

**Міністерство освіти і науки України
Дніпропетровський національний університет
ім. Олеся Гончара**

90-річчю ДНУ присвячується

Н. І. Степанова

**РОЗВ'ЯЗАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ЗАДАЧ ЗАСОБАМИ
MICROSOFT EXCEL**
Практикум

**Дніпропетровськ
РВВ ДНУ
2008**

УДК 004.67:33(076)
ББК 32.973.26—018.2я73
С 79

Рецензенти: канд. фіз.-мат. наук, доц. О. В. Трофімов
канд. екон. наук, доц. В. А. Федорова

С 79 Степанова, Н. І. Розв'язання економічних задач засобами Microsoft Excel
[Текст]: практикум. — Д.: РВВ ДНУ, 2008. — 68 с.

Розглянуте використання Microsoft Excel в розв'язанні різноманітних задач економічного й управлінського характеру. Наведені приклади розв'язання задач економічного змісту за допомогою вбудованих функцій Excel, а також на основі відомих математичних методів і моделей.

Для студентів університету економічних спеціальностей та спеціальностей, пов'язаних з вивченням сучасних методів й засоби обробки інформації з використанням комп'ютерних технологій.

Темплан 2008, поз. 35

Навчальне видання
Наталія Іванівна Степанова
**Розв'язання економічних задач засобами
Microsoft Excel**
Практикум

Редактор О. В. Бец
Техредактор Л. П. Замятіна
Коректор А. А. Гриженко

Підписано до друку 10.11.08. Формат 60x84/16.
Папір друкарський. Друк плоский. Ум. друк. арк. . Ум. фарбовідб. .
Обл.-вид. арк. . Тираж 100 пр. Зам. №

РВВ ДНУ, просп. Гагаріна, 72, м. Дніпропетровськ, 49010
Друкарня ДНУ, вул. Наукова, 5, м. Дніпропетровськ, 49050

© Степанова, Н. І., 2008

ПЕРЕДМОВА

Будь-якому фахівцю в ході практичної діяльності доводиться виконувати операції над кількісними даними, які здійснюються відповідно до математичних законів. Майбутні математики детально вичають теореми й леми, докази і припущення, абстракції й закономірності, які утворюють «внутрішній світ» цієї науки. Але для спеціаліста-нематематика найбільш важливий практичний аспект математики, уміння правильно проводити необхідні обчислення. Використання комп'ютера під час проведення розрахунків ще більш зміщує акценти в математичній підготовці фахівця. Якщо раніше основна увага була зосереджена на математичних методах, які передбачали виконання обчислень вручну, то зараз, із появою спеціалізованого програмного забезпечення, необхідно навчитися здійснювати необхідні обчислення на комп'ютері.

Існує значна кількість спеціалізованих математичних пакетів, таких як *MatLab*, *MathCad*, *Mathematica* й ін. Освоєння таких програм – досить трудомістке завдання, не завжди виправдане рівнем обчислень, які необхідно проводити. У багатьох випадках достатньо засобів, запропонованих електронною таблицею *Excel*, вивчення якої входить у більшість програм з інформатики для вищих навчальних закладів. Звичайно, *Excel* багато в чому поступається спеціалізованим пакетам, проте велика кількість завдань з різних областей знань (особливо це стосується сфери економіки, де існує потреба в обробці великих масивів числової інформації) може бути успішно виконана з його допомогою.

Відмітною рисою видання є розгляд економічних завдань не в тій послідовності, яка характерна для викладання економіки майбутнім фахівцям у даній галузі, а розгляд саме з перспективою подальшого розв'язання типових задач на комп'ютері. На відміну від курсів інформатики, виклад іде не від «пакетів програм та їх можливостей», а від змістових завдань і способів їх виконання за допомогою *Excel*. Крім того, зроблена спроба ознайомити студентів з основами створення математичних моделей економічних об'єктів і способами їх дослідження.

До кожного з розділів практикуму подані теоретичні відомості з розглядуваних питань й приклади детального розв'язання типових задач засобами *Excel*. Наприкінці кожного розділу наведено контрольні запитання й завдання, за допомогою яких студенти можуть перевірити засвоєння матеріалу. Під час складання практичних завдань були використані, крім оригінальних, задачі зі збірників, указаних у списку літератури.

1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО MICROSOFT EXCEL

Електронна таблиця Excel, призначена для зберігання та обробки інформації, досить часто використовується в практиці будь-якого підприємства: для обліку біографічних даних працівників у відділі кадрів, виробничих показників у цехах або підрозділах і показників виготовлення та реалізації продукції; обчислення заробітної плати; фінансового контролю й планування; аналізу діяльності підприємства, інвестиційних рішень, маркетингових досліджень та ін.

1.1. Уведення та форматування даних

Для введення даних у комірку електронної таблиці *Excel* треба активувати цю комірку, клацнувши по ній мишею або перемістивши курсор до потрібної комірки. Дані вводяться з клавіатури, уміст активної комірки відбивається в рядку формул.

Кожна комірка *Excel* може містити:

- текст;
- числа;
- дати;
- формули.

Щоб увести дані певного типу, треба насамперед активувати комірку або виділити діапазон комірок, у які планується введення даних однакового типу, після чого вибрати пункт меню **Формат/Комірки (Формат/Ячейки)** та вкладку **Число**. Для текстових даних слід вибрати формат *«Текстовий» («Текстовый»)*, для відображення дат на екрані існує кілька типів формату *«Дата»*. Серед числових форматів найчастіше використовуються *«Числовий» («Числовой»)*, *«Грошовий» («Денежный»)*, *«Фінансовий» («Финансовый»)* та *«Відсотковий» («Процентный»)* формати. Під час використання формату *«Грошовий»* не слід вручну вводити позначку грошової одиниці, за бажанням вона буде автоматично додаватися до числа. Формат *«Фінансовий»* відрізняється від формату *«Грошовий»* тим, що дані вирівнюються за роздільником цілої та дробової частин. У разі вибору формату *«Відсотковий»* число множиться на 100 та до нього додається знак *«%»*. Тобто для того щоб одержати, наприклад, значення 35%, слід увести до комірки 0,35.

За допомогою лічильника *«Кількість десяткових знаків» («Число десятичных знаков»)* користувач установлює потрібну кількість цифр у дробовій частині числа. Важливе те, що *форматування чисел не змінює їх значення*. Наприклад, у результаті деяких обчислень одержане значення 1,333 333 333. Користувач, вибравши відповідний формат, скоротив кількість цифр у дробовій частині числа до двох і одержав на екрані 1,33. Але якщо це число в подальших обчисленнях множиться на 100, користувач одержить 133,33, а не 133,00.

Користувач також має змогу створювати формати виведення даних у комірках на свій розсуд. Наприклад, йому потрібно вводити в стовпець робочого аркуша найменування виробів: *«Виріб 01»*, *«Виріб 02»*, ..., *«Виріб 25»*. У такому разі йому можна виділити потрібні комірки, на вкладці *«Число»* в списку *«Числові формати» («Числовые форматы»)* вибрати пункт *«Всі формати» («Все форматы»)* і у вікні *«Тип»* ввести такий формат: *Виріб @*. Тепер досить введення

одного тільки числа, слово «виріб» уводитиметься автоматично. Крім того, користувач має змогу виводити на екран значення в тисячах, мільйонах, використовувати різні формати виводу залежно від значень у комірках. Додаткову інформацію щодо створення користувацьких форматів можна одержати у викладача та в довідковій системі *Excel*.

Вкладка «*Вирівнювання*» («*Выравнивание*») визначає спосіб вирівнювання даних у кожній комірці виділеного діапазону. Існує декілька способів розміщення даних із вирівнюванням як по горизонталі, так і по вертикалі. Перемикач «*Об'єднання комірок*» («*Объединение ячеек*») часто використовується в процесі створення заголовків таблиць.

За допомогою поля «*Орієнтація*» («*Ориентация*») можна розгорнути спрямованість тексту на довільний кут у межах $\pm 90^\circ$.

Крім того, відповідні вкладки дозволяють визначити тип, розмір, колір шрифту й фону комірки, задати верхні та нижні індекси, створити зовнішню рамку всього діапазону або окремих його частин. Якщо форматування деякої частини робочого аркуша *Excel* завершено, можна поширити її формат на інші комірки. Для цього достатньо виділити відформатовану комірку, натиснути кнопку «*Формат за зразком*» («*Формат по образцу*») та виділити комірки, на які слід поширити вибраний формат. Подвійним натисканням кнопки можна копіювати формат багаторазово, аж до натиснення клавіші **Esc**.

Примітки

1. Оскільки в *Excel* набагато менше стовпців, ніж рядків, однотипні дані зручніше розташовувати в стовпцях електронної таблиці. До того ж *Excel* вимагає саме такого розміщення, якщо надалі потрібна обробка даних вбудованими засобами.
2. Про справжнє значення комірки слід судити з рядка формул, а не з робочої області.
3. На кожному робочому аркуші бажано створювати не більше однієї таблиці.

1.2. Формули в Excel

Можливість створення формул – найпотужніша властивість *Excel*, яка дає змогу робити розрахунки автоматизовано, без втручання користувача в обчислювальний процес.

Для введення формули слід активувати комірку, де має міститися результат. Будь-яка формула починається зі знака « = ». До формул можуть входити константи (числові, текстові, дати), знаки арифметичних операцій, адреси та імена комірок, імена й аргументи функцій. Арифметичні дії виконуються в порядку, вказаному у формулі, зліва направо, з урахуванням пріоритету дій, визначеного в математиці. Порядок виконання дій може бути змінений за допомогою дужок.

