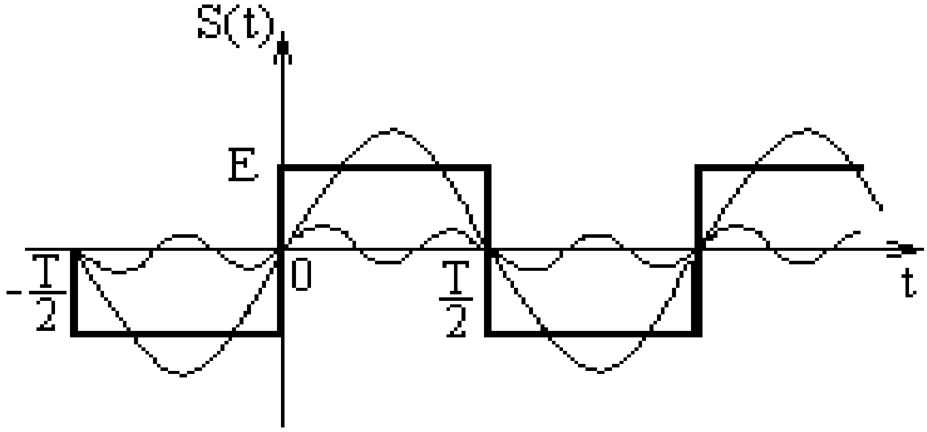
ТЕОРІЯ СИГНАЛІВ

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

для студентів ІННІ ЗНУ

спеціальності 153 “Мікро- та наносистемна техніка”



Запоріжжя

Зміст

Вступ

Курс «Теорія сигналів» є базовим для таких дисциплін спеціальності “Мікро - та наноелектроніка”, як “Методи перетворення сигналів”, “Аналогова схемотехніка”, “Цифрова схемотехніка”, “Мікропроцесорна техніка”, “Функціональна електроніка”, “Мікрохвильова техніка”.

Предмет дисципліни «Теорія сигналів» - електричні сигнали як матеріальні носії інформації.

Мета викладання дисципліни - формування знань про роль і значення сигналів, їхні основні різновиди, способи математичного опису, параметри та характеристики.

Сукупність науково-технічних знань про фізичну природу, форми математичного представлення, параметри й характеристики, а також види модуляції електричних сигналів дозволяють цілеспрямовано створювати нові пристрої мікро- та наноелектроніки.

Призначення даного навчального посібника - спрямувати роботу студентів по вивченню курсу, сприяти розвитку їх творчих здібностей, а також розвинення навиків практичного використання одержаних теоретичних знань. Розв’язання задач і відповіді на поставлені в посібнику контрольні запитання сприятимуть розвитку в студентів навичок практичного застосування теоретичних знань, отриманих при вивченні цієї та попередніх дисциплін, дозволити глибше зрозуміти фізичну сутність процесів формування, передачі і прийняття електричних сигналів, закріпити в пам’яті основні формули й визначення, а також форми сигналів, що використовуються в сучасній мікро- та наноелектроніці.

1 Інформація та сигнали

1.1 Інформація, визначення та її кількісні міри

Є безліч визначень поняття інформації - від найбільш загального філософського (інформація є відбиття реального миру) до практичного (інформація є всі відомості (дані), що є об'єктом зберігання, передачі, перетворення).

В електронних системах передавання інформації під ***інформацією*** розуміють змістовні відомості (дані), що містяться в тому чи іншому повідомленні, попередньо невідомі людині чи машині, що приймає повідомлення.

В багатьох випадках передається багато даних, що вже відомі, але інформацією можна назвати лише ті, що містять в собі новину.

Є дві основних форми існування інформації - ***статична*** (у вигляді записів на папері, стрічці, диску, фотопапері тощо) та ***динамічна*** - під час її передавання.

Процес фізичного перевезення чи пересування носія інформації (листа, магнітної стрічки, диска, касети тощо) не відноситься до динамічної форми існування інформації. Якщо дані передаються каналом зв’язку, то у кожній точці каналу під час передавання процес змінюється в часі і так само змінюється вплив зовнішніх факторів на сигнали, що несуть в собі інформацію. При фізичному перевезенні цього не відбувається, хоча дані, що зафіксовані на носії, теж підпадають під вплив зовнішніх факторів і можуть руйнуватися з часом. Таким чином, статичною цю форму можна назвати відносно. Більш точне визначення - квазистатична.

Інформація, що зберігається на носії, може зчитуватись, передаватись, знов записуватись, тобто вона може багаторазово переходити з однієї форми існування до іншої.

Для передавання інформації з найменшими втратами необхідно оцінювати інформацію кількісно.

В 1927 році Р. Хартлі (Англія) запропонував та обгрунтував ***кількісну міру***, яка грунтується на вимозі адитивності. Тобто кількість інформації, що може бути збережена у двох однакових комірках, повинна бути удвічі більшою за ту, що зберігається в одній з них. Якщо одна комірка для зберігання інформації має m можливих станів, то дві таких комірки будуть мати m^2 можливих станів, а n однакових комірок - m^n можливих станів. Це саме стосується і кількості можливих повідомлень. Якщо символ може прийняти значення «0» або «1», то з одного символу можуть бути одержані 2 повідомлення, з двох символів - 4, з трьох - 8 тощо. Таким чином кількість можливих повідомлень визначається кількістю символів, що входять до слова n та кількістю можливих станів символу m: m^n. Тому Р. Хартлі ввів логарифмічну міру інформаційної ємності:

$$C = \log m. \tag{1.1}$$

Така міра задовольняє вимозі адитивності. Ємність засобу, що складається з n комірок і має m^n станів, дорівнює ємності однієї комірки, помноженої на їх кількість:

$$C = \log\left(m^n\right) = n \cdot \log m \tag{1.2}$$

За одиницю вимірювання інформаційної ємності вибрана двійкова одиниця - ***біт*** (binary digit - двійковий знак), що дорівнює ємності однієї комірки з двома можливими станами. Інформаційна ємність C у двійкових одиницях в загальному випадку визначається як

$$C = k_a \cdot \log_2 m, \tag{1.3}$$

де k_a - коефіцієнт, що залежить від основи логарифму a.

При використанні для зберігання інформації десяткових комірок більш зручно користуватись десятковими логарифмами. В цьому випадку:

$$K_{10} = \log_2 10 \approx 3{,}32 \ ,$$

тобто одна десяткова комірка за інформаційною ємністю дорівнює 3,32 двійковим. Одиниця вимірювання кількості інформації в цьому випадку - ***dіт***.

Якщо від джерела інформації каналом зв’язку передається повідомлення про подію, апріорна імовірність якої на передавальному боці дорівнювала p_1, то після приймання повідомлення апостеріорна імовірність цієї події для приймача інформації дорівнює p_2. Збільшення кількості інформації з урахуванням логарифмічної міри складає:

$$\Delta I = \log\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = \log p_2 - \log p_1 . \qquad (1.4)$$

Для ідеального каналу зв’язку (без завад та спотворень) приймання інформації є вірогідною подією, тобто імовірність p_2 обертається на одиницю; тоді:

$$\Delta I = -\log p_1 . \qquad (1.5)$$

Чим меншою буде імовірність p_1, тим більшою буде невизначеність результату, тобто тим більша кількість інформації вміщується у прийнятому повідомленні. Значення p_1 знаходиться у межах $0 < p_1 < 1$, тобто ΔI завжди позитивна величина.

Нехай може передаватися n_a символів S_a, що відповідають події А, n_b символів S_b, що відповідають події В тощо, а всього m різних символів. Символи S_a, S_b тощо являють собою алфавіт з різних m символів. Сума усіх символів q:

$$q = n_a + n_b + \ldots \qquad (1.6)$$

Згідно (4.5) приймання символу S_a дає кількість інформації:

$$\Delta I = -\log p_a, \qquad (1.7)$$

де p_a - імовірність події А.

Тоді у n_a символах міститься кількість інформації n_a(- log p_a). Загальна кількість інформації складає:

$$I_q = \left(-n_a \cdot \log p_a - n_b \cdot \log p_b - \ldots\right) = -\sum_{i=1}^{m} n_i \cdot \log p_i \qquad (1.8)$$

Вираз для визначення середньої кількості інформації, що припадає на один символ, можна отримати, розділивши (2.8) на q:

$$I_1 = -\sum_{i=1}^{m} \frac{n_i}{q} \cdot \log p_i \qquad (1.9)$$

У (4.9) відношення n_i/q (при $i = a$) є апріорною імовірністю появи символу S_a для великих значень n_i та q, n_b /q - імовірність символу S_b тощо. Тоді:

$$\lim_{q \to \infty} \left(\frac{n_i}{q} \right) = p_i \qquad (1.10)$$

При цьому сума імовірностей $p_a + p_b + \ldots = 1$ (1.11)

оскільки одна з усіх *m* подій A, B, ... відбувається обов’язково (повна імовірність подій). Таким чином, можна отримати вираз для середньої кількості інформації на один символ:

$$I_1 = -\sum_{i=1}^{m} p_i \cdot \log p_i \qquad (1.12)$$

де p_i - імовірність *i*-того символу.

Формула (4.12) виражає теорему К. Шеннона, згідно якої, середня кількість інформації, що припадає на один символ, отримала назву ***ентропії*** *H* і визначається з формули

$$H = -\sum_{i=1}^{m} p_i \cdot \log p_i \qquad (1.13)$$

Ентропія є логарифмічною мірою безладдя стану джерела повідомлень і характеризує середню ступінь невизначеності стану цього джерела. Отримання інформації - процес розкриття невизначеності.

В інформаційних системах невизначеність знижується за рахунок прийнятої інформації, тому чисельно ентропія *H* дорівнює кількості інформації *I*, тобто є кількісною мірою інформації.

Якщо усі *m* різних станів джерела рівноімовірні, то ентропія максимальна:

$$H_{\max} = -\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{m} \cdot \log \frac{1}{m} = \log m \quad . \qquad (1.14)$$

В цьому окремому випадку кількісна міра Шеннона співпадає з мірою Хартлі. Якщо повідомлення нерівноімовірні, то середня кількість інформації, що вміщується в одному повідомленні, буде меншою.

При використанні двійкової системи з рівними імовірностями виникнення «0» та «1», згідно із формулою Шеннона:

$$H = -0{,}5 \cdot \log_2 0{,}5 - 0{,}5 \cdot \log_2 0{,}5 = 0 \text{ .}$$

Ентропія, а разом з нею і кількість інформації, дорівнюють нулю у випадках, коли $p_1 = 0$, або $p_1 = 1$ (рис. 1.1).

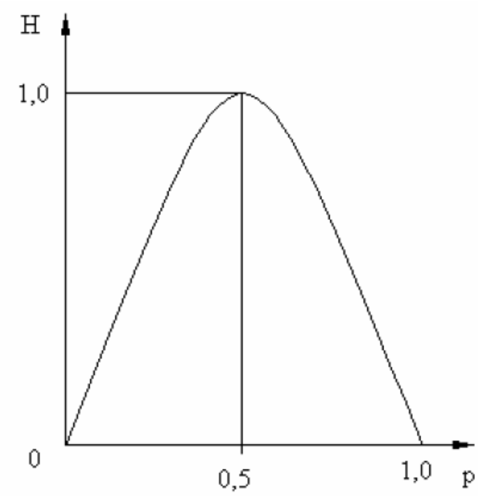


Рисунок 1.1 – Ентропія H для двох можливих станів з імовірностями p_1 та $(1 - p_1)$ [9]

1.2 Основні поняття електронних систем передавання інформації

В електронних системах управління технологічними процесами стан об’єкту X визначається за допомогою первинних перетворювачів. Інформація поступає на вхід системи управління, що формує вихідний код в залежності від вхідного, впливаючи на виконавчі механізми. Вони перетворюють вхідний сигнал на зміну одного чи декількох параметрів процесу, перетворюючи стан об’єкту X на стан Y.

В системах управління можна виділити чотири основні етапи руху інформації: збирання, передавання, оброблювання, використання.

Відповідно у кожному з етапів приймають участь самостійні технічні засоби:

- засоби отримання інформації (чутливі елементи, датчики, вимірювальні пристрої, первинні перетворювачі тощо), тобто КВП - контрольно-вимірювальні прилади;
- засоби передавання інформації на відстань - засоби телемеханіки. В них може бути використана найрізноманітніша елементна база: електрична, пневматична, гідравлічна, оптична тощо. Найбільш часто використовуються електричні прилади, а найбільш перспективними вважаються оптичні;
- засоби перетворення (оброблювання) інформації. Найбільш часто використовуються гнучкі системи на базі персональних комп'ютерів та мікропроцесорних контролерів;
- засоби використання інформації - автоматичні регулятори та виконавчі механізми.

Крім систем автоматичного управління всіх рівнів відомості потрібно також передавати у різноманітних ***інформаційних та довідкових автоматизованих системах***, організовувати ***електронну пошту*** та різні види ***зв'язку***.

В більшості випадків виникає необхідність у передаванні даних на велику відстань (від одиниць до тисяч кілометрів). При цьому повідомлення можуть бути в аналоговому чи дискретному вигляді.

Основні поняття передавання інформації:

Повідомлення – впорядкована послідовність символів, що призначена для передавання.

Дані можуть бути подані у вигляді мови, письма, зображення, чисел, вимірюваних величин, команд управління чи даних, що характеризують стан контрольованих об'єктів.

В системах автоматичного управління всіх рівнів, у різноманітних інформаційних та довідкових автоматизованих системах, потрібно передавати різноманітні відомості, організовувати електронну пошту та різні види зв’язку.

В більшості випадків виникає необхідність у передаванні даних на велику відстань (від одиниць до тисяч кілометрів). При цьому повідомлення можуть бути в аналоговому чи дискретному вигляді.

Сигнал – зміна фізичної величини, що відображає повідомлення.

Сигнал є засобом передавання повідомлення, однозначне його відображення, що існує в деякому фізичному втіленні.

Канал зв’язку - сукупність технічних засобів і тракту для передавання повідомлення на відстань незалежно від інших каналів.

Лінія зв’язку - сукупність кінцевої апаратури та фізичного середовища, якими здійснюється передавання сигналів від передавача до приймача.

Одна лінія зв’язку може бути використана для утворення багатьох каналів з незалежним передаванням повідомлень і, крім приладів, вміщує також середовище передавання (дроти, світловоди тощо).

Груповий сигнал – сумарний сигнал, що формується в лінії зв’язку при об’єднанні декількох інформативних канальних сигналів для їх незалежного передавання.

Завади - випадкові впливи, які спотворюють сигнал, що передається.

1.3 Передавання інформації без завад

Ємність каналу - гранична швидкість передавання інформації цим каналом:

$$C = \lim_{T \to \infty}\left(\frac{\log q}{T}\right) \qquad (1.15)$$

де q - кількість елементарних інформативних повідомлень, що передається за час T.

Якщо сигнали передаються зі швидкістю S імпульсів за секунду, тобто:

$$S = \frac{1}{\tau}, \tag{1.16}$$

де τ - час передавання одного імпульсу;

то за час T можна передати n імпульсів:

$$n = \frac{T}{\tau} = ST \tag{1.17}$$

Для двійкового каналу, що пропускає лише елементарні сигнали «0» та «1», максимальна кількість комбінацій елементарних сигналів, яка може бути передана за час T:

$$q = 2^n = 2^{ST} \tag{1.18}$$

Тоді ємність бінарного каналу зв'язку визначається так:

$$C = \lim_{T \to \infty}\left(\frac{\log_2 q}{T}\right) = \frac{\log_2 2^{ST}}{T} = S \tag{1.19}$$

тобто, чим меншою буде тривалість імпульсу $\tau = 1/S$, тим більшою буде ємність каналу C.

Для недвійкового каналу: $$q = m^{ST}, \tag{1.20}$$

де m - кількість символів у алфавіті; і ємність каналу:

$$C = \lim_{T \to \infty}\left(\frac{\log q}{T}\right) = \frac{\log\left(m^{ST}\right)}{T} = S \cdot \log m. \tag{1.21}$$

Ємність каналу зв'язку *C* може бути виражена у бітах на символ.

Якщо до входу каналу підключене джерело повідомлень з ентропією на символ, що дорівнює ємності каналу зв'язку, то джерело інформаційно узгоджене з каналом. Якщо ентропія джерела менша ніж ємність каналу, то ємність каналу використовується не повністю (канал інформаційно недовантажений).

Узгодження джерела з каналом є досить складною справою і реалізується за допомогою статистичного кодування. К. Шеннон показав, що інформаційне узгодження, яке досягається статистичним кодуванням, аналогічне енергетичному узгодженню внутрішнього опору електричного генератора з навантаженням за допомогою трансформатора для передавання від генератора максимальної потужності. Тут мається на увазі узгодження джерела з каналом зв'язку за допомогою кодувального пристрою з метою максимального використання ємності каналу.

