

# **МОДЕЛИРОВАНИЕ**

## 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ. ВИДЫ МОДЕЛЕЙ

Нас окружает огромное множество природных и искусственно созданных объектов, которое воздействует на органы чувств и отображается нашим сознанием. От того, насколько верно мы воспринимаем окружающую действительность, очень часто зависит не только наше благополучие и здоровье, но и сама жизнь. Тривиальным примером здесь может служить восприятие и оценка пешеходом движения автотранспорта при переходе улицы.

Не менее сложные задачи стоят перед человеком в процессе его профессиональной деятельности. Хотя число объектов в данном случае, как правило, становится достаточно ограниченным, но одновременно повышаются требования к уровню достоверности и точности получаемых результатов, возрастает ответственность при принятии решений. Здесь уже трудно полагаться только на органы чувств и применяется целый арсенал технических средств измерения сигналов, обработки, хранения и представления информации.

Каждый человек в своей повседневной жизни выделяет из бесконечного многообразия проявлений окружающего мира только небольшое их число и на этой основе формирует некоторые *заменители* реальных объектов, позволяющие ему выстраивать целенаправленное поведение. Эти заменители принято называть **моделями**.

Таким образом, условимся под моделью понимать заменитель реального объекта в тех свойствах и отношениях, которые требуются для решения практических задач. Соответственно **моделирование** будем рассматривать как метод *опосредованного* познания, в котором объект-модель находится в некотором неполном соответствии с объектом-оригиналом.

Принято говорить, что модель **адекватна** оригиналу, если она верно отражает интересующие нас свойства оригинала. В данном случае важно уяснить принципиальную разницу понятий **адекватности** и **идентичности** (полного совпадения) объекта и модели. Последнее понятие, строго говоря, характеризует отношение объекта к самому себе.

Второе обстоятельство, которое в какой-то мере облегчает наше существование в бесконечно разнообразном мире, основывается на его материальном единстве, проявляющемся в **подобии (аналогии)** разноплановых явлений и процессов. При этом под аналогией принято понимать суждение о сходстве нескольких объектов в определенных отношениях на основании установленного сходства их в других отношениях.

Понятно, что соотношение оригинала и модели также определяется свойством аналогии, т.е. сходством нетождественных объектов в некоторых качествах и отношениях. На основании аналогии строится теория подобия, позволяющая по установленным свойствам одного объекта судить о больших группах объектов, подобных первому объекту.

Желающим получить более подробную информацию о взаимосвязи теории подобия и моделирования можно рекомендовать фундаментальную работу проф. Веникова В.А. [1].

Интересно также отметить взаимосвязь моделирования с **информацией**, понимаемой как содержание воздействий, значения их параметров, изменения этих параметров в пространстве и во времени, взятые в отрыве от физического носителя информации и от его энергетических свойств.

Овладение информацией, ее преобразование, хранение и отображение невозможны без моделирования, т.е. без отображения в некоторой материальной среде (в человеческом мозге, на запоминающих устройствах ЭВМ, на экране дисплея или на листе бумаги).

Принято различать следующие **виды** моделей:

- мыслительные,
- словесные (вербальные),
- геометрические,
- физические,

- математические.

**Мыслительные** модели формируются и хранятся в сознании человека в виде некоторых образов. **Словесные** модели можно рассматривать как отражение мыслительных моделей, предназначенное для обмена информацией между людьми. Описание формулы изобретения, текст программы для ЭВМ, инструкция по эксплуатации некоторого технического устройства, литературное произведение – все это примеры словесных моделей.

**Геометрические** модели дают внешнее представление об объекте-оригинале и характеризуются одинаковыми с ним пропорциями геометрических размеров. Эти модели подразделяются на двумерные и трехмерные. Эскизы, схемы, чертежи, графики, живописные работы представляют собой примеры двумерных геометрических моделей, а макеты зданий, автомобилей, самолетов и т.д. – это трехмерные геометрические модели.

**Физические** модели характеризуются тем, что имеют ту же физическую природу, что и объект-оригинал. Например, система энергоснабжения города может быть смоделирована на специальной электрической схеме, аэродинамика летательного аппарата исследуется при продуве его модели в аэродинамической трубе и пр.

Наконец, **математические** модели представляют собой совокупность математических объектов (чисел, символов, множеств и т.д.) и связей между ними, отражающих необходимые свойства объекта-оригинала. При этом математические модели принято подразделять на *модели-аналоги*, *структурные модели* и *алгоритмические модели*.

При построении моделей-аналогов используется свойство **изоморфизма** (одинаковости) математического описания процессов различной физической природы. Например, взаимосвязи приложенной силы, массы тела и его ускорения для механической системы, напряжения, индуктивности и скорости изменения тока во времени для электрической цепи, теплового потока, теплоемкости и скорости изменения температуры во времени для тепловой системы описываются одинаковыми математическими соотношениями. Используя свойство изоморфизма, можно с помощью одних объектов (чаще всего электрических цепей) исследовать процессы в объектах другой физической природы (тепловых, механических, гидравлических и пр.).

С помощью **структурной** математической модели воспроизводится структура уравнений, описывающих поведение исследуемого объекта.

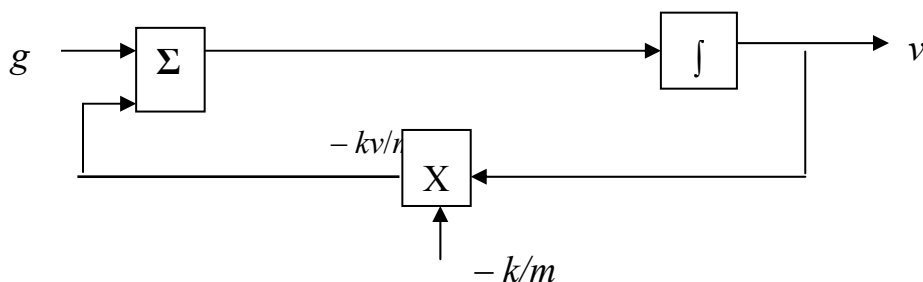
Например, дифференциальное уравнение, позволяющее получить зависимость скорости падения  $v$  тела массой  $m$  в среде с коэффициентом вязкости  $k$

$$m \frac{dv}{dt} + kv = mg$$

может быть разрешено относительно производной скорости

$$\frac{dv}{dt} = g - k \frac{v}{m}$$

и представлено в виде схемы, включающей интегрирующее, суммирующее и множительное устройства:



На принципах структурного математического моделирования работают аналоговые вычислительные машины.

**Алгоритмические** модели воспроизводят пошаговый процесс численного решения уравнений, представляющих математическую модель исследуемого объекта. Если алгоритмические модели реализуются на цифровых вычислительных машинах (компьютерах), то они могут рассматриваться как структурные модели, работающие с цифровой информацией. В данном случае все преобразования информации выполняются одним и тем же структурным элементом – **процессором**. Последовательность решения задается программой, а алгоритмические модели часто называют цифровыми. Следует отметить, что применение компьютеров делает алгоритмические модели наиболее универсальными: например, с их помощью могут быть воспроизведены и модели-аналоги, и структурные математические модели.

Кроме того, алгоритмический подход к математическому моделированию и применение компьютеров позволяют выполнять и геометрическое моделирование. Об успехах этого вида моделирования имеет представление каждый любитель мультипликационных фильмов и телевизионных клипов: большинство из них сделано с применением средств компьютерного геометрического моделирования.

В зависимости от сложности моделируемых объектов и решаемых исследовательских задач принято рассматривать математические модели функционирования этих объектов на трех уровнях [2].

На **микроуровне** применяются математические модели, описывающие процессы в сплошных средах. Для формирования математических моделей на этом уровне используются уравнения математической физики. Примерами здесь могут служить дифференциальные уравнения в частных производных для электродинамики, теплопроводности, газовой динамики. Эти уравнения описывают поля электрического потенциала, температуры, напряженно-деформированное состояние деталей механических конструкций и пр. Типичными **фазовыми переменными** на микроуровне являются электрические потенциалы, давления, температуры, плотности токов, механические напряжения и деформации, а **независимыми переменными** – время и пространственные координаты.

Моделирование в данном случае сводится к решению краевых задач математической физики.

На **макроуровне** производится дискретизация пространства с выделением в качестве элементов отдельных деталей, электрических и электронных компонентов и пр. При этом из числа независимых переменных исключаются пространственные координаты. Функциональные модели на макроуровне представляются в виде систем алгебраических и обыкновенных дифференциальных уравнений. Часто говорят, что на макроуровне моделируются системы с сосредоточенными параметрами, на этой основе строится теория цепей.

В качестве фазовых переменных на макроуровне используются электрические напряжения и токи, силы, скорости, температуры и т.д. Они характеризуют проявления внешних свойств элементов при их взаимодействии между собой и с внешней средой.

На **метауровне** производится дальнейшее абстрагирование от особенностей протекания физических процессов в исследуемых объектах, и строятся модели **информационных** процессов. Для моделирования аналоговых устройств, в которых сигналы могут изменяться непрерывно, используются методы исследования систем автоматического управления, а для исследования дискретных (цифровых) устройств применяют математическую логику, теорию конечных автоматов, теорию массового обслуживания. Математические модели на метауровне представляются в виде систем обыкновенных дифференциальных уравнений, систем логических уравнений, имитационных моделей систем массового обслуживания.

Для решения многих практических задач исследования и разработки многих электротехнических устройств и систем достаточно проводить их моделирование как систем с сосредоточенными параметрами. Поэтому более подробно остановимся на особенностях построения математических моделей на макроуровне.

Математические модели систем формируются из математических моделей составляющих элементов (ММЭ). При этом уравнения, представляющие ММЭ, называют **компонентными**. Взаимосвязи элементов в системе задаются с помощью **топологических** уравнений.

Моделируемую техническую систему удобно представлять в виде совокупности однородных физических подсистем: механических, электрических, тепловых, гидравлических и др. Как правило, для описания состояния каждой такой подсистемы достаточно использовать фазовые переменные типов **потенциала** и **потока**. При этом компонентные уравнения связывают разнородные фазовые переменные, относящиеся к одному элементу, а топологические уравнения – однотипные фазовые переменные, относящиеся к разным элементам системы. В физически однородных подсистемах различают элементы **емкостного, индуктивного** и **резистивного** типов. Соответствующие этим элементам математические модели имеют следующий вид:

$$i = C \frac{du}{dt}; \quad u = L \frac{di}{dt}; \quad u = Ri$$

где  $C, L, R$  - параметры элементов.

Элементы подсистем в зависимости от числа однотипных фазовых переменных, входящих в ММЭ, подразделяются на **двухполюсники**, характеризующиеся парой переменных типов  $u$  и  $i$ , взаимосвязь между которыми может быть как линейной, так и нелинейной, и **многополюсники**, представляющие собой объединение взаимосвязанных двухполюсников.

Наименования фазовых переменных и параметров простых элементов для различных физических подсистем, характеризующие аналогию между ними, приведены в **табл. 1**.

Наглядным способом графического отображения моделей систем с сосредоточенными параметрами является их представление в виде **эквивалентных схем**.

Для электрических, электронных, тепловых, гидравлических и пневматических подсистем при известных связях функциональных элементов построение эквивалентной схемы состоит в замене этих элементов соответствующими двухполюсниками или многополюсниками и добавлении ветвей, учитывающих неидеальность элементов.

Особенности формирования эквивалентных схем для механических подсистем заключаются в необходимости их моделирования в **инерциальной**<sup>1</sup> системе координат. Кроме того, приходится учитывать число степеней свободы моделируемой системы. В общем случае необходимо составить три эквивалентные схемы, соответствующие поступательным движениям  
вдоль  
координат

---

<sup>1</sup> Инерциальная (галилеева) система координат имеет начало в центре земли.

Таблица 1

Соотношения аналогии фазовых переменных и параметров элементов

Подсистема	Фазовые переменные		Параметры элементов		
	типа потенциала $u$	типа потока $i$	$C$	$L$	$R$
Электрическая	Электрическое напряжение	Электрический ток	Электрическая ёмкость	Электрическая ин- дуктивность	Электрическое со- противление
Механическая по- ступательная	Скорость	Сила	Масса	Гибкость	Механическое со- противление
Механическая враща- тельная	Угловая скорость	Вращающий момент	Момент инерции	Вращательная гибкость	Вращательное сопротивление
Тепловая	Температура	Тепловой поток	Теплоёмкость	–	Тепловое сопротивление
Гидравлическая и пневматическая	Давление	Расход	Гидравлическая ёмкость	Гидравлическая индуктивность	Гидравлическое сопротивление

натных осей, и три схемы, моделирующие вращение вокруг осей, параллельных координатным осям.

**Пример:** сформировать математическую модель движения поступательной механической системы, состоящей из тела массой  $m$ , подвешенного на пружине, обладающей жесткостью  $L_M$ , и жестко связанной с демпфером, характеризующимся коэффициентом вязкого трения  $R_M$ . К телу приложена сила  $f(t)$ , действующая в вертикальном направлении.

Пользуясь табл. 1, составить эквивалентную электрическую схему данной механической системы.

Математическая модель описанной механической системы в соответствии со вторым законом механики имеет вид:

$$m \frac{dv}{dt} + \frac{v}{R_M} + \frac{1}{L_M} \int v dt = f(t).$$

По аналогии можно записать уравнение, характеризующее процессы, протекающие в электрической цепи под действием тока внешнего источника  $i(t)$ :

$$C \frac{du}{dt} + \frac{u}{R} + \frac{1}{L} \int u dt = i(t).$$

Приведенным математическим моделям соответствуют эквивалентные схемы, в которых параллельно источникам внешнего воздействия  $f(t)$  или  $i(t)$  включены элементы емкостного, резистивного и индуктивного типов.