Якщо формула містить адресу комірки, в обчисленнях бере участь значення, яке на цей час міститься у вказаній комірці. Щоб уникнути помилки під час введення у формулу адреси комірки, треба клацнути на цій комірці мишею. Текстові константи, які входять до формул, беруться в лапки, наприклад: «*Прибуток*». Дати беруться в знак #, наприклад: #31/12/08#. Числові константи вводяться до формули безпосередньо.

Оскільки в більшості випадків розрахунки для різних рядків таблиці проводяться ідентично, для копіювання формул зручно застосовувати метод автозаповнення. При цьому, якщо формули копіюються за стовпцем, у них автоматично змінюються номери рядків, а якщо за рядком – імена стовпців.

Існує два способи адресації комірок — відносний та абсолютний. *Відносний* спосіб адресації полягає в тому, що адреса комірки, на яку дається посилання у формулі, визначається відносно активної комірки, наприклад, друга зліва або третя зверху. Під *абсолютним* способом адресації розуміють те, що посилання дається на конкретну комірку цього ж або іншого робочого аркуша, незалежно від того, яка комірка є активна. Під час введення адреси комірки у формулу за допомогою клацання мишею буде одержана відносна адреса. Щоб зробити адресу абсолютною, до запису додають знак \$ перед позначкою стовпця або номером рядка. Наприклад, \$G2 – фіксується стовпець, G\$2 – фіксується рядок. У разі потреби одночасно зафіксувати і стовпець, і рядок можна двічі додати знак \$ до запису адреси, як це подане вище, або натиснути клавішу **F4** на клавіатурі під час введення адреси комірки у формулу.

Іноді у формулах використовують не адресу, а *ім'я* комірки. Іменувати комірку доцільно, якщо вона містить дані, які впливають на значну кількість комірок і до того ж часто змінюються, наприклад, курс грошової одиниці. Щоб задати ім'я комірки, слід її активувати, клацнути мишею у вікні адреси (воно знаходиться ліворуч від рядка формул), замінити адресу на текст, який стане ім'ям комірки, натиснути **Enter**. Ім'я комірки можна використовувати у формулах замість її адреси. Іменовані комірки легко знайти в робочій книзі, досить клацнути кнопку списку, яка знаходиться праворуч біля вікна адреси, і вибрати потрібне ім'я. Іменована комірка стане активною.

Примітка. У ході копіювання комірок із формулами зберігаються відносний та абсолютний способи адресації. Слід пам'ятати про те, що адреси визначаються відносно активної комірки. Тому, наприклад, якщо скопіювати формули до іншого робочого аркуша, дані для розрахунків за формулою будуть братися з комірок саме цього аркуша, а не з попереднього.

1.3. Діаграми

«*Майстер діаграм*» («*Мастер диаграмм*») електронної таблиці *Excel* – досить зручний засіб побудови діаграм кількох типів. Тип діаграми визначається особливостями аналізованих даних. Іноді можливе використання кількох типів діаграм. Найчастіше в практиці використовуються гістограми, кругові діаграми та графіки.

1.3.1. Створення гістограми

Приклад 1

Побудувати гістограму на основі наведених даних про країни, що є світовими лідерами з видобування алмазів (табл. 1).

Таблиця 1

Країна	Річний обсяг видобутку, млн каратів	Країна	Річний обсяг видобутку, млн каратів
Австралія	41	Китай	1
Ангола	1	Конго	16,5
Ботсвана	14,7	Намібія	1,1
Бразилія	2	ПАР	9,8
Гана	0,7	Росія	11,5

На першому етапі вибираємо тип діаграми – «Гістограма» («Гистограмма») і вид – звичайна гістограма. На другому етапі робимо посилання на дані вищезазначеної таблиці. На третьому – додаємо назву гістограми, підписи даних по осях, а також вилучаємо легенду. На четвертому етапі створюємо діаграму на існуючому робочому аркуші. У ході форматування зменшуємо зазори між рядами даних (використовуємо пункт контекстного меню **Формат рядів даних / Параметри (Формат рядов данных / Параметры)**, для лічильника «Ширина зазору» («Ширина зазора») встановлюємо значення 40). Гістограма наведена на рис 1.

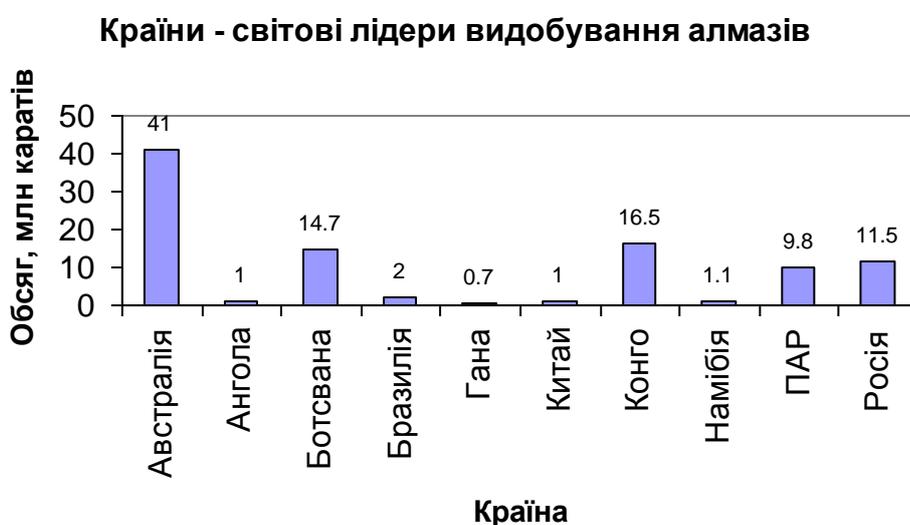


Рис. 1

1.3.2. Створення кругової діаграми

Приклад 2

Задана таблиця (табл. 2), у якій наведені дані за 2002 р. про площі фермерських господарств південних областей України. Створити кругову діаграму, яка б відбивала частку кожної області в загальній площі фермерських господарств південного регіону.

Таблиця 2

Область	Площа фермерських господарств, тис. га
Автономна республіка Крим	88,5
Херсонська	179,5
Миколаївська	201,0
Одеська	209,0

На першому етапі вибираємо тип діаграми – «Кругова» («Круговая») і вид – об'ємний варіант кругової розрізаної діаграми. На другому – робимо посилання на дані таблиці. На третьому етапі додаємо підписи даних – імена категорій та частки, а також вилучаємо легенду. На четвертому етапі діаграму створюємо на існуючому робочому аркуші. Одержаний результат показаний на рис. 2.

Площа фермерських господарств Півдня України, тис. га

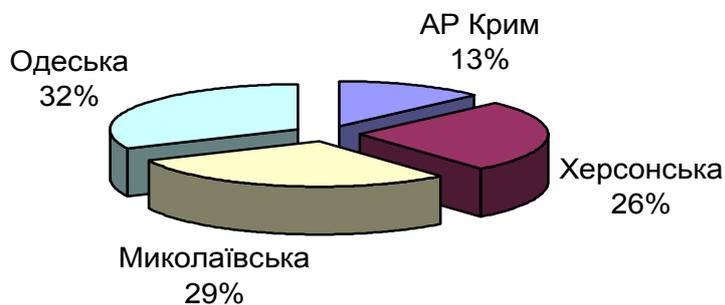


Рис. 2

1.3.3. Створення графіка

Приклад 3

Задана таблиця (табл. 3) з даними про прибутки підприємства за перше півріччя року. Побудувати графік прибутків за вказаний період і дати прогноз щодо цього показника на наступний місяць.

Таблиця 3

Місяць	Прибуток, тис. грн.
1	584
2	612
3	760
4	782
5	905
6	1 147

Обираємо тип діаграми «Графік» («График») і вид графіка – *графік розвитку процесу за часом без маркерів*. Далі робимо посилання на дані таблиці, додаємо заголовок діаграми, підписи осей і лінії сітки за віссю X . На свій розсуд виконуємо форматування графіка та одержуємо результат.

Щоб зробити прогноз прибутків підприємства на наступний місяць, виконуємо такі дії: виділяємо лінію

графіка та з контекстного меню обираємо пункт **Додати лінію тренда (Добавить линию тренда)**. На вкладці «Тип» вибираємо тип лінії, яка щонайкраще апроксимує лінію графіка прибутків, наприклад, лінійну функцію. Також можна вивести рівняння цієї функції (рис. 3). Для того щоб одержати числове значення прогнозу, обчислюємо значення в апроксимуючій лінії при $x = 7$.