Але принцип статистичного кодування має цілий ряд недоліків:

- вимагає певної інформації про те, які повідомлення будуть передані;
- викликає досить великі затримки в режимі реального часу;
- може погіршувати завадозахищеність системи.

1.4 Передавання інформації із завадами

Завади, або шуми, у каналі зв'язку суттєво ускладнюють передавання інформації. На приймальному боці немає впевненості, що той чи інший елемент повідомлення прийняті у тому вигляді, в якому вони були передані. Тому під час передавання каналом із завадами виникають дві проблеми:

- підвищення ефективності передавання;

- підвищення вірогідності (завадозахищеності) передавання.

Ці проблеми до певної міри протилежні.

Якщо за рахунок впливу шуму був прийнятий елемент повідомлення *j*, в той час, як був переданий елемент *i*, то збільшення інформації можна визначити:

$$\Delta I_{ij} = \log\frac{1}{p_i} - \log\frac{1}{p_j(i)} = \log\frac{p_j(i)}{p_i} \tag{1.22}$$

де p_i - апріорна імовірність передавання елемента *i*;

$p_j(i)$ - умовна імовірність приймання елемента *j* в той час, як був переданий елемент *i*.

Якщо шуми досить великі, то повідомлення, що приймається, не вміщує інформації і приймання його не змінює початкових знань. За умови відсутності шуму: $p_j(i) = 1$, якщо $i = j$, або $p_j(i) = 0$, якщо $j \neq i$. В цьому випадку:

$$\Delta I = \log\frac{1}{p_i} = -\log p_i \quad . \tag{1.23}$$

Пропускна здатність каналу з шумами (у двійкових одиницях на символ) дорівнює середньому за всіма *i* та *j* значенню приросту інформації:

$$R_c = \sum_{j,i} p_i \cdot p_j(i) \cdot \Delta I_{ij} = H_i - H_j(i) = H_j - H_i(j) \tag{1.24}$$

де $H_i = -\sum_i p_i \cdot \log p_i$ - ентропія джерела;

$H_j = -\sum_i p_j \cdot \log p_j$ - ентропія повідомлень на приймальному боці;

$H_i(j)$ та $H_j(i)$- умовні ентропії.

Для каналу з шумами швидкість передавання інформації:

$$v = SR_c \text{ біт/ с,} \qquad (1.25)$$

де S - кількість символів, що передаються з

$$R_c = H_i - H_j(i). \qquad (1.26)$$

Тоді: $$v = S \cdot (H_i - H_j(i)) . \qquad (1.27)$$

Швидкість передавання інформації під впливом шуму зменшується більш різко ніж кількість правильно переданих символів. На рисунку 1.2 наведений графік залежності ємності бінарного каналу з шумами від імовірності спотворення елементів.

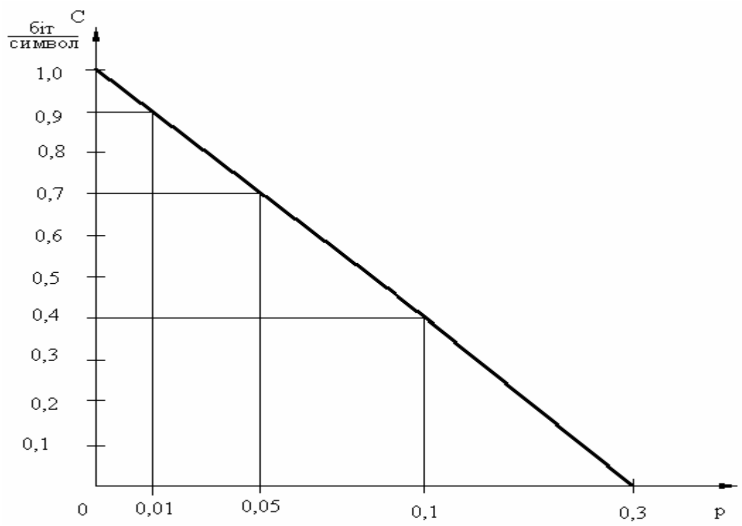


Рисунок 1.2 – Залежність ємності бінарного каналу від імовірності спотворення сигналів [2]

К. Шеннон доказав, що якщо ентропія джерела інформації не перевищує пропускної здатності каналу, тобто $H \leq C$, то існує код, який забезпечує передавання інформації каналом із шумами з якою завгодно малою частотою помилок, або з якою завгодно малою невірогідністю. При $H > C$ такого коду не існує, тобто передавання без помилок неможливе. К. Шеннон визначив також максимальну швидкість передавання інформації:

$$v_k = f_m \cdot \log\left(1 + \frac{P_c}{P_ш}\right) \tag{1.28}$$

де f_m - смуга частот каналу;

P_c - середня потужність сигналу;

$P_ш$ - середня потужність білого шуму.

Таким чином, можна передавати інформацію, якщо швидкість передавання інформації не перевищує максимальної швидкості каналу. Для випадку, коли $P_c >> P_ш$, у формулі (4.28) одиницею можна знехтувати:

$$v_{\max} = f_m \cdot \log\left(\frac{P_c}{P_ш}\right) \tag{1.29}$$

Максимальна кількість інформації, яка може бути передана за час T:

$$V_{\max} = f_m \cdot T \cdot \log\left(\frac{P_c}{P_ш}\right) \tag{1.30}$$

Оскільки ця величина може бути представлена у вигляді паралелепіпеда, то вона отримала назву ***об'єму сигналу***. Таким чином можна змінювати окремі параметри сигналу, не змінюючи його об'єм. Якщо до виразу (1.30) підставити потенційні можливості каналу передавання (час, на який канал надається користувачу, виділена йому смуга частот і максимальну потужність сигналу, що може передаватися каналом), то параметр матиме назву ***ємність каналу***. Для передавання сигналу каналом зв'язку необхідно щоб об'єм сигналу був не менший, ніж ємність каналу, тобто потрібно виконання умови:

$$V_c \le V_k \tag{1.31}$$

Якщо ця умова не виконується, то сигнал передати цим каналом зв'язку неможливо.

Може статися, що умова (1.31) виконується, але смуга частот, на яку розрахований канал, менша за смугу частот сигналу, або час, який виділено на передавання інформації, менший, ніж необхідно, тобто умова (1.31) розпадається на систему:

$$\begin{cases} f_c \le f_k \\ T_c \le T_k \\ h_c \le h_k \end{cases} \qquad (1.32)$$

Одним з найбільш розповсюджених способів перетворення сигналу є варіювання величинами f_C та T_C при їх незмінному добутку. Потужність сигналу, як правило, не збільшується.

1.5 Сигнали

Передається інформація у вигляді сигналів. Сигнал є фізичний процес, що несе в собі інформацію. Сигнал може бути електричним, звуковим, світловим, у вигляді поштового відправлення й ін.

Сигнал – зміна фізичної величини, що відображає повідомлення.

Сигнал - це засіб передавання повідомлення, однозначне його відображення, що існує в деякому фізичному втілені.

Канал зв'язку - сукупність технічних засобів і тракту для передавання повідомлення на відстань незалежно від інших каналів.

Лінія зв'язку - сукупність кінцевої апаратури та фізичного середовища, якими здійснюється передавання сигналів від передавача до приймача.

Одна лінія зв'язку може бути використана для утворення багатьох каналів з незалежним передаванням повідомлень і, крім приладів, вміщує також середовище передавання (дроти, світловоди тощо).

Груповий сигнал **–** сумарний сигнал, що формується в лінії зв'язку при об'єднанні декількох інформативних канальних сигналів для їх незалежного передавання.

Завади - випадкові впливи, які спотворюють сигнал, що передається.

Для передавання інформації потрібен ***переносник***, який здатний розповсюджуватися лінією зв'язку або радіоканалом і може змінюватися під впливом зовнішніх факторів. Ці переносники і є сигналами.

Типовими для електроніки сигналами є напруга на зажимах якогось ланцюга або струм у його розгалуженнях.

Якщо такий сигнал описується як функція однієї змінної, наприклад, часу ***V(t)***, його називають ***одновимірним.***

Багатовимірні сигнали являють собою функції P незалежних змінних при P > 1.

Сигнали класифікують за різними ознаками.

За можливістю точного передбачення миттєвих значень сигналу у будь-який момент часу сигнали поділяють на ***випадкові*** та ***детерміновані***.

Детермінованість **–** властивість, яка означає визначеність, однозначність результату описуваного процесу при заданих початкових даних.

Детермінований сигнал – це такий сигнал, поведінку якого можна передбачити з прийнятною точністю.

Наприклад, миттєве значення напруги *U(t)* на виході генератора синусоїдальної напруги у будь-який момент часу *t*:

$$U(t) = U_0 \cos(\omega t + \phi),$$

де U_0 - амплітуда, ω – частота, φ – початкова фаза сигналу.

Строго детермінованих сигналів не існує, є тільки детерміновані за певним параметром. Наприклад, можна називати детермінованим сигналом імпульс заздалегідь відомої форми та величини, проте час його приходу є заздалегідь не відомим. Детерміновані сигнали можна розглядати в ідеалізованому вигляді, оскільки у реальних лініях зв'язку на детермінований сигнал накладаються завади, які мають випадковий характер.

Передавати інформацію можуть тільки сигнали, у яких хоча б якийсь параметр є випадковим.

Випадковим сигналом називають такий сигнал, який не можна прередбачити з достатньо малою похибкою, тому що стан джерела інформації визначається великою кількістю факторів.

Найбільш поширеними випадковими сигналами є телеграфний сигнал, білий шум, гаусівський випадковий процес, гаусівський шум.

За повторюваністю в часі сигнали поділяють на ***періодичні*** та ***неперіодичні.***

Наведена класифікація до певної міри умовна, оскільки сигнал може бути періодичним або неперіодичним лише на певному кінцевому інтервалі часу.

Але з урахуванням певних обмежень, сигнали можна розглядати у відповідності із наведеною класифікацією.

Аналоговий сигнал – це сигнал, який є подібним за розвитком у часі до фізичного процесу, який його породжує.

Аналоговий одновимірний електричний сигнал є неперервною у часі функцією напруги або струму. Його можна наочно представити графіком, тобто осцилограмою.

Двовимірний безперервний сигнал є найбільш поширеним різновидом ***багатовимірного сигналу*** і описується функцією (рис. 1.3), значення якої залежать від двох незалежних змінних (аргументів, координат):

$$s(x,y) = sin(x^2+y^2), \quad -\infty < x,y < \infty$$

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

(1.33)

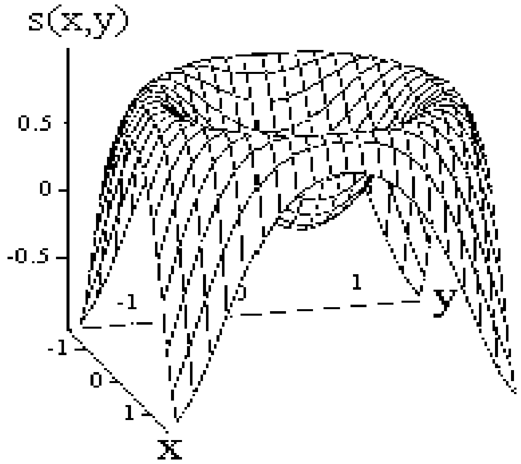


Рисунок 1.3 - Графік двовимірної безперервної функції у межах одного періоду [5]

За визначенням (1.33) двовимірні функції й сигнали, так само як і багатовимірні, мають нескінченну довжину по координатах. На практиці ми завжди маємо справу з кінцевими координатами наших даних. З огляду на це, будемо вважати, що значення наших сигналів за межами певних координат дорівнюють нулю.

Сучасні електронні системи часто працюють з використанням ***дискретних сигналів.***

Дискретні електричні сигнали – це такі сигнали, що є розривними у часі функціями напруги або струму.

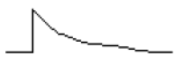
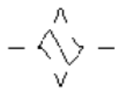
В електронних системах дискретний сигнал передається в формі імпульсу напруги або струму.

У техніці передавання інформації ***імпульсом*** називають короткочасний вплив відповідної енергії на схему чи пристрій. Використовують імпульси електричні або оптичні, за формою їх розподіляють на відео- та радіоімпульси.

Цифрові сигнали – різновид дискретних сигналів, коли відлікові значення сигналу подаються у формі чисел.

Для дискретних систем передавання інформації найбільш часто використовуються одновимірні імпульси такої форми (таблиця 1.1).

Таблиця 1.1 - Найбільш поширені форми імпульсів [2]

Вид	Відеоімпульс	Радіоімпульс
Прямокутний		
Трикутний		
Косинусоїдний		
Експоненціальний		
Дзвоноподібний		
Трапецієдальний		

Двовимірний дискретний сигнал (цифровий масив) - це функція, певна на сукупності пар числових значень координат з певним кроком дискретизації $\boldsymbol{\Delta x}$ і $\boldsymbol{\Delta y}$. У загальному випадку, при різній фізичній розмірності аргументів $\boldsymbol{x}$ і $\boldsymbol{y}$, значення $\boldsymbol{\Delta x}$ і $\boldsymbol{\Delta y}$ не дорівнюють один одному:

$$s_{n,m} = s(n \cdot \Delta x,\ m \cdot \Delta y), \quad -\infty < n, m < \infty.$$

Елемент послідовності $\boldsymbol{s_{n,m}}$ - це відлік двовимірної функції s у координатній точці ($\boldsymbol{x = n \cdot \Delta x,\ y = m \cdot \Delta y}$), де значення x і y – незалежні змінні (аргументи) функції. Для числових масивів значення кроку дискретизації по аргументах також можуть прийматися рівними 1 (незалежно від розмірності) і використовуватися аргументація $s(n,m) \equiv s_{n,m}$. У загальному випадку, дво- або багатовимірний сигнал може бути безперервним, дискретним або змішаним. Поняття безперервності й дискретності аналогічні одновимірним сигналам.

Змішаний сигнал - це багатовимірний сигнал, що описується функцією деякої кількості безперервних й деякої кількості дискретних змінних. Приклад змішаного двовимірного сигналу - ансамбль безперервних сигналів, що змінюються в часі (t - друга змінна), що знімаються з набору кількох приймачів (номера датчиків - перша змінна).

Питання для самоперевірки

1. Що розуміють під інформацією?
2. Що розуміють під повідомленням?
3. В якому вигляді можуть бути подані повідомлення?
4. Що розуміють під сигналом?
5. Що розуміють під груповим сигналом?
6. Що розуміють під завадою?
7. Який сигнал вважають детермінованим?
8. Який сигнал вважають випадковим?
9. Який сигнал вважають аналоговим?
10. Який сигнал вважають дискретним?
11. В якій формі може передаватися дискретний сигнал?
12. Який сигнал вважають цифровим?

2 Форми математичного представлення сигналів

2.1 Часове представлення сигналів

Математичною моделлю електричного сигналу може бути функціональна залежність напруги або струму від часу.

Найпоширена модель одновимірного періодичного сигналу – синусоїдальна: $U(t) = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$

Імпульсний сигнал в часовому представленні:

$$U(t) = \begin{cases} = 0 \; при & t < 0 \\ \neq 0 \; при & 0 \le t \le \tau \\ = 0 \; при & t > \tau \end{cases}.$$

2.2 Частотне представлення сигналів

Для вивчення частотних властивостей сигналу його представляють у вигляді спектра, який знаходять на основі математичного апарата ***Фур'є.*** Періодичний сигнал будь-якої форми може бути поданий у вигляді суми гармонічних коливань. До цієї суми можуть входити парні та непарні гармоніки, а амплітуди та початкові фази мають конкретні значення в залежності від форми сигналу.

$$S(t) = \frac{S_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} S_k \cdot \cos(k\omega_1 t + \phi_k), \qquad (2.1)$$

причому значення амплітуд S_k та фаз $\varphi_к$ гармонік обчислюються за формулою:

$$S_k e^{j\phi_k} = \frac{2}{T}\int_0^T S(t)e^{-jk\omega_1 t}dt \qquad (2.2)$$

Вираз (2.1) називають ***рядом Фур'є***. Якщо використати формулу Ейлера:

$$\cos(k\omega_1 t + \phi_k) = \frac{e^{j(k\omega_1 t+\phi_k)} + e^{-j(k\omega_1 t+\phi_k)}}{2}, \qquad (2.3)$$

то ряд Фур'є можна записати у комплексному вигляді:

$$S(t) = \frac{1}{2}\sum_{k=-\infty}^{\infty} S_k e^{jk\omega_1 t} \qquad (2.4)$$

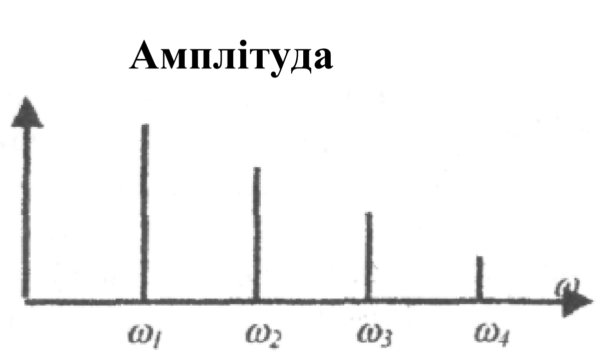
Формули (2.2) та (2.4) називаються ***парою перетворень Фур'є***.