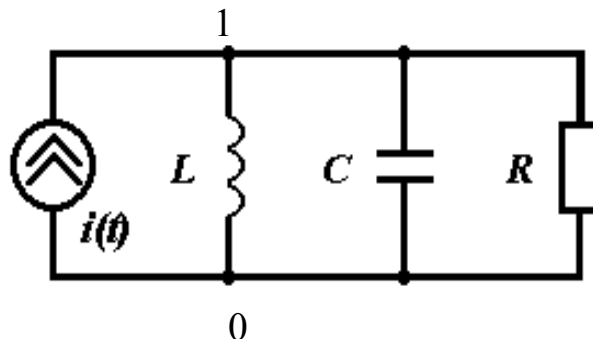


Рис. 1.

Следует обратить внимание на то, что токи, протекающие в ветвях схемы, соответствуют составляющим силам, которые уравнивают внешнюю приложенную силу. Потенциал узла 1 численно равен скорости перемещения тела. Для определения перемещения необходимо взять интеграл от потенциала точки 1. Это требует построения вспомогательной схемы, состоящей из источника тока, управляемого потенциалом точки 1, конденсатора и резистора, включенных параллельно к источнику тока.

Удаление из эквивалентной схемы ветви с катушкой индуктивности дает возможность получить модель поступательной механической системы, в которой отсутствует упругая связь, обеспечиваемая пружиной.

Как правило, реальные технические системы объединяют в своем составе подсистемы различной физической природы. При моделировании таких сложных систем приходится

учитывать взаимосвязи подсистем, которые могут осуществляться посредством функциональных зависимостей фазовых переменных одних подсистем от фазовых переменных других подсистем в различных сочетаниях (рис. 2), а также в виде функциональных зависимостей параметров элементов одних подсистем от фазовых переменных других подсистем.

Математические модели разделяются на **детерминированные**, в которых система может быть представлена средними значениями параметров элементов, и **вероятностные (стохастические)**, отражающие случайный характер изменения параметров элементов. Причинами возникновения случайных изменений параметров технических объектов являются неконтролируемые воздействия, всегда присущие условиям производства и эксплуатации. Поэтому вероятностные модели потенциально являются более мощным средством исследования систем. На их основе могут быть построены **имитационные** модели, адекватно отражающие конкретные условия производства и эксплуатации, воспроизводящие различные способы управления качеством функционирования и пр.

Наконец, рассмотрим понятие **системы**, которое уже многократно упоминалось выше.

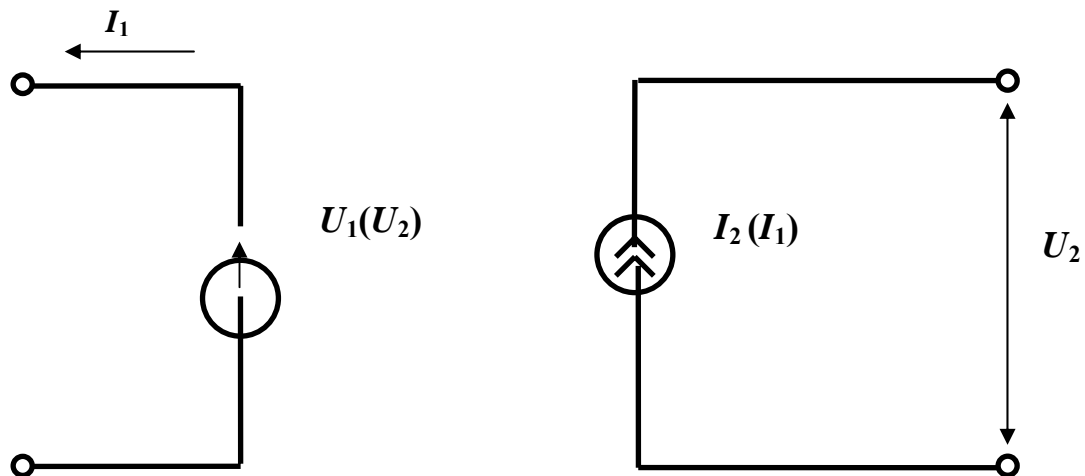
Определим **систему** как совокупность взаимодействующих элементов, объединенных для решения общей задачи и подчиняющихся общим правилам взаимодействия. При рассмотрении и исследовании систем необходимо иметь в виду сложность взаимодействия элементов, проявляющуюся в возможных изменениях одних связей при изменениях других связей внутри системы или связей данной системы с окружающей средой.

Важно также отметить несводимость свойств системы к совокупности свойств составляющих ее элементов. Элементы, взятые в отрыве от системы, могут иметь различные цели, не всегда совпадающие с общей целевой функцией системы. Поэтому часто при исследованиях систем невозможно добиться положительных результатов путем углубленного изучения и моделирования составляющих элементов. Более продуктивным оказывается выявление системных свойств и отношений элементов и построение специальных системных моделей, которые бы верно отражали эти свойства и отношения. В ряде случаев такой путь оказывается единственно возможным из-за чрезвычайно больших затрат на проведение детальных исследований сложных систем.

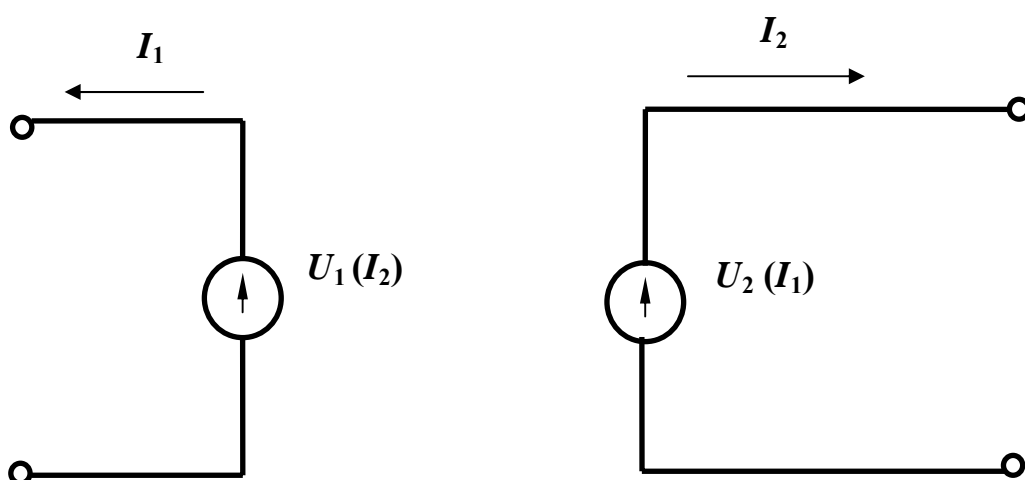
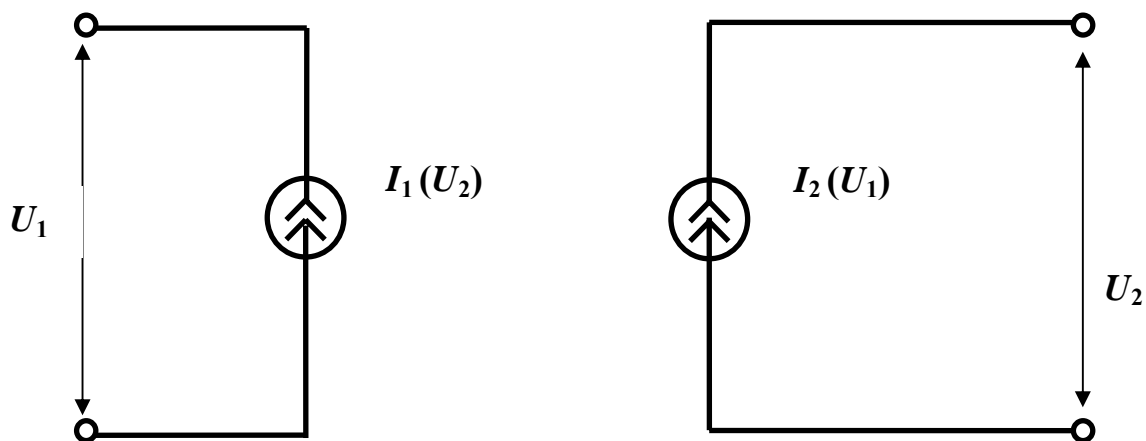
#### Литература

1. **Веников В. А.** Теория подобия и моделирования (применительно к задачам электроэнергетики). М.: Высш. шк., 1976.
2. **Корячко В. П., Курейчик В. М., Норенков И. П.** Теоретические основы САПР. М.: Энергоатомиздат, 1987.





а) трансформаторная



б) гираторная

Рис. 2. Виды связей между фазовыми переменными подсистем различной физической природы

## ПРОГРАМА МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ PSpice

Эта программа является составной частью системы проектирования и исследования печатных плат Design Lab [1]. Система программ PSpice позволяет производить моделирование аналоговых и смешанных аналого-цифровых схем, в состав которых могут входить, в частности, независимые и управляемые источники напряжений и токов, простые элементы типа резисторов, катушек индуктивности, конденсаторов, ключи, управляемые токами и напряжениями, диоды, транзисторы различных типов и др.

Описание моделируемых схем и заданий на их моделирование может выполняться с помощью достаточно простого для освоения входного языка. Для этих же целей может быть использован графический редактор принципиальных схем Schematics. Графическое отображение, обработка и документирование результатов моделирования в рассматриваемой системе выполняется специальной программой Probe. Кроме того, в составе системы имеется редактор аналоговых и цифровых входных сигналов StmEd и программа Parts, предназначенная для идентификации параметров математических моделей элементов исследуемых систем.

Программа PSpice предусматривает девять различных режимов исследования систем с сосредоточенными параметрами, основным из которых является режим моделирования переходных процессов в сложных технических системах, состоящих из нескольких взаимосвязанных, в том числе и физически разнородных подсистем. При этом в процессе моделирования имеются возможности для имитации различных способов управления, изменения внешних воздействий, структуры исследуемой системы.

### ЯЗЫК ОПИСАНИЯ ЗАДАНИЙ НА МОДЕЛИРОВАНИЕ

Составление задания на моделирование

Присвоение имён узлам принципиальной схемы.

Имена узлов могут быть **целыми числами** от 0 до 9990.

Узлу «земля» всегда присваивается номер 0.

Задание формируется в виде текстового файла с расширением .CIR, которое может быть подготовлено с помощью любого текстового редактора. Наиболее подходящим для учебных целей является редактор «Блокнот». Если программа PSpice выдает сообщение об ошибке, то информацию о ней содержится в текстовом файле с расширением .OUT, расположенном в той же папке, что и файл .CIR. **ИСПРАВЛЕНИЯ ВНОСЯТСЯ В ФАЙЛ .CIR!**

Первая строка этого файла воспринимается как заглавие.

Строки комментариев должны содержать символ «\*» в первой позиции.

Конец строки после знака «;» также воспринимается как комментарий.

Строка продолжения начинается с символа «+» в первой позиции.

Пробелы, запятые и знаки равенства эквивалентны.

Большие и малые буквы не различаются.

Последняя строка файла описания задания .END

Элементами входного языка программы PSpice являются:

- **описания компонентов;**
- **директивы управления заданием на моделирование.**

**Описанием компонента** считается любая строка, не начинающаяся с символа «.» (кроме первой строки и строк комментариев и продолжений).

Описание компонента имеет следующую структуру:

<code>&lt;имя компонента&gt; &lt;номера двух или более узлов&gt; [&lt;имя модели&gt;] &lt;числовые данные&gt;</code>
--

Имя компонента состоит из последовательности символов латинского алфавита и цифр, общая длина которых рекомендуется не более 8 символов.

Первый символ имени компонента определяет его тип.

Далее указываются номера узлов, к которым подключается компонент.

Имя модели компонента не является обязательным параметром. На это указывают квадратные скобки [ ] в приведенном описании.

В качестве числовых данных указываются численные значения параметров.

Допускается масштабирование чисел с помощью суффиксов:

$$F=10^{-15}, P=10^{-12}, N=10^{-9}, U=10^{-6}, M=10^{-3}, K=10^3, MEG=10^6, G=10^9, T=10^{12}$$

Например, сопротивление 5,1 кОм может быть записано несколькими способами:

5100, 5.1 K, 5.1 КОМ, 5.1 K3

Нулевые значения параметров компонентов не допускаются.

**Резисторы** описываются предложением:

`Rxxx <+узел> <-узел> [имя модели] <сопротивление>`

Здесь xxx – произвольная последовательность символов, которая образует имя компонента. Например:

R3 45 0 4K

RGEN 1 20 3.8E5

Если в описании резистора <имя модели> опущено, то его сопротивление равно параметру <сопротивление> в омах.

**Конденсаторы** описываются предложением

`Cxxx <+узел> <-узел> [имя модели] <значение ёмкости>`

`[IC = <значение напряжения на конденсаторе в момент времени t = 0>]`

Например:

C1 100 0 28PF

C2 23 24 0.45PF IC = 10

После ключевого слова IC указывается значение напряжения на конденсаторе, которое при расчёте переходных процессов служит начальным значением этого напряжения. Во втором примере это напряжение равно 10 В.

**Индуктивности** описываются предложением

`Lxxx <+узел> <-узел> [имя модели] <значение индуктивности>`

`+ [IC=<начальное значение тока>]`

Например:

L1 20 0 20MH

L2 25 26 0.0265 IC=2

L34 34 56 .15E-6

Имеются также возможности описания моделей **ключей**, которые могут замыкать или размыкать моделируемые схемы при определенных условиях. Модели ключей могут применяться при исследовании переходных процессов. Различают модели ключей, управляемых напряжением и управляемых током.

**Ключ, управляемый напряжением**, описывается предложением:

Sxxx <+ узел> <- узел> <+управляющий узел> <- управляющий узел> <имя модели>

Здесь <+ узел> и <- узел> – номера узлов, к которым подсоединён ключ; <+ управляющий узел>, <- управляющий узел> – номера узлов, разность потенциалов которых управляет ключом.