Прибутки підприємства за перше півріччя

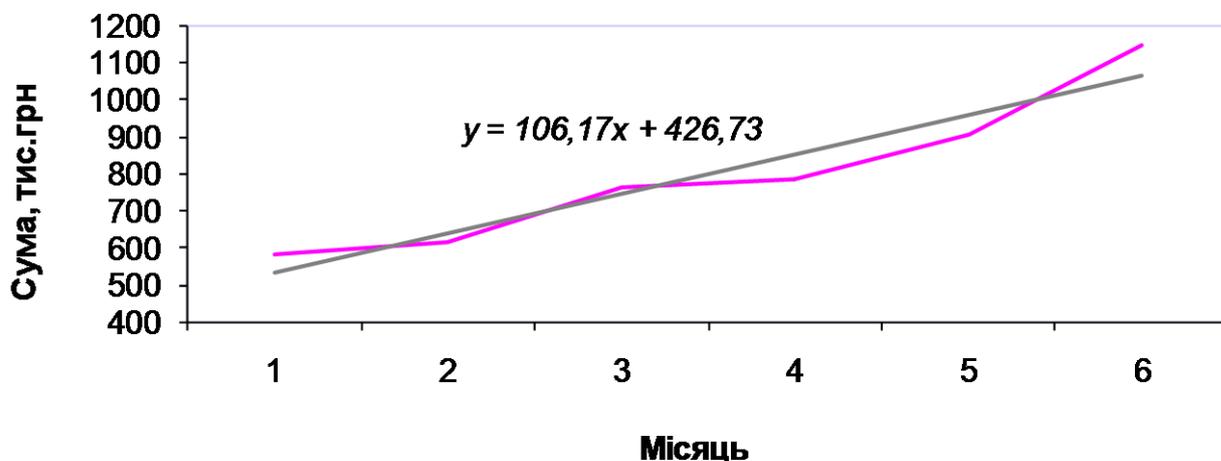


Рис. 3

Таким чином, за підсумками першого півріччя в липні очікується отримання прибуток $106,17 \cdot 7 + 426,73 = 1\,169,92$ тис. грн.

Примітка. Коли треба побудувати графік залежності однієї змінної від іншої, поданої випадковими значеннями на проміжку чи значеннями з постійним кроком, використовується тип діаграми «Точкова» («Точечная»).

Контрольні запитання й завдання до розділів 1.1 – 1.3

1. Для чого призначена електронна таблиця *Excel*?
2. Як активувати комірку, ввести до неї значення, дати ім'я?
3. Які дані використовуються в *Excel*? Розкрийте особливості введення даних різних типів.
4. Що таке користувацький формат та як він створюється?
5. Як слід розташовувати однотипні дані в таблиці *Excel* і чому саме так?
6. Що може входити до формул у *Excel*?
7. Які способи адресації вам відомі?
8. Назвіть найпопулярніші типи діаграм *Excel*.
9. Як здійснити форматування створеної діаграми?
10. За допомогою чого можна зробити прогноз майбутніх значень параметра, якщо маємо дані про його поведінку за деякий час?

Практичні завдання до розділів 1.1 – 1.3

1. Виконати таблицю за даними відповідно до варіанта (табл. 5). Провести форматування діапазону комірок **C1: C16** таким чином, щоб значення мали один знак у дробовій частині числа і верхня половина значень виводилася на екран синім кольором, а нижня – зеленим. Надати таблиці вигляду табл. 4. За даними одержаної таблиці побудувати графік, додати лінію тренда й зробити на її основі прогноз значення в комірці **C17**.

Таблиця 4

Практичне завдання 1				
Виконання розрахунків	x	B_i	Y_i	
	7		0	0,0
			1,5	0,2
			3	0,3
			4,5	0,4
			6	0,4
			7,5	0,5
			9	0,5
			10,5	0,6
			12	0,6
			13,5	0,6
			15	0,6
			16,5	0,7
			18	0,7
			19,5	0,7
			21	0,7
		22,5	0,7	
	24			

Зразок виконання завдання

Відомі такі дані: $x=7$, розташоване в комірці **A1**, послідовність значень $\{0; 1,5; 3; \dots\}$, яка міститься в діапазоні **B1:B17**, та вираз $y_i = B_{i+1} / (B_i + x)$, ($i=1, \dots, 16$), який треба розрахувати для значень діапазону **B1:B17**.

Створюємо на робочому аркуші *Excel* таблицю, розташовуючи значення x та B_i згідно з завданням. Для розрахунку значень y_i до комірки **C1** вводимо формулу

$$= B1 / (B2 + A\$1).$$

Щоб виконати форматування таблиці за зразком (табл. 4), застосовуємо вставку рядків, стовпців, видалення та об'єднання комірок, заливання кольором, зміну орієнтації тексту тощо.

За даними таблиці за допомогою «Майстра діаграм» будуємо графік залежності y_i від x , B_i та додаємо до нього

лінію тренда, наприклад, вибираємо поліноміальну криву третього порядку (рис. 4). На графіку лінія тренда позначена точками.

Розраховуємо прогноз значення y_i у разі $i = 17$. Одержуємо таку відповідь:

$$y_{17} = 0,000 1 \cdot 24^3 - 0,004 9 \cdot 24^2 + 0,092 8 \cdot 24 + 0,013 2 = 0,80.$$

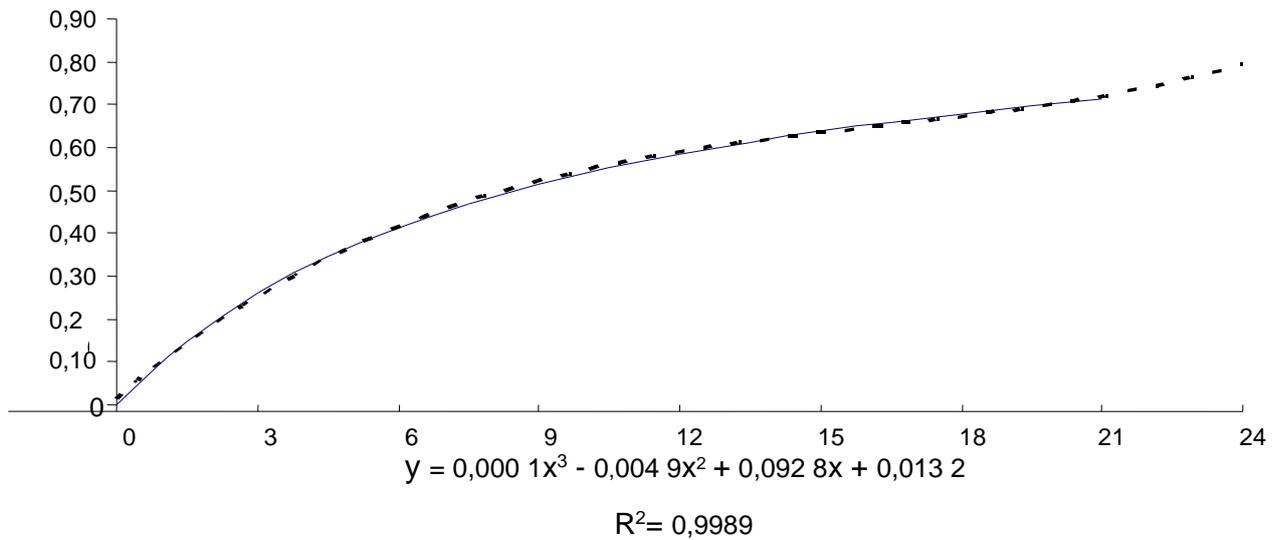


Рис. 4

Щоб побачити на графіку подальше проходження лінії тренда, на вкладці «Параметри» («Параметры») слід встановити відповідне значення лічильника «Прогноз вперед на».

Слід зауважити, що лінія тренда показує поведінку об'єкта, заданого табл. 4, тобто знайдене рівняння являє собою математичну модель цього об'єкта.

Таблиця 5

Номер варіанта N	Значення x (комірка A1)	Значення в діапазоні B1: B17	Формула для розрахунку y_i , $i = 1, 3, 4, \dots, 16$
1	2,5	0; 0,5; 1,0; 1,5; ...	$(B_i - N) / (x + B_{i+1})$
2	4	-3; -1; 1; 3; 5; ...	$(B_{i+1} + B_i) / (N x - B_i)$
3	1,5	-5; -3; -1; ...	$B_{i+1} / (B_i + x)^{N-1}$
4	2,5	-4,5; -4; -3,5; ...	$1 / (B_{i+1}(B_i + x^N))$
5	0,5	0,5; 1,0; 1,5; ...	$1 / B_i + B_i^x N$
6	0,3	0,1; 0,2; 0,3; ...	$1 / 3(x+1) / (B_{i+1} + B_i)$
7	125	100; 110; 120; ...	$0,002 (B_i - N) / (x + B_{i+1})$
8	1,5	1; 3; 5; 7; ...	$(B_{i+1} + B_i) / (N x - B_i)$
9	2,5	0; 1; 2; ...	$1 / (B_{i+1}(B_i + x^N))$
10	3	-8; -6; -4; ...	$B_{i+1} / (B_i + x) N - 8$
11	250	10; 15; 20; ...	$1 / N (x+1) / (B_{i+1} + B_i)$
12	0,1	10; 13; 16; 19; ...	$1 / (B_{i+1} (B_i + xN))$
13	14,5	1; 2; 3; ...	$-0,2(B_i - N) / (x + B_{i+1})$
14	0,2	0; 10; 20; ...	$N(x + B_i) / (B_i + B_{i+1})$
15	1	0; 2; 4; 6; ...	$(B_{i+1} + B_i) / (N x - B_i)$
16	10	-6; -5,5; -5; ...	$N B_{i+1} / (B_i + x) N - 13$

Закінчення табл. 5

Номер варіанта N	Значення x (комірка A1)	Значення в діапазоні B1: B17	Формула для розрахунку y_i , $i = 1, 3, 4, \dots, 16$
17	0,5	1; 2; 3; ...	$N / B_i + B_i^x N$
18	0,2	0,1; 0,2; 0,3; ...	$1 / N (x + 1 / (B_{i+1} + B_i))$
19	0,02	-5; -3; -1; ...	$(B_{i+1} + B_i) / (3 N x - B_i)$
20	1,5	0; 0,5; 1,0; 1,5; ...	$1 / N (x + 1 / (B_{i+1} + B_i))$
21	2,1	-4,5; -4; -3,5; ...	$N B_{i+1} / (B_i + x)^{N-17}$
22	0,01	0,1; 0,3; 0,5; ...	$(B_{i+1} + B_i) / (N x - B_i)$
23	10	0,1; 0,2; 0,3; ...	$N / B_i + B_i^x (N+1)$
24	5	-10; -8; -6; ...	$0,2 (B_i - N) / (x + B_{i+1})$
25	5	0,05; 0,1; 0,15; ...	$x^{N-20} / (B_{i+1} (B_i + x^{N-20}))$

2. На основі будь-яких статистичних даних побудувати діаграму, яка найбільш повно відповідає типу обраної інформації та провести її форматування за вказівками викладача.