В загальному випадку ***періодичний*** сигнал складається з незалежної від часу постійної складової та нескінченного набору гармонічних коливань (гармонік) з частотами

$$\omega_n = n\,\omega_i,\ (i = 1, 2, 3,\ldots),$$

де i – номер гармоніки.

Амплітуда



Частота

Рисунок 2.1 - Графічне зображення спектра періодичного сигналу

Зображені на рисунку 2.1 відтинки називають спектральними лініями, а сам спектр – лінійчастим.

В загальному випадку ряд Фур’є є безкінцевим, але амплітуди різко зменшуються зі зростанням номеру гармоніки. Тому високочастотними гармоніками нехтують, тобто обмежують спектр сигналу, але так, щоб не втратити значну частину інформації, яку переносить сигнал.

Інтервал частот, в якому розміщується обмежений спектр, називають ***шириною спектра.***

Частотний спектр ***неперіодичного*** сигналу аналогічний спектру періодичного сигналу, але замість ряду Фур’є (2.1) використовують інтеграл Фур’є:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t) e^{-j\omega t} dt \,, \tag{2.5}$$

де $S(\omega)$ – це ***спектральна густина сигналу*** $S(t)$.

Інтеграл Фур’є (2.5) виражає неперіодичну функцію $S(t)$ у вигляді суми безкінцевої кількості гармонік з безкінцево малими амплітудами та з частотами, що займають діапазон від $-\infty$ до $+\infty$ (наприклад, рис. 2.2):

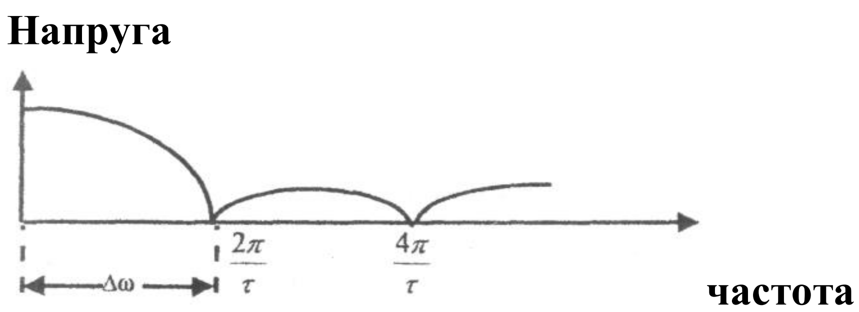


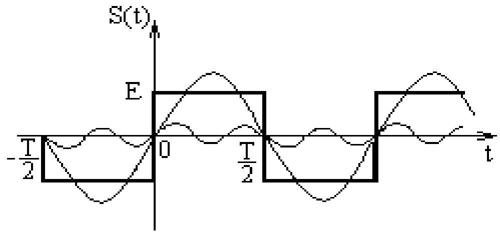
Рисунок 2.2 - Спектр поодинокого прямокутного імпульсу напруги

Різниця частот між сусідніми гармоніками:

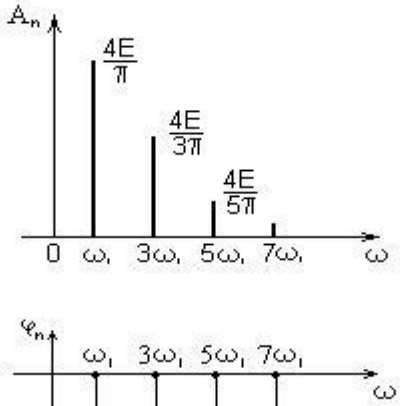
$$\Delta f = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{1}{\tau} \quad \text{- співвідношення невизначенності.} \qquad (2.6)$$

З (2.6) видно, що чим менше ширина імпульсу τ, тим меншою має бути $\Delta\omega$, тобто тим більш широкою має бути збережена частина спектра передачі сигналу, щоб не втратити значну частину інформації, яку переносить сигнал. Водночас чим менше тривалість імпульсу τ, тим ширше спектр.

На рисунках 2.3, 2.4 наведені спектри найпростіших одновимірних періодичних сигналів.



а



б

а – функції коливання та його гармонік;

б – спектри амплітуд і фаз сигналу

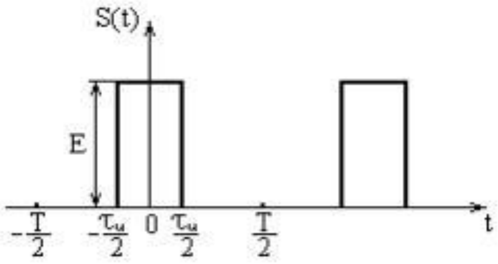
Рисунок 2.3 - Прямокутні коливання (меандр)

2.3 Дискретизація неперервних сигналів за часом. Теорема Котєльнікова

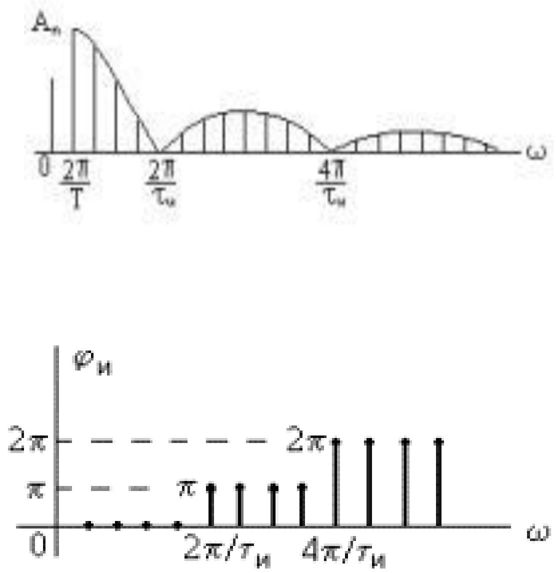
Передавання повідомлень здійснюється неперервними або дискретними сигналами.

Неперервні сигнали є неперервними функціями часу з безмежною кількістю проміжних точок.

Дискретне повідомлення має кінцеву кількість значень. Передавання та зберігання дискретних повідомлень математично відповідає передаванню та зберіганню кінцевого набору символів і може бути зведене до передавання та зберігання послідовності чисел.



а



б

а – функція сигналу; б – спектри амплітуд і фаз сигналу

Рисунок 2.4 - Послідовність уніполярних прямокутних імпульсів

Для передавання неперервних повідомлень без похибки потрібен канал зв'язку з безкінцевою пропускною здатністю. На практиці завжди передавання повідомлень здійснюється з обмеженими спектром частот та точністю, оскільки всі канали мають обмежену пропускну здатність.

Якщо неперервне повідомлення має обмежений спектр частот, то воно завжди може бути передано своїми значеннями в окремі моменти часу, тобто перетворене на дискретне за часом, що складається з послідовного у часі ряду значень.

Можливість такої заміни вперше була обгрунтована в 1933 році В.А. Котєльніковим та сформульована у вигляді теореми: «Якщо функція *x(t)* не вміщує в собі частот, вищих за f_{max}, то вона повністю визначається своїми миттєвими значеннями у моменти часу, що лежать у віддаленні один від одного на $1/2f_{max}$».

В деякій літературі її називають ще ***теоремою відрахунків***.

Нехай сигнал, що описується неперервною функцією часу *x(t)*, має обмежений спектр, є кусково-неперервним і має обмежену кількість екстремумів (задовольняє умовам Діріхлє), тобто перетворення Фур'є:

$$S(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \tag{2.7}$$

задовольняє умові $S(j\omega) = 0$, якщо $|\,\omega\,| > \omega_{max}$.

При визначенні сигналу інтегралом Фур'є інтегрування можна окреслити значеннями ω_{max} та $-\omega_{max}$, тобто:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_{max}}^{\omega_{max}} S(j\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega \tag{2.8}$$

Розглянувши спектральну функцію (2.7) як функцію частоти, період якої дорівнює $2\omega_{max}$, можна розкласти цю функцію в ряд Фур'є на інтервалі $[-\omega_{max}, \omega_{max}]$:

$$S(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \cdot e^{\frac{jk\omega}{\omega_{max}}} , \tag{2.9}$$

де коефіцієнти розкладення:

$$C_k = \frac{1}{2\omega_m} \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega) \cdot e^{-\frac{j\pi\omega}{\omega_m}} d\omega . \tag{2.10}$$

Порівнюючи вирази (2.10) та (2.8), можна помітити, що вони співпадають до постійного множника π/ω_{max}, який обозначимо Δt, тобто $\Delta t = \pi/\omega_{max}$.

Виражаємо час t через інтервали Δt: $t = -k\Delta t$, де k – кількість інтервалів Δt, що входять в величину часу t.

Тоді:

$$C_k = \frac{\pi}{\omega_{max}} x(-k\Delta t) . \tag{2.11}$$

Підставивляємо (2.11) до (2.9):

$$S(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\pi}{\omega_{max}} \cdot x(-k\Delta t) \cdot e^{\frac{j\pi k\omega}{\omega_{max}}} . \tag{2.12}$$

Підставивши тепер (2.12) у (2.8):

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_{max}}^{\omega_{max}} e^{j\omega t} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\pi}{\omega_{max}} \cdot x(-k\Delta t) \cdot e^{\frac{j\pi k\omega}{\omega_{max}}} d\omega = \frac{1}{2\omega_{max}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta t) \int_{-\omega_{max}}^{\omega_{max}} e^{j\omega(t-k\Delta t)} d\omega .$$

Зміна знаку k може бути здійснена тому, що додавання функції здійснюється за всіма негативними і позитивними значеннями k. Після обчислення інтегралу

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega(t-k\Delta t)} d\omega = \frac{2\sin\omega(t-k\Delta t)}{t-k\Delta t} \tag{2.13}$$

функція $x(t)$ має вигляд:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta t)\frac{\sin\omega_{\max}(t-k\Delta t)}{\omega_{\max}(t-k\Delta t)} . \tag{2.14}$$

Інтерполяційний ряд (2.14) має назву ***ряду Котєльнікова***. Цей вираз показує, що неперервна функція $x(t)$ з обмеженим спектром може бути точно представлена відрахунками цієї функції $x(k\Delta t)$, що взяті через рівні інтервали Δt.

$$\Delta t_{\max} = \frac{1}{2f_{\max}} = \frac{\pi}{\omega_{\max}} . \tag{2.15}$$

Множник

$$\varphi(t) = \frac{\sin\omega_{\max}(t-k\Delta t)}{\omega_{\max}(t-k\Delta t)} . \tag{2.16}$$

називають ***функцією відрахунків,*** яка має певні властивості:

- досягає максимуму (одиниці) в моменти часу $t = k\Delta t$;
- дорівнює нулю в моменти часу $t = (k + n)\Delta t$, де n - будь-яке ціле число;
- ортогональна на безкінцевому інтервалі часу.

Фізичний сенс перетворень полягає в тому, що кожен член ряду (2.15) є відгуком ідеального фільтра нижніх частот з граничною частотою зрізу $f_{\max}$ на дуже короткий імпульс, що виникає в момент часу $k\Delta t$, і має площину, яка дорівнює миттєвому значенню функції $x(t)$. Цікавою властивістю ряду є те, що його значення в момент часу

$k\Delta t$ визначається тільки k-тим членом ряду, тому що інші члени ряду в цей час обертаються на нуль.

Таким чином, неперервне повідомлення зводиться до сигналу у вигляді послідовності імпульсів, амплітуда яких дорівнює значенню початкової функції, що перетворюється на дискретні в інтервали часу $k\Delta t$, а інтервали між імпульсами складають $\Delta t = 1/2f_{max}$. У відповідності з теоремою Котєльнікова частота дискретизації повинна бути удвічі більшою ніж максимальна частота сигналу:

$$f_д = 2f_{max}. \tag{2.17}$$

Для перетворення дискретної функції на неперервну необхідно включити ідеальний фільтр нижніх частот з частотою зрізу f_{max}.

Описуваний процес перетворення неперервного повідомлення на дискретне за часом має назву ***дискретизації за часом***.

2.4 Квантування неперервного сигналу

Перетворення неперервної функції на ***дискретну за рівнем*** називають ***квантуванням.***

В інформатиці під **квантуванням** (англ. *quantization*) неперервної або дискретної величини розуміють розбивку діапазону її значень на кінцеве число інтервалів. Найпростішим видом квантування є розподіл цілочисельного значення на натуральне число, називане ***коефіцієнтом квантування***.

Процес квантування полягає в тому, що у діапазоні неперервних значень функції *x(t)* вибирається кінцева кількість значень функції, розподілених, наприклад, за всім діапазоном рівномірно. У будь-який момент часу значення функції замінюється найближчим дискретним за рівнем значенням.

Функція при цьому набуває східчастого вигляду.

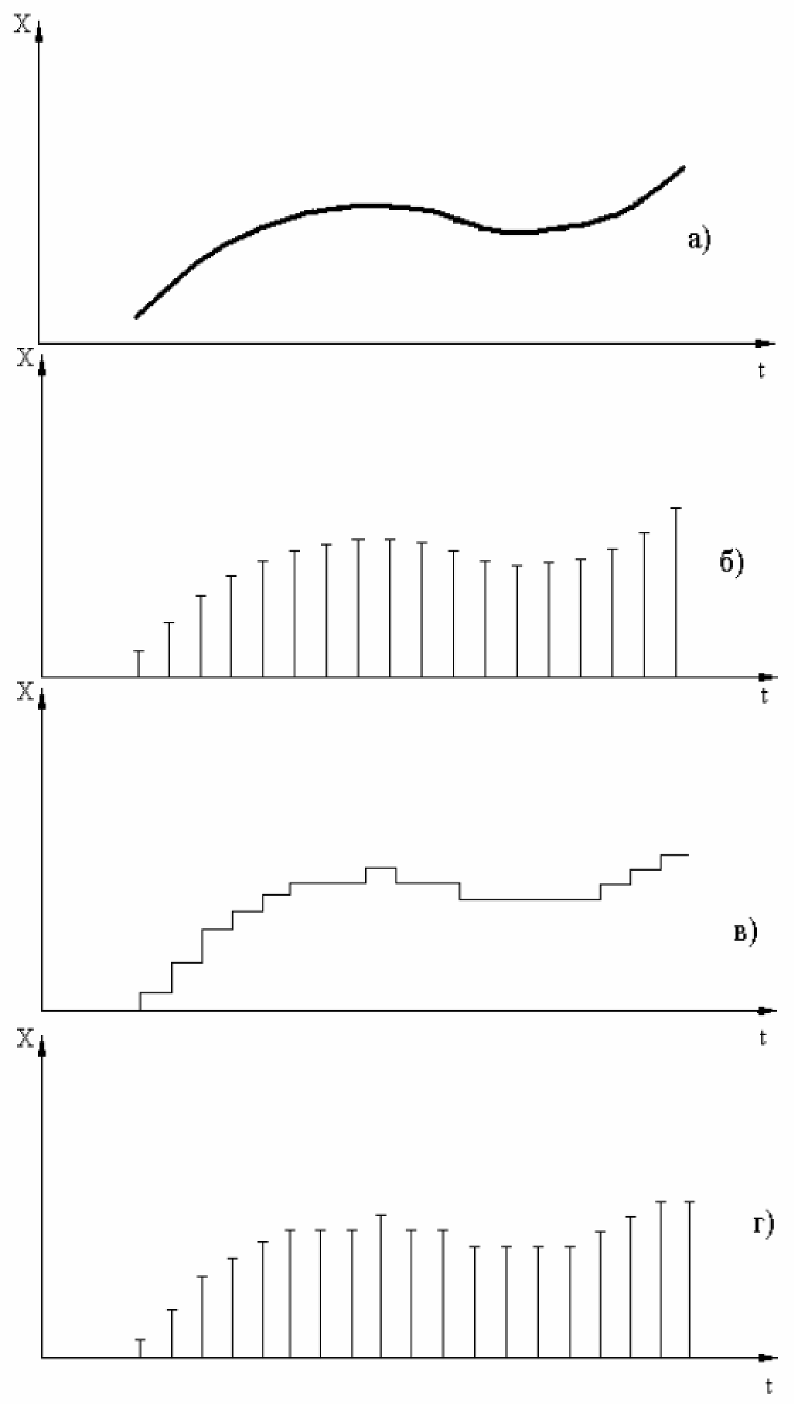
Крок квантування за рівнем - різниця між сусідніми дискретними значеннями функції. Для рівномірного квантування крок $h_{кв}$ постійний.

$$h_{кв} = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{q - 1} \qquad (2.18)$$

де q - кількість кроків квантування.