Параметры ключа задаются директивой:

.MODEL <имя модели> VSWITCH (VON=<значение>  
+VOFF=<значение> RON=<значение> ROFF=<значение>)

Параметры, определяющие модель ключа, управляемого напряжением:

Обозначение	Параметр	Размерность	По умолчанию
VON	Напряжение замыкания ключа	В	0
VOFF	Напряжение размыкания ключа	В	0
RON	Сопротивление замкнутого ключа	Ом	1
ROFF	Сопротивление разомкнутого ключа	Ом	$10^6$

Если  $VON > VOFF$ , то ключ замкнут при управляющем напряжении  $V > VON$  и разомкнут при  $V < VOFF$ . На интервале  $VOFF < V < VON$  сопротивление ключа плавно изменяется от значения ROFF до значения RON по определённой зависимости.

Если  $VON < VOFF$ , то ключ замкнут при  $V < VON$  и разомкнут при  $V > VOFF$ .

Пример:

```
skey1 1 2 25 0 key
.model key vswitch (von = 1 voff = 5 Ron = 0.1 Roff = 1meg)
```

В данном описании представлена модель ключа skey1, подключенного между узлами 1 и 2 схемы. Состояние ключа зависит от разности потенциалов узлов с номерами 25 и 0 и значений параметров, задаваемых моделью, которой присвоено имя key. В соответствии с приведенным выше описанием ключ skey1 замкнут, если разность потенциалов между узлами 25 и 0 будет меньше или равна одному вольту. При этом сопротивление ключа составляет 0,1 Ом. Если разность потенциалов между узлами 25 и 0 окажется равной или большей пяти вольт, ключ разомкнется, и сопротивление разомкнутого ключа составит один мегом.

**Ключ, управляемый током независимого источника напряжения**, описывается предложением:

Wxxx <+узел> <-узел> <имя управляющей ветви> <имя модели>

Здесь <имя управляющей ветви> – имя *источника напряжения*, ток которого управляет ключом.

Параметры ключа задаются директивой

.MODEL <имя модели> ISWITCH (ION=<значение>  
+IOFF=<значение> RON=<значение> ROFF=<значение>)

Пример:

```
wkey5 5 6 vf2 key2
```

```
.model key2 iswitch (ion = 5 ioff = 2 ron = 0.05 roff = 10meg)
```

В приведенном примере описана модель ключа wkey5, который находится между узлами 5 и 6 схемы. Состояние ключа определяется током, протекающим через независимый источник напряжения vf2, и параметрами модели key2. В данном случае ключ замыкается, если ток в ветви, в которой включен источник vf2, оказывается не меньше 5 А. Ключ будет разомкнутым при значениях тока, не превышающих двух ампер. Источник напряжения vf2 при нулевом значении его напряжения выполняет функцию амперметра, измеряющего ток в определенной ветви схемы.

**Ключ, управляемый в функции времени**, реализуется заданием управляющего тока или напряжения с помощью источника переменного во времени сигнала.

Пример:

```
Skey3 1 2 100 0 keytime
.model keytime vswitch (von = 10 voff = 5 Ron = 0.1 Roff = 1meg)
vtime 100 0 pwl(0,0 0.99,0 1,10)
r 100 0 10meg
```

Этот фрагмент описания схемы показывает, как моделируется работа ключа Skey3, который разомкнут в интервале времени от 0 до 0,99 сек, замыкается через одну секунду после начала моделирования переходного процесса и остается замкнутым до конца моделирования. Для этого формируется вспомогательная схема, состоящая из источника напряжения vtime, характеризующегося кусочно-линейной зависимостью напряжения от времени, и резистора r.

Аналогичным образом можно выполнить моделирование работы ключа в функции времени при использовании его модели, управляемой током.

**Независимые источники напряжения (V) и тока (I)** представляются как

```
Vxxx <+ узел> <- узел> [[PULSE] [PWL] [SIN] (<параметр>...)]
Ixxx <+ узел> <- узел> [[PULSE] [PWL] [SIN] (<параметр>...)]
```

**Импульсная функция** задается списком параметров

PULSE (y<sub>1</sub> y<sub>2</sub> t<sub>d</sub> t<sub>r</sub> t<sub>f</sub> τ T)

Обозначение	Параметр	Размерность	По умолчанию
y <sub>1</sub>	Начальное значение	В или А	-
y <sub>2</sub>	Максимальное значение	В или А	-
t <sub>d</sub>	Начало переднего фронта	с	0
t <sub>r</sub>	Длительность переднего фронта	с	
t <sub>f</sub>	Длительность заднего фронта	с	
τ	Длительность плоской части импульса	с	
T	Период повторения	с	

Пример:

```
vpulse 1 0 pulse(0 10 0 0.099m 0.099m 0.002m 0.2m)
```

В данном случае описывается независимый источник «пилообразного» напряжения с высотой зубца 10 В, длительностями переднего и заднего фронтов равными 0,099 миллисекунды, длительностью плоской части 0,002 и периодом повторения 0,2 миллисекунды.

**Кусочно-линейная функция** задаётся списком параметров

$$\text{PWL} (t_1 \ y_1 \ t_2 \ y_2 \dots \ t_n \ y_n)$$

Здесь  $(t_1 \ y_1)$ ,  $(t_2 \ y_2)$ , ... – координаты точек, через которые проходит функция. Соседние точки соединяются прямыми линиями.

Пример:

$$i8 \ 0 \ 5 \ \text{pwl}(0,0 \ 1,0 \ 2,10 \ 3,10 \ 4,0)$$

В примере дано описание источника тока, направление которого определено от нулевого узла к узлу с номером 5. При этом воспроизводится следующая зависимость тока от времени: от начального момента времени до одной секунды значение тока равно нулю. На отрезке времени от одной секунды до двух секунд ток изменяется линейно и достигает значения 10 А. До трех секунд это значение тока остается неизменным, а затем ток линейно уменьшается до нуля при  $t = 4$  сек.

**Синусоидальная функция** задаётся списком параметров

$$\text{SIN} (y_0 \ y_a \ f \ t_d \ d_f \ \varphi)$$

Обозначение	Параметр	Размерность	По умолчанию
$y_0$	Постоянная составляющая	В или А	-
$y_a$	Амплитуда	В или А	-
$f$	Частота несущей	Гц	1/TSTOP
$t_d$	Задержка	с	0
$d_f$	Коэффициент затухания	1/с	0
$\varphi$	Фаза	градус	

Пример:

$$V5 \ 3 \ 2 \ \text{sin}(0 \ 310 \ 50 \ 0 \ 0 \ 120)$$

В этом примере описывается независимый источник, напряжение которого направлено от узла 2 к узлу 3. Постоянная составляющая напряжения отсутствует, амплитуда равна 310 В, частота 50 Гц, задержка и затухание сигнала отсутствуют, начальная фаза равна 120 градусов.

Если ни одно из приведенных выше обозначений типов моделируемых сигналов (PULSE, PWL, SIN) в описании не используется, то моделируется независимый источник постоянного тока или напряжения в зависимости от первой буквы имени этого источника.

**Источник напряжения, управляемый напряжением**, задаётся как

$$E_{xxx} \ <+ \ \text{узел}> \ <- \ \text{узел}> \ <+ \ \text{управляющий узел}> \ <- \ \text{управляющий узел}> \\ +<\text{коэффициент передачи}>$$

Пример:

$$E_{ag} \ 5 \ 0 \ 7 \ 8 \ 0.75$$

В данном примере дано описание источника напряжения, подключенного к узлам 5 и 0. Напряжение этого источника определяется разностью потенциалов между узлами 7 и 8, которая умножается на коэффициент передачи равный 0.75.

**Источник тока, управляемый током**

$$F_{xxx} \ <+ \ \text{узел}> \ <- \ \text{узел}> \ <\text{имя управляющего источника напряжения}> \\ +<\text{коэффициент передачи}>$$

Управляющим током служит ток *независимого источника напряжения*.

Пример:

F21 0 1 vf4 0.5

Источник тока F21 подключен к узлам 0 и 1. Значение тока этого источника определяется током, протекающим через источник напряжения vf4 и умноженным на коэффициент передачи равный 0,5.

### Источник тока, управляемый напряжением

Gxxx <+ узел> <- узел> <+ управляющий узел> <- управляющий узел>  
+<коэффициент передачи>

### Источник напряжения, управляемый током

Nxxx <+узел> <-узел> <имя управляющего источника напряжения >  
+<коэффициент передачи>

Управляющим током служит ток *независимого источника напряжения*.

Описания конкретных управляемых источников последних двух видов, аналогично тем, которые были приведены выше для источника напряжения, управляемого напряжением, и источника тока, управляемого током.

**Аналоговые функциональные блоки** моделируются с помощью источников напряжения (E) или тока (G), управляемых произвольной комбинацией напряжений и токов.

Exxx <+ узел> <- узел> VALUE={<выражение>}

После ключевого слова VALUE в фигурных скобках приводится алгебраическое выражение, которое может содержать узловые потенциалы, разности узловых потенциалов, токи через источники напряжения и время.

Пример:

Gem 0 23 value = {0.15\*(i(vf3)\*i(vf2) – i(vf1)\*i(vf4))}

В данном случае приведено описание источника тока Gem, включенного между узлами 0 и 23. Значение тока этого источника определяется разностью произведений токов, протекающих соответственно через независимые источники напряжения vf3, vf2 и vf1, vf4, умноженной на постоянный коэффициент 0,15.

### Стандартные функции

Функция	Определение	Комментарий
ABS(x)	Абсолютная величина x	
ACOS(x)	Арккосинус x	Результат в радианах
ARCTAN(x)	Арктангенс x	Результат в радианах
ASIN(x)	Арсинус x	Результат в радианах
ATAN2(y,x)	Арктангенс y/x	Результат в радианах
COS(x)	Косинус x	x в радианах
DDT(x)	dx/dt	Только при анализе переходных процессов
EXP(x)	$e^x$	
IF(t, x, y)	x, если t — истина y, если t — ложь	
LOG(x)	ln(x)	
LOG10(x)	log(x)	
MAX(x, y)	Максимум x, y	



MIN(x, y)	Минимум x, y	
PWR(x, y)	$ x ^y$	
SDT(x)	$\int x(t)dt$	Только при анализе переходных процессов
SGN(x)	Знак x	
SIN(x)	$\sin(x)$	
TAN(x)	$tg(x)$	
SQRT(x)	Квадратный корень	
TABLE(x <sub>1</sub> , y <sub>1</sub> , ...)	$y = f(x)$	

Типы компонентов \*

Первый символ имени	Тип компонента
C	Конденсатор
D	Диод
E	Источник напряжения, управляемый напряжением
F	Источник тока, управляемый током
G	Источник тока, управляемый напряжением
H	Источник напряжения, управляемый током
I	Независимый источник тока
L	Индуктивность
R	Резистор
S	Ключ, управляемый напряжением
V	Независимый источник напряжения
W	Ключ, управляемый током

\* – в таблице представлена только часть компонентов схем, которые допускается задавать при моделировании с помощью программы PSpice.

Директивы управления заданиями

Имя	Назначение
.AC	Расчет частотных характеристик
.DC	Расчет режима по постоянному току
.FOUR	Спектральный анализ
.MC	Статистический анализ
<b>.TRAN</b>	<b>Расчет переходных процессов</b>
.LIB	Подключение библиотеки компонентов
.MODEL	Описание модели компонентов
.OPTIONS	Установка параметров и режимов работы программы
.PARAM	Определение глобальных параметров
.SUBCKT	Начало описания макромоделей

В дальнейшей работе будут проводиться только расчеты переходных процессов, которые задаются директивой:

.TRAN <шаг вывода данных> <конечное время>  
 +[<начальное время вывода данных> [<максимальный шаг вычислений>]] +[UIC]

Переходные процессы всегда рассчитываются с момента времени  $t = 0$  до момента <конечное время>. Шаг интегрирования выбирается автоматически. Результаты вычислений вы-

водятся в виде таблиц или графиков с интервалом времени, задаваемым параметром <шаг вывода>. Если задан параметр <начальное время вывода данных>, то вывод результатов расчёта подавляется на интервале времени от  $t = 0$  до указанного значения. Максимальное значение шага интегрирования устанавливается параметром <максимальный шаг вычислений>. Параметр UIC (use initial conditions) предполагает отказ от расчета начальных условий и принятие этих условий, заданных пользователем.

**Параметры и режимы работы программы PSpice** устанавливаются с помощью директивы

.OPTIONS [<имя опции>] ... [<имя опции> = <значение>] ...  
Опции перечисляются в любом порядке.

Имя опции	Наименование	Значение по умолчанию
ITL4	Максимальное количество итераций при переходе к следующему моменту времени в режиме TRAN	10
ITL5	Общее максимальное количество всех итераций в режиме TRAN (установка ITL5=0 устраняет это ограничение, но не более $2 \cdot 10^9$ )	5000
LIMPTS	Максимальное количество точек, выводимых в таблицу или на график (не более 32000)	5000
RELTOL	Допустимая относительная ошибка расчёта напряжений и токов в режиме TRAN	0,001
VNTOL	Допустимая ошибка расчета напряжений в режиме TRAN	$10^{-6}$ В

**Графический постпроцессор Probe**, предназначенный для просмотра и преобразований результатов моделирования, подключается директивой

.PROBE [<выходная переменная>...]

Если список выходных переменных не указан, то в файл результатов с расширением имени .DAT заносятся потенциалы всех узлов цепи и токи всех компонентов, разрешённых для помещения в список выходных переменных. Указание списка конкретных выходных переменных сокращает размер этого файла.

Пример:

```
*****DYNAMIC BREAK *****
.tran 1m 1 0 0.5m uic
.options reltol = 0.1 limpts = 30000 itl5=0 vntol=0.1
*****
< Описание компонентов моделируемой схемы >
*****
.probe
.end
```

Этот пример показывает общую структуру описания модели и задания на моделирование. Первая строка предназначена для задания имени файла. Вторая строка указывает на то, что предполагается производить моделирование переходных процессов. При этом шаг вывода

данных составляет одну миллисекунду, конечное время моделирования равно одной секунде, вывод данных предписано производить с начала расчета, максимальный шаг интегрирования принят равным 0,5 миллисекунды. Начальные значения токов и напряжений не рассчитываются, а принимаются равными значениям, заданных пользователем. Вторая строка предназначена для задания опций. В данном случае определена допустимая относительная ошибка расчета напряжений и токов равная 10%. Максимальное число точек, выводимых на графики, составляет 30000. Ограничение на число итераций снято. Допустимая ошибка при расчете напряжений составляет 0,1 В. Для просмотра и обработки будут доступны токи всех ветвей и потенциалы всех узлов моделируемой схемы.

