128	2,8
10	0.111	3,0

Рис. 2.22. Графік паретовського розподілу

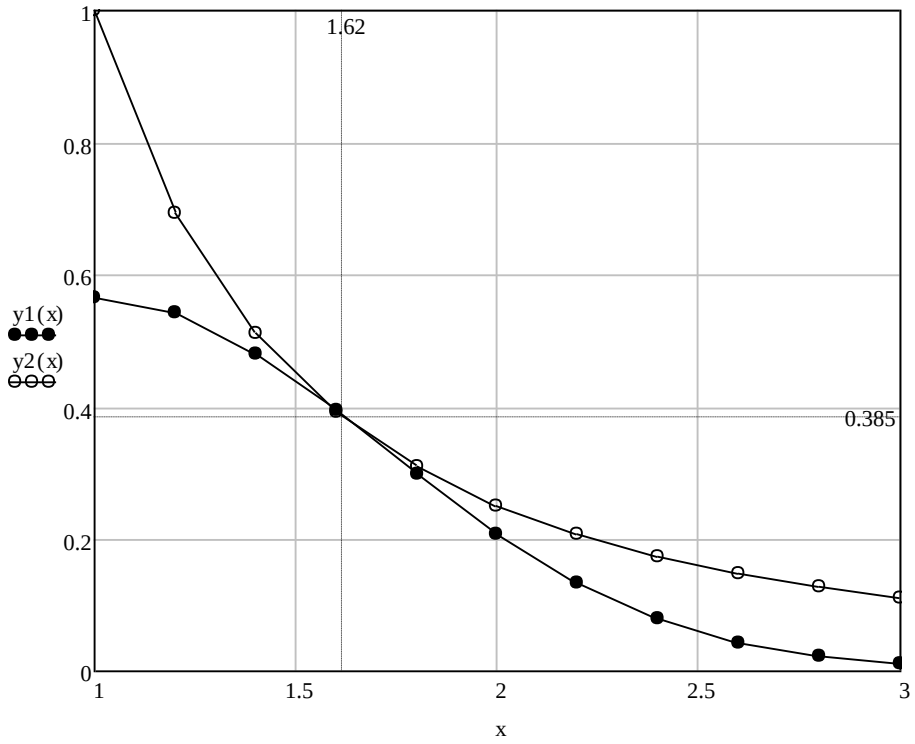


Рис. 2.23. Графік розподілу y_1 гаусового і y_2 паретовського (негаусового) в точці золотого перетину

При плануванні виробничо-господарської діяльності (ВГД) системи в структурі окрім розділів (виробничої програми, плану по праці, собівартості, механізації, фінплана та ін.) обов'язково розробляється всіма відділами план ОТЗ (організаційно-технічних заходів) і розвитку виробництва, де містяться розрахунки зростання продуктивності праці з обов'язковим урахуванням і корекцією зміни структури програми робіт, обсягами зниження собівартості. Для реалізації пропозицій і заходів слід залучати додаткові інвестиції і задача підтримки стабільності в розвитку системи полягає в межах гармонії між необхідним ефектом і параметрами змінних, що його забезпечують. В цьому полягає діалектика розуміння питання розвитку: щоб отримати результат, необхідно щось витратити і щось зробити. Зниження трудомісткості робіт забезпечує зростання продуктивності праці і собівартості виробництва, але все це потребує додаткових зусиль на розвиток у вигляді залучення капітальних вкладень.

Система прагне до впорядкованого стану, якому на будь-якій фазі розвитку відповідає рівень організації діяльності. Поняттям “організація” визначається числова міра статистичних зв'язків окремих елементів системи. В процесі розвитку кожен елемент системи приймає безліч різних станів і будь-якій системі явно властива міра невизначеності. Якщо стан одного елементу не впливає на стан інших, то система гранично дезорганізована, тобто незв'язна, а якщо система організована, то стан одного елементу визначає (впливає) на стан інших.