1.4. Функції

До формули під час її введення можна додавати функції натисканням кнопки **Вставка функції (Вставка функции)** в рядку формул або на панелі інструментів «Стандартна». Excel пропонує багато вбудованих функцій різних категорій: математичні, статистичні, логічні, фінансові, функції дати та ін. На першому кроці обирається категорія функції у відповідному вікні та потрібна функція. На другому кроці конкретизуються аргументи функції. У свою чергу, аргументи функції можуть мати у своєму складі ту чи іншу функцію. Якщо функція має кілька аргументів, вони відокремлюються крапкою з комою. У разі, коли аргументом функції є діапазон даних, вказують адреси двох крайніх комірок діапазону (верхньої лівої і нижньої правої), розділяючи їх двокрапкою. Функції, які використовуються найчастіше, знаходяться в категорії «10 недавно використовуваних» («10 недавно использовавшихся»). Найбільш часто застосовуються вбудовані функції категорії «Математичні» («Математические»).

До цієї категорії, наприклад, належать:

- **ABS** – повертає модуль числа;
- **SIN, COS, TAN** – повертають значення тригонометричних функцій – відповідно синуса, косинуса і тангенса в радіанах;
- **PI** – повертає число π (функція не має аргументів);
- **EXP** – повертає експоненту заданого числа;
- **LN, LOG** – відповідно повертають натуральний логарифм числа та логарифм числа за довільною основою;

- **КОРЕНЬ** — повертає квадратний корінь числа;
- **СТЕПЕНЬ** — повертає результат піднесення числа до степеня.

1.4.1. Робота з математичними функціями

Приклад 4

Значення змінної x знаходиться в комірці A1. Обчислити значення виразу

$$y = \sin(\sqrt{e^{2x+1}}).$$

У потрібну комірку, наприклад B1, вводимо такий вираз:

$$=SIN(КОРЕНЬ(EXP(2*A1+1))).$$

Окрім звичних математичних функцій у категорії «Математичні» є кілька функцій округлювання, які дуже важливі під час роботи з грошовими даними.

Примітка. У всіх фінансових розрахунках, коли грошова величина отримується внаслідок ділення іншої грошової величини на будь-яке число або множення іншої грошової величини на неціле число, слід обов'язково застосовувати функцію *ОКРУГЛ*.

Функція ОКРУГЛ має два аргументи. Перший – це число або числовий вираз, який треба округлити. Другий – кількість знаків, яку слід залишити в числі, яке округляється. Якщо другий аргумент – додатне число, то значення округляється зі збереженням відповідної кількості цифр у дробовій частині числа, якщо від'ємне, то буде округлятися ціла частина числа, а якщо цей аргумент дорівнює нулю, проводиться округлювання до найближчого цілого числа. Наприклад, ОКРУГЛ (M1;3) збереже три цифри в дробовій частині числа, яке знаходиться в комірці M1, а ОКРУГЛ (M1*2/3; -3) округлить вираз, що є першим аргументом функції, до тисяч.

Необхідність використання функції ОКРУГЛ можна продемонструвати на такому прикладі.

Приклад 5

Треба підрахувати дохід від реалізації товарів торговим підприємством (табл. 6).

Задані значення у стовпцях C, D, F, H. У стовпці E, G, I та J вводимо формули. Так, для комірок E3, G3, I3 та J3 відповідно одержуємо таке:

$$\begin{aligned} &= C3*D3, \\ &= C3*(1+F3), \\ &= G3*H3, \\ &= I3-E3. \end{aligned}$$

Окрім того, щоб отримати сумарні значення, до комірок E10, I10 та J10 вводимо відповідно наступні формули:

$$\begin{aligned} &=СУММ(E3:E9), \\ &=СУММ(I3:I9), \\ &=СУММ(J3:J9). \end{aligned}$$

Після цього одержуємо результати (табл. 6).

Таблиця 6

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Дохід від реалізації товарів									
2	№ П/П	Назва товару	Ціна закупки, грн	Кількість закупленого товару	Вартість закупленого товару, грн	Торгова надбавка	Ціна реалізації, грн	Кількість реалізованого товару	Вартість реалізованого товару, грн	Дохід, грн
3	1	Товар 1	2,45	200	490,00	30 %	3,19	155	493,68	3,67
4	2	Товар 2	3,40	150	510,00	25 %	4,25	125	531,25	21,25
5	3	Товар 3	4,20	180	756,00	25 %	5,25	145	761,25	5,25
6	4	Товар 4	2,85	170	484,50	25 %	3,56	120	427,50	-57,00
7	5	Товар 5	4,00	250	1 000,00	30 %	5,20	215	1 118,00	118,00
8	6	Товар 6	5,90	220	1 298,00	40 %	8,26	200	1 652,00	354,00
9	7	Товар 7	6,15	120	738,00	40 %	8,61	115	990,15	252,15
10		Разом			5 276,50				5 973,83	697,33

Слід зазначити, що оскільки в ході обчислення дані не округлювалися, виникла кінцева похибка округлювання в 0,01 грн. Щоб усунути це, застосуємо функцію ОКРУГЛ для обчислення значення стовпця G, тобто для комірки G3 маємо формулу

$$= \text{ОКРУГЛ} (C3*(1+F3);2).$$

Таблиця «Дохід від реалізації» тепер набуває дещо іншого вигляду (табл. 7).

Таблиця 7

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Дохід від реалізації товарів									
2	№ П/П	Назва товару	Ціна закупки, грн	Кількість закупленого товару	Вартість закупленого товару, грн	Торгова надбавка	Ціна реалізації, грн	Кількість реалізованого товару	Вартість реалізованого товару, грн	Дохід, грн
3	1	Товар 1	2,45	200	490,00	30 %	3,19	155	494,45	4,45
4	2	Товар 2	3,40	150	510,00	25 %	4,25	125	531,25	21,25
5	3	Товар 3	4,20	180	756,00	25 %	5,25	145	761,25	5,25
6	4	Товар 4	2,85	170	484,50	25 %	3,56	120	427,20	-57,30
7	5	Товар 5	4,00	250	1 000,00	30 %	5,20	215	1 118,00	118,00
8	6	Товар 6	5,90	220	1 298,00	40 %	8,26	200	1 652,00	354,00
9	7	Товар 7	6,15	120	738,00	40 %	8,61	115	990,15	252,15
10		Разом			5 276,50				5 974,30	697,80

1.4.2. Застосування функцій роботи з матрицями

Значна кількість прикладних задач економіки, управління та оптимізації зводиться до розв'язання системи лінійних рівнянь, яка має простий та компактний запис у матричній формі. Наприклад, систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots \quad \dots \quad \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

можна подати у вигляді матричного рівняння:

$$A \times X = B,$$

де A – матриця коефіцієнтів; X – матриця-стовпець невідомих; B – матриця-стовпець вільних членів:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}; \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}.$$

Щоб одержати розв'язок цього матричного рівняння, треба знайти матрицю, обернену до матриці A , після чого помножити її на стовпець вільних членів B , тобто

$$X = A^{-1} \times B.$$

Для виконання цієї роботи *Excel* пропонує декілька функцій, зібраних у категорії «*Математичні*», наприклад:

- **МОБР** – повертає обернену матрицю;
- **МОПРЕД** – обчислює визначник матриці;
- **МУМНОЖ** – перемножує матриці;
- **ТРАНСП** – повертає транспоновану матрицю.

Примітка. Є дві особливості використання таких функцій. По-перше, перед використанням функції треба виділити на робочому аркуші діапазон саме такого розміру, який відповідає результату обчислень. По-друге, після того як будуть визначені всі аргументи функції, вихід із «*Майстра функцій*» здійснюється шляхом натиснення комбінації клавіш **Ctrl + Shift + Enter**, а не кнопки «*ОК*» у діалоговому вікні.

Розглянемо розв'язання задачі з використанням цих функцій.

Приклад 6

Кондитерська фабрика спеціалізується на виробництві трьох фірмових тортів T_1, T_2, T_3 , для чого використовує сировину трьох типів C_1, C_2 та C_3 . Витрати сировини на кожен кондитерський виріб та щоденні запаси сировини задані табл. 8 (всі значення подані у гривенному еквіваленті). Знайти щоденний грошовий обсяг виробництва тортів кожного виду.

Таблиця 8

Тип сировини	Норми витрат сировини на 1 конд. виріб			Щоденний запас сировини
	T_1	T_2	T_3	
C_1	5	3	4	2 700
C_2	2	1	1	900
C_3	3	2	2	1 600

Нехай x_1, x_2, x_3 – щоденну вартість тортів відповідно першого, другого та третього виду. В такому разі відповідно до норм витрат сировини кожного типу маємо систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 2700, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 900, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1600. \end{cases}$$

У матричній формі ця система має вигляд

$$A \cdot X = B,$$

де

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}; \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2700 \\ 900 \\ 1600 \end{pmatrix}.$$

За допомогою *Excel* знаходимо обернену матрицю A^{-1} та добуток A^{-1} і B . Одержуємо результати (табл.9).