### Программа Probe

Назначение этой программы состоит в отображении и анализе результатов, получаемых при моделировании с помощью программы PSpice.

Общие сведения. Программа Probe служит для отображения графиков полученных результатов, а также может выполнять их обработку, включая арифметические и алгебраические вычисления. На графики можно выводить произвольные надписи и графические символы. Графики могут быть выведены на принтер или на плоттер.

Программный интерфейс. В верхней части программы Probe помещается имя файла данных, на следующей строке – горизонтальное меню команд, а ниже – набор пиктограмм для быстрого вызова наиболее употребительных подкоманд.


Построение графиков. После выбора команды Trace/Add (или щелчком по кнопке ) открывается окно выбора переменных. Типы переменных, перечень которых приведен в окне, определяются положением выключателей. Для обработки полученных данных вполне будет достаточно пометить следующие три группы: Analog – аналоговые переменные, Voltages – напряжения, Currents – токи. Выбранные переменные заносятся в командную строку Trace Command (рис. 1). Графики строятся после нажатия кнопки ОК.




Рис. 1. Организация вывода графиков в программе Probe

На экран выводится координатная сетка графика, по горизонтальной оси которого откладывается переменная, соответствующая выбранному режиму. На экране может располагаться несколько окон, в каждом из которых строится несколько графиков. Вызов нового ок-

на осуществляется по команде Add Y Axis из ниспадающего меню Plot, при этом активное окно (в котором на данный момент строятся графики) помечается слева символами "SEL>>".

В строке Trace Command можно указать имя одной или нескольких переменных, а также математические выражения с их участием (рис. 1). Например, можно вывести графики отдельных переменных  $V(5)$ ,  $V(1)$ ,  $V(1t)$ ,  $I(5)$ ,  $I(s2)$  или математических выражений на их основе  $V(5)-V(1)$ ,  $I(5)*V(5)$ ,  $(I(s2)-I(5))/2.5$ . Эти выражения могут редактироваться в процессе ввода в командной строке. Для редактирования имени переменной или математического выражения двойным щелчком курсора снова открывается диалоговое окно для редактирования строки Trace Command.

Для одновременного построения двух и более графиков их переменные перечисляют на одной строке, разделяя их пробелом или запятой. Например, задание строки  $V(3)$ ,  $V(7)$ ,  $(I(s2)-I(5))/2.5$ ,  $I(5)*V(5)$  приведет к построению сразу четырех графиков (их можно построить и по очереди).

Электронный курсор. Координаты точек на графиках считываются с помощью двух электронных курсоров. Дисплей переключается в режим считывания координат по команде Tools/Cursor/Display (или щелчком по пиктограмме ). В правом нижнем углу экрана располагается окно, в котором отображаются текущие координаты двух курсоров и расстояние между ними по двум осям ординат.

Манипулятор мышь позволяет обеспечить наиболее удобное управление курсорами: левая кнопка управляет первым курсором, правая – вторым. Нажатие кнопки перемещает электронный курсор к ближайшей по оси X точке на выбранном графике. С помощью мыши можно также выбрать график, помечая его имя. Однако точность позиционирования электронного курсора при управлении с клавиатуры выше.

В меню Cursor имеются команды управления положением курсора: Peak, Trough, Min и Max. Эти команды изменяют положение того курсора, который с помощью функциональных клавиш и мыши перемещался последним. Приведем определения этих команд:

Peak – перемещение курсора к следующему локальному максимуму (с обеих сторон от него имеется хотя бы по одной точке с меньшим значением Y);

Trough – перемещение курсора к следующему локальному минимуму (с обеих сторон от него имеется хотя бы по одной точке с большим значением Y);

Min – перемещение курсора к точке на графике, имеющей минимальное значение Y;

Max – перемещение курсора к точке на графике, имеющей максимальное значение Y.

Литература

1. **Разевиг В. Д.** Система схемотехнического моделирования и проектирования печатных плат Design Center. – М.: СК Пресс, 1996.

## Раздел 2

### Моделирование электромеханических преобразователей

Рассмотрим математическую модель электромеханического преобразования энергии на примере обобщенной электрической машины (ЭМ), поскольку ее модель применима для исследования процессов в различных типах электрических машин [1].

Обобщенная ЭМ представляет собой двухполюсную двухфазную симметричную идеализированную машину, имеющую по две пары обмоток на роторе и статоре (рис. 1).

Эта ЭМ имеет гладкий воздушный зазор без пазов на роторе и статоре и обмотками в виде токовых слоёв, имеющих синусоидальное распределение МДС. Магнитная цепь обобщенной ЭМ принимается ненасыщенной во всех возможных режимах работы. При питании обмоток синусоидальным напряжением магнитное поле в воздушном зазоре синусоидальное.

При сдвиге обмоток в пространстве на  $90^\circ$  и при подаче на эти обмотки синусоидальных напряжений с одинаковой амплитудой, сдвинутых во времени на  $90^\circ$ , будет создано вращающееся магнитное поле. Магнитные поля, созданные токами, протекающими в обмотках статора и ротора, неподвижны друг относительно друга.

В системе координат  $\alpha, \beta$  оси обмоток статора и ротора совпадают, а ротор **неподвижен**. Чтобы токи, мощности и потери были такими же, как во вращающейся ЭМ, в обмотки ротора необходимо ввести ЭДС вращения  $\omega_r \Psi_{r\beta} - \omega_r \Psi_{r\alpha}$ . Потокосцепления обмоток в осях  $\alpha, \beta$  записываются в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Psi_{s\alpha} &= L_{s\alpha} i_{s\alpha} + M i_{r\alpha}; & \Psi_{r\alpha} &= L_{r\alpha} i_{r\alpha} + M i_{s\alpha}; \\ \Psi_{r\beta} &= L_{r\beta} i_{r\beta} + M i_{s\beta}; & \Psi_{s\beta} &= L_{s\beta} i_{s\beta} + M i_{r\beta}, \end{aligned}$$

где индуктивности обмоток имеют вид:

$$\begin{aligned} L_{s\alpha} &= M + l_{s\alpha}; & L_{r\alpha} &= M + l_{r\alpha}; \\ L_{r\beta} &= M + l_{r\beta}; & L_{s\beta} &= M + l_{s\beta}. \end{aligned}$$

В свою очередь, индуктивности  $L_{s\alpha}, L_{r\alpha}, L_{r\beta}, L_{s\beta}$ , как видно из предыдущих выражений, складываются из взаимной индуктивности обмоток  $M$  и индуктивностей рассеяния  $l_{s\alpha}, l_{r\alpha}, l_{r\beta}, l_{s\beta}$ .

Уравнения электрического равновесия для обмоток статора и ротора имеют вид:

$u_{s\alpha}$	=	$r_{s\alpha} + \frac{d}{dt} L_{s\alpha}$	$\frac{d}{dt} M$	0	0	x	$i_{s\alpha}$
$u_{r\alpha}$		$\frac{d}{dt} M$	$r_{r\alpha} + \frac{d}{dt} L_{r\alpha}$	$\omega_r L_{r\beta}$	$\omega_r M$		$i_{r\alpha}$
$u_{r\beta}$		$-\omega_r M$	$-\omega_r L_{r\alpha}$	$r_{r\beta} + \frac{d}{dt} L_{r\beta}$	$\frac{d}{dt} M$		$i_{r\beta}$
$u_{s\beta}$		0	0	$\frac{d}{dt} M$	$r_{s\beta} + \frac{d}{dt} L_{s\beta}$		$i_{s\beta}$

В приведенной системе уравнений  $u_{s\alpha}, u_{r\alpha}, u_{r\beta}, u_{s\beta}, i_{s\alpha}, i_{r\alpha}, i_{r\beta}, i_{s\beta}$  – соответственно напряжения и токи в обмотках статора и ротора по осям  $\alpha$  и  $\beta$ ;  $r_{s\alpha}, r_{r\alpha}, r_{r\beta}, r_{s\beta}$  – активные сопротивления обмоток статора и ротора.

ЭДС вращения в приведенной выше системе дифференциальных уравнений представлены в виде  $L_{r\alpha}\omega_r + M\omega_r$  для обмотки ротора по оси  $\alpha$  и  $-(L_{r\alpha}\omega_r + M\omega_r)$  для обмотки ротора по оси  $\beta$ . Электромагнитный момент возникает в результате взаимодействия токов в обмотках ЭМ и определяется из соотношения

$$M_{\text{э}} = \frac{mM}{2}(i_{s\beta}i_{r\alpha} - i_{s\alpha}i_{r\beta}), \quad (2.1)$$

где  $m$  - число фаз обмотки якоря.

Движение ротора ЭМ описывается уравнением движения:

$$\frac{J}{p} \cdot \frac{d\omega}{dt} = M_{\text{э}} \pm M_{\text{с}}, \quad (2.2)$$

где  $M_{\text{с}}$  – внешний момент, приложенный к валу ЭМ (если он направлен навстречу электромагнитному моменту, то в уравнении следует записать знак « $\leftarrow$ », в случае, когда направления  $M_{\text{э}}$  и  $M_{\text{с}}$  совпадают, необходимо суммировать эти моменты);  $J$  - момент инерции вращающихся частей ЭМ и приведенный момент инерции связанных с ними тел;  $\omega_r$  - частота вращения ротора ЭМ;  $p$  - число пар полюсов.

В приведенных выше уравнениях имеется пять независимых переменных (напряжения и момент сопротивления) и пять неизвестных (токи в обмотках и угловая частота). Активные сопротивления, индуктивности, взаимная индуктивность и момент инерции являются параметрами и их значения должны быть известны при моделировании.

Следует отметить, что даже при постоянных параметрах данная система уравнений является *нелинейной* и для ее решения необходимо применять методы вычислительной математики и ЭВМ.

Для многофазной и многополюсной ЭМ уравнение электромагнитного момента приобретает вид:

$$M_{\text{э}} = \frac{mpM}{2}(i_{s\beta}i_{r\alpha} - i_{s\alpha}i_{r\beta}). \quad (2.3)$$

При приведении симметричной  $m$ -фазной машины к двухфазной достаточно рассчитывать электромагнитный момент по (2.3), а в уравнениях электрического равновесия оперировать значениями параметров фазной обмотки и фазными токами.

### Математическая модель асинхронной ЭМ с короткозамкнутой обмоткой ротора

Данная модель может быть получена из уравнений обобщенной ЭМ, в которых необходимо задать  $u_{r\alpha} = u_{r\beta} = 0$ , а для моделирования асинхронного конденсаторного двигателя оказывается достаточным задание  $u_{s\alpha} = u_{s\beta}$  и включение последовательно с одной из обмоток статора пускового  $C_{\text{п}}$  и рабочего  $C_{\text{р}}$  конденсаторов (рис. 2.2).

На основании уравнений четырех электрического равновесия и одного уравнения (2.2), характеризующего движение механической подсистемы ЭМ можно составить соответствующее описание модели и задания на моделирование, применяя уже известный входной язык программы PSice.

Фрагмент такого описания представлен ниже и снабжен необходимыми комментариями:

\*\*\*\*\*

\* Моделирование асинхронной электрической машины

\*\*\*\*\*

.tran 1m 500m 0 1m uic

.opt reltol = 0.2 limpts = 30000 itl5 = 0 vntol = 0.5

\*\*\*\*\*

\* Обмотка статора по оси альфа \*

Vas 1 0 sin(0 310 50 0 0 0); Источник питания

Vf1 1 2 0; Независимый источник напряжения, служащий амперметром

ras 2 3 3.57; Активное сопротивление обмотки статора

Lm1 3 4 0.2628 ic = 0; Взаимная индуктивность

las 4 5 0.0159 ic = 0; Индуктивность рассеяния обмотки статора

Ear 5 0 12 13 1; ЭДС трансформации, наводимая при изменении тока в обмотке ротора по оси альфа, как источник напряжения,

\* управляемый напряжением

\* Обмотка ротора по оси альфа \*

Vf2 0 11 0; Независимый источник напряжения, служащий амперметром

Rar 11 12 3.8; Активное сопротивление обмотки ротора

Lm2 12 13 0.2628 ic = 0; Взаимная индуктивность

lar 13 14 0.0264 ic = 0; Индуктивность рассеяния обмотки ротора

Eas 14 15 3 4 1; ЭДС трансформации, наводимая при изменении тока в обмотке статора по оси альфа, как источник напряжения,

\* управляемый напряжением

Ev1 15 16 value = {0.2628\*V(50)\*i(Vf4)}; Первый компонент ЭДС вращения

Ev2 16 0 value = {0.2892\*V(50)\*i(Vf3)}; Второй компонент ЭДС вращения

\*\*\*\*\*

\* Здесь следует привести описания обмоток ротора и статора по оси бета

\* по аналогии с описаниями, приведенными выше

\*\*\*\*\*

\* Механическая подсистема \*

\*\*\*\*\*

Gem 0 50 value = {}; В скобках следует записать выражение (2.3)

\* по правилам входного языка программы Pspice

Ims 0 50 -10; Пример записи постоянного момента сопротивления 10Н

Cj 50 0 0.015 ic = 0; Момент инерции

Rf 50 0 1000k; Вспомогательное активное сопротивление

\*\*\*\*\*

.probe

.end

Представленные выше математическая и компьютерная модели асинхронной электрической машины являются наиболее компактными. Однако, искусственный прием, в соответствии с которым реально вращающийся ротор рассматривается как неподвижный, приводит к отличию некоторых результатов моделирования от реальных показателей электрической машины. В частности, частота токов в обмотках ротора в данной модели не изменяется при изменении частоты вращения самого ротора и остается равной частоте напряжения питания. В этом можно убедиться, проведя моделирование процесса разгона электрической машины и рассмотрев осциллограмму тока в одной из обмоток ротора. Однако, известно, что частота

токов в обмотках ротора определяется произведением частоты напряжения питания и скольжения. В номинальном режиме асинхронные машины работают со скольжениями, составляющими несколько процентов. Соответствующим образом изменяется и частота токов в обмотках ротора.