Аналогічно можна оцінити рівень організації сукупності підрозділів (складових) будь-яких компаній, фірм, асоціацій, та ін. Як міру ступеня

невизначеності стану системи використовуємо спеціальну характеристику, яка називається ентропією і визначається таким чином [7].

$$H(x) = -\sum_{k=1}^{n} P_{ik} \log P_{ik}\ , \qquad (2.77)$$

де *К* – кількість можливих станів параметрів $x_{i,k} = 1,2....n$;

P_{ik} – достовірність парамету (елементу) x_i опинитися в стані *К*.

Доведено [7], що ентропія системи з кінцевою безліччю станів досягає максимуму (має екстремум), коли всі стани рівноймовірні:

$$H_{max}(x) = \log n \qquad (2.78)$$

Якщо система організована, що її ентропія H_o буде менше суми ентропій елементів:

$$H_0(x_1, x_2, ..., x_n) < \sum_{k=1}^{n} H(x)\,. \qquad (2.79)$$

Числова міра рівня організації динамічної системи визначається:

$$Q = H - H_0\,, \qquad (2.80)$$

а рівень організації системи *Y* визначається у відсотках по формулі:

$$Y = Q : H\ . \qquad (2.81)$$

За досліджувану систему взяті дані організацій ТБО (територіально-будівельній організації). Розвиток сучасних систем описується сукупністю відомих показників діяльності. Нас цікавлять ті, то найдостовірніше визначають рівень організації і відображають ступінь роботи і рівень ефективного використання всіх матеріальних і особових елементів виробництва. Це може бути відношення суми одержаного прибутку до обсягу робіт, виконаних власними силами. Прибуток надається одним з важливих показників діяльності системи.

Таким чином, в якості початкових даних для оцінки рівня організації роботи виробничої системи можна використовувати річні сукупності відношень місячного прибутку (П) до обсягу робіт (О), які узяті із даних держзвіту.

Приймаємо згідно з рекомендаціям [7], що відношення П/О можуть потрапити в один з восьми інтервалів (станів), тому:

$$H(x) = \log 8 = 3\,. \qquad (2.82)$$

Практика свідчить, що зручно користуватися логарифмом при основі 2 і вимірювати ентропію в двоїчних одиницях, що узгоджується із вживаною в ЕОМ двоїчною системою числення.

Результати розрахунку рівня організації системи приведені в табл. 2.41.

ΣPik log Pik=1,165+0,4346+0,50=2,10

Q=3,0-2,10=0,9.

Рівень організації управління:

*Уп=(*0,9:3,0)*100=30%,

де *n* – поточний період (рік).

Уп-1=(0,663:3,0)*100=22%; *Уп+1*=(1,843:3,0)*100=61,4%

Для ДБК $У_n=59,8\%$, $У_{n+1}$=41,3%, $У_{n+2}$=42,9%

З наведених даних видно, що рівень організації має стійку тенденцію до зниження, що пояснюється адаптацією будівельних систем, зростанню ентропії, яку можна понизити шляхом застосування розробки різноманітних (організаційно-технічних заходів) ОТЗ. Для цього розробляється ОТЗ для підтримки і розвитку систем. Їх мета – понизити трудовитрати, що збільшує продуктивність і дає приріст обсягів БМР. Проведені розрахунки показали, що із збільшенням обсягів на 1%, прибуток збільшується на 0,89%, що сприяє підвищенню рівня організації до необхідного значення лише завдяки інноваціям, науковим фундаментальним і прикладним дослідженням, технологіям і новим товарам, послугам і значним людським, економічним і природним ресурсам. Для цього необхідно слідувати закону Ешбі (закон необхідної різноманітності), розумної альтернативи процесу нарощування різноманітності немає. Це можна здійснити продуманою системою її розвитку, яка вимагає залучення для скорочення трудомісткості БМР і зниження собівартості інвестицій. Це значна оптимізаційна задача і її рішення у поєднанні із законом необхідної різноманітності дозволяє перейти до гармонійного менеджменту.