Абсолютне значення похибки квантування визначається значенням половини кроку квантування $\Delta_{кв} = h_{кв}/2$.

Таким чином, повідомлення та сигнали можуть бути чотирьох типів (рис.2.5): неперервні *(а)*, дискретні за часом та неперервні за рівнем *(б)*, неперервні за часом та квантовані за рівнем *(в)*, дискретні *(г)*.



а- неперервний; б – дискретний за часом і неперервний за рівнем;
в – неперервний за часом та квантований за рівнем; г - дискретний
Рисунок 2.5 – Типи сигналів [2]

Для реальних систем використання теореми Котєльнікова викликає два принципових припущення:

- вважається, що реальні сигнали *x(t)* мають обмежений частотний спектр, хоча вони завжди обмежені за часом і тому мають безкінцевий спектр. В реальних системах відкидають вищі гармоніки, обмежуючись тими, на які припадає найбільша частина енергії сигналу;

- дискретизований реальний сигнал на приймальному боці пропускають крізь фільтри нижніх частот. При цьому він відновлюється досить приблизно, оскільки реальні фільтри не можуть точно відтворити функцію відрахунків (з безкінцевою тривалістю в часі і негативними значеннями самого часу). Для покращання якості фільтрів їх роблять активними зі змінними параметрами.

Питання для самоперевірки

1. Що може бути математичною моделлю електричного сигналу?

2. З чого складається в загальному випадку періодичний сигнал?

3. З чого складається в загальному випадку неперіодичний сигнал?

4. Як залежать амплітуди гармонік ряду Фур'є, з яких складається періодичний сигнал, від їх номера?

5. При обмеженні спектра сигналу якими гармоніками можна знехтувати, не втрачаючи значної частини інформації, яку переносить сигнал?

6. Що називають спектром амплітуд сигналу?

7. Що називають спектром фаз сигналу?

8. Нарисуйте, як виглядає неперервний сигнал.

9. Нарисуйте, як виглядає дискретний за часом і неперервний за рівнем сигнал.

10. Нарисуйте, як виглядає неперервний за часом та квантований за рівнемсигнал.

11. Нарисуйте, як виглядає дискретний сигнал.

3 Характеристики і параметри сигналів

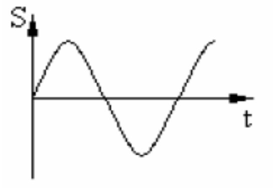
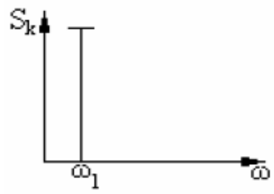
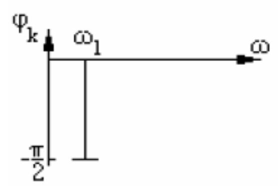
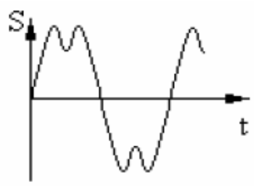
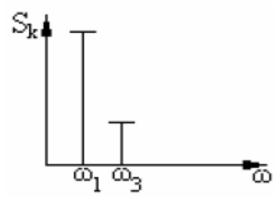
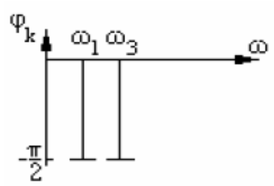
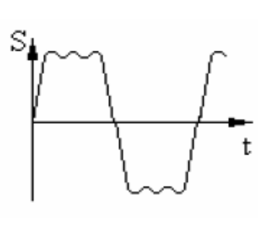
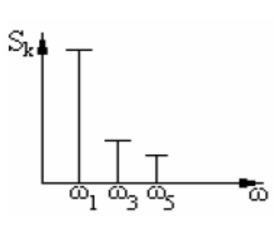
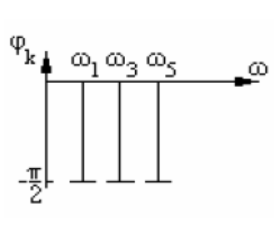
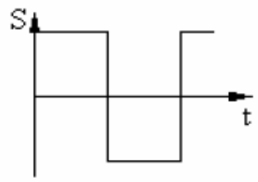
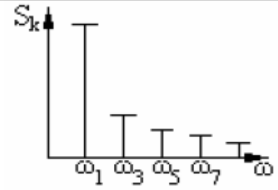
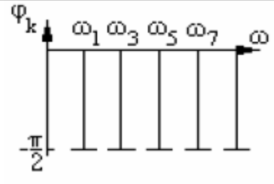
3.1 Одновимірний сигнал

Нехай сигнал у формулі (3.1) складається з однієї гармоніки:

$$S(t) = S\cos\left(\omega_1 t - \frac{\pi}{2}\right) .$$

Тоді характеристики сигналу можна зобразити у такому вигляді (таблиця 3.1).

Таблиця 3.1 - Спектральні характеристики одновимірних сигналів [2]

Аналітич-ний вираз	Зображення	Спектр амплітуд	Спектр фаз
$S(t) = S\cos\left(\omega_1 t - \frac{\pi}{2}\right)$			
$S(t) = S\cos\left(\omega_1 t - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{S}{3}\cos\left(\omega_3 t - \frac{\pi}{2}\right)$			
$S(t) = S\cos\left(\omega_1 t - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{S}{3}\cos\left(\omega_3 t - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{S}{5}\cos\left(\omega_5 t - \frac{\pi}{2}\right)$			
$S(t) = \sum_{k=1,3,5...}^{\infty} \frac{S}{k} \times \cos\left(k\omega_1 t - \frac{\pi}{2}\right)$			

Аналогічно можна подати характеристики інших коливань, що вміщують в собі дві, три та безкінцеву кількість непарних гармонік. Діаграми розподілення амплітуд та фаз за частотою гармонік називаються відповідно ***спектром амплітуд*** та ***спектром фаз***.

Для порівняння потужності сигналів, що передаються системою електрозв'язку, користуються логарифмічними одиницями – ***децибелами*** (дБ):

$$P = 10 \cdot \lg\left(\frac{P_2}{P_1}\right), \tag{3.1}$$

де P_1 та P_2 - потужності двох сигналів.

Якщо брати у вигляді P_1 якийсь зразковий рівень, тобто проводити порівняння рівня сигналу відносно базового, то рівняння (1.6) набуває вигляду

$$P = 10 \cdot \lg\left(\frac{P}{P_0}\right). \tag{3.2}$$

За базовий рівень приймається потужність 1 мВт, що розсіюється на опорі 600 Ом. Ті значення, що одержують відносно цього рівня, називають ***децибел-міліватом*** (дБмВ).

Динамічний діапазон сигналу визначається:

$$D_c = 10 \cdot \lg\left(\frac{P_{\max}}{P_{\min}}\right), \tag{3.3}$$

де P_{max} та P_{min} - відповідно максимальне та мінімальне значення миттєвої потужності.

Цей параметр також визначають за амплітудами сигналів:

$$D_c = 20 \cdot \lg\left(\frac{U_{\max}}{U_{\min}}\right), \tag{3.4}$$

де U_{max} та U_{min} – відповідно максимальне та мінімальне значення амплітуд сигналу.

Пік-фактором сигналу називають відношення його максимальної потужності до середньої у логарифмічних одиницях.

$$Q = 10 \cdot \lg\left(\frac{P_{\max}}{P_{сер}}\right). \tag{3.5}$$

Параметри сигналів, що використовуються для передавання інформації різними каналами зв'язку, відрізняються (таблиця 3.2).

Таблиця 3.2 - Параметри одновимірних сигналів [2]

Назва	Смуга частот, Гц	P_{min}, мкВт	$P_{сер}$, мкВт	P_{max}, мкВт	D_c, дБ	Q, дБ	V, біт/с
Телефонний (мовний)	300…3400	0,22	32	2200	40	18,5	8000
Звукового мовлення	300…15000	-	923	8000	65	-	180000
Факсимільний	0…732 0…1100 0…1465	-	-	-	25	4,5	штрих – 2930 напів-тонов. 11700
Телевізійний	$50…6\cdot10^6$	-	-	-	40	4,8	$80\cdot10^6$
Телеграфний	50, 100, 150, 600, 1200, 1400	-	-	-	-	-	3000

3.2 Параметри випадкових сигналів і перешкод

Розглянемо найпоширеніші типи випадкових сигналів і перешкод.

Телеграфний сигнал (рис. 3.1) - це випадковий процес $x_k(t)$, що представляє собою послідовність прямокутних позитивних і негативних імпульсів з випадковими тривалостями й детермінованими значеннями амплітуд, причому зміни знака усередині будь-якого інтервалу $(t, t+\tau)$ відбуваються з інтенсивністю α у випадкові моменти часу й не залежать від процесів у суміжних часових інтервалах.

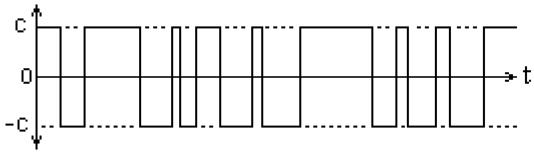


Рисунок 3.1 - Телеграфний сигнал

Якщо вважати випадковою величиною телеграфного сигналу значення n - кількість змін знака усередині інтервалу τ, □□то розподіл імовірностей значень n буде описуватися законом Пуассона

$$P(n) = (\alpha \mid \tau \mid)^2 \exp(-\alpha|\tau|)/n. \qquad (3.6\ )$$

Важливими характеристиками випадкових сигналів є кореляція та коваріація.

Кореляційна функція - функція часу або просторових координат, яка задає кореляцію у системах із випадковими процесами.

Залежна від часу кореляція двох випадкових функцій X(t) та Y(t) визначається, як

$$C(t,t') = \langle X(t)Y(t') \rangle,$$

де кутові дужки позначають процедуру усереднення.

Якщо кореляційна функція обчислюється для одного й того ж процесу, вона називається ***автокореляційною***:

$$C_{auto}(t,t') = \langle X(t)X(t') \rangle.$$

При обчисленні кореляційної функції $R_x(\tau)$ телеграфного сигналу кожний окремий добуток $x_k(t)x_k(t+\tau)$ дорівнює або c^2, або $-c^2$ залежно від збігу або розбіжності знаків $x_k(t)$ і $x_k(t+\tau)$, причому ймовірність c^2 дорівнює сумі ймовірностей P(0)+P(2)+P(4)+..., а ймовірність $-c^2$ визначається відповідно сумою ймовірностей P(1)+P(3)+P(5)+... .

Отже:

$$R_x(\tau) = M\{x_k(t)x_k(t+\tau)\} = c^2 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n P(n) = c^2 \exp(-\alpha|\tau|) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (\alpha/\tau)^n / n =$$
$$= c^2 \exp(-2\alpha|\tau|). \qquad (3.7)$$

Параметр α повністю визначає коваріаційні й спектральні властивості телеграфного сигналу (рис. 3.2).

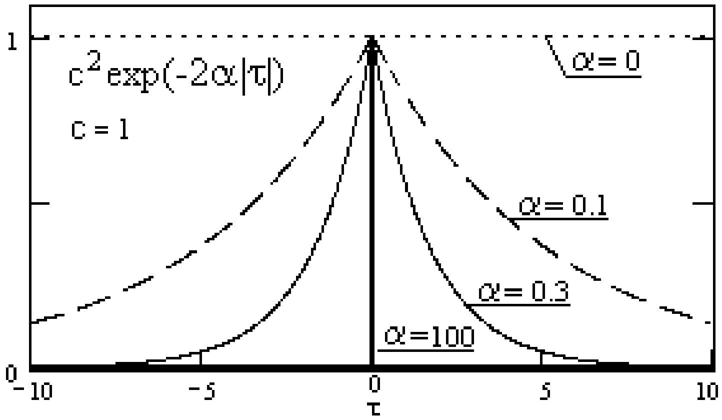


Рисунок 3.2 – Функція кореляції телеграфного сигналу [6]

При $\alpha \Rightarrow 0$ характеристики сигналу наближаються до характеристик постійної складової, при $\alpha \Rightarrow \infty$ - до характеристик білого шуму.

Коваріація в теорії ймовірностей та математичній статистиці - це числова характеристика залежності випадкових величин. Сутність коваріації полягає в тому, що вона виникає внаслідок невизначеності результату перемножування двох сукупностей чисел.

Коваріація двох випадкових величин X, Y позначається як $\mathrm{Cov}(X,Y)$і виглядає так:

$$\mathrm{Cov}(X,Y) = \mathrm{E}[(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)] = \mathrm{E}(XY) - \mu_X\mu_Y = \mu_{XY} - \mu_X\mu_Y,$$

де E— оператор математичного сподівання;

μ_X— середнє значення величини X;

μ_Y— середнє значення величини ;

$\mathrm{E}(XY)$— математичне сподівання добутку величин X, Y;

μ_{XY}— це середнє значення добутку цих величин.

Це визначення має сенс за умови скінченності дисперсій випадкових величин.

Якщо X, Y— незалежні, то їх коваріація дорівнює нулю. Зворотнє твердження не вірне.

Інтервал коваріації телеграфного сигналу:

$$T_к = 2\int_0^\infty (R_x(\tau)/c^2)\, d\tau = 2/\alpha. \qquad (3.8)$$

Звідси випливає, що чим більше α, тим менше час коваріації процесу. При $\alpha \Rightarrow 0$ $T_k \Rightarrow \infty$ і процес вироджується в детермінований, тобто прагне до постійнійої складової (рис. 2.). При $\alpha \Rightarrow \infty$ $T_k \Rightarrow 0$ і процес вироджується в білий шум з некорельрованими відліками навіть на сусідніх часових точках.

Двостороння спектральна густина сигналу (рис. 3.3):

$$S_x(\omega) = R_x(\tau) \exp(-j\omega\tau)\, d\tau = \alpha c^2/(\alpha^2+\omega^2). \qquad (3.9)$$

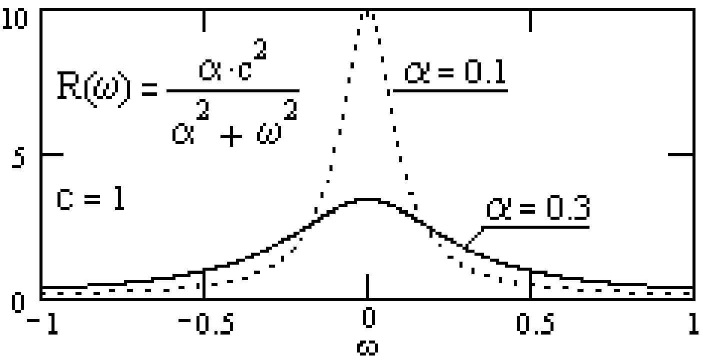


Рисунок 3.3 – Спектр телеграфного сигналу [6]

Однобічна спектральна густина:

$$G_x(\omega) = 2\int_0^\infty R_x(\tau)\exp(-j\omega\tau)\,d\tau = 2\alpha c^2/(\alpha^2+\omega^2). \qquad (3.10)$$

Ширина спектра телеграфного сигналу:

$$B_к = \int_0^\infty G_x(\omega)\,d\omega/G_x(0) \equiv \int_0^\infty S_x(\omega)\,d\omega/S_x(0) = \alpha\pi. \qquad (3.11)$$

Звідси випливає, що спектр випадкового процесу тим ширше, чим менше інтервал коваріації процесу.

Білий шум є стаціонарним випадковим процесом x(t) з постійною спектральною щільністю $G_x(f) = \sigma^2$, що дорівнює дисперсії значень x(t). Інакше кажучи, всі спектральні складові білого шуму мають однакову енергію (як білий колір містить всі кольори видимого спектра).

За своїм фізичним змістом спектральна густина - це потужність процесу, що доводиться на 1 Гц смуги частот. Але тоді ідеального білого шуму на практиці не може існувати, тому що для нього повинна була б виконуватися умова

$$R_x(0) = \int_0^\infty G_x(f)\,df = (\sigma^2/2)\cdot\delta(0) = \infty, \qquad (3.12)$$

тобто потужність білого шуму і його дисперсія дорівнюють нескінченності, а значення шуму не корельовані для будь-яких $|\tau| \neq 0$, тому що кореляційна функція являє собою ідеальний дельта-імпульс. Проте багато перешкод у радіотехніці, у техніці зв'язку й в інших галузях розглядають як білий шум, якщо виконується наступне співвідношення між шириною спектрів корисних сигналів і шумів:

$$B_{к.сигнал}/B_{k.шум} << 1,$$

і спектральна густина шумів слабко змінюється в інтервалі спектра сигналу.