Таблиця 9

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		5	3	4		-4E-16	2	-1
3	A=	2	1	1	A ⁻¹ =	-1	-2	3
4		3	2	2		1	-1	-1
5								
6			2700			200		
7		B=	900		X=	300		
8			1600			200		

Нижченаведений приклад використання функцій роботи з матрицями складніший ніж попередній, тому ми розглянемо його більш детально.

Приклад 7

У табл.10 наведені дані про виконання міжгалузевого балансу за звітний період. Визначити необхідний обсяг валового випуску кожної галузі за умови, що кінцеве споживання енергетичної галузі збільшиться удвічі, а машинобудування – залишиться на тому ж рівні.

Таблиця 10

Галузь		Споживання		Кінцевий продукт	Валовий випуск
		Енергетика	Машино-будування		
вироб-ництво	Енергетика	7	21	72	100
	Машинобудування	12	15	123	150

Згідно з моделлю багатогалузевої економіки Леонтєва, розв'язок можна одержати за формулою:

$$X = (E - A)^{-1} Y,$$

де X – вектор валового випуску;

E – одинична матриця;

A – матриця прямих витрат;

Y – вектор кінцевого продукту.

Вважатимемо, що діапазон A1:B2 містить матрицю споживання, діапазон D1:D2 – вектор кінцевого продукту з урахуванням того, що відповідно до умов завдання кінцеве споживання галузі збільшиться вдвічі, діапазон H1:I1 – вектор валового випуску.

Коефіцієнти матриці прямих витрат A (діапазон D4:E5) визначаються як відношення x_{ij} / x_j , де x_{ij} – обсяг продукції i -тої галузі, який споживає j -та галузь у процесі виробництва; x_j – валовий обсяг продукції i -тої галузі ($i, j = 1, 2$). Для комірки D4 формулу для обчислень доцільно подати у вигляді

$$=A1/H\$1.$$

Усі інші елементи матриці A можна одержати шляхом копіювання цієї формули автозаповненням. Одинична матриця E зберігається в діапазоні H4:E5, а різниця $E - A$ – у діапазоні D7: E8. Для комірки D7 формула обчислень має такий вигляд:

$$= H4-D4.$$

Для інших комірок цього діапазону знов застосовуємо автозаповнення. З метою визначення матриці повних витрат $(E - A)^{-1}$ застосовується функція МОБР. Результат виконання цієї операції розміщений у діапазоні D10:E11:

$$= \text{МОБР} (D7:E8).$$

Для визначення вектора валового випуску X застосовується функція МУМНОЖ, аргументами якої є масив D10:E11 (матриця повних витрат) і масив D2:D3 (вектор кінцевого продукту):

$$= \text{МУМНОЖ} (D10:E11; D2:D3).$$

Нові обсяги валового випуску містяться в діапазоні H10: H11 табл. 11.

Таблиця 11

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	7	21		144				100	150
2	12	15		123					
3									
4			A	0,07	0,14		E	1	0
5				0,12	0,10			0	1
6									
7			E-A	0,93	-0,14				
8				-0,12	0,90				
9									
10			(E-A) ⁻¹	1,097	0,171		X	179,01	
11				0,146	1,134			160,53	

1.4.3. Робота з функціями дати

У процесі обробки економічної інформації досить часто доводиться працювати з даними у форматі дати. Для виконання подібної роботи в *Excel* існує категорія «Дата й час» («Дата и время»), де зібрані, наприклад, такі функції:

- **ГОД** (дата) – добуває рік із заданої дати;
- **МЕСЯЦ** (дата) – добуває номер місяця з заданої дати, результатом застосування цієї функції є число від 1 до 12;
- **ДЕНЬ** (дата) – добуває номер дня з заданої дати, результатом є число від 1 до 31;
- **СЕГОДНЯ** () – повертає сьогоднішню дату;
- **ДЕНЬНЕД** (дата; тип) – повертає номер дня тижня з заданої дати, результатом є число від 1(неділя) до 7 (субота) якщо обрати тип 1; число від 1 (понеділок) до 7 (неділя) у разі обрання типу 2.

Приклад 8

Сьогодні підприємство отримало кредит у банку й зобов'язалося повернути його через 85 днів. Визначити дату повернення кредиту.

Розв'язок можна одержати за формулою

$$=\text{СЕГОДНЯ} () +85.$$

Приклад 9

Покупець придбав товар 30.12.06. У який день тижня це було?

Формула для розрахунку така:

$$= \text{ДЕНЬНЕД}(30.12.06; 2).$$

Одержуємо відповідь 6, тобто купівля здійснена в суботу.

1.4.4. Застосування логічних функцій

Якщо спосіб обчислення деякої величини залежить від виконання або невиконання певної умови, доцільно застосовувати у формулі функцію ЕСЛИ, яка входить до категорії логічних функцій та має три аргументи: логічний вираз, який може набувати двох значень — «Істинність» та «Хибність», а також два вирази, за якими проводяться обчислення у випадку, коли логічний вираз є відповідно істинний чи хибний.

Приклад 10

Задані суми нарахування заробітної плати працівникам підприємства. Обчислити суми відрахування до пенсійного фонду, які складають 1% від нарахованої суми, якщо остання не перевищує 150 грн, і 2%, якщо нарахована сума перевищує 150 грн.

Задача розв'язується за допомогою табл. 12.

Таблиця 12

	А	В	С	Д
1	Відрахування з заробітної плати			
2	№ п/п	Прізвище	Нарахована з/п, грн	До пенсійного фонду, грн
3	1	Ващенко	450,02	9,00
4	2	Глушаков	512,80	10,26
5	3	Дубов	187,52	3,75
6	4	Єлисеєв	145,36	1,45

Дані про нараховані суми відомі заздалегідь. Дані про відрахування обчислюються за допомогою функції ЕСЛИ та ОКРУГЛ. Так, для комірки D3 формула для обчислень набуває вигляду

$$= \text{ОКРУГЛ}(\text{ЕСЛИ}(\text{C3} \leq 150; \text{C3} * 0,01; \text{C3} * 0,02); 2).$$

Приклад 11

Задані результати складання заліку групою студентів за 100-бальною шкалою. Вивести оцінку за шкалою Європейської системи перезарахування кредитів (ЄСПК), середню оцінку та підрахувати кількість студентів, які не склали залік, тобто отримали оцінку «FX».

Для виконання першої частини цього завдання потрібно застосувати логічні функції ЕСЛИ та И. Функцію ЕСЛИ ми вже розглянули вище. Функція И набуває значення «істина» за одночасного виконання перерахованих у ній умов. У Excel також є функція ИЛИ, яка має значення «істина» в разі виконання хоч би однієї з цих умов.

До комірки D3 вводимо формулу

=ЕСЛИ (И (С3>=90;С3<=100); "А"; ЕСЛИ (И (С3>=75;С3<90); "BC"; ЕСЛИ (И (С3>=60; С3<75); "DE"; ЕСЛИ (И (С3>0; С3<60); "FX"; "Недопустиме значення!!!")))).

Значення в комірках D4:D9 можна одержати шляхом копіювання цієї формули методом автозаповнення. Підсумкова таблиця буде мати вигляд табл. 13.

Таблиця 13

	А	В	С	Д
1	Результати складання заліку			
2	№ П / П	Прізвище	Одержана оцінка	
			за 100-бал. шкалою	за шкалою ЄСПК
3	1	Альохін	69	DE
4	2	Білий	78	BC
5	3	Василенко	56	FX
6	4	Кононенко	91	А
7	5	Маслова	86	BC
8	6	Прокопенко	71	DE
9	7	Яріна	95	А

Для виконання останніх вимог завдання застосовуються функції СРЗНАЧ та СЧЕТЕСЛИ. Перша функція повертає середнє арифметичне значення своїх аргументів, а друга – підраховує кількість непустих комірок у діапазоні, які задовольняють задану умову.

Таким чином, щоб підрахувати середню оцінку, у порожню комірку робочого аркуша треба ввести формулу

= СРЗНАЧ(С3:С9)

Щоб дізнатися кількість студентів, які не склали залік, застосуємо формулу:

= СЧЕТЕСЛИ(D3:D9; «FX»).

Виконавши завдання, одержимо відповіді 77 і 1.

1.4.5. Робота з фінансовими функціями

В *Excel* вбудований ряд функцій, які дозволяють визначити параметри потоків фінансових сплат, наприклад:

- **БС** (*ставка; Кпер; Плт; пс; тип*) – нарахована сума; повертає майбутнє значення вкладу з періодичними (*Кпер* – кількість періодів) постійними виплатами (*Плт*) і складними відсотками (*ставка*); *пс* – загальна сума всіх майбутніх платежів; якщо пропущена, то дорівнює 0; *тип* – момент сплати; набуває значення 0, якщо сплата здійснена в кінці періоду і значення 1, якщо на початку;
- **ПС** (*ставка; Кпер; Плт; бс; тип*) – повертає нинішній розмір вкладу; загальна сума всіх майбутніх платежів;
- **ПЛТ** (*ставка; Кпер; пс; бс; тип*) – обчислює розмір постійної періодичної сплати за фіксованою відсотковою ставкою;
- **КПЕР** (*ставка; Плт; пс; бс; тип*) – повертає кількість періодів, необхідних для накопичення заданої суми за фіксованою відсотковою ставкою;
- **СТАВКА** (*Кпер; Плт; пс; бс; тип*) – обчислює відсоткову ставку за один період ренти, необхідну для отримання певної суми протягом заданого терміну шляхом внесення постійних внесків.