Вимір виробничої гармонійності можливий різними методами. Так оцінку орієнтації економіки пропонується дати за даними розподілу частки держвласності ВВП розвинених країн світу. Цей показник складає для соціально-орієнтованої економії - Швеція 62%, Росія, як держструктура займає далеке від точки стійкості і ближче до катастрофічного положення при долі власності 10%. Якщо розпад не настав, то за таку «стабільність» була здійснена плата, про гігантські розміри якої можна здогадуватися (включаючи газову війну). Встановити аналогічний показник для України не представляється можливим через відсутність статистичних даних.

Визначення гармонійності менеджменту не вичерпується приведеним нами методом. Гармонія багатолична (безлічна) і способи її досягнення можуть бути різними. Обґрунтування може бути представлене на основі використання різних показників і параметрів (технологічних, організаційних, економічних, комерційних, соціальних і ін.).

Використання «золотої пропорції» в економіці, інформаційних технологіях управління, фінансах потенційно невичерпно сприяє еволюції і розвитку структурного різноманіття нічим не обмежених і великих систем.

Таблиця 2.41 - Результати розрахунку рівня організації системи

Місяць	Обсяг БМР **(О),** тис.грн.	Прибуток **(П),** тис.грн.	П/О, %	Інтервали стану П\О							
				<14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19	19-20	>20
1	***2***	***3***	***4***	***5***	***6***	***7***	***8***	***9***	***10***	***11***	***12***
1	13035	2581	19,8							1	
2	13810	2581	18,7						1		
3	15444	2581	16,7				1				
4	14836	3120	20,03								1
5	14544	3120	21,45								1
6	15216	3120	20,50								1
7	13841	2988	21,6								1
8	14156	2988	21,6								1
9	14032	2988	21,3								1
10	13890	1927	13,9	1							
11	13272	1927	14,5		1						
12	13968	1927	13,8	1							
	Pik			0,168	0,083		0,083		0,083	0,083	0,50
	-Pik log Pik			0,435	0,2915		0,2915		0,2915	0,2915	0,50

Висновки. Зростання ентропії означає еволюцію у бік різноманітності. Еволюційне зростання ентропії означає, що кожен наступний рівень структур забезпечує більшу кількість варіацій цих структур в порівнянні з попередньім, і зростання з поширеності означає адаптивність.

Тому для нормального прогресуючого розвитку систем параметри її складових (підсистем) мають бути розподілені по негаусовому закону, а розподіл гауса параметрів «властивий прогресивно останнім і нестійким системам».

Ідею різноманітності «імплантовану (вписану) в процес виживання систем», сформульовано раніше. З практики відомо, що розумної альтернативи процесу нарощування різноманітності немає.

В процесі розвитку система неминуче минає кордон між гаусовим і негаусовим розподілом, тим самим отримує нову якість. І на кордоні переходу між двома класами розподілів координати системи проходять через точки пропорцій золотого перетину, що показане нашими дослідженнями. Відзначимо, що пропорції золотого перетину мимоволі і незалежно від бажання керівників стихійно виявляються як в пропорції цін, так і в пропорціях фінансово-економічних показників систем, програм і дій. Там, де вони мали місце виявилася наявність двох властивостей:

- система знаходиться в стійкій рівновазі;
- витрати на підтримку цих станів стійко мінімальні.

Статистика і практичний досвід стверджують, що успішні системи (фірми, компанії, підприємства), які використовують метод системного управління бізнесом за технологією золотого перетину, мінімізували витрати на 10-15%, виріс обсяг виробництва на 10-20%, збільшили оборотність активів на 30%.

Таким чином, поняття гармонійного менеджменту пов'язане з технологією золотого перетину, а це потребує дослідження можливостей його оцінки на основі як параметрів ВГД (виробничо-господарській діяльності) систем, так і проектуванні структур і їх функцій на основі системотехніки з урахуванням міжсистемних зв'язків [15, 27], взаємоспівдіючих досягненню системою заданого результату. Будь-який вид структури працюватиме неефективно, якщо:

- не визначена чітко сувора ієрархія;
- не розписані функції;
- не задана логіка взаємин.