Якщо частотний діапазон спектра, на якому розглядаються сигнали й перешкоди, дорівнює 0…B, то спектральна густина шуму задається у вигляді

$$G_x(f) = \sigma^2,\ \ 0 \le f \le B;\ \ G_x(f) = 0,\ \ f > B, \qquad (3.13)$$

при цьому кореляційна функція шуму (рис. 3.4) визначається виразом

$$R_x(\tau) = \sigma^2 B\cdot\sin(2\pi B\tau) / 2\pi B\tau. \qquad (3.14)$$

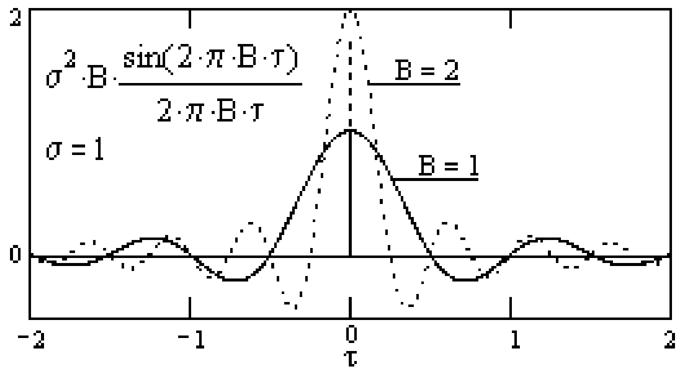


Рисунок 3.4 – Функції кореляції білого шуму в частотному інтервалі 0…B [6]

Ефективна шумова ширина спектра:

$$B_k = R_x(0)/G_x(f)_{max} = B. \qquad (3.15)$$

Ефективний шумовий час коваріації:

$$T_k = 2\int_0^{\infty} |R_x(\tau)|d\tau\ /R_x(0). \qquad (3.16)$$

Реальний шумовий час коваріації доцільно визначити по ширині головного максимуму функції $R_x(\tau)$, у якому зосереджена основна частина енергії шумів, при цьому $T_k = 1/B_k$; $B_kT_k = 1$, тобто співвідношення невизначеності виконується.

Як видно із всіх цих виразів і наочно видно на рисунку 3.4, обмеження частотного діапазону шумів певним діапазоном еквівалентно фільтрації білого шуму частотним фільтром з відповідною шириною смуги пропускання, при цьому, кореляційна функція імпульсного відгуку фільтра переноситься на шум.

Гаусівський шум виникає при підсумовуванні статистично незалежних білих шумів і має наступну функцію кореляції:

$$R_x(\tau) = a\ \exp(-2\pi\sigma^2\tau^{2)}. \qquad (3.17)$$

Спектральна густина шумів:

$$S_x(f) = (a/\sigma\sqrt{2\pi}\ )\ \exp(-f^{2/2}\sigma^{2)}, \quad -\infty < f < \infty. \qquad (3.18)$$

Ефективні шумові ширина спектра й час коваріації:

$$B_k = \sigma\sqrt{2\pi}/2 = 1.25\sigma, \qquad T_k = 1/\sigma\sqrt{2\pi} = 0.4/\sigma. \qquad (3.19)$$

Співвідношення невизначеності перетворюється в рівність $B_kT_k = 1/2$.

Гаусівські випадкові процеси переважають на практиці. Випадковий процес x(t) називається гаусіовським, якщо для будь-якого набору фіксованих моментів часу t_n випадкові величини $x(t_n)$ підкоряються багатомірному нормальному розподілу. Густина імовірностей миттєвих значень x(t) ергодичного гаусівського процесу визначається виразом

$$p(x) = (\sigma_x\sqrt{2\pi}\ )^{-1}\ \exp(-(x-m_x)^{2/2}\sigma^{2)}. \qquad (3.20)$$

Середнє значення і його оцінка по досить великому інтервалі T:

$$m_x = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)\,dx, \qquad m_x \approx (1/T)\int_{0}^{T} x(t)\,dt.$$

При нульовому середньому (або при центруванні функції x(t) для спрощення розрахунків) дисперсія не залежить від t:

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2\,p(x)\,dx.$$

Оцінка дисперсії при більших T:

$$\sigma_x^2 \approx (1/T)\int_{0}^{T} x^2(t)\,dt = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(f)\,df = 2\int_{0}^{\infty} S_x(f)\,df = \int_{0}^{\infty} G_x(f)\,df. \qquad (3.21)$$

Отже, густина імовірностей гаусівського процесу повністю характеризується спектральною густиною, по якій можна визначити значення дисперсії процесу. На вид спектральних густин і відповідних їм коваріаційних функцій ніяких обмежень не накладається.

Питання для самоперевірки

1. Що таке спектр амплітуд?
2. Що таке спектр фаз?
3. Що це за одиниця вимірювання – децибел?
4. Як визначається динамічний діапазон сигналу?
5. Що називають пік-фактором сигналу?
6. Характеристиками яких сигналів є кореляція та коваріація?
7. Як визначається кореляція двох функцій?
8. Як визначається коваріація функцій?
9. Що таке білий шум?
10. Що таке гаусівський шум?

4 Модуляція сигналів

Модуляція - утворення сигналу передавання шляхом зміни параметрів сигналу, що є носієм, під впливом повідомлення.

Модулюючий сигнал впливає на той чи інший параметр коливань - носіїв (амплітуду, частоту, фазу), змінюючи його таким чином, щоб той повністю відображував інформаційну сутність модулюючого сигналу. Якщо повідомлення неперервні, а коливання синусоподібні, то в залежності від модульованого параметра розрізняють амплітудну, частотну та фазову модуляцію. Для дискретних сигналів найбільш поширеними є амплітудно-імпульсна, широтноімпульсна, фазоімпульсна, частотноім пульсна, кодоімпульсна та дельта- модуляції.

4.1 Амплітудна модуляція

Для цього виду модуляції у високочастотному коливанні:

$$U = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) \tag{4.1}$$

змінюється амплітуда. Модулюючий сигнал впливає на амплітуду носія таким чином, що:

$$U_{ам} = \left(U_0 + \Delta U(t)\right)\cos(\omega_0 t + \varphi) = U_0\left(1 + \frac{\Delta U(t)}{U_0}\right)\cos(\omega_0 t + \varphi) \tag{4.2}$$

Якщо модулюючий сигнал змінюється за аналогічним законом, але з нижчою частотою, то:

$$U_м = \Delta U \cos \Omega t \tag{4.3}$$

$$U_{ам} = U_0 \cdot \left(1 + \frac{\Delta U}{U_0}\cos \Omega t\right) \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi) \tag{4.4}$$

Величину

$$m_a = \frac{\Delta U}{U_0} \tag{4.5}$$

називають ***глибиною амплітудної модуляції*** .

$$U_{ам} = U_0 \cdot (1 + m_a \cos \Omega t) \cdot \cos \omega t = U_0 \cos \omega t + U_0 m_a \cdot \cos \Omega t \cdot \cos \omega t =$$
$$= U_0 \cos \omega t + \frac{U_0 m_a}{2} \cos(\omega - \Omega)t + \frac{U_0 m_a}{2} \cos(\omega + \Omega)t \tag{4.6}$$

Для спрощення у формулі (4.6) фаза сигналу φ прийнята рівною нулю. Таким чином модульовані коливання можуть бути представлені у вигляді спектра, який складається з трьох складових: основної з частотою ω та амплітудою U_0, а також двох бічних із частотами $(\omega - \Omega)$ та $(\omega + \Omega)$ і амплітудою $U_0 m_0 / 2$.

Схеми модулятора та демодулятора наведені на рисунку 4.1 (*в, г*).

При відсутності напруг U_ω та U_Ω крізь коливальне коло модулятора тече постійний струм. За наявності цих напруг струм починає змінюватися разом з напругами, причому базовий струм визначається сумою складових обох частот. Для фільтрації непотрібних частот до колекторного ланцюга вмикають коливальне коло, що виконує функцію навантаження та має великий опір на резонансній частоті, що дорівнює частоті носія. Смуга пропускання контуру повинна бути не менш як удвічі ширшою за найбільшу з частот модулюючої напруги.

Процес детектування складається з випрямлення амплітудно-модульованих коливань, в результаті якого утворюються імпульси частоти-носія з амплітудою, що відбиває форму коливання початкового повідомлення. Найбільш простим фільтром нижніх частот є конденсатор, який включається паралельно навантаженню.

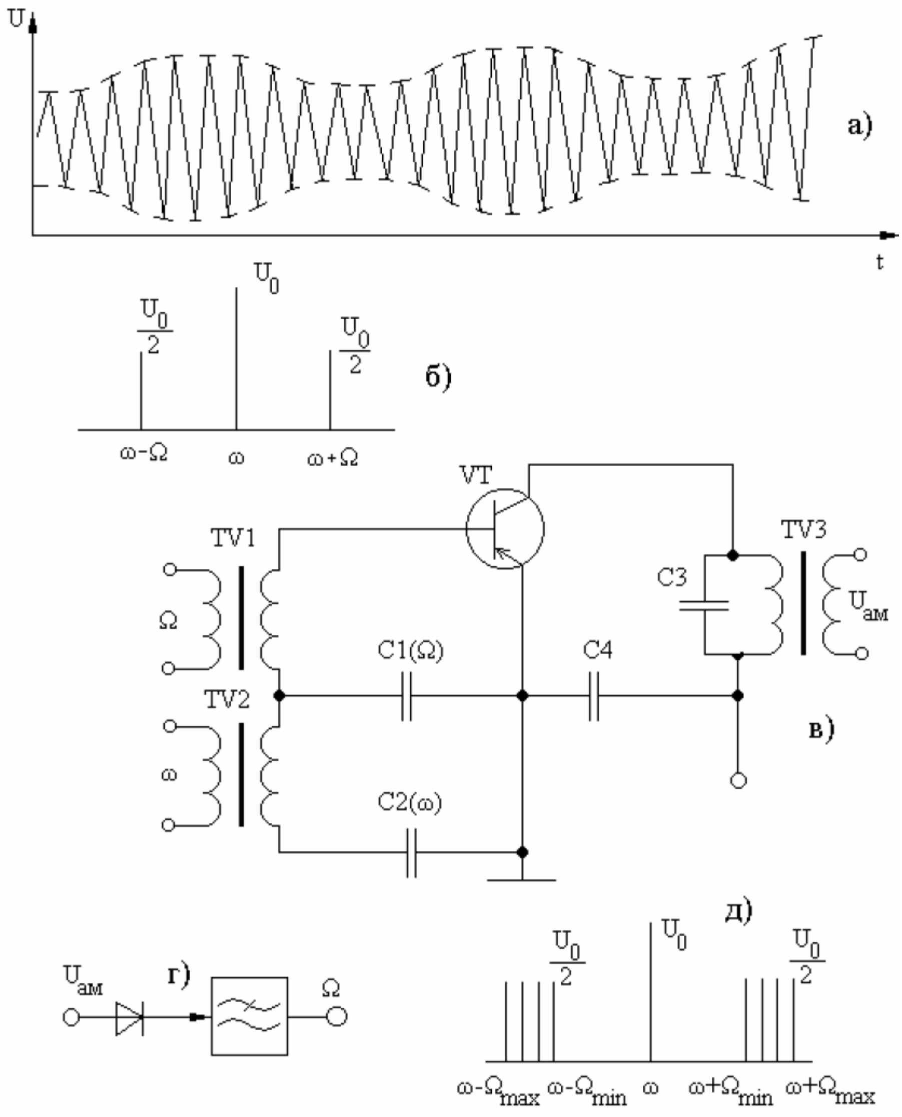


Рисунок 4.1 – Вигляд (а) і спектр (б) амплітудно-модульованих коливань, схеми модулятора (в) та демодулятора (г), реальний спектр частот (д) [2]

Оскільки у реальному вигляді модулюючий сигнал відрізняється від синусоподібної форми (інакше повідомлення не несе інформації), то виникає не дві бічних частоти, а їх спектр (рисунок 4.1, *д*).

Переваги амплітудної модуляції:

- смуги частот, які займає амплітудно-модульований сигнал досить вузькі, тобто займають менший частотний діапазон;
- реалізація пристроїв нескладна.

Недолік: середня потужність сигналу набагато менша за пікову, тобто аппаратура використовується не на повну потужність.

Інформація для випадку амплітудної модуляції передається тільки у бічній смузі частот цього коливання. Це дозволяє здійснювати передавання повідомлення тільки на одній з бічних смуг частот (верхній або нижній). Цей метод називається ***односмуговою амплітудною модуляцією***.

На відміну від нього попередній метод одержав назву ***амплітудної модуляції з двома бічними смугами***. При цьому смуга частот повідомлення, яке передається, переноситься у зону вищих частот без розширення загальної смуги пропускання. Смуга частот каналу передавання звужується, а потужність сигналу збільшується в чотири рази. Складність реалізації цього методу пов’язана зі складністю побудови приймача. Необхідна побудова ще одного генератора частоти -носія, який був би синхронним та синфазним з генератором передавача. Крім цього, на приймачеві утворюється складне несинусоподібне коливання, з якого за допомогою фільтра нижніх частот виділяють інформаційну складову.

4.2 Частотна модуляція

Під час частотної модуляції частота синусоподібних коливань змнюється в часі відносно його центрального значення ω_0 за законом модулюючого сигналу. Амплітуда коливань при цьому лишається незмінною:

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega(t) \qquad (4.7)$$

Найбільше відхилення ω від центральної частоти називається ***девіацією***. Якщо:

$$\Delta\omega(t) = \omega_0\, m_f \cos \Omega t\,, \qquad (4.8)$$

то максимальне значення $\Delta\omega(t)$ буде при cos ωt = 1. Відношення

$$m_f = \frac{\Delta\omega}{\omega} \tag{4.9}$$

має назву ***індексу частотної модуляції***.

Коливання з постійною амплітудою можна представити:

$$U_{чм} = U_0 \cos \Phi(t) \tag{4.10}$$

де $\Phi(t)$ - миттєва фаза сигналу.

$$\Phi(t) = \omega_0 t + \varphi_0 \quad . \tag{4.11}$$

Якщо частота ω_0 постійна, то:

$$\omega = \frac{d\Phi}{dt} \tag{4.12}$$

звідки:

$$\Phi = \int \omega dt + C \tag{4.13}$$

Неважко переконатися, що постійна C дорівнює початковій фазі коливань φ_0. Тоді:

$$U_{чм} = U_0 \cos\left(\int \omega dt + \varphi_0\right) = U_0 \cos\left(\int (\omega_0 + \Delta\omega(t))dt + \varphi_0\right) = U_0 \cos\left(\omega_0 t + \int \Delta\omega(t)dt + \varphi_0\right) \tag{4.14}$$

Підставляючи (4.8) до (4.14) після інтегрування можна отримати:

$$U_{чм} = U_0 \cos\left(\omega_0 t + \frac{\omega_0 m_f}{\Omega} \sin \Omega t\right) \tag{4.15}$$

Розглядаючи випадок, коли $m_f << 1$, можна отримати сигнал у вигляді:

$$U_{чм} = U_0 \cos\omega_0 t + \frac{U_0 m_f}{2}\cos(\omega_0 + \Omega)t + \frac{U_0 m_f}{2}\cos(\omega_0 - \Omega)t \tag{4.16}$$

Тобто, для цього випадку характеристики та спектр відповідають амплітудній модуляції. Якщо $m_f > 1$, то частотно-модульований сигнал має безкінцеву кількість бічних складових спектра, амплітуда яких зменшується при віддаленні від ω_0. На практиці ширину спектра обмежують частотами складових, амплітуди яких не менші за 0,1 U_0. Тоді приблизна ширина спектра складає:

$$\Delta\omega = 2\Omega\cdot(m_f + 1) \tag{4.17}$$

Переваги частотної модуляції:

- висока завадозахищеність,
- проста реалізація.

Недолік: широкий частотний спектр при інтенсивному модулюючому сигналі.

4.3 Фазова модуляція

Під час фазової модуляції повідомлення, що передається, змінює значення фази переносника.