Примітка. Для всіх параметрів фінансових функцій сплачені або вкладені суми подаються від'ємними числами, а отримані суми (доходи, дивіденди тощо) – додатними.

Приклад 12

На початку кожного року протягом 5 років на банківський рахунок перераховують 15 000 грн за постійною ставкою 12,5% річних. Яка сума буде на банківському рахунку наприкінці терміну ренти?

Для розв'язання застосовуємо вбудовану функцію БС:

$$= \text{БС}(0,125; 5; -15\,000; ; 1).$$

Результат дорівнює 108 274, 38 грн.

Приклад 13

Юридичній особі пропонується інвестувати в проект 50 млн грн, щоб за постійної ставки 8% річних протягом 7 років одержувати річний дохід:

1) розміром 10 млн грн;

2) розміром 4 млн грн, але наприкінці терміну отримати назад весь початковий внесок.

Який проект є більш прибутковий?

Для першого та другого варіантів розв'язки становлять відповідно

$$= \text{ПС}(0,08; 7; 10; ; 0),$$

$$= \text{ПС}(0,08; 7; 4; 50; 0).$$

Результати відповідно дорівнюють –52,06 млн грн та –50,00 млн грн. Отже, у першому випадку прибуток складає 2,06 млн грн, а в другому – прибутку немає. Таким чином, перший проект є вигідніший.

Приклад 14

Підприємство отримало позику в розмірі 250 000 грн і має намір розрахуватися рівними щомісячними виплатами протягом 5 років. Яким має бути розмір щомісячної виплати в разі ставки 10% річних?

Період виплат становить місяць, тому річну ставку треба поділити на 12 місяців. Підприємство буде робити внески щомісячно, тобто маємо $5 \cdot 12 = 60$ періодів сплат. Тобто формула має бути така:

$$= \text{ПЛТ} (0,1/12; 60; 250\ 000; ; 0).$$

Результат дорівнює –5 311, 76 грн.

Приклад 15

Фізична особа отримала кредит розміром 100 000 грн на придбання житла під 13% річних з постійною щомісячною виплатою 1 500 грн. Скільки років потрібно для повернення кредиту?

Задача розв'язується за допомогою такої формули:

$$= \text{КПЕР} (0,13/12; -1500; 100\ 000; ; 0) / 12.$$

У результаті обчислень одержуємо відповідь 9,9 років.

Приклад 16

Підприємство має 6 млн грн, які може:

а) інвестувати в нове виробництво, яке гарантує щорічний дохід розміром 1 млн грн протягом 10 років;

б) покласти на банківський рахунок під 12% річних.

Що вигідніше для підприємства?

За допомогою функції СТАВКА підраховуємо, який відсоток річних дасть перший варіант:

$$= \text{СТАВКА} (10; 1; -6; ; 0).$$

Результат дорівнює 10,56%. Оскільки банк пропонує 12% річних, то інвестування в нове виробництво є менш привабливе.

Під час обробки економічної інформації за допомогою *Excel* корисні також функції амортизаційних відрахувань, параметрами яких є:

- початкова вартість (*нач_стоимость*);
- залишкова, або ліквідна, вартість (*ост_стоимость*);
- період експлуатації (*время_эксплуатации*);
- номер періоду для обчислень амортизації (*период*).

Розглянемо приклади застосування деяких із перерахованих функцій.

Приклад 17

Верстат вартістю 8 000 грн має термін експлуатації 6 років, після чого його ліквідна вартість становить 1 000 грн. Визначити щорічну амортизацію за методом рівномірної амортизації.

За методом рівномірної амортизації останню обчислюємо із застосуванням вбудованої функції АПЛ (*нач_стоимость; ост_стоимость; время_эксплуатации*) за формулою

= АПЛ (8 000; 1 000; 6).

Одержуємо відповідь 1 166,67 грн.

Приклад 18

Визначити щорічну амортизацію за умовами попереднього завдання за лінійним методом.

За лінійним методом амортизація обчислюється з використанням функції АСЧ(нач_стоимость;ост_стоимость;время_эксплуатации;период) за формулами:

- для першого року — = АСЧ (8 000; 1 000; 6; 1),
- для другого року — = АСЧ (8 000; 1 000; 6; 2) тощо.

Задача має такі розв'язки: 2 000,00 грн, 1 666,67 грн, 1 333,33 грн, 1 000,00 грн, 666,67 грн.

Примітка. Під час роботи з формулами іноді виникають такі помилки:

- ##### — результат не вміщується в комірці по ширині. Треба збільшити ширину стовпця;
- #ДЕЛ/0! — спроба ділення на нуль. Слід виправити формулу;
- #ЗНАЧ! — використовується недопустимий тип аргументу функції або операнда формули.

Треба перевірити, чи відповідають дані в комірках, адреси яких використовуються у формулах, типу даних, якого потребує формула;

- #ИМЯ? — у формулі використовується ім'я комірки або функції, яке Excel не може розпізнати. Необхідно виправити ім'я;

- #ССЫЛКА! — формула посилається на комірки, які були вилучені з електронної таблиці. Треба відновити комірки;

- #ЧИСЛО! — значення числового результату занадто велике або мале для подання його в електронній таблиці.

Контрольні запитання й завдання до розділу 1.4

1. Вбудовані функції Excel яких типів вам відомі?
2. Яка послідовність застосування функцій має виконуватися?
3. Навіщо використовувати функцію ОКРУГЛ у фінансових розрахунках?
4. Що таке масив даних?
5. Перелічіть функції Excel, призначені для обробки масивів даних. Чи є якісь особливості застосування цих функцій?
6. Назвіть відомі вам функції роботи з датами.
7. Чим відрізняються логічні функції И та ИЛИ? Які ще логічні функції ви знаєте?
8. Що означає, коли параметр фінансової функції — від'ємне число (додатне число)?
9. Яка помилка виникла, якщо в комірці замість результату виконання функції маємо #ЗНАЧ!, ##### ? Які шляхи усунення?
10. Для чого призначена категорія «10 недавно використовуваних» функцій?

Практичні завдання до розділу 1.4

1. Заповнити даними табл. 13 для обчислення значень тригонометричних функцій та знайти за її допомогою значення виразу згідно з варіантом (табл. 14).

Таблиця 13

Кут α , град.	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$
0				
1				
...				
90				

Таблиця 14

Номер варіанта	Функція	Номер варіанта	Функція
1	$\sqrt{e^{\sin 69^\circ}}$	14	$e^{(\sin 15^\circ + \sin 17^\circ + \sin 19^\circ)}$
2	$e^{2 \sin 43^\circ}$	15	$\sqrt[3]{1 - \sin 77^\circ \cos 77^\circ}$
3	$\sqrt{\sin 32^\circ + \cos 81^\circ}$	16	$(\operatorname{tg} 63^\circ + \operatorname{ctg} 36^\circ) \sin 13^\circ$
4	$\operatorname{tg} 59^\circ + \sqrt{\cos 14^\circ}$	17	$e^{\sqrt{\sin 17^\circ + \cos 17^\circ}}$
5	$e^{(\sin 23^\circ + \cos 32^\circ)}$	18	$\sqrt{\operatorname{tg} 11^\circ + 2 \sin 11^\circ}$
6	$\sqrt[3]{\operatorname{tg} 67^\circ - 12}$	19	$\frac{\sin 50^\circ + \cos 50^\circ}{2 \cos 25^\circ}$
7	$\cos 12^\circ + e^{\sin 78^\circ}$	20	$\sqrt{\operatorname{tg} 78^\circ - \operatorname{tg} 4^\circ \operatorname{tg} 74^\circ}$
8	$\sin 15^\circ + \cos 35^\circ - \operatorname{tg} 10^\circ$	21	$\sqrt{\sin 89^\circ - \cos 81^\circ}$
9	$\operatorname{tg} 56^\circ + \sqrt{\cos 89^\circ}$	22	$\sqrt{\operatorname{tg} 51^\circ - \operatorname{ctg} 15^\circ}$
10	$\sqrt{\operatorname{ctg} 63^\circ + \operatorname{tg} 78^\circ}$	23	$\sin 14^\circ \sqrt{\cos 8^\circ}$
11	$\sqrt[3]{1 - \sin 77^\circ \cos 47^\circ}$	24	$(\operatorname{tg} 68^\circ - \operatorname{ctg} 6^\circ) \sin 19^\circ$
12	$\operatorname{ctg} 55^\circ + \sqrt{\sin 55^\circ}$	25	$\sqrt{\cos 2^\circ + \cos 22^\circ}$
13	$\sqrt[3]{\operatorname{tg} 85^\circ} + \cos 17^\circ$	26	$e^{\sin 89^\circ} + e^{\cos 1^\circ}$

2. Створити розрахункову відомість з заробітної плати працівників підприємства за заданою формою (табл. 15).