Нажаль, цій технології побудови структур багатьом керівникам не вистачає.

Вирішення в області формування структур і тих функцій, які вони реалізують, визначають гармонію в розвитку системи, а для доказу необхідно навчитися її визначати кількісними методами.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1 Авдеев Ю.А. Выработка и анализ плановых решений в сложных проектах / Ю.А. Авдеев – Москва: Экономика, 1971. – 96 с.

2 Александров П. С. Топологические теоремы двойственности. Часть первая. Замкнутые множества / П. С. Александров - Тр. МИАН СССР, 48, Изд-во АН СССР - Москва, 1955, 112 с.

3 Александров П. С. Топологические теоремы двойственности. Часть вторая. Незамкнутые множества / П. С. Александров - Тр. МИАН СССР, 54, Изд-во АН СССР - Москва, 1959, 136 с.

4 Архитектурная бионика / [Лебедев Ю.С., Рабинович В.И., Положай Е.Д. и др.]; под ред. Ю.С. Лебедева. – Москва: Стройиздат, 1990. – 269с.

5 Бирман И.Я. Оптимальное программирование / И.Я. Бирман. – Москва: Экономика, 1968. – 232 с.

6 Булгаков С.Н. Технологичность железобетонных конструкций и проектных решений / Булгаков Сергей Николаевич - Москва: Стройиздат, 1983. – 303 с.

7 Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Елена Сергеевна Вентцель: учеб для вузов – [7-е изд. стер.] – Мосвка: Высш школа., 2001. – 575 с.

8 Голенко Д.И. Статистические модели в управлении производством / Дмитрий Иссаакович Голенко [под ред. Н.П. Бусленко] – Москва: «Статистика», 1973. – 368 с.

9 Голенко Д. И. Статистические методы сетевого планирования и управления / Дмитрий Иссаакович Голенко - Москва: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва "Наука", 1968. — 400 с

10 Гордон Дж. Конструкции, или почему не ломаются вещи / Джеймс Гордон – М.: Издательство «Мир», 1980. – 392 с.

11 Егнус М.Я. Оценка технологичности проектных решений жилых и общественных зданий / М.Я. Егнус, А.Л. Левинзон – Москва: Стройиздат, 1975.- 64 с.

12 Егнус М.Я. Технологическое обеспечение сборки зданий / М.Я. Егнус, Р.А. Каграманов, А.Л. Левинзон - Москва: Стройиздат, 1979. – 344с.

13 Завадскас Э.-К. К. Применение теории игр при подготовке строительного производства: Учеб. пособие [для студентов спец. "Пром. и гражд. стр-во"] / Э.-К. К. Завадскас, Ф. Пелдшус - Вильнюс: ВИСИ, М-во высш. и сред. спец. образования ЛитССР, 1986. – 45 с.

14 Завадскас Э.-К. К. Многоцелевая селектоновация технологических решений строительного производства: [Учеб. пособие] / Эдмундас-Казимерас Казимеро Завадскас. – Вильнюс: ВИСИ, 1988. – 108 с.

15 Информационные модели функциональных систем / [под общ. ред. академика Российской академии медицинских наук, профессора К.В. Судакова и академика Международной академии наук, профессора А.А. Гусакова]. – Москва: Фонд «Новое тысячелетие», 2004. – 304с.