Рівняння фазо-модульованого сигналу:

$$U_{фм} = U_0 \cos\left(\omega_0 t + \frac{m_\varphi \omega_0}{\Omega}\sin\Omega t\right) \tag{4.18}$$

практично співпадає з рівнянням (5.15) для частотно-модульованого коливання, з урахуванням того, що індекс фазової модуляції:

$$m_\varphi = \Delta\varphi\ . \tag{4.19}$$

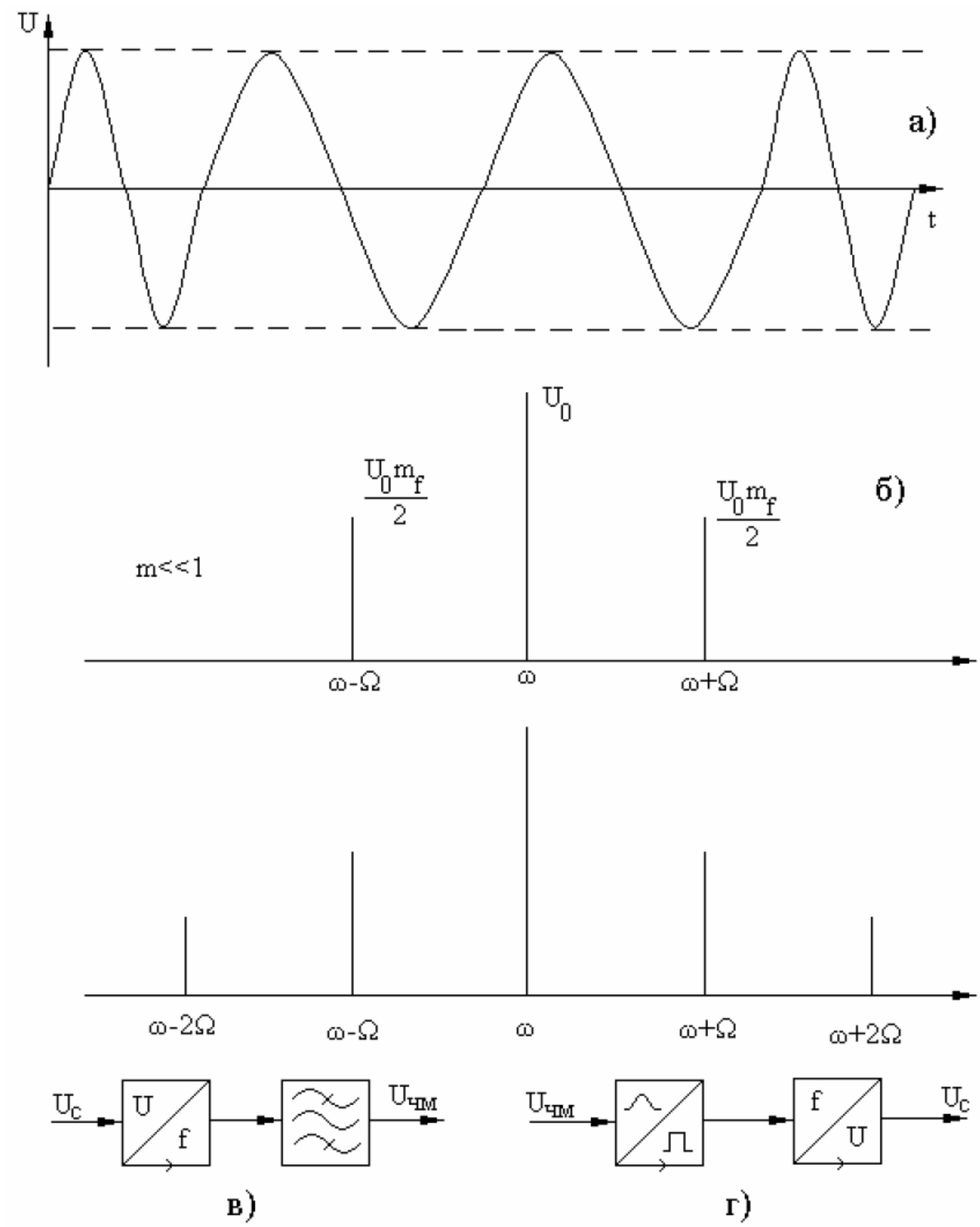


Рисунок 4.2 – Форма сигналу (а), спектри частотно-модульованих коливань (б), модулятор (в) та демодулятор (г) [2]

У випадку фазової модуляції змінюється не лише фаза, але й миттєва частота. Девіація кутової частоти $\Delta\omega$ пов'язана з девіацією фази співвідношенням:

$$\Delta\omega = \Omega \cdot \Delta\varphi \,. \qquad (4.20)$$

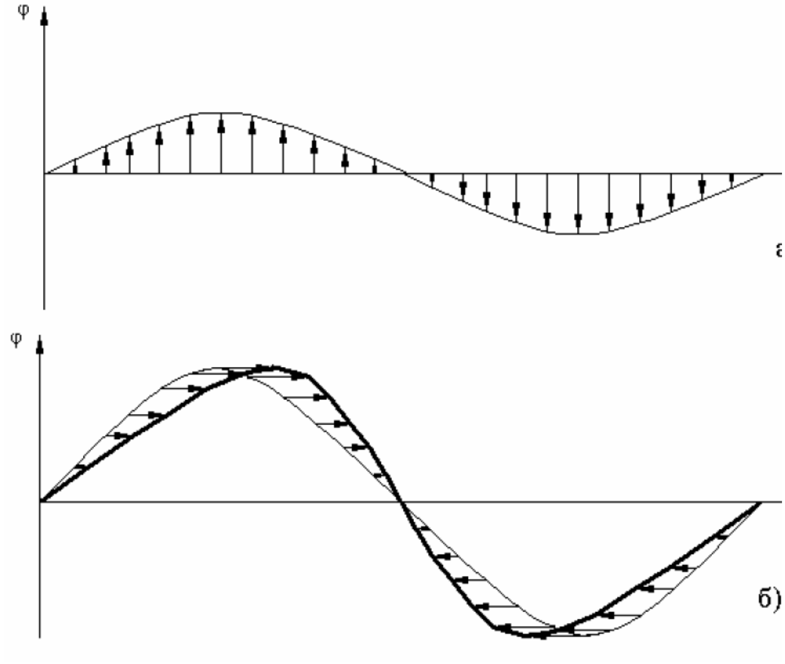


Рисунок 4.3 – Вигляд сигналів фазової модуляції [2]

Смуга частот даного сигналу:

$$\Delta f_{фм} = 2 f_{\Omega}\left(m_{\varphi} + 1\right) \tag{4.21}$$

Якщо $m_{\varphi} << 1$, то спектр сигналу складається з частоти-носія та двох бічних частот. У випадку $m_{\varphi} >> 1$ спектри фазової та частотної модуляції схожі з урахуванням того, що бічні частоти не залежать від частоти повідомлення.

Модулятори для фазової модуляції аналогічні модуляторам для частотної модуляції.

Переваги та недоліки метода такі самі, як і для частотної модуляції.

4.4 Амплітудноімпульсна модуляція

У відповідності з параметрами, які характеризують імпульсну послідовність, розрізняють чотири основних види імпульсної модуляції: амплітудноімпульсну, частотноімпульсну, фазоімпульсну, широтноімпульсну.

Часові діаграми сигналів для цих методів модуляції наведені на рисунку 4.5.

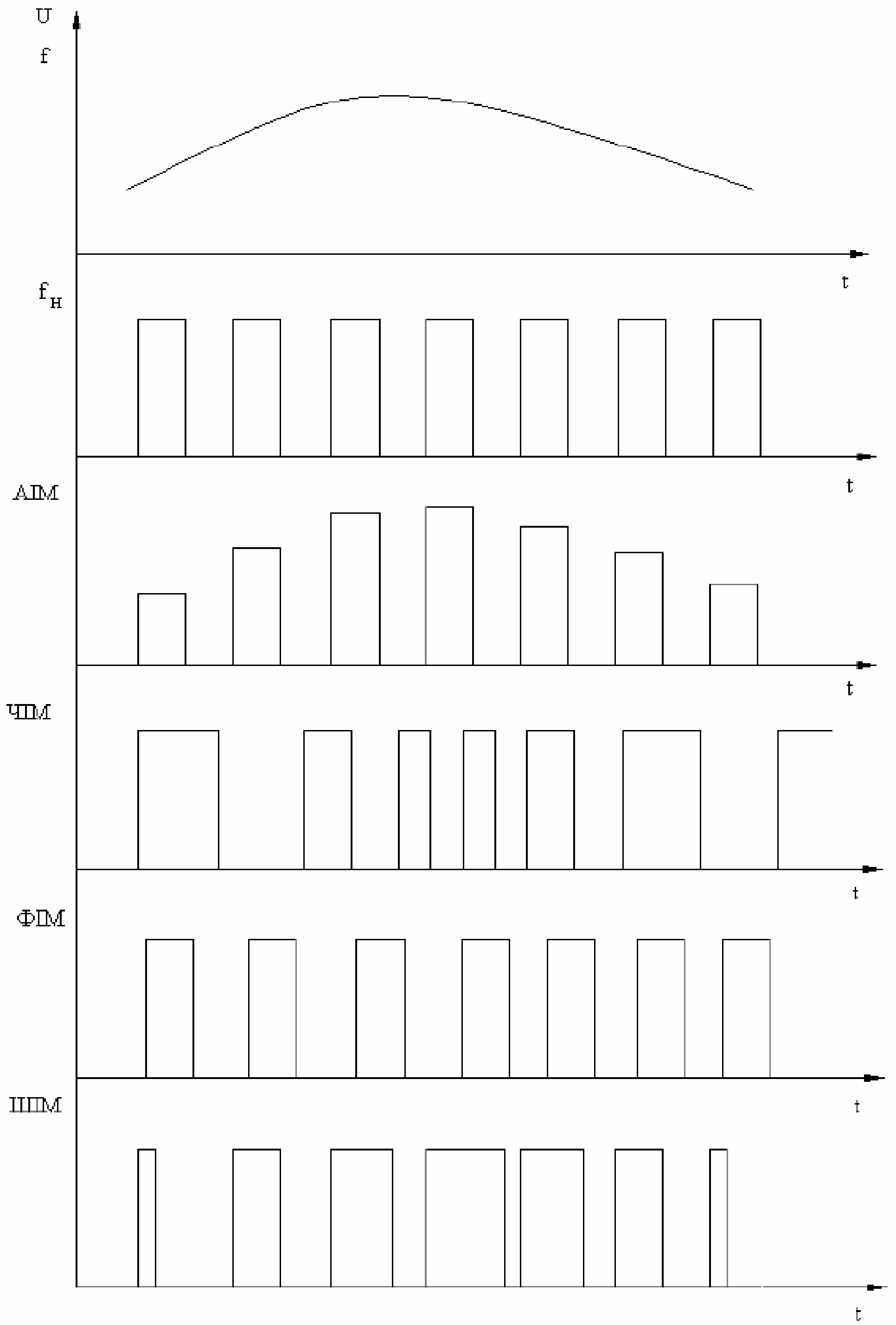


Рисунок 4.5 – Вигляд сигналу в залежності від виду імпульсної модуляції [2]

Крім цих методів існують кодоімпульсна і дельта- модуляції.

Передавальна частина дискретного каналу (рисунок 4.6) складається з генератора, модулятора та фільтра. Основними вимогами до генератора частоти-носія є стабільність частоти і вихідного рівня. Для виконання цих вимог доцільно використовувати інтегральні генератори з кварцовими резонаторами. У приймальній частині системи модульовані сигнали змінного струму, що прийшли з лінії, розподіляються по каналах за допомогою фільтрів, після чого проходить звичайний процес демодуляції, який не відрізняється від відповідного неперервного процесу. Часові діаграми подані на рисунку 4.6.

Для тонального телеграфування використовуються канали зі смугою частот (300 - 3400) Гц. Для забезпечення мінімального впливу між каналами, зумовленого нелінійними спотвореннями другого порядку, що викликані нелінійностями каналу, частоти-носії повинні бути непарно кратні певній частоті, прийнятій за основу:

$$f_{n\ нос} = (2k + 1)\, f_0, \tag{4.22}$$

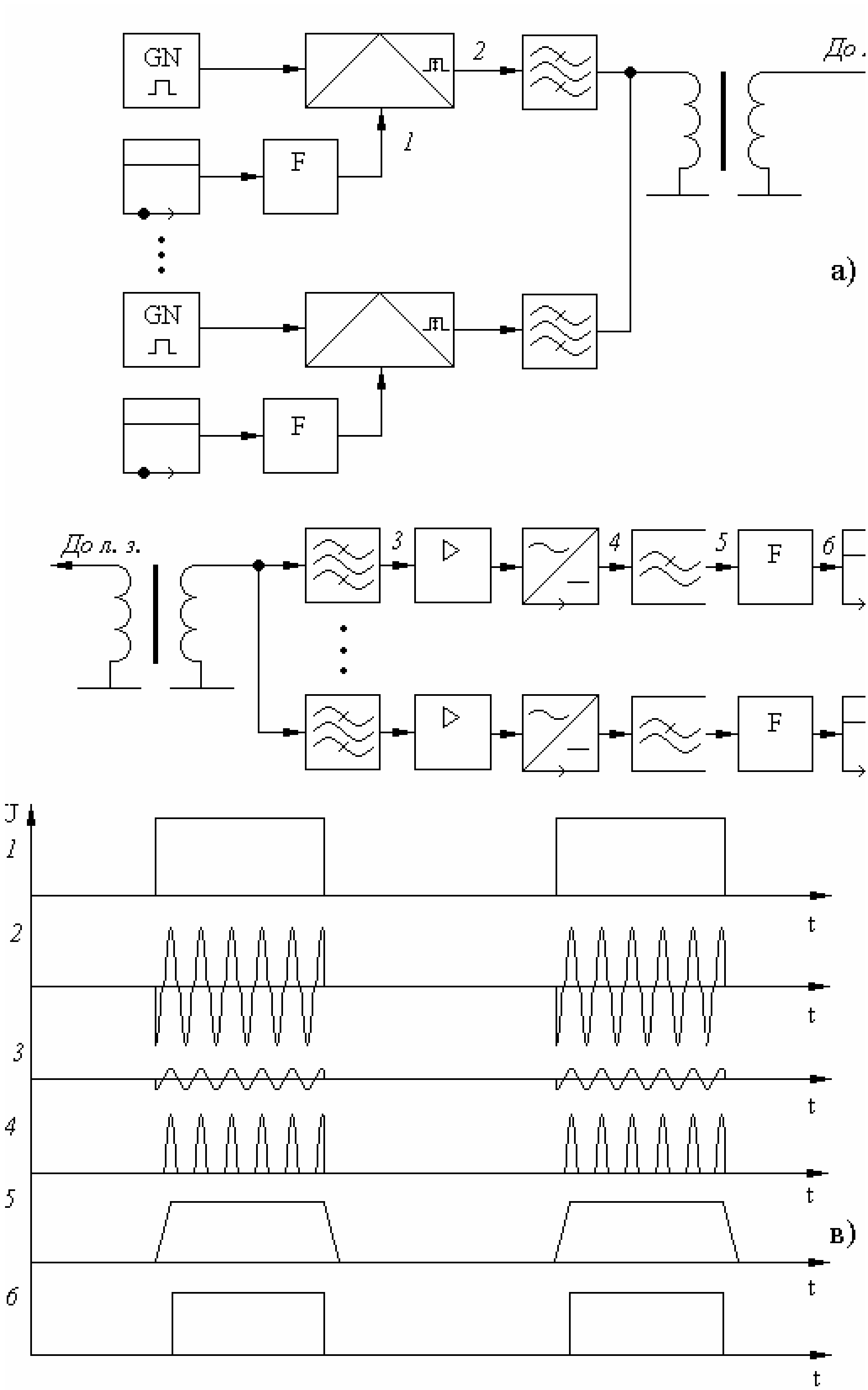
де k = 1, 2, 3, …

$$f_{n\ нос} - f_{(n-1)\ нос} = 2\, f_0 \tag{4.23}$$

Для амплітудно-імпульсної модуляції мінімальна ширина смуги пропускання пов’язана зі швидкістю передавання співвідношенням

$$0{,}7 \bullet \Delta f_{min} = V_{практ}. \tag{4.24}$$

Недоліки каналу з амплітудноімпульсною модуляцією на довгих лініях зв’язку, що пов’язані з недостатньою завадозахищеністю, вимагають використання більш ефективних методів модуляції.