### Математическая модель асинхронной электрической машины в двухфазной непреобразованной системе координат

Схема модели представлена на рис. 2.3 и отличается ранее рассмотренных моделей тем, что ротор может вращаться, что приводит к изменению магнитной связи между обмотками статора и ротора в зависимости от угла поворота.

Напряжения на обмотках статора и ротора:

$$\begin{aligned} u_{as} &= i_{as}r_{as} + \frac{d\Psi_{as}}{dt}; & u_{bs} &= i_{bs}r_{bs} + \frac{d\Psi_{bs}}{dt}; \\ u_{ar} &= i_{ar}r_{ar} + \frac{d\Psi_{ar}}{dt}; & u_{br} &= i_{br}r_{br} + \frac{d\Psi_{br}}{dt}, \end{aligned}$$

где  $u_{as}, u_{bs}, u_{ar}, u_{br}$  – соответственно напряжения на обмотках статора и ротора по осям  $a$  и  $b$ ,  $i_{as}, i_{bs}, i_{ar}, i_{br}$  – токи в обмотках статора и ротора,  $\Psi_{as}, \Psi_{bs}, \Psi_{ar}, \Psi_{br}$  – потокосцепления обмоток.

Потокосцепления обмоток статора и ротора:

$$\begin{aligned} \Psi_{as} &= L_{as}i_{as} + Mi_{ar}\cos\theta - Mi_{br}\sin\theta; \\ \Psi_{bs} &= L_{bs}i_{bs} - Mi_{ar}\sin\theta - Mi_{br}\cos\theta; \\ \Psi_{ar} &= L_{ar}i_{ar} + Mi_{as}\cos\theta - Mi_{bs}\sin\theta; \\ \Psi_{br} &= L_{br}i_{br} - Mi_{as}\sin\theta - Mi_{bs}\cos\theta, \end{aligned}$$

где  $L_{as}, L_{bs}, L_{ar}, L_{br}$  – полные индуктивности обмоток статора и ротора,  $M$  – взаимная индуктивность обмоток при совпадении направлений их осей;  $\theta$  – угол поворота ротора относительно статора.

Производные потокосцеплений по времени:

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_{as}}{dt} &= L_{as}\frac{di_{as}}{dt} + M\cos\theta\frac{di_{ar}}{dt} - Mi_{ar}\omega\sin\theta - M\sin\theta\frac{di_{br}}{dt} - Mi_{br}\omega\cos\theta; \\ \frac{d\Psi_{bs}}{dt} &= L_{bs}\frac{di_{bs}}{dt} - M\sin\theta\frac{di_{ar}}{dt} - Mi_{ar}\omega\cos\theta - M\cos\theta\frac{di_{br}}{dt} + Mi_{br}\omega\sin\theta; \\ \frac{d\Psi_{ar}}{dt} &= L_{ar}\frac{di_{ar}}{dt} + M\cos\theta\frac{di_{as}}{dt} - Mi_{as}\omega\sin\theta - M\sin\theta\frac{di_{br}}{dt} - Mi_{br}\omega\cos\theta; \\ \frac{d\Psi_{br}}{dt} &= L_{br}\frac{di_{br}}{dt} - M\sin\theta\frac{di_{as}}{dt} - Mi_{as}\omega\cos\theta - M\cos\theta\frac{di_{bs}}{dt} + Mi_{bs}\omega\sin\theta. \end{aligned}$$

Электромагнитный момент:

$$M_s = \frac{mp}{2} M [\sin\theta(i_{bs}i_{br} - i_{as}i_{ar}) + \cos\theta(i_{bs}i_{ar} - i_{as}i_{br})],$$

где  $m$  – число фаз электрической машины,  $p$  – число пар полюсов.



Описание модели на входном языке программы PSpice представлено ниже:

```

*** Двухфазный АД в непреобразованных координатах ***
*****
.TRAN 0.5ms 0.5s 0 0.5ms uic
.OPTIONS itl5=0, reltol=0.01, vntol=0.001, limpts=30000
*****
.PARAM Ls= 0.9442 Lm=0.8476 Lr= 1.0702 Rs=40.487 Rr=42.157 w=314.1592654
+Um=180
*****
Ea 1 0 value={Um*sin(w*time)}
*****
Vfas 1 2 0
Ras 2 3 {Rs}
Las 3 4 {Ls} ic=0
Eas 4 0 value={Lm*(cos(v(teta))*v(iar)-sin(v(teta))*v(ibr)-+i(Vfar)*v(100)*sin(v(teta))-
i(Vfbr)*v(100)*cos(v(teta)))}
*****
Eb 11 0 value={Um*sin(w*time+1.570796)}
*****
Vfbs 11 12 0
Rbs 12 13 {Rs}
Lbs 13 14 {Ls} ic=0
Ebs 14 0 value={Lm*(-sin(v(teta))*v(iar)-cos(v(teta))*v(ibr)-
+i(Vfar)*v(100)*cos(v(teta))+i(Vfbr)*v(100)*sin(v(teta)))}
*****
Vfar 0 32 0
Rar 32 33 {Rr}
Lar 33 34 {Lr} ic=0
Ear 34 0 Value={Lm*(cos(v(teta))*v(ias)-sin(v(teta))*v(ibs)-+i(Vfas)*v(100)*sin(v(teta))-
i(Vfbs)*v(100)*cos(v(teta)))}
*****
Vfbr 0 42 0
Rbr 42 43 {Rr}
Lbr 43 44 {Lr} ic=0
Ebr 44 0 Value={Lm*(-sin(v(teta))*v(ias)-cos(v(teta))*v(ibs)-
+i(Vfas)*v(100)*cos(v(teta))+i(Vfbs)*v(100)*sin(v(teta)))}
*****
** Механическая подсистема **
*****
Gem 0 100 Value={1.5*Lm*(sin(v(teta))*(i(Vfbs)*i(Vfbr)-i(Vfas)*i(Vfar))-
+cos(v(teta))*(i(Vfbs)*i(Vfar)+i(Vfas)*i(Vfbr)))}
Is 100 0 pwl(0,0 200m,0 201m,220m)
Cj 100 0 0.0002021 ic=0
Rf 100 0 1meg
*****
** Определение производных токов **
*****

```

```

F_as 0   ias  Vfas  1
L_as ias  ias1  1   ic=0
Rf_as ias1 0   1u
*****
F_bs 0   ibs  Vfbs  1
L_bs ibs  ibs1  1   ic=0
Rf_bs ibs1 0   1u
*****
F_ar 0   iar  Vfar  1
L_ar iar  iar1  1   ic=0
Rf_ar iar1 0   1u
*****
F_br 0   ibr  Vfbr  1
L_br ibr  ibr1  1   ic=0
Rf_br ibr1 0   1u
*****
** Определение угла поворота ротора **
*****
G_w 0   teta  100 0  1
C_t  teta 0   1   ic=0
R_t  teta 0   1meg
*****
.probe
.end

```

### Математическая модель синхронной ЭМ фазовых координатах

Допущения, принимаемые при моделировании процессов в синхронных электрических машинах, аналогичны допущениям, оговоренным ранее при описании обобщенной электрической машины.

Общие уравнения электрического равновесия для обмоток синхронной ЭМ в естественных или фазовых координатах  $a, b$  [1] (рис. 2.4) имеют вид:

$$u_{as} = i_{as}r_{as} + \frac{d\Psi_{as}}{dt}; \quad u_{bs} = i_{bs}r_{bs} + \frac{d\Psi_{bs}}{dt}; \quad u_{ar} = i_{ar}r_{ar} + \frac{d\Psi_{ar}}{dt} \quad (2.4)$$

Потокосцепления обмоток определяются из выражений:

$$\begin{aligned} \Psi_{as} &= L_{as}i_{as} + Mi_{ar} \cos \Theta; \\ \Psi_{bs} &= L_{bs}i_{bs} + Mi_{ar} \cos \Theta; \\ \Psi_{ar} &= L_{ar}i_{ar} + Mi_{as} \cos \Theta + Mi_{bs} \sin \Theta. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Как видно из приведенных выражений для потокосцеплений, магнитные связи обмоток статора и ротора изменяются по гармоническому закону.

Подставив (2.5) в (2.4) и взяв производные потокосцеплений по времени при условии, что частота вращения ротора остается неизменной в течение переходных электромагнитных процессов, получаем:

$$\begin{aligned} u_{as} &= i_{as}r_{as} + L_{as} \frac{di_{as}}{dt} + M \cos \Theta \frac{di_{ar}}{dt} - Mi_{ar} \omega_r \sin \Theta; \\ u_{bs} &= i_{bs}r_{bs} + L_{bs} \frac{di_{bs}}{dt} + M \sin \Theta \frac{di_{ar}}{dt} + Mi_{ar} \omega_r \cos \Theta; \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$u_{ar} = i_{ar} r_{ar} + L_{ar} \frac{di_{ar}}{dt} + M \cos \Theta \frac{di_{as}}{dt} - M i_{as} \omega_r \sin \Theta + M \sin \Theta \frac{di_{bs}}{dt} + M i_{bs} \omega_r \cos \Theta .$$

Электромагнитный момент определяется из выражения

$$M_{\Theta} = \frac{mp}{2\omega} (i_{as} e_{as} + i_{bs} e_{bs}) . \quad (2.7)$$

Представленная система уравнений (2.6), (2.7) позволяет исследовать синхронные ЭМ в переходных и установившихся режимах работы.

Фрагмент описания модели синхронной ЭМ при постоянной частоте вращения

```
***** Преобразователь ПТ-500 *****
.tran 0.5m 1 0 0.5m uic
.opt reltol=0.05 limpts=30000 itl5=0 vntol=.001
.PARAM Ls=0.0021 Lr=0.0056 Lm=0.0016 Rs=0.165 Rr=0.44
+ P=3.1415926536 P1=2.0943951024 P2=4.1887902048
*****
**** Обмотка якоря по оси А *****
*****
Rna    0    1    1.5
Vas    1    2    0
Ras    2    3    {Rs}
Las    3    4    {Ls}  ic = 0
Eas    4    0    value={Lm*(cos(314.16*time)*v(1is)-314.16*i(vr)*sin(314.16*time))}
*****
**** Обмотка якоря по оси В **
*****

*****
**** Обмотка возбуждения **
*****

Vs     21    0    -27
Vr     21    22    0
Rr     22    23    {Rr}
Lr     23    24    {Lr}  ic = 0
Eras   24    25    value={Lm*(cos(314.16*time)*v(1ia)-314.16*i(vas)*sin(314.16*time))}
Erbs   25    0    value={Lm*(sin(314.16*time)*v(1ib)+314.16*i(vbs)*cos(314.16*time))}
*****

**** Механическая подсистема *****
*****

G_em   0    100    value={4.5/314.16*Lm*(i(vas)*v(4)+i(vbs)*v(14))}
R_f    100    0    1
*****

**** Вспомогательные схемы *****
*****

**** Производные токов по времени *****
*****
```

.probe  
.end

### Литература

1. Копылов И. П. Математическое моделирование электрических машин. – М.: Высш. шк., 1987. - 248 с.