Таблиця 15

№ п/п	ПІБ	Н а р а х о в а н о				У т р и м а н о							До сплати	Заборогованість на кінець місяця
		Оклад	Відпускні	Лікарняні	Всього	Аванс	Кредит	Прибутковий податок	До Пенсійного фонду	До Фонду Соціального страхування	До Фонду страхування на випадок безробіття	Всього		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
...
Всього														

Заповнити дані про 10 працівників (стовпці 1 – 5, 8) довільним чином. До решти стовпців ввести такі формули:

- **стовпець 6** – сума всіх нарахувань працівників;
- **стовпець 7** – 40 % від окладу;
- **стовпець 9** – якщо значення у стовпці 6 менше або дорівнює 570 грн, від цього значення відняти суми, відраховані до Пенсійного фонду, Фонду соціального страхування, Фонду страхування на випадок безробіття, податкового кредиту (131 грн) і взяти 13 % від одержаної суми; якщо значення в стовпці 6 більше 570 грн, від нього відняти тільки суми, відраховані до Пенсійного фонду, Фонду соціального страхування, Фонду страхування на випадок безробіття і взяти 13 % від одержаної суми;
- **стовпець 10** – 1 % від значення в стовпці 6, якщо воно менше або дорівнює 365, і 2%, якщо це значення більше 365;
- **стовпці 11, 12** – 0,5 % від значення в стовпці 6;
- **стовпець 13** – сума всіх відрахувань працівника;
- **стовпець 14** – різниця між значеннями стовпців 6 і 13, якщо вона є додатна чи дорівнює нулю, і порожня комірка, якщо ця різниця є від'ємна;
- **стовпець 15** – різниця між значеннями стовпців 13 і 6, якщо вона є додатна і порожня комірка, якщо ця різниця є від'ємна.

Нижній рядок має містити суми значень відповідних стовпців. У всіх необхідних випадках грошові величини слід округлювати до копійок.

3. Виконати завдання згідно з варіантом.

Варіант 1

Підприємство придбало токарний верстат вартістю 30 тис. грн, розрахований на 12 років використання, після чого його залишкова вартість буде складати 2,5 тис. грн. Розрахувати амортизаційні витрати за методом рівномірної амортизації.

Варіант 2

Покупець оформляє товар у кредит в розмірі 3 000 грн і збирається виплачувати щомісяця 300 грн. Відсоткова ставка складає 2%. Скільки місяців покупець буде сплачувати за товар?

Варіант 3

На початку кожного року громадянин робить внесок до страхової компанії в розмірі 500 грн. Чому буде дорівнювати ця сума через 5 років, якщо річна відсоткова ставка дорівнює 10%?

Варіант 4

Автомобіль вартістю 36 тис. грн має термін експлуатації 10 років, після чого його залишкова вартість складає 3 тис. грн. Розрахувати амортизацію автомобіля на 5-й рік використання за лінійним методом.

Варіант 5

Щорічно в день весілля, 24 червня, чоловік робить внесок на банківський рахунок своєї дружини в розмірі 500 грн. Чому буде дорівнювати сума на рахунок жінки на початку 10-го року подружнього життя, якщо відсоткова ставка складає 10%? У який день тижня чоловік піде до банку наступного року?

Варіант 6

Підприємству пропонують інвестувати в проект 60 млн грн, щоб потім протягом 8 років отримувати щорічний дохід у розмірі 9,2 млн грн. Визначити нинішню вартість передбачуваного доходу. Зважаючи на те, що банк пропонує 5% річних за вклад на таку ж суму, з'ясувати, що вигідніше – інвестування чи вклад до банку.

Варіант 7

Підприємство придбало токарний верстат вартістю 50 тис. грн у кредит під 10% річних на 5 років. Яким має бути розмір щомісячної виплати за кредитом?

Варіант 8

Покупець оформляє товар на виплату протягом 4 років на суму 2 800 грн. Відсоткова ставка складає 1,2% на місяць. Яким буде розмір щомісячної виплати?

Варіант 9

Банк видає позику в розмірі 10 млн грн для того, щоб потім протягом 4 років отримувати щорічний дохід 2,7 млн грн. Якій відсотковій ставці відповідає така операція?

Варіант 10

Протягом 10 років бабуся на початку кожного року вносить на банківський рахунок свого онука 50 грн при постійній ставці 13% річних. Яка сума буде отримана онуком наприкінці цього періоду?

Варіант 11

Виробнича фірма придбала обладнання вартістю 58 тис. грн, яке має термін експлуатації 15 років, після чого його залишкова вартість складає 4,5 тис. грн. Розрахувати амортизацію обладнання на 10-й рік використання за лінійним методом.

Варіант 12

Родина планує в 8-річний термін придбати автомобіль вартістю 75 000 грн, для чого вирішила щомісяця робити внески на банківський рахунок із постійною ставкою 12% річних. Який має бути розмір цього внеску, щоб купівля здійснилася?

Варіант 13

Для обладнання нового виробництва, яке зможе давати щорічний прибуток 55 000 грн, підприємець вирішив узяти позику на термін 5 років у розмірі 200 000 грн під 14% річних. Чи вигідне таке рішення, якщо підприємець планує розраховуватися з банком щорічно з отриманого прибутку?

Варіант 14

Покупець виплачує кредит за придбаний товар на суму 2 800 грн щомісячними внесками в розмірі 77 грн протягом 4 років. Якій місячній відсотковій ставці це відповідає?

Варіант 15

Швейне обладнання вартістю 150 000 грн має термін експлуатації 15 років. На кінець цього терміну ліквідна вартість обладнання буде становити 3 000 грн. Визначити щорічну амортизацію за методом рівномірної амортизації.

Варіант 16

Покупець протягом 5 років виплачує кредит за придбаний товар щомісячними внесками в розмірі 56 грн. На яку суму він отримав кредит, якщо місячна ставка складає 1,15%?

Варіант 17

Яку суму підприємство має покласти на банківський рахунок, щоб протягом 10 років одержувати річний дохід 2 млн грн, а після закінчення цього терміну одержати ще 5 млн грн, якщо річний відсоток банку складає 9%?

Варіант 18

Дитячий садок придбав водонагрівач вартістю 6 000 грн. Термін експлуатації водонагрівача становить 8 років. Визначити щорічну амортизацію за лінійним методом.

Варіант 19

Громадянин розрахував, що, сплачуючи за придбане в кредит житло 700 грн щомісяця, він протягом 8 років компенсує половину вартості свого житла. Скільки коштувало житло, якщо річна банківська ставка складає 14%?

Варіант 20

Для закупівлі оргтехніки фірма одержала банківський кредит 15 000 грн під 13% річних. Фірма в змозі робити щомісячні виплати в розмірі 900 грн. За який термін фірма зможе повністю розрахуватися з банком?

Варіант 21

Виробниче об'єднання придбало вантажний автомобіль за 68 тис. грн. Після 5 років експлуатації ліквідна вартість цього автомобіля становитиме 15 тис. грн. Визначити щорічну амортизацію за лінійним методом.

Варіант 22

Підприємець розрахував, що він в змозі щомісяця виплачувати банківську позику внесками в розмірі 2 500 грн. На яку суму позики підприємець може

розраховувати при ставці 10% річних, якщо його прогноз відносно можливості виплат стосується періоду 5 років?

Варіант 23

Автопідприємство придбало вантажний автомобіль за 85 тис. грн. Після 3 років експлуатації ліквідна вартість цього автомобіля складатиме 51 тис. грн. Визначити щорічну амортизацію за методом рівномірної амортизації.

Варіант 24

Для переобладнання шкільного спортзалу банк надав пільговий кредит у розмірі 25 000 грн на термін 5 років. Навчальний заклад зобов'язався щороку виплачувати 3,5 тис. грн. Якій відсотковій ставці відповідає така угода?

Варіант 25

Фізична особа 10.09.08 отримала короткостроковий кредит у розмірі 3 000 грн під щоденний відсоток 0,5%, який має повернути протягом 30 днів. Повертати кредит вона планує в три етапи однаковими сумами. Якою має бути сума кожної виплати і в який день тижня особа повністю розрахується?

1.5. Засоби обробки даних

Для того щоб дані можна було обробляти засобами *Excel*, вони обов'язково повинні розташовуватися за стовпцями таблиці. Важливо, щоб таблиця не розривалася пустими рядками або стовпцями, бо це значно ускладнює обробку даних. Перед виконанням будь-якої команди з обробки слід активувати довільну непусту комірку, інакше програма видасть попередження: «Список не знайдений. Укажіть будь-яку комірку списку й повторіть команду».

1.5.1. Сортування даних

Під сортуванням розуміється розташування текстових даних у стовпці за алфавітом, кількісних значень та дат – за зростанням або зменшенням. В *Excel* сортування здійснюється таким чином:

- виділяється діапазон комірок, який треба сортувати, або будь-яка комірка з цього діапазону;
- обирається пункт меню **Дані (Данные) / Сортування (Сортировка) / Сортувати за (Сортировать по)**, указується назва стовпця, у якому сортуються дані (або номер стовпця, якщо виділений діапазон не містить рядка заголовків). Сортування може здійснюватися за кількома стовпцями, для чого треба використати вікна «Потім за» («Затем по») та «В останню чергу, за» («В последнюю очередь, по»).

1.5.2. Фільтрація даних

Під фільтрацією розуміється вибір частини даних, яка відповідає деякій умові або групі умов. В *Excel* існує два різновиди фільтрації: *автофільтр* та *розширений фільтр*. Перед фільтрацією має бути виділена будь-яка непуста комірка електронної таблиці.

Активация *автофільтра* здійснюється за допомогою пункту меню **Дані (Данные) / Фільтр (Фильтр) / Автофільтр (Автофильтр)**. У першому рядку таблиці або виділеного діапазону з'являються списки, що розкриваються. Якщо за допомогою миші вибрати один з елементів списку, на екрані залишаться тільки рядки з вибраним елементом списку, а всі інші рядки будуть приховані. Можна послідовно застосовувати автофільтр у кількох стовпцях таблиці, при цьому кожна наступна фільтрація буде здійснюватися серед даних, які залишилися на екрані неприхованими. Для фільтрації за більш складною умовою використовується елемент «Умова» («Условие») списку автофільтра. Для відображення прихованих рядків треба вибрати елемент «Все» автофільтра. Для скасування фільтрації використовується пункт меню **Дані / Фільтр / Автофільтр**.