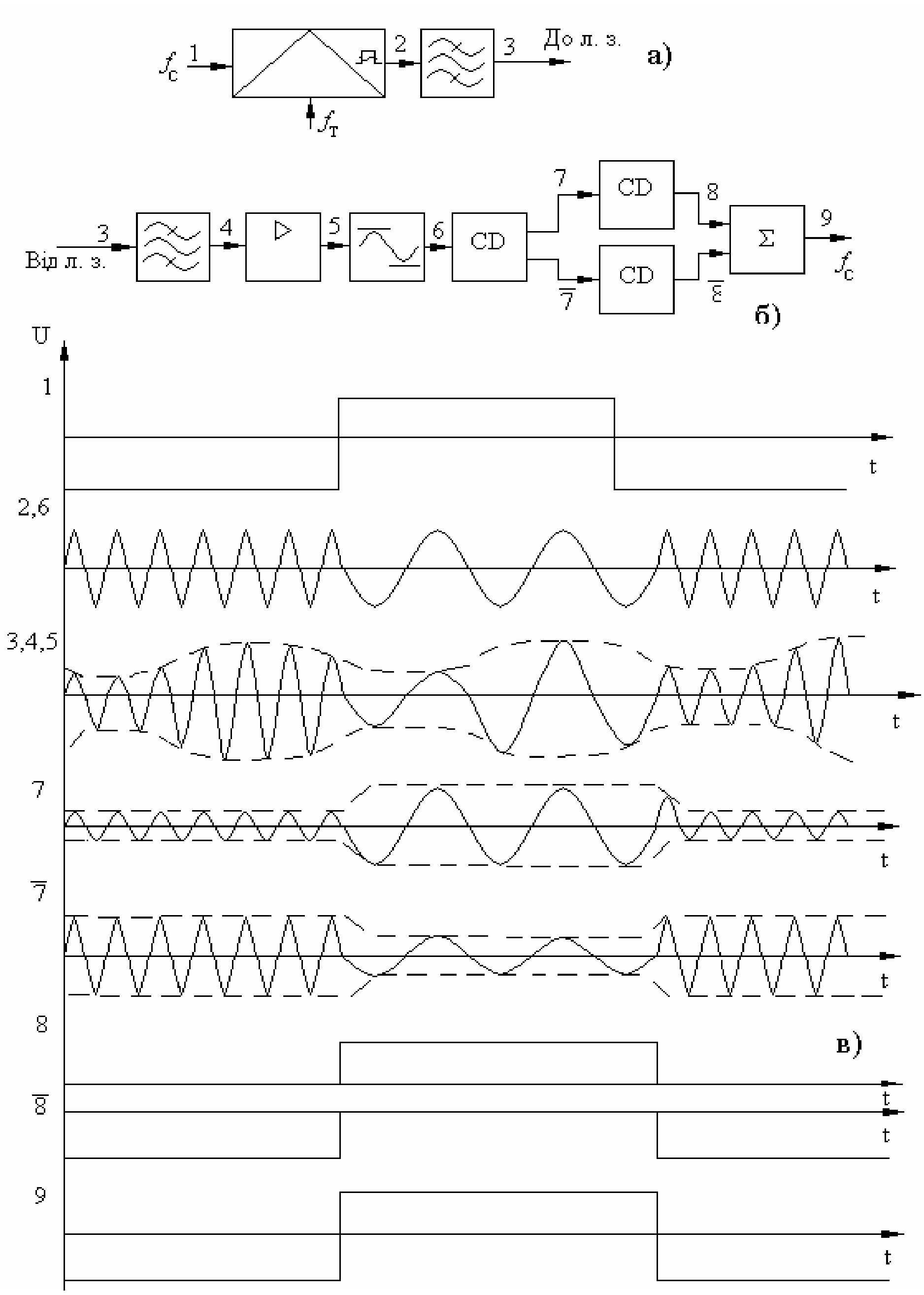
а – передавач; б – приймач; в – часові діаграми.

Рисунок 4.6 – Багатоканальна система з амплітудно-імпульсною модуляцією [2]

4.5 Частотно-імпульсна модуляція

Переваги систем з частотноімпульсною модуляцією - висока завадозахищеність та мала чутливість до коливань рівня.

Недоліком їх є велика чутливість до нестабільності частоти-носія каналу. Структурна схема системи та часові діаграми наведені на рисунку 4.7.



а – передавач; б – приймач; в – часові діаграми

Рисунок 4.7 – Канал з частотно-імпульсною модуляцією [2]

Генератор частоти-носія та частотний модулятор здебільшого об'єднуються до одного блоку, тому що елементи модулятора входять до коливального кола генератора. Цей блок перетворює посилання у частотно-модульовані коливання (*1, 2* часових діаграм). Нестаціонарні процеси, що виникають під час передавання сигналу фільтрами, і завади лінії зв'язку спотворюють форму сигналу (*3*).

Підсилювач дозволяє заздалегідь підсилити сигнал і забезпечити нормальні умови роботи обмежувача. Але він не повинен вносити спотворень до форми сигналу (*4, 5*).

Обмеження амплітуд позитивних та негативних напівхвиль частотно-модульованого сигналу повинно відбувати ся таким чином, щоб цей блок майже повністю виключав вплив спотворень форми амплітуди сигналу на час дії посилань. На його виході формується частотномодульований сигнал постійної амплітуди (*6*). Крім того, проходження крізь обмежувач сигналу і завади характеризується знищенням останньої. Частотний детектор (дешифратор, дискримінатор) перетворює частотно-модульований сигнал на амплітудно -модульований (*7* та $\bar{7}$).

Детектори амплітуди потрібні для випрямлення струму амплітудно-модульованого сигналу. Після амплітудних детекторів ставлять фільтри, які гасять залишки частот-носіїв у демодульованому сигналі і формувачі (*8* та $\bar{8}$). Кінцевий формувач (суматор) дозволяє сформувати сигнал початкового посилання.

Під час вибору частот-носіїв каналу з частотноімпульсною модуляцією необхідно врахувати те саме, що й для амплітудноімпульсної модуляції, але найменша чутливість приймача буде на середній частоті каналу $f_{сер}$. Тому для зменшення впливу комбінаційних частот другого порядку, що виникають під час проходження робочих частот крізь нелінійні елементи, частоти $f_н$ та $f_в$ вибирають непарно кратними, а частоти-носії - парно кратними девіації частоти δf. При цьому комбінаційні частоти другого порядку від взаємодії $f_{сер}$, $f_н$ та $f_в$ різних каналів попадають у середини смуг розфільтровування між каналами або співпадають з середніми частотами каналів $f_{сер}$. Величина девіації частоти δf може бути визначена за співвідношенням

$$\delta f = 0{,}35 \bullet \Delta f \qquad (4.25)$$

де δf - девіація частоти; Δf - ширина смуги пропускання.

З іншого боку:

$$\Delta f = \frac{v_{\max}}{0{,}7} \qquad (4.26)$$

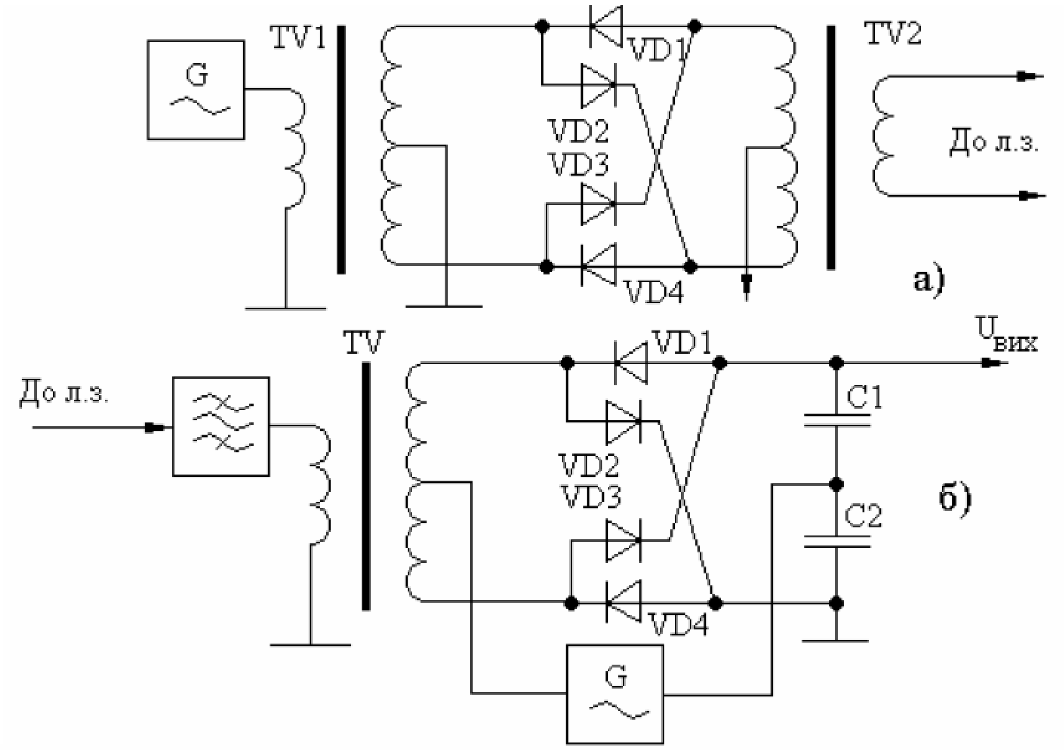
де $v_{\max}$ - максимальна швидкість передавання інформації.

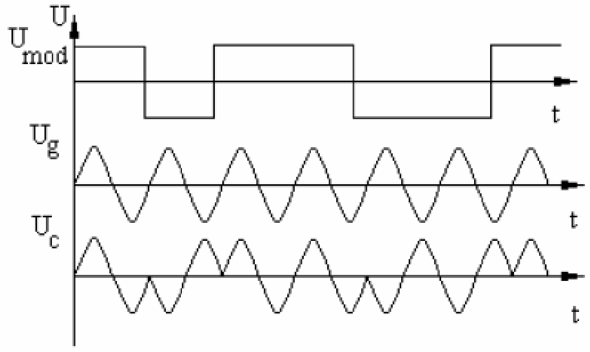
4.6 Фазо-імпульсна модуляція

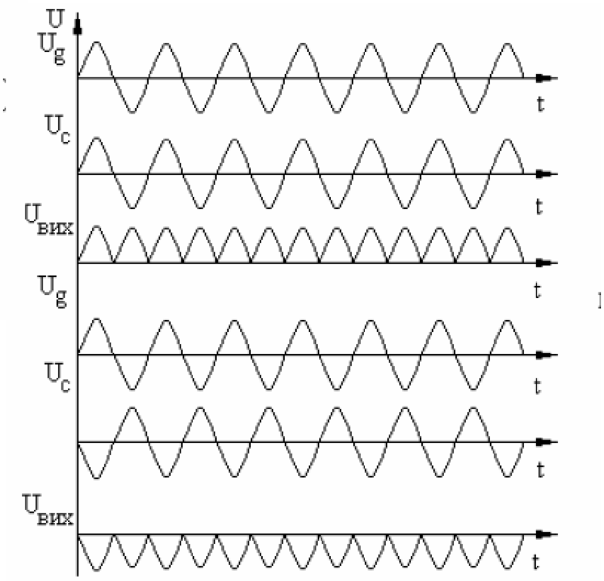
Суть метода передавання сигналів в умовах фазоімпульсної модуляції полягає в тому, що кожна зміна полярності двійкового посилання відповідає зміні фази частоти -носія, яка передається до лінії зв’язку. Для найбільш простого випадку цей кут дорівнює 180^0 . Найбільш прості схеми фазового модулятора і фазового детектора наведені на рисунку 4.8.

Перший спосіб, не дивлячись на малі значення флуктуації частоти і фази, у сучасних кварцових генераторах знайшов обмежене використання. Це пов’язано зі складністю синхронізації генераторів передавача і приймача.

Другий спосіб призводить до втрати смуги пропускання у частотному каналі і потужності сигналу за рахунок необхідності передавання пілот-сигналу. Тому цей спосіб також не знайшов широкого розповсюдження.







а – модулятор; б - демодулятор; в – часові діаграми роботи модуля-тора; г – часові діаграми роботи демодулятора

Рисунок 4.8 – Реалізація фазоімпульсної модуляції [2]

Третій спосіб дозволяє сформувати сигнал частоти-носія, але фаза сигналу може виявитись оберненою на 180^0, проте використання цифрових елементів дозволяє уникнути цього недоліку.

У зв'язку зі складностями реалізації чистої фазоімпульсної розроблено метод ***відносної фазоімпульсної модуляції***.

Часові діаграми наведені на рисунку 4.9.

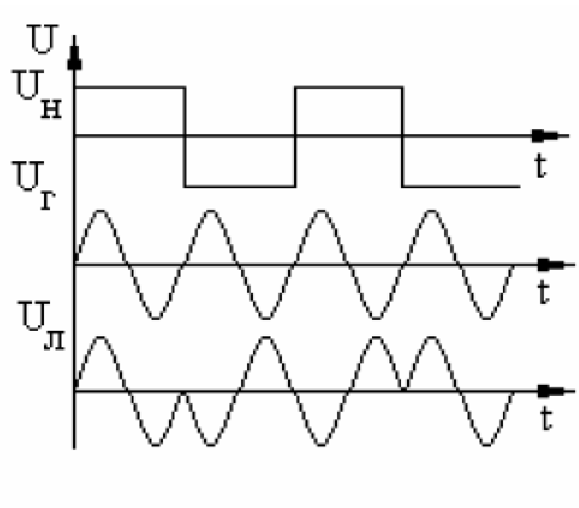


Рисунок 4.9 – Часові діаграми відносної фазової модуляції [2]

Якщо для фазоімпульсної модуляції фаза частоти-носія змінюється при кожній зміні полярності посилань, що передаються, то для відносної фазоімпульсної модуляції вона змінюється під час передавання кожного окремого елемента лише однієї полярності, наприклад негативної (або при відносній фазовій модуляції формуванні кожного «0»). Це означає, що під час передавання декількох негативних посилань, фаза частоти-носія буде змінюватись з моментом початку кожного елементарного посилання (рисунок 4.10, *б*). Одна зі схем, що реалізує даний метод наведена на рисунку 4.10, *а*.

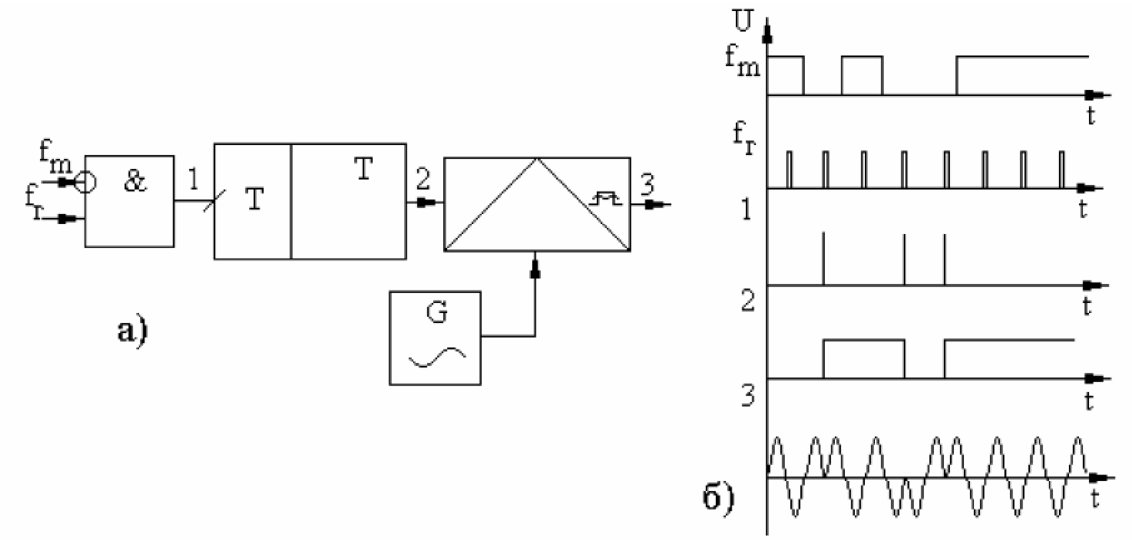


Рисунок 4.10 – Схема (а) та часові діаграми роботи (б) перетворювального пристрою [2]

Внаслідок відсутності початкового стану лічильний тригер може формувати сигнал інверсний до діаграми *2*. Це призводить до зміни початкової фази вихідного сигналу, але різність фаз сусідніх посилань залишається незмінною.

Для приймання сигналів відносної фазоімпульсної модуляції використовується метод порівняння фаз, реалізація якого наведена на рисунку 4.11. Суть методу полягає у суміщенні в часі i та $(i-1)$ недетектованих посилань і порівнянні фаз частоти -носія φ_i та $\varphi_{(i-1)}$ посилань фазовим детектором. При цьому порівнюються сигнали прийнятий і попередньо затриманий на один такт.