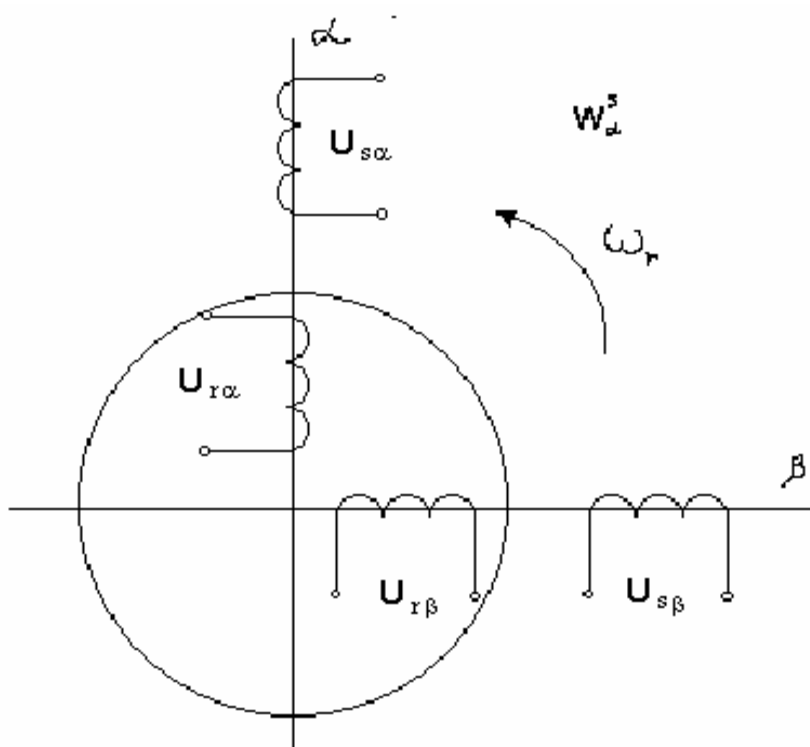


Рис. 2.1

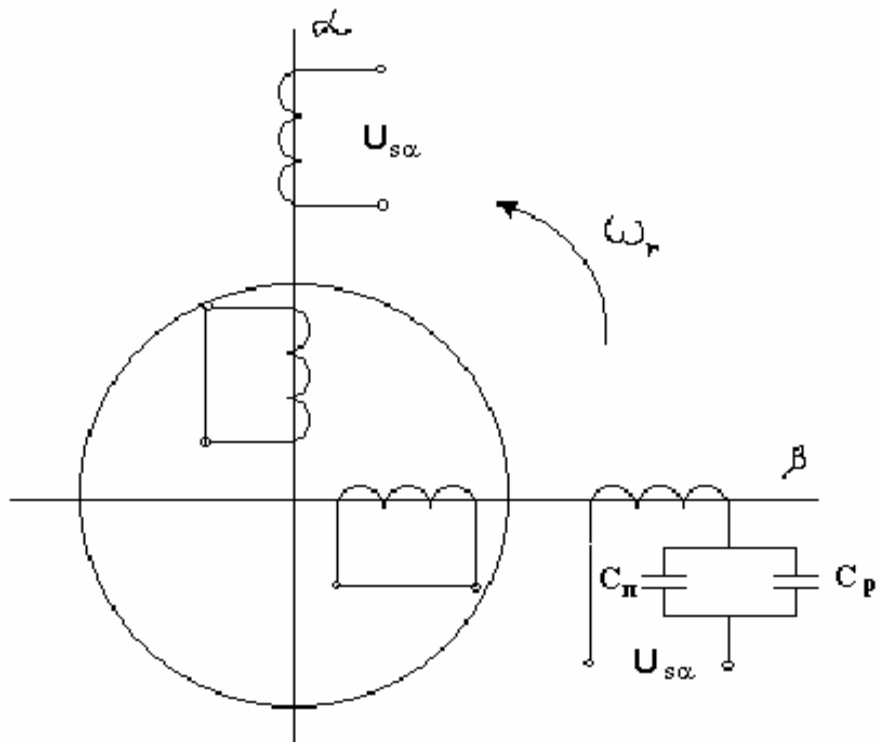


Рис. 2.2

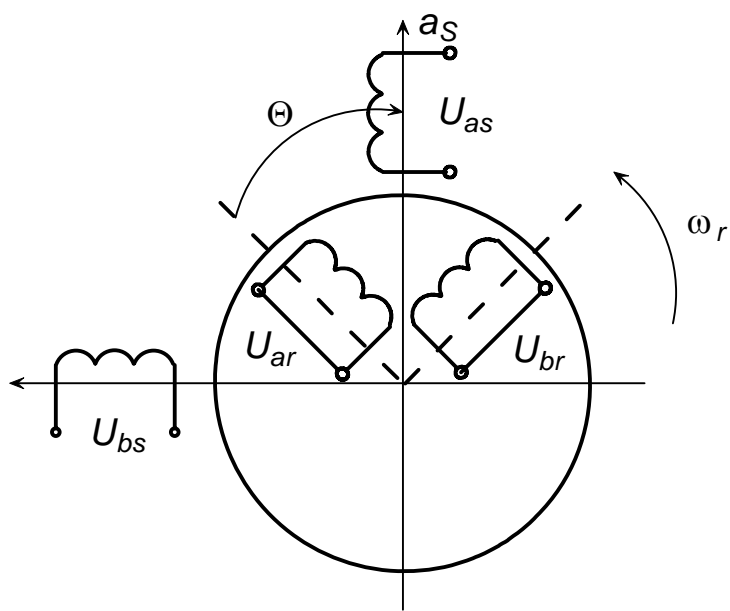


Рис. 2.3.

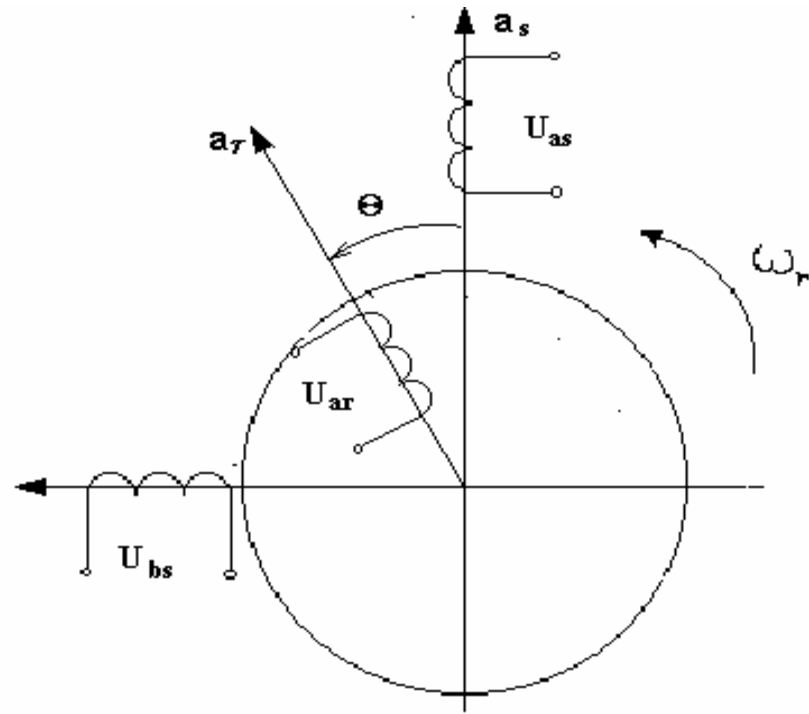


Рис. 2.4

## Раздел 3

### Моделирование преобразователей электрической энергии

Основу моделей преобразователей электрической энергии составляют модели полупроводниковых приборов. Как известно, полупроводниковые приборы, математические модели которых включены в программу PSpice, описываются большим количеством параметров, определяемых с помощью директивы .MODEL [1]. Эту директиву можно поместить в описание анализируемой схемы или в файл библиотеки, доступ к которому осуществляется с помощью директивы .LIB.

Описание конкретного полупроводникового прибора содержит его имя, номера узлов подключения, имя модели и коэффициент кратности Area, с помощью которого имитируется параллельное включение нескольких одинаковых приборов.

В программу PSpice встроены модели диода, биполярного транзистора, полевого транзистора с управляющим р–n переходом, арсенид-галиевого полевого транзистора с управляющим р-переходом и каналом n-типа, МОП-транзистора. Учитывая цели изучаемого курса, в исследуемых схемах будем использовать только модели диодов, а транзисторы – заменять ключами.

На входном языке программы PSpice **диод** описывается предложением:

```
Dxxx <узел анода> <узел катода> <имя модели> [<Area>]
```

Список параметров математической модели диода включает 25 позиций, которые необязательно заполнять всякой раз, поскольку все параметры в базовой модели обладают определенными значениями, задаваемыми по умолчанию.

#### Пример 1.

```
D2 1 2 D9B
.model D9B D (IS = 5UA RS = 14 BV = 2.81 IBV = 5UA)
```

В данном случае диод D2 включен между узлами 1 и 2. Часть его параметров определена с помощью директивы .model.

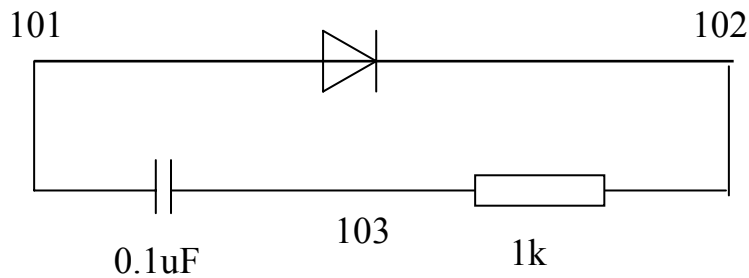
#### Пример 2.

```
D3 3 4 D104A
.LIB D.LIB
```

Между узлами 3 и 4 включен диод D104A, параметры которого определены в библиотеке D.LIB.

Часто вместо исходных моделей диодов при моделировании применяются схемы, в которых диоды снабжаются некоторыми дополнительными элементами, помогающими более точно воспроизводить рабочие процессы в реальных устройствах.

Так, например, в практике моделирования часто применяется следующая схема:



Такие схемы описываются специальными **макромоделями**. Для приведенной выше схемы представим описание в виде макромодели:

```
.SUBCKT DIODE_WITH_SNUB 101 102
DX      101 102  POWER_DIODE

RSNUB  102 103  1K
CSNUB  103 101  0.1UF

.MODEL POWER_DIODE D(RS = 0.01  CJO = 100PF)
.ENDS
```

Приведенное описание макромодели находится в составе библиотеки pwr.elec.lib, которая вызывается с помощью директивы:

```
.lib pwr_elec.lib
```

**Примечание:** Если библиотека и программа PSpice.exe находятся в разных подкаталогах, то необходимо указать полное имя библиотечного файла.

### Пример 3.

Описание модели однофазного мостового выпрямителя

```
.tran 50u 50m 0 50u uic
.options itl5 = 0, reltol = 0.01, vntol = 0.001, limpts = 30000
.lib pwr_elec.lib

Ls      1      2      1m
Rs      2      3      1m
Ld      4      5      1u
Cd      5      6      1m  ic = 150
Rload   5      6      20
```



```

XD1 3 4 DIODE_WITH_SNUB
XD3 0 4 DIODE_WITH_SNUB
XD2 6 0 DIODE_WITH_SNUB
XD4 6 3 DIODE_WITH_SNUB
-----
Vs 1 0 sin(0 150 50 0 0 0)
.probe
.end

```

**Примечание:** Для лучшего понимания представленного выше описания рекомендуется нарисовать соответствующую эквивалентную схему выпрямителя и провести его моделирование.

## Описание модели трехфазного мостового инвертора

```

Invertor
*****
.tran 50u 30m 0 50u uic
.options itl5 = 0 reltol = 0.01 vntol = 0.001 limpts = 30000
*****
.LIB PWR_ELEC.LIB
R1 21 51 10
R2 31 51 10
R3 41 51 10
.PARAM PW = 5MS PERIOD = 10MS THIRD_PERIOD = 3.333m
*****
Vs 1 0 100
*****
VGATE_A1 61 0 PULSE (-1 1 0 0 0 {PW} {PERIOD})
EGATE_A2 62 0 VALUE = {-V(61)}
VGATE_B1 71 0 PULSE (-1 1 {THIRD_PERIOD} 0 0 {PW} {PERIOD})
EGATE_B2 72 0 VALUE = {-V(71)}
VGATE_C1 81 0 PULSE (-1 1 {-THIRD_PERIOD} 0 0 {PW} {PERIOD})
EGATE_C2 82 0 VALUE = {-V(81)}
*****
SA1 1 21 61 0 AC_SWITCH
XDA1 21 1 SW_DIODE_WITH_SNUB

SA2 21 0 62 0 AC_SWITCH
XDA2 0 21 SW_DIODE_WITH_SNUB

SB1 1 31 71 0 AC_SWITCH
XDB1 31 1 SW_DIODE_WITH_SNUB

```

```

SB2  31  0  72  0  AC_SWITCH
XDB2  0  31  SW_DIODE_WITH_SNUB

SC1   1  41  81  0  AC_SWITCH
XDC1  41  1  SW_DIODE_WITH_SNUB

SC2   41  0  82  0  AC_SWITCH
XDC2  0  41  SW_DIODE_WITH_SNUB
*****
.MODEL AC_SWITCH VSWITCH (RON = 0.1)
.probe
.end

```

Комментарии к приведенному выше описанию

Сопротивления нагрузки R1, R2, R3 подключены к выходным узлам инвертора 21, 31, 41.

Независимый источник напряжения  $V_s$  подает питание на шину постоянного тока.

Источники VGATE... и EGATE... реализуются с помощью импульсных функций и служат для управления ключами инвертора.

Предпоследний блок описания предназначен для моделирования ключей S..., управляемых напряжением, и диодов обратного тока XD..., описания которых вызываются из библиотечного файла.

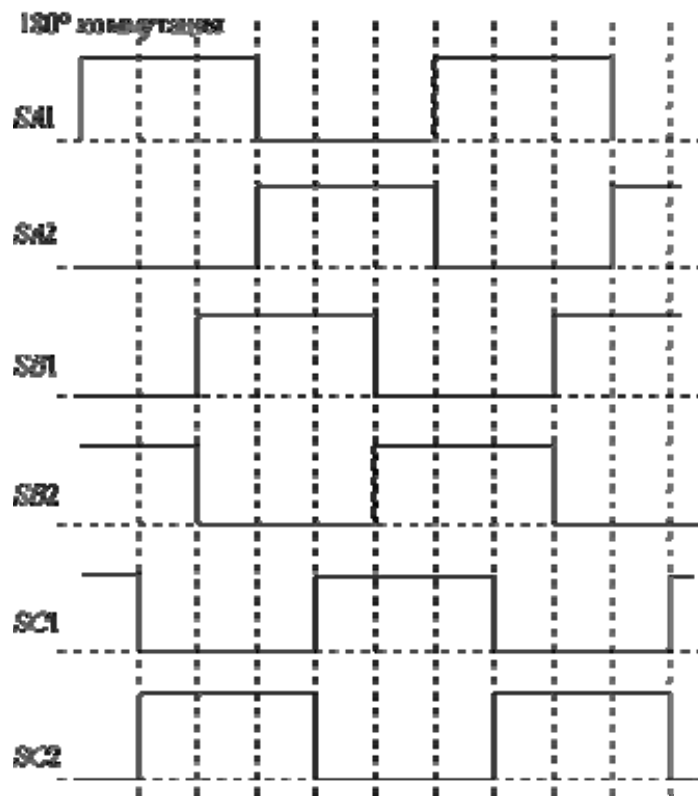
Наконец, в последнем блоке представлена модель управления состоянием ключей инвертора.

В описании представлен алгоритм 180-градусной коммутации ключей инвертора, циклограмма которого дана на рис. 1а.