16 Качалов И.И. Три ключевые параметра развития и кризисов компаний /

И.И. Качалов // Практический маркетинг. – 2002. - №9. – С. 7-10.
17 Михайленко В.Е. Природа – геометрия – архитектура: [2-е изд., перераб. и доп.] / Всеволод Евдокимович Михайленко, Александр Владимирович Кащенко. – Киев: Будівельник, 1988. – 176 с.
18 Лебедев Ю.С. Архитектура и бионика / Ю.С. Лебедев – Москва: Стройиздат, 1977. – 221 с.
19 Оре О. Теория графов. / О.Оре. - Москва: Наука., Гл. ред. физ-мат. литры, 1980, - 336 с.
20 Павлов И.Д. Исследование системотехнических и логистических условий по интеграции участников сложных проектов / И.Д. Павлов, А.В .Радкевич, Ф.И. Павлов // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. - Дніпропетровськ: Видавництво ПДАБА, - 2007. - №11. - С. 38-44.
21 Павлов И.Д. Модели управления проектами: учебное пособие ЗГИА / И.Д. Павлов. - Запорожье: Издательство ЗГИА, 1999. – 316 с.
22 Прангишвили И.В. Системный подход и общесистемные закономерности / Ивери Варламович Прангишвили – М.: СИТЕГ, 2000. – 528 с.
23 Прангишвили И.В. Энтропийные и другие системные закономерности: вопросы управления сложными системами / Ивери Варламович Прангишвили – Москва: Наука, 2003. – 428 с.
24 Прялин М.А. Оценка технологичности конструкций / М.А. Прялин, В.М. Кульчев – Киев: Техніка, 1985. – 120 с.
25 Радкевич А.В. Багатоцільові моделі організації капітального відновлення об’єктів: Монографія / А.В. Радкевич, І.Д. Павлов. – Дніпропетровськ: Видавництво П.П.Свідлер, 2003. – 225 с.
26 Соболь И.М. Метод Монте-карло / Илья Меерович Соболь – Москва: «Наука», 1978. – 64 с.
27 Системотехника строительства / [под ред. А.А. Гусакова]. - Москва: Фонд «Новое тысячелетие», 2002. – 768с.
28 Системотехника строительства. Энциклопедический словарь / [Гусаков А.А., Богомолов Ю.М., Брехман А.И. и др.]; под ред. А.А. Гусакова. – Москва: Издательство /Ассоциации строительных вузов, 2004. – 510 с.
29 Сороко Э.М. Структурная гармония систем / Эдуард Максимович Сороко – Минск: Наука и техника, 1984. – 264 с.
30 Спектор М.Д. Выбор оптимальных вариантов организации и технологии строительства / М.Д. Спектор. – Москва: Стройиздат, 1980. – 159 с.
31 Темнов В.Г. Конструктивные системы в природе и строительной технике / Владимир Григорьевич Темнов. - Ленинград: Стройиздат. Ленингр. Отдние, 1987. – 256с.
32 Технологичность конструкций изделий: Справочник / [Адмиров Ю.Д., Алфёрова Т.К., Волков П.Н. и др.]; под ред. Ю.Д. Адмирова. – [2-е издание перераб. и доп.] - Москва: Машиностроение, 1990 - 768 с.
33 Филлипс Д. Методы анализа сетей / Д. Филлипс, А. Гарсиа-Диас – М.осква: Мир, 1984. – 496 с.
34 Форд Л.А. Потоки в сетях / Л.А. Форд, Д. Фалкерсон : Пер. с англ.. –

Москва: Мир, 1966. – 276 с.
35 Фишер Р. Последовательность Фибоначчи: приложения и стратеги для трейдеров / Роберт Фишер – Москва:Аналитика, 2002. – 169 с.
36 Фоков Р.И. Выбор оптимальной организации и технологии возведения зданий / Ростислав Иванович Фоков – Киев: Будівельник, 1969. – 192 с.
37 Хайтун С.Д. Проблемы количественного анализа науки / Сергей Давыдович Хайтун – Москва: Наука, 1989. – 280 с.
38 Шевелев И.Ш. Золотое сечение: Три взгляда на природу гармонии / Шевелев И.Ш., Марутаев М.А., Шмелёв И.П.. – Москва: Стройиздат, 1990. – 345 с.
39 Тарасюк Г.М. Управління проектами: Навчальний посібник / Г.М. Тарасюк – Київ: Каравелла, 2009. – 320 с.
40 Гонтарева І.В. Управління проектами. Підручник / І.В. Гонтарева. – Харків: Вид. ХНЕУ, 2011. – 444с.