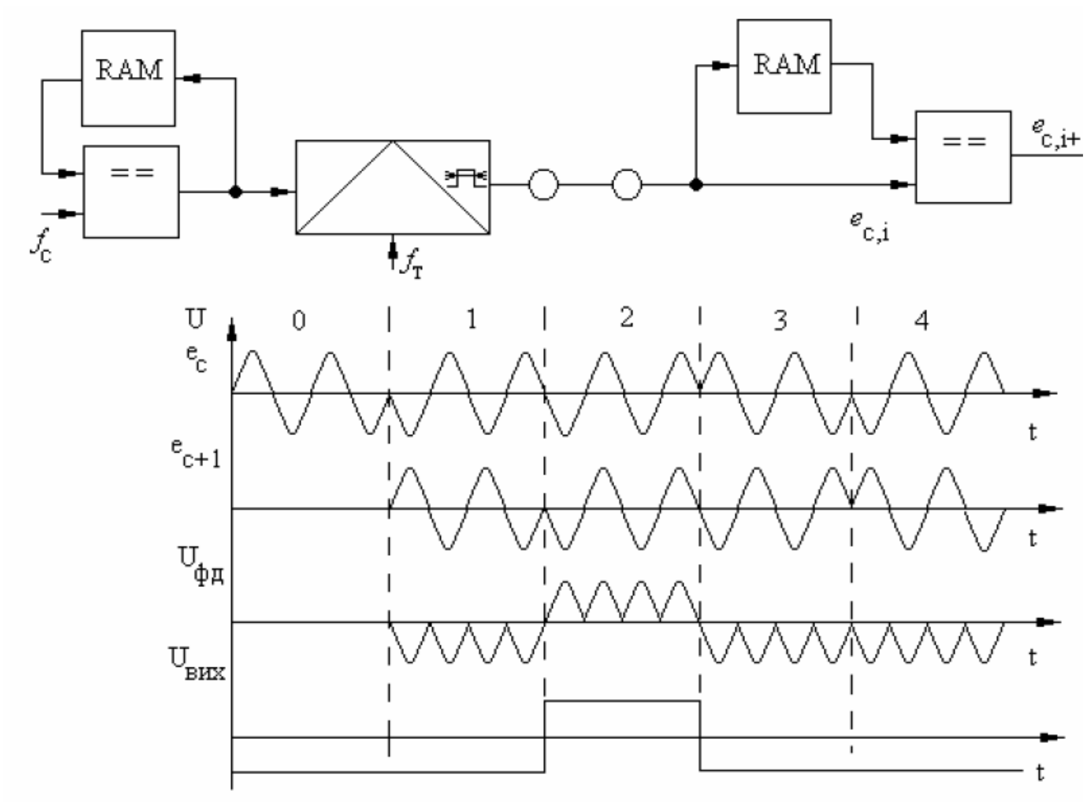


Рисунок 4.11 – Схема і часові діаграми роботи фазового детектора з відносною фазовою модуляцією [2]

Існують також інші реалізації приймання сигналів, але описаний є найбільш поширеним.

4.7 Широтно- і кодоімпульсна модуляції

Принцип ***широтноімпульсної модуляції*** полягає в тому, що за рахунок дії миттєвих значень повідомлення змінюється тривалість або ширина імпульсів переносника, розширюючись за збільшенням миттєвого значення сигналу повідомлення і звужуючись у випадку його зменшення.

При цьому змінюється розташування в часі заднього фронту імпульсу, а місце переднього лишається незмінним. Частота та амплітуда імпульсів лишається незмінною.

Завадозахищеність широтноімпульсної модуляції значно більша ніж амплітудноімпульсної модуляції, тому вона знайшла широке використання у телевимірюваннях.

Смуга частот для цього виду модуляції вибирається за тривалістю найкоротшого імпульсу:

$$\Delta f = \frac{1}{\tau_{\min}}. \qquad (4.27)$$

Спектр частот широтноімпульсної модуляції аналогічний спектру амплітудноімпульсної модуляції з тією різницею, що навколо кожної гармоніки існує не дві, а декілька пар бічних частот.

Модифікаціями широтноімпульсної модуляції є зміна розташування переднього фронту при незмінному задньому або зміна положення обох фронтів.

У випадку ***кодоімпульсної модуляції*** кожному дискретному значенню інформаційного сигналу відповідає певна кодова комбінація. Для визначення його амплітуди може використовуватись восьмирозрядний аналого-цифровий перетворювач, увімкнений в циклічному режимі із вимірюванням біполярної напруги. Старший розряд визначає полярність сигналу, а сім молодших – його амплітуду. Періодом дискретизації є час перетворення. При цьому на виході АЦП буде змінювана кодова комбінація.

В теперішній час під системами з кодоімпульсною модуляцією мають на увазі тільки системи з часовим розподілом каналів. Передавання сигналів даних може здійснюватись двома способами:

- телефонними каналами, як і можуть бути ущільнені амплітудно -модульованими сигналами даних;
- шляхом введення сигналів даних безпосередньо до групового тракту.

Перевагою каналів з кодоімпульсною модуляцією є менші спотворення характеристик групового часу розповсюдження, відсутність зсуву частот та імпульсних завад. У цих системах немає обмежень на завантаження групового тракту: за необхідністю усі канали системи можуть бути використані для повторного ущільнення. Безпосереднє введення двійкової інформації до групового тракту має більші переваги, тому що не використовується низькочастотне обладнання телефонних каналів. Це дозволяє збільшити швидкість передавання.

Двійкова інформація може вводитися синхронним або асинхронним способом. При **синхронному** способі всі джерела двійкової інформації, сигнали яких об’єднуються до одного групового сигналу, живляться від одного спільного генератора. Якщо абонентські пункти розташовані в різних місцях, то тактова частота подається до них з’єднувальними дротами. При цьому необхідно компенсувати флуктуацію часу розповсюдження сигналів з’єднувальними лініями для забезпечення синфазності роботи абонента і апаратури модулятора -демодулятора. Тому синхронний спосіб є досить простим на коротких лініях, або у випадку, коли джерела інформації розташовані в одному місці.

Більш перспективними на практиці є **асинхронні** методи введення двійкової інформації. В цьому випадку не потрібна обопільна синхронізація генераторів. Цей спосіб дозволяє утворити розповсюджену мережу дискретних каналів. Для асинхронного способу можуть бути використані метод накладання (рис. 4.12), адресово-кодовий метод, метод вимірювання. Найбільш часто використовується перший з них.

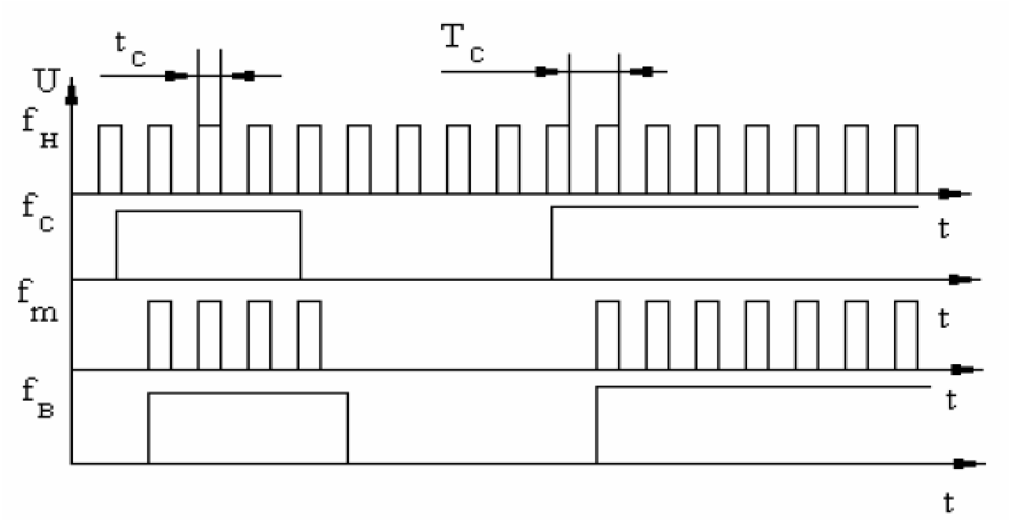


Рисунок 4.12 – Часові діаграми методу накладання [2]

Під час передавання відбувається квантування інформаційного сигналу f_c імпульсами частоти-носія $f_н$. Отримані імпульси $f_м$ передаються у лінію.

Таким чином, на приймач поступає серія імпульсів, коли передається сигнал, або не поступає, коли сигналу немає. На приймальному боці за обвідницею цієї серії встановлюється інформаційний сигнал $f_в$.

Оскільки послідовність стробувальних імпульсів не синхронізована з сигналом, що передається, то виникають кінцеві спотворення імпульсу, величина яких визначається похибкою квантування:

$$\delta = \frac{t}{\tau_0} \cdot 100\% \tag{4.28}$$

або максимальне її значення визначається:

$$\delta_{max} = \frac{T_c}{\tau} \cdot 100\% \quad . \qquad (4.29)$$

4.8 Дельта-модуляція

Для перетворення сигналів амплітудноімпульсної модуляції у цифрову форму поряд з кодоімпульсною може бути використана ***дельта-модуляція*** (рис. 4.13).

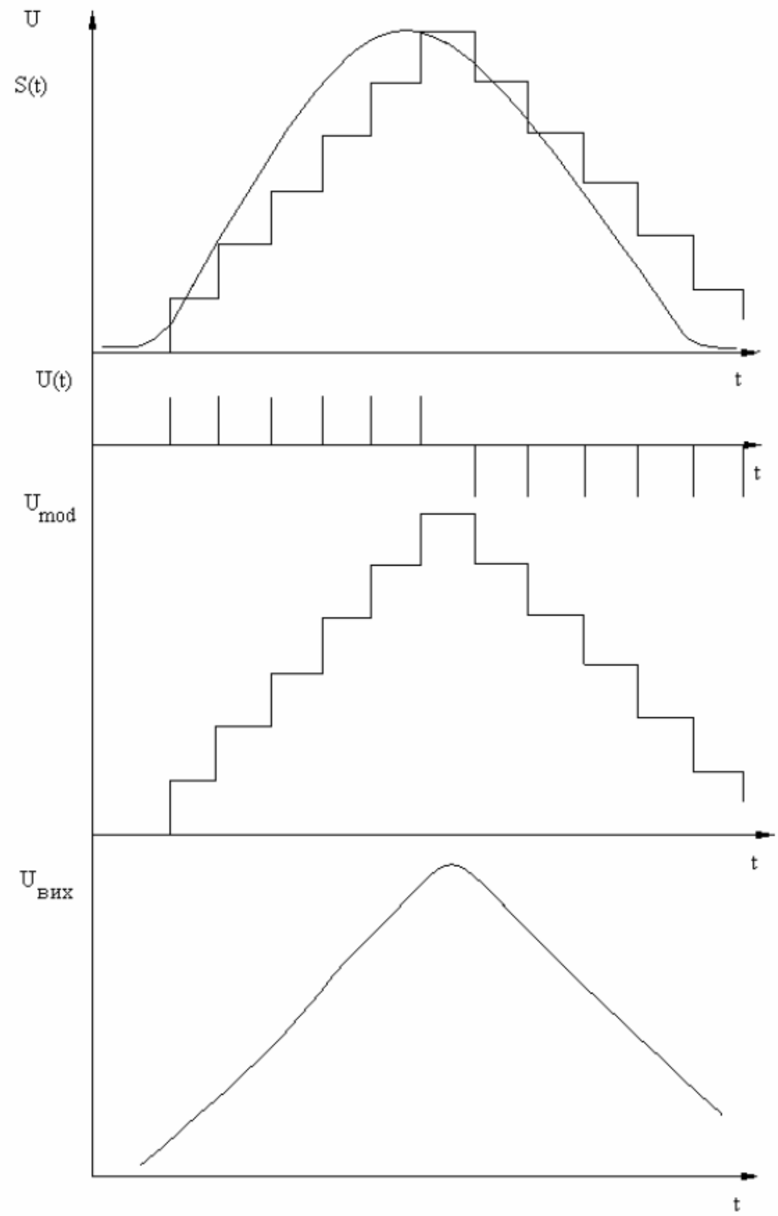


Рисунок 4.13 – Послідовність перетворень у випадку дельта-модуляції [2]

При цьому кодується не квантоване значення аналогового сигналу, а знак приросту даного відрахунка відносно попереднього. Інформація про знак передається за до помогою дворівневого (+1 або -1) однорозрядного коду. Неперервний сигнал в цьому випадку замінюється ступінчастою функцією, яка приблизно співпадає з сигналом. Її приріст визначається у моменти дискретизації за часом і не може перевищувати крок квантування Δ. Цифровий сигнал *v(t)* являє собою послідовність імпульсів, полярність яких визначається знаком приросту відрахунків. Тактова частота дельта-модульованого сигналу дорівнює частоті дискретизації сигналу *S(t)*.

Декодування сигналу дельта-модуляції на приймальному боці здійснюється інтегратором, який перетворює цифровий дельта-модульований сигнал на ступінчастий. На виході інтегратора вмикається фільтр нижніх частот, який згладжує ступінчастий сигнал і приблизно відтворює початковий. Так само, як і для кодоімпульсної, при цьому методі модуляції виникають шуми квантування, які залежать від кроку квантування.

Похибка не перевищує кроку квантування. З цієї точки зору крок квантування треба зменшувати. Але з малим кроком к вантування швидкість зміни ступінчастого сигналу на виході інтегратора невелика. На інтервалах часу, де стрімкість кодового сигналу велика, різниця між неперервним і ступінчастим сигналами велика, і похибка різко збільшується. Це називається ***перевантаженням***.

Якщо сигнал постійний, то система відслідковує рівень сигналу, формуючи по черзі позитивні та негативні імпульси.

З метою усунення перевантажень необхідно, щоб приріст сигналу *S(t)* за період дискретизації не перевищував кроку квантування. Виконання цієї умови вимагає збільшення частоти дискретизації.

Для передавання телефонних повідомлень частота дискретизації повинна бути 150 … 200 кГц. Необхідну частоту дискретизації можна зменшити, якщо ввести змінний крок квантування, який залежить від швидкості зміни сигналів. При цьому, на ділянках з великою швидкістю зміни сигналів крок квантування значно менший.

Відповідна модуляція називається ***компадованою***. При цьому тактова частота знижується до 64 кГц. Системи з компадованою дельта-модуляцією значно менш чутливі до помилок, тому що похибка не перевищує кроку квантування. Основним недоліком є висока вартість обладнання. Цей вид модуляції дуже перспективний.

Різнице-дискретна модуляція є модифікацією дельта-модуляції.

Вона полягає в тому, що під час збільшення інформаційного сигналу формуються позитивні імпульси, під час зменшення - негативні (як і для дельта-модуляції). Але якщо інформаційний сигнал не змінюється, то імпульси не формуються (на відміну від дельта-модуляції). Таким чином, для повільно змінюваних сигналів імпульси формуються рідко, що дозволяє збільшити енергію одного імпульсу за завданою середньою потужністю і таким чином підвищити завадозахищеність.

Недоліком як дельта-модуляції, так і її модифікацій, є накопичення похибки.

Для збільшення завадозахищеності часто використовують не один тип модуляції, а їх комбінацію. Така модуляція називається ***двократною*** або ***комбінованою***. Так, комбінують амплітудну модуляцію з частотною.

Це дозволяє використати завадозахищеність частотної та економію смуги частот амплітудної модуляції. Аналогічно можуть комбінуватися частотна з фазовою модуляцією, а також імпульсні.

В сучасних умовах основною задачею є підвищення швидкості передавання. Для її вирішення існують два основні шляхи:

- збільшення питомої інформативної ємності, коли одним сигналом передається декілька біт інформації;
- підвишення швидкості передавання за рахунок розширення смуги частот, яку займає сигнал.

В першому випадку реалізується ***диференціальна модуляція***, при якій перетворення даних здійснюється дібітами, трибітами чи квадробітами. Найбільше поширення це знайшло для фазоімпульсної модуляції.

Другий принцип крім збільшення швидкості передавання дозволяє ще й пропорційно зменшити спектральну щільність потужності сигналу. При цьому інформація може одночасно і незалежно передаватися декількома каналами, кількість яких може сягати шістнадцяти. Прикладами цього може бути модуляція ***DSSS***, ***m-кратна ортогональна (MOK)***, ***CCSK***, ***OSDM***, ***OFDM*** тощо.

Вказані принципи знайшли розповсюдження у сучасних модуляторах-демодуляторах (модемах) і є найбільш перспективними.

Питання для самоперевірки

1. Що таке модуляція?
2. У чому полягає амплітудна модуляція?
3. Що називають глибиною амплітудної модуляції?
4. У чому полягає частотна модуляція?
5. Що називається девіацією частоти?
4. У чому полягає фазова модуляція?
5. У чому полягає амплітудноімпульсна модуляція?
6. У чому полягає частотно-імпульсна модуляція?
7. У чому полягає фазо-імпульсна модуляція?
8. У чому полягає широтно- і кодоімпульсна модуляції?
9. У чому полягає дельта-модуляція?

Рекомендована література

Основна література

1. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. Учебник для ВУЗов. – М.: Высшая школа, 1988. – 311 с.

2. Основи техніки передавання інформації / Квєтний Р.Н., Компанець М.М., Кривогубченко С.Г., Кулик А.Я. / Підручник. - Вінниця: Універсам, 2002. – 186 с.

3. Хемминг Р.В. Теория кодирования и теория информации. - М.: Радио и связь, 1983. – 260 с.

4. Романов Л.Г. Электронные системы: Конспект лекций для студентов специальности 090803 и 090804. Часть 1. Издание второе. Дополненное.- Запорожье. - ЗГИА, 2002 г -132с.

Допоміжна література

5. Даджион Д., Мерсеро Р. Цифровая обработка многомерных сигналов. – М.: Мир, 1988. – 488 с.

6. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. – М.: Мир, 1989. – 540 с.

7. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. – СПб.: Питер, 2003. – 608 с.

8. Вероятностные методы в вычислительной технике: Учебное пособие для вузов / А.В.Крайников и др. - М.: Высшая школа, 1986. - 312 с.

9.Пряха Б. Про зв'язок дисперсій та коваріацій // Геодезія, картографія і аерофотознімання, Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка". - 2009. - Вип. 71. - С. 262-271.