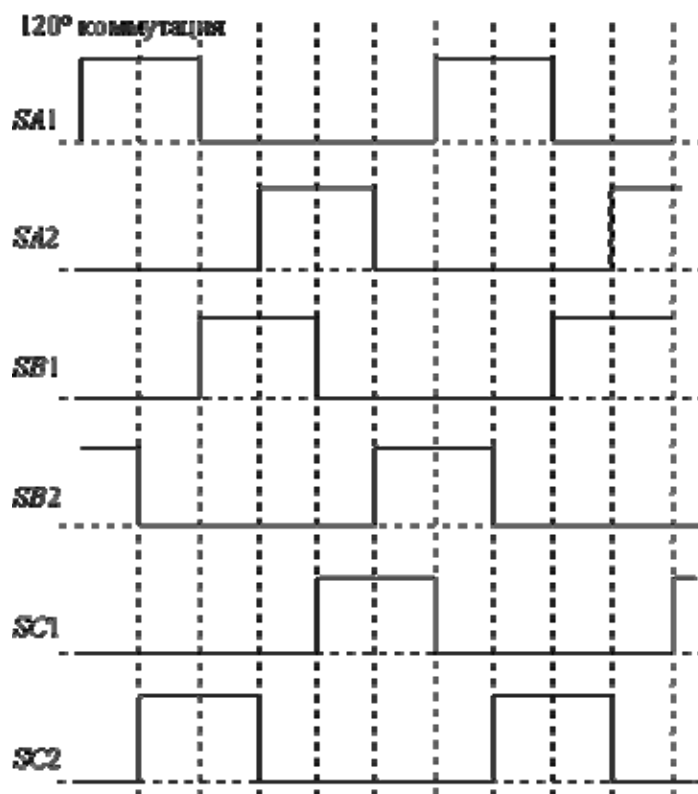
Для лучшего понимания работы представленной схемы целесообразно дать ее графическое изображение с обозначениями номеров узлов, выполнить моделирование и провести анализ полученных результатов.

## Литература

1. Разевиг В. Д. Система схемотехнического моделирования и проектирования печатных плат. – М.: СКпресс, 1996.



а)



б)

Рис. 1. Циклограммы работы ключей инвертора: а) 180-градусная коммутация; б) 120-градусная коммутация

## Раздел 4

### Моделирование систем электроснабжения

После того, как были изучены способы моделирования электромеханических преобразователей и преобразователей электрической энергии, можно приступить к разработке моделей электромеханических систем (ЭМС).

В данном разделе рассмотрим упрощенную модель системы электроснабжения автономного объекта, например, автомобиля. Эта система состоит из нескольких компонентов, среди которых:

- приводной двигатель;
- электромеханический генератор;
- выпрямитель;
- регулятор напряжения;
- буферный накопитель электрической энергии (аккумулятор);
- коммутационно-защитная аппаратура.

Для упрощения в дальнейшем будем считать, что приводной двигатель обеспечивает постоянную частоту вращения генератора во всех режимах его работы. Тогда приводной двигатель можно исключить из состава модели ЭМС. Кроме того, исключим из рассмотрения модель аккумулятора, которая в данной дисциплине не изучалась.

В разделе 2 была рассмотрена модель двухфазного синхронного генератора при постоянной частоте вращения, а в третьем разделе – модель трехфазного мостового выпрямителя. Для того, чтобы эти две модели объединить в составе модели системы электроснабжения, дадим описание математической и компьютерной моделей трехфазного синхронного генератора.

#### Основные положения

Рассматривается описание процессов в трехфазной электрической машине, на якоре которой размещаются три обмотки, оси которых смещены друг относительно друга на  $120^\circ$ . Индуктор снабжается обмоткой возбуждения, питаемой от источника постоянной ЭДС. Магнитная связь индуктора и якоря представляется синусоидальной функцией угла между осями обмотки возбуждения и обмотками якоря. Тогда при относительном перемещении обмотки возбуждения и якорных обмоток в последних наводятся синусоидальные ЭДС.

Математическое описание электромагнитных процессов осуществляется в естественной системе координат. Обмотки якоря жестко связаны с тремя координатными осями, совпадающими с осями этих обмоток. Координатная ось единственной обмотки возбуждения также жестко связана с этой обмоткой.

Уравнения электрического равновесия

$$\begin{aligned} u_A &= r_A i_A + d\Psi_A / dt ; & u_B &= r_B i_B + d\Psi_B / dt ; \\ u_C &= r_C i_C + d\Psi_C / dt ; & u_S &= r_S i_S + d\Psi_S / dt , \end{aligned}$$

где  $u_A, u_B, u_C, u_S, i_A, i_B, i_C, i_S$  – напряжения и тока обмоток якоря по осям А, В, С и обмотки возбуждения S.  $\Psi_A, \Psi_B, \Psi_C, \Psi_S$  – потокосцепления обмоток.

Потокосцепления:

$$\Psi_A = L_A i_A + M_{AB} i_A + M_{AC} i_C + M_{AS} i_S = (l_A + M) i_A - 0,5 M i_B - 0,5 M i_C + M i_S \cos(\Theta + 240^\circ);$$

$$\Psi_B = L_B i_B + M_{BA} i_A + M_{BC} i_C + M_{BS} i_S = (l_B + M) i_B - 0,5 M i_A - 0,5 M i_C + M i_S \cos(\Theta + 240^\circ);$$

$$\Psi_C = L_C i_C + M_{CA} i_A + M_{CB} i_B + M_{CS} i_S = (l_C + M) i_C - 0,5 M i_A - 0,5 M i_B + M i_S \cos(\Theta + 120^\circ);$$

$$\Psi_S = L_S i_S + M_{SA} i_A + M_{SB} i_B + M_{SC} i_C = (l_S + M) i_S + M i_A \cos \Theta + M i_B \cos(\Theta + 240^\circ) + M i_C \cos(\Theta + 120^\circ),$$

где  $\Psi_A, \Psi_B, \Psi_C$  – потокосцепления обмоток якоря по осям А, В, С;  $\Psi_S$  – потокосцепление обмотки возбуждения,

$M$  – максимальное значение взаимной индуктивности между двумя обмотками, соответствующее их взаимному положению при совпадении осей,  $l_A, l_B, l_C, l_S$  – индуктивности рассеяния соответствующих обмоток,  $\Theta$  – угол между осью обмотки якоря А и осью обмотки возбуждения, отсчитываемый против часовой стрелки.

Производные потокосцеплений по времени:

$$\frac{d\Psi_A}{dt} = (l_A + M) \frac{di_A}{dt} - 0,5 M \frac{di_B}{dt} - 0,5 M \frac{di_C}{dt} + M \left[ \cos \Theta \frac{di_S}{dt} - i_S \omega \sin \Theta \right];$$

$$\frac{d\Psi_B}{dt} = (l_B + M) \frac{di_B}{dt} - 0,5 M \frac{di_A}{dt} - 0,5 M \frac{di_C}{dt} + M \left[ \cos(\Theta + 240^\circ) \frac{di_S}{dt} - i_S \omega \sin(\Theta + 240^\circ) \right];$$

$$\frac{d\Psi_C}{dt} = (l_C + M) \frac{di_C}{dt} - 0,5 M \frac{di_A}{dt} - 0,5 M \frac{di_B}{dt} + M \left[ \cos(\Theta + 120^\circ) \frac{di_S}{dt} - i_S \omega \sin(\Theta + 120^\circ) \right];$$

$$\frac{d\Psi_S}{dt} = (l_S + M) \frac{di_S}{dt} + M \left[ \cos\Theta \frac{di_A}{dt} + \cos(\Theta + 240^0) \frac{di_B}{dt} + \cos(\Theta + 120^0) \frac{di_C}{dt} \right] -$$

$$- M\omega \left[ i_A \sin\Theta + i_B \sin(\Theta + 240) + i_C \sin(\Theta + 120^0) \right],$$

$\omega = d\Theta / dt$  – угловая скорость относительного перемещения обмоток якоря и обмотки возбуждения (эта скорость может быть принята постоянной во время протекания переходных электромагнитных процессов)

Электромагнитный момент:

$$M_{\Theta} = 0,5 \sum_{k=1}^4 i_k \sum_{n=1}^4 i_n \frac{dL_{kn}}{d\Theta} = -Mi_S \left[ i_A \sin\Theta + i_B \sin(\Theta + 240^0) + i_C \sin(\Theta + 120^0) \right].$$

Описание приведенной выше математической модели синхронного генератора при постоянной частоте вращения приведено ниже.

```

*** Модель синхронной ЭМ при постоянной частоте вращения***
.tran 0.5m 1 0 0.5m uic
.opt reltol=0.05 limpts=30000 itl5=0 vntol=.001
.PARAM L=0.0005 Ls=0.004 Lm=0.0016 R=0.165 Rs=0.44 Rn=3.5
+ P=3.1415926536 P1=2.0943951024 P2=4.1887902048 W=314.159
*****
**** Обмотка якоря по оси А *****
*****
Rna 0 1 {Rn}
Va 1 2 0
Ra 2 3 {R}
La 3 4 {L} ic = 0
Lma 4 5 {Lm} ic = 0
Eab 6 5 14 15 0.5
Eac 7 6 24 25 0.5
Eas 7 0 value={Lm*(cos(W*time)*v(1is)+W*i(vs)*sin(W*time))}
*****
**** Обмотка якоря по оси В *****
*****
Rnb 0 11 {Rn}
Vb 11 12 0
Rb 12 13 {R}
Lb 13 14 {L} ic = 0
Lmb 14 15 {Lm} ic = 0
Eba 16 15 4 5 0.5
Ebc 17 16 24 25 0.5
Ebs 17 0 value={Lm*(cos(W*time+P2)*v(1is)+W*i(vs)*sin(W*time+P2))}
*****
**** Обмотка якоря по оси С *****
*****
Rnc 0 21 {Rn}
Vc 21 22 0
Rc 22 23 {R}
Lc 23 24 {L} ic = 0
Lmc 24 25 {Lm} ic = 0
Eca 26 25 4 5 0.5
Ecb 27 26 14 15 0.5
Ecs 27 0 value={Lm*(cos(W*time+P1)*v(1is)+W*i(vs)*sin(W*time+P1))}
*****
***** Обмотка возбуждения *****
*****
Vst 61 0 -27
Vs 61 62 0
Rs 62 63 {Rs}
Ls 63 64 {Ls} ic = 0
Lms 64 65 {Lm} ic = 0
Esa 65 66 value={Lm*cos(W*time)*v(1ia)}
Esb 66 67 value={Lm*cos(W*time+P2)*v(1ib)}
Esc 67 68 value={Lm*cos(W*time+P1)*v(1ic)}
Esaw 69 68 value={Lm*W*sin(W*time)*(i(va))}
Esbw 70 69 value={Lm*W*sin(W*time+P2)*(i(vb))}
Escw 0 70 value={Lm*W*sin(W*time+P1)*(i(vc))}

```

```

*****
**** Механическая подсистема *****
*****
G_em 0 100 value=
+{-Lm*i(vs)*(i(va)*sin(W*time))+i(vb)*sin(W*time+P2)+i(vc)*sin(W*time+P1)}
Rmech 0 100 1
*****
**** Производные токов по времени *****
*****
Fa 0 1ia va 1
Lia 1ia 2ia 1 ic=0
Ria 2ia 0 1n
*****
Fb 0 1ib vb 1
Lib 1ib 2ib 1 ic=0
Rib 2ib 0 1n
*****
Fc 0 1ic vc 1
Lic 1ic 2ic 1 ic=0
Ric 2ic 0 1n
*****
Fs 0 1is vs 1
Lis 1is 2is 1 ic=0
Ris 2is 0 1n
*****
.probe
.end

```

### Формирование модели системы электроснабжения

Для того, чтобы сформировать описание модели системы электроснабжения, необходимо объединить приведенное выше описание модели генератора и описание модели выпрямителя, рассмотренное в разделе 3. Эквивалентная схема моделируемой системы электроснабжения представлена на рис. 1. Как показано на рисунке, генератор обеспечивает питание потребителей электрической энергией как переменного, так и постоянного (выпрямленного) тока.

### Описание регуляторов напряжения

В дальнейшем рассмотрим примеры реализации моделей нескольких регуляторов для системы регулирования напряжения синхронного генератора.

Наиболее простой в реализации является модель *пропорционального* регулятора, который предназначен для изменения напряжения питания обмотки возбуждения генератора *пропорционально* изменению напряжения генератора относительно заданного номинального уровня  $U_{gen}$ . Этот уровень определяется при симметричной активной нагрузке генератора, соответствующей его номинальному току. Напряжению  $U_{gen}$  соответствует некоторый уровень выпрямленного напряжения на выходе выпрямителя  $U_{ust}$ .

Тогда источник питания обмотки возбуждения может быть представлен как:

$$Es_{reg} \langle + \rangle \langle - \rangle value = \{ \{ U_{snom} \} + \{ k \} * ( \{ U_{ust} \} - (v(2u) - v(1u))) \}$$

\*  $U_{snom}$  – номинальное значение напряжения питания обмотки возбуждения



\* k – коэффициент усиления (пропорциональности)

\*  $v(2u) - v(1u)$  – напряжение на выходе выпрямителя напряжения

Для пропорционально-дифференциального регулирования описание модели источника питания обмотки возбуждения может выглядеть следующим образом:

$$Es\_reg \langle + \rangle \langle - \rangle \text{value} = \{ \{Usnom\} + \{k\} * (\{Uust\} - (v(2u) - v(1u))) \} - \{ \{kd\} * i(vfu) / \{Cu\} \}$$

\* Во второй строке данного описания представлен сигнал, пропорциональный скорости изменения напряжения на выходе выпрямителя

\* kd – коэффициент пропорциональности

\* vfu – измеритель тока, протекающего через конденсатор на выходе выпрямителя напряжения.

\* отношение тока, протекающего через конденсатор, к емкости этого конденсатора дает значение скорости изменения напряжения

Для ПИД-регулирования описание источника питания обмотки возбуждения генератора может быть выполнено следующим образом:

$$Es\_reg \langle + \rangle \langle - \rangle \text{value} = \{ \{Usnom\} + \{k\} * (\{Uust\} - (v(2u) - v(1u))) \} - \{ \{kd\} * i(vfu) / \{Cu\} \} - \{ \{ki\} * v(1ui) \}$$

\* ki – коэффициент пропорциональности для составляющей управляющего сигнала, равной интегралу от разности Uust и текущего значения напряжения на измерителе.

\* v(1ui) – потенциал узла вспомогательной схемы, равный значению указанного интеграла.

Описание вспомогательной схемы на входном языке программы PSpice:

```
G_ui 0 1ui value = { \{Uust\} - (v(2u)-v(1u)) }
C_ui 1ui 0 .01 ic = 0
Rfui 1ui 0 1
```

## Раздел 5

### Математическая и компьютерная модель процессов электрохимического преобразования энергии в асинхронной электрической машине

#### Основные положения

Рассматривается описание процессов в трехфазной электрической машине, на якоре которой размещаются три обмотки, оси которых смещены друг относительно друга на  $120^0$ . На роторе размещается короткозамкнутая обмотка, которая в модели представляется также тремя сосредоточенными обмотками, оси которых смещены на  $120^0$ . Магнитная связь обмоток статора и ротора представляется синусоидальной функцией угла между осями обмоток статора и ротора. При подаче на обмотки статора переменных напряжений, смещенных по времени также на  $120^0$ , в воздушном зазоре электрической машины образуется вращающееся магнитное поле, которое наводит ЭДС в обмотках ротора. Возникающие при этом токи образуют магнитное поле ротора, которое взаимодействует с магнитным полем статора. В результате образуется электромагнитный момент, который приводит во вращение ротор, преодолевая момент сопротивления.

#### Математическая модель асинхронной электрической машины в трехфазной естественной системе координат

Математическое описание электромагнитных процессов осуществляется в естественной системе координат. Обмотки статора жестко связаны с тремя координатными осями, совпадающими с осями этих обмоток. Координатные оси обмоток ротора также жестко связаны с этими обмотками.

Напряжения на обмотках статора и ротора:

$$u_{as} = i_{as}r_{as} + \frac{d\Psi_{as}}{dt}; \quad u_{bs} = i_{bs}r_{bs} + \frac{d\Psi_{bs}}{dt}; \quad u_{cs} = i_{cs}r_{cs} + \frac{d\Psi_{cs}}{dt}$$

$$u_{ar} = i_{ar}r_{ar} + \frac{d\Psi_{ar}}{dt}; \quad u_{br} = i_{br}r_{br} + \frac{d\Psi_{br}}{dt}; \quad u_{cr} = i_{cr}r_{cr} + \frac{d\Psi_{cr}}{dt}$$

где  $u_{as}, u_{bs}, u_{cs}, u_{ar}, u_{br}, u_{cr}$  – соответственно напряжения на обмотках статора и ротора по осям  $a, b, c$ ;  $i_{as}, i_{bs}, i_{cs}, i_{ar}, i_{br}, i_{cr}$  – токи в обмотках статора и ротора,  $\Psi_{as}, \Psi_{bs}, \Psi_{cs}, \Psi_{ar}, \Psi_{br}, \Psi_{cr}$  – потокосцепления обмоток.

Потокасцепления обмоток статора и ротора:

$$\Psi_{as} = L_{as}i_{as} + M_{asbs}i_{bs} + M_{ascs}i_{cs} + M_{asar}i_{ar} + M_{asbr}i_{br} + M_{ascr}i_{cr} = L_{as}i_{as} - 0.5Mi_{bs} - 0.5Mi_{cs} + Mi_{ar} \cos \theta + Mi_{br} \cos(\theta + 120^0) + Mi_{cs} \cos(\theta + 240^0);$$

$$\Psi_{bs} = L_{bs}i_{bs} - 0.5Mi_{as} - 0.5Mi_{cs} + Mi_{br} \cos \theta + Mi_{cr} \cos(\theta + 120^0) + Mi_{as} \cos(\theta + 240^0);$$

$$\Psi_{cs} = L_{cs}i_{cs} - 0.5Mi_{as} - 0.5Mi_{bs} + Mi_{cr} \cos \theta + Mi_{ar} \cos(\theta + 120^0) + Mi_{bs} \cos(\theta + 240^0);$$

$$\Psi_{ar} = L_{ar}i_{ar} - 0.5Mi_{br} - 0.5Mi_{cr} + Mi_{as} \cos \theta + Mi_{bs} \cos(\theta + 120^0) + Mi_{cs} \cos(\theta + 240^0);$$

$$\Psi_{br} = L_{br}i_{br} - 0.5Mi_{ar} - 0.5Mi_{cr} + Mi_{bs} \cos \theta + Mi_{as} \cos(\theta + 120^0) + Mi_{cs} \cos(\theta + 240^0);$$

$$\Psi_{cr} = L_{cr}i_{cr} - 0.5Mi_{ar} - 0.5Mi_{br} + Mi_{cs} \cos \theta + Mi_{bs} \cos(\theta + 120^0) + Mi_{as} \cos(\theta + 240^0),$$

где  $L_{as}, L_{bs}, L_{cs}, L_{ar}, L_{br}, L_{cr}$  – полные индуктивности обмоток статора и ротора,  $M$  – взаимная индуктивность обмоток при совпадении направлений их осей;  $\theta$  – угол поворота ротора относительно статора.

Производные потокосцеплений по времени:

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_{as}}{dt} = & L_{as} \frac{di_{as}}{dt} - 0.5M \frac{di_{bs}}{dt} - 0.5M \frac{di_{cs}}{dt} + M(\cos\theta \frac{di_{ar}}{dt} + \cos(\theta + 120^\circ) \frac{di_{br}}{dt} + \\ & + \cos(\theta + 240^\circ) \frac{di_{cr}}{dt}) - M\omega(i_{ar} \sin\theta + i_{br} \sin(\theta + 120^\circ) + i_{cr} \sin(\theta + 240^\circ)) \end{aligned} ;$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_{bs}}{dt} = & L_{bs} \frac{di_{bs}}{dt} - 0.5M \frac{di_{as}}{dt} - 0.5M \frac{di_{cs}}{dt} + M(\cos\theta \frac{di_{br}}{dt} + \cos(\theta + 120^\circ) \frac{di_{cr}}{dt} + \\ & + \cos(\theta + 240^\circ) \frac{di_{ar}}{dt}) - M\omega(i_{br} \sin\theta + i_{cr} \sin(\theta + 120^\circ) + i_{ar} \sin(\theta + 240^\circ)) \end{aligned} ;$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_{cs}}{dt} = & L_{cs} \frac{di_{cs}}{dt} - 0.5M \frac{di_{as}}{dt} - 0.5M \frac{di_{bs}}{dt} + M(\cos\theta \frac{di_{cr}}{dt} + \cos(\theta + 120^\circ) \frac{di_{ar}}{dt} + \\ & + \cos(\theta + 240^\circ) \frac{di_{br}}{dt}) - M\omega(i_{cr} \sin\theta + i_{ar} \sin(\theta + 120^\circ) + i_{br} \sin(\theta + 240^\circ)) \end{aligned} ;$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_{ar}}{dt} = & L_{ar} \frac{di_{ar}}{dt} - 0.5M \frac{di_{br}}{dt} - 0.5M \frac{di_{cr}}{dt} + M(\cos\theta \frac{di_{as}}{dt} + \cos(\theta + 120^\circ) \frac{di_{cs}}{dt} + \\ & + \cos(\theta + 240^\circ) \frac{di_{bs}}{dt}) - M\omega(i_{as} \sin\theta + i_{cs} \sin(\theta + 120^\circ) + i_{bs} \sin(\theta + 240^\circ)) \end{aligned} ;$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_{br}}{dt} = & L_{br} \frac{di_{br}}{dt} - 0.5M \frac{di_{ar}}{dt} - 0.5M \frac{di_{cr}}{dt} + M(\cos\theta \frac{di_{bs}}{dt} + \cos(\theta + 120^\circ) \frac{di_{as}}{dt} + \\ & + \cos(\theta + 240^\circ) \frac{di_{cs}}{dt}) - M\omega(i_{bs} \sin\theta + i_{as} \sin(\theta + 120^\circ) + i_{cs} \sin(\theta + 240^\circ)) \end{aligned} ;$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_{cr}}{dt} = & L_{cr} \frac{di_{cr}}{dt} - 0.5M \frac{di_{ar}}{dt} - 0.5M \frac{di_{br}}{dt} + M(\cos\theta \frac{di_{cs}}{dt} + \cos(\theta + 120^\circ) \frac{di_{bs}}{dt} + \\ & + \cos(\theta + 240^\circ) \frac{di_{as}}{dt}) - M\omega(i_{cs} \sin\theta + i_{bs} \sin(\theta + 120^\circ) + i_{as} \sin(\theta + 240^\circ)) \end{aligned} .$$

Электромагнитный момент:

$$\begin{aligned} M_3 = & -M\{\sin\theta[i_{as}i_{ar} + i_{bs}i_{br} + i_{cs}i_{cr}] + \sin(\theta + 120^\circ)[i_{as}i_{br} + i_{bs}i_{cr} + i_{cs}i_{ar}] + \\ & + \sin(\theta + 240^\circ)[i_{as}i_{cr} + i_{bs}i_{ar} + i_{cs}i_{br}] \} \end{aligned} .$$

Описание компьютерной модели трехфазной асинхронной электрической машины на входном языке программы PSpice, составленного на основании рассмотренной выше математической модели, приведен ниже:

```

*****
*** Модель асинхронной электрической машины ***
*****
.TRAN 2ms 0.6s 0 2ms uic
.OPTIONS itl5=0, reltol=0.01, vntol=0.001, limpts=30000
*****
.PARAM Ls= 0.0966 Lm=0.8476 Lr= 0.2226 Rs=40.487 Rr=42.157
+PI=3.141592654 P23=2.094395103 P43=4.188790205 W50=314.1592654
+Um=140 P=1
*****
.FUNC FM(A,B,C,D,E,F,T)
+{-Lm*(Sin(T)*((A*D)+(B*E)+(C*F)))+(Sin(T+P23)*((A*E)+(B*F)+(C*D)))+
+(Sin(T+P43)*((A*F)+(B*D)+(C*E))))}
.FUNC F1(A,B,C,D,E,F,T,W)
+{Lm*(Cos(T)*A+(Cos(T+P23)*B)+(Cos(T+P43)*C)-
+(W*(D*Sin(T)+(E*Sin(T+P23))+(F*Sin(T+P43)))))}
*****
Ea 0 1 value={Um*sin(W50*time)}
*****
Vas 1 2 0
Ras 2 3 {Rs}
Las 3 4 {Ls} ic=0
Lm_as 4 5 {Lm} ic=0
Ebs_as 6 5 14 15 0.5
Ecs_as 7 6 24 25 0.5
Eas 7 0 value={F1(V(iar),V(ibr),V(icer),I(Var),I(Vbr),I(Vcr),V(t),V(100))}
*****
Eb 0 11 value={Um*sin(W50*time-P23)}
*****
Vbs 11 12 0
Rbs 12 13 {Rs}
Lbs 13 14 {Ls} ic=0
Lm_bs 14 15 {Lm} ic=0
Eas_bs 16 15 4 5 0.5
Ecs_bs 17 16 24 25 0.5
Ebs 17 0 value={F1(V(ibr),V(icer),V(iar),I(Vbr),I(Vcr),I(Var),V(t),V(100))}
*****
Ec 0 21 value={Um*sin(W50*time-P43)}
*****
Vcs 21 22 0
Rcs 22 23 {Rs}
Lcs 23 24 {Ls} ic=0
Lm_cs 24 25 {Lm} ic=0
Eas_cs 26 25 4 5 0.5
Ebs_cs 27 26 14 15 0.5
Ecs 27 0 value={F1(V(icer),V(iar),V(ibr),I(Vcr),I(Var),I(Vbr),V(t),V(100))}

```

```

*****
Var      0  32  0
Rar      32  33  {Rr}
Lar      33  34  {Lr} ic=0
Lm_ar    34  35  {Lm} ic=0
Ebr_ar   36  35  44 45 0.5
Ecr_ar   37  36  54 55 0.5
Ear      37   0  Value={F1(V(ias),V(ics),V(ibs),I(Vas),I(Vcs),I(Vbs),V(t),V(100))}
*****
Vfbr     0  42  0
Rbr      42  43  {Rr}
Lbr      43  44  {Lr} ic=0
Lm_br    44  45  {Lm} ic=0
Ear_br   46  45  34 35 0.5
Ecr_br   47  46  54 55 0.5
Ebr      47   0  Value={F1(V(ibs),V(ias),V(ics),I(Vbs),I(Vas),I(Vcs),V(t),V(100))}
*****
Vfcr     0  52  0
Rcr      52  53  {Rr}
Lcr      53  54  {Lr} ic=0
Lm_cr    54  55  {Lm} ic=0
Ear_cr   56  55  34 35 0.5
Ebr_cr   57  56  44 45 0.5
Ecr      57   0  Value={F1(V(ics),V(ibs),V(ias),I(Vcs),I(Vbs),I(Vas),V(t),V(100))}
*****
***  Вычисление производных токов и угла поворота ротора ***
*****
F_as     0  ias  Vas  1
L_as     ias  ias1 1  ic=0
Rf_as    ias1  0  1n
*****
F_bs     0  ibs  Vbs  1
L_bs     ibs  ibs1 1  ic=0
Rf_bs    ibs1  0  1n
*****
F_cs     0  ics  Vcs  1
L_cs     ics  ics1 1  ic=0
Rf_cs    ics1  0  1n
*****
F_ar     0  iar  Var  1
L_ar     iar  iar1 1  ic=0
Rf_ar    iar1  0  1n
*****
F_br     0  ibr  Vbr  1
L_br     ibr  ibr1 1  ic=0
Rf_br    ibr1  0  1n
*****
F_cr     0  icr  Vcr  1
L_cr     icr  icr1 1  ic=0
Rf_cr    icr1  0  1n

```

```

*****
G_w  0   t  100  0  1
C_t   t   0   1  ic=0
R_t   t   0   1meg
*****
*** Механическая подсистема *****
*****
Gem   0  100  value={P*FM(I(Vas),i(Vbs),i(Vcs),i(Var),i(Vbr),i(Vcr),V(t))}
Is    100  0   pwl(0,0 200m,0 201m,220m)
Cj    100  0   0.0002  ic=0
Rf    100  0   1meg
*****
.probe
.end

```

Следует обратить внимание на то, что в приведенном выше описании компьютерной модели указаны значения параметров конкретной электрической машины, получающей питание от идеального источника переменного тока.

В данном разделе требуется объединить модель электрической машины с моделью трехфазного инвертора напряжения. Для этого необходимо обмотки статора электрической машины подключить к узлам 21, 31 и 41 вместо сопротивлений R1, R2 и R3 ( см. рисунок).