Якщо умова фільтрації настільки складна, що її не можна реалізувати засобами автофільтра, використовується *розширений фільтр*. Заздалегідь у довільному місці робочого аркуша готують діапазон умов, до яких обов'язково копіюють рядок заголовків стовпців електронної таблиці. У наступних рядках діапазону умов розташовуються умови фільтрації за такими принципами:

- умова накладається на дані того стовпця, під заголовком якого вона записана;
- умови, записані в одному рядку, поєднуються логічним сполучником «і», записані в різних рядках – логічним сполучником «або»;
- запис умови починається зі знака рівності або нерівності (<, >, <=, >=, <>), після якого записується довільний вираз, допустимий у формулах *Excel*. Знак рівності перед текстом не ставиться.

Активация розширеного фільтра виконується з використанням пункту меню **Дані / Фільтр / Розширений фільтр (Расширенный фильтр)**. Далі треба вказати діапазон із даними й діапазон умов у відповідних полях діалогового вікна, виділивши їх мишею. За необхідності слід вказати також діапазон, де будуть міститися відфільтровані дані. Відображення всієї таблиці на екрані після використання розширеного фільтра здійснюється за допомогою пункту меню **Дані / Фільтр / Відобразити все (Отобразить все)**.

Приклад 19

Є дані про реалізацію меблів (табл.16). Вивести на екран дані стосовно продажу:

- а) всіх диванів;
- б) товарів у квітні 2008 року;
- в) товарів, на суму, вищу 3 000 грн, а також столів, придбаних ЗАТ "АРС".

Таблиця 16

Найменування товару	Дата продажу	Кількість	Вартість одиниці, грн	Покупець	Сума, грн
Диван	03.01.08	4	1 200,00	ЗАТ "АРС"	4 800,00
Стіл	03.01.08	6	350,00	ТОВ "ВІКОЗ"	2 100,00

Закінчення табл. 16

Найменування товару	Дата продажу	Кількість	Вартість одиниці, грн	Покупець	Сума, грн
Диван	07.01.08	3	1 200,00	Дитсадок "Струмок"	3 600,00
Стілець	10.03.08	12	215,00	Дитсадок "Струмок"	2 580,00
Ліжко	25.03.08	1	2 500,00	ТОВ "ВІКОЗ"	2 500,00
Стіл	04.04.08	5	350,00	ЗАТ "ПАРИТЕТ"	1 750,00
Шафа	12.04.08	2	900,00	Дитсадок "Струмок"	1 800,00
Стіл	12.04.08	8	350,00	ЗАТ "АРС"	2 800,00
Диван	20.04.08	2	1 200,00	ДОЗ "Орльонок"	2 400,00
Ліжко	28.04.08	5	2 500,00	Готель "Іванна"	12 500,00
Шафа	31.05.08	11	900,00	ДОЗ "Орльонок"	9 900,00

Дані щодо продажу диванів одержуємо за допомогою автофільтра. Для цього клацаємо в стовпці *Найменування товару* кнопку автофільтра та вибираємо рядок зі значенням *Диван*. Отримуємо результат фільтрації (табл. 17).

Таблиця 17

Найменування товару	Дата продажу	Кількість	Вартість одиниці, грн	Покупець	Сума, грн
Диван	03.01.08	4	1 200,00	ЗАТ "АРС"	4 800,00
Диван	07.01.08	3	1 200,00	Дитсадок "Струмок"	3 600,00
Диван	20.04.08	2	1 200,00	ДОЗ "Орльонок"	2 400,00

Щоб одержати дані стосовно продажу товарів у квітні 2008 р., натискаємо кнопку автофільтра в стовпці *Дата продажу* і вибираємо рядок «Умова». Створюємо дві умови: «більше або дорівнює» 01.04.08 і «менше» 01.05.08 та поєднуємо їх логічним сполучником «і». Одержуємо результат (табл. 18).

Таблиця 18

Найменування товару	Дата продажу	Кількість	Вартість одиниці, грн	Покупець	Сума, грн
Стіл	04.04.08	5	350,00	ЗАТ "ПАРИТЕТ"	1 750,00
Шафа	12.04.08	2	900,00	Дитсадок "Струмок"	1 800,00
Стіл	12.04.08	8	350,00	ЗАТ "АРС"	2 800,00
Диван	20.04.08	2	1 200,00	ДОЗ "Орльонок"	2 400,00
Ліжко	28.04.08	5	2 500,00	Готель "Іванна"	12 500,00

Дані щодо продажу товарів на суму, вищу 3 000 грн, і продажу столів ЗАТ «АРС» одержуємо, створюючи у вільних комірках робочого аркуша діапазон умов (табл. 19).

Таблиця 19

Найменування товару	Дата продажу	Кількість	Вартість одиниці, грн	Покупець	Сума, грн
Стіл				ЗАТ "АРС"	
					>3 000,00

Оскільки дві прості умови —найменування товару (стіл) і покупець (ЗАТ «АРС») — повинні виконуватися одночасно, записуємо їх в один рядок. Дві умови (продаж столів ЗАТ «АРС» і продаж на суму, більшу 3 000 грн) у діапазоні умов поєднуються сполучником «або», тому записуємо їх у різних рядках. У відповідних полях вікна «Розширений фільтр» указуємо адреси діапазону з даними та діапазону умов. Результат фільтрації наведений у табл. 20.

Таблиця 20

Найменування товару	Дата продажу	Кількість	Вартість одиниці, грн	Покупець	Сума, грн.
Диван	03.01.08	4	1 200,00	ЗАТ "АРС"	4 800,00
Диван	07.01.08	3	1 200,00	Дитсадок "Струмок"	3 600,00
Стіл	12.04.08	8	350,00	ЗАТ "АРС"	2 800,00
Ліжко	28.04.08	5	2 500,00	Готель "Іванна"	12 500,00
Шафа	31.05.08	11	900,00	ДОЗ "Орльонок"	9 900,00

1.5.3. Створення підсумків

Досить часто в процесі обробки економічної інформації виникає необхідність обчислити підсумкові результати (суми, середні, мінімальні, максимальні значення тощо).

Послідовність дій під час створення підсумків така:

- відсортувати дані у стовпці, у якому вони будуть об'єднуватися в групи;
- виділити непорожню комірку електронної таблиці з даними, обрати пункт меню **Дані / Підсумки (Ітоги)**, у полі «У разі кожної зміни у» («При кожному изменении в») указати стовпець, дані якого групуються, у полі «Операція» («Операция») вибрати операцію для створення підсумків, а в полі «Додати підсумки за» («Добавить итоги по») встановити прапорці для стовпців, за даними яких треба виконати підсумкову операцію.

У результаті цих дій утворюються підсумкові рядки, а дані за кожною групою структуруються. У діалоговому вікні «Підсумки» є також кнопка «Забрати все» («Убрать все»), яка видаляє всі підсумкові рядки з таблиці й повертає її первісний вигляд.

Приклад 20

За даними таблиці продажу меблів (табл. 16) визначити загальну кількість і загальну вартість проданих товарів кожного найменування.

Спочатку відсортовуємо дані за стовпцем *Найменування товару*, після чого застосовуємо засіб «Підсумки». Результат виконання має вигляд табл. 21.

Таблиця 21

Найменування товару	Дата продажу	Кількість	Вартість одиниці, грн	Покупець	Сума,грн
Диван	03.01.08	4	1 200,00	ЗАТ "АРС"	4 800,00
Диван	07.01.08	3	1 200,00	Дитсадок "Струмок"	3 600,00
Диван	20.04.08	2	1 200,00	ДОЗ "Орльонок"	2 400,00
Диван всього		9			10 800,00
Ліжко	25.03.08	1	2 500,00	ТОВ "ВІКОЗ"	2 500,00
Ліжко	28.04.08	5	2 500,00	Готель "Іванна"	12 500,00
Ліжко всього		6			15 000,00
Стіл	03.01.08	6	350,00	ТОВ "ВІКОЗ"	2 100,00
Стіл	04.04.08	5	350,00	ЗАТ "ПАРИТЕТ"	1 750,00
Стіл	12.04.08	8	350,00	ЗАТ "АРС"	2 800,00
Стіл всього		19			6 650,00
Стілець	10.03.08	12	215,00	Дитсадок "Струмок"	2 580,00
Стілець всього		12			2 580,00
Шафа	12.04.08	2	900,00	Дитсадок "Струмок"	1 800,00
Шафа	31.05.08	11	900,00	ДОЗ "Орльонок"	9 900,00
Шафа всього		13			11 700,00
Загальний підсумок		59			46 730,00

1.5.4. Зведені таблиці

Зведені таблиці являють собою своєрідні тривимірні таблиці: по горизонталі утворюється один ряд даних, по вертикалі – другий, а на перетині рядків і стовпців – третій ряд. Користувач має змогу отримати різноманітну підсумкову інформацію, обираючи як заголовки рядків та стовпців таблиці ті чи інші дані.

Excel надає декілька функцій, які зручно використовувати на перетині рядків та стовпців, щоб виконати певні обчислення, наприклад: СУММ – обчислює сумарне значення; СРЗНАЧ, МИН, МАКС – виводять середнє (мінімальне, максимальне) значення за вказаними даними; СЧЕТ – обчислює кількість значень у вказаному діапазоні даних.

Створення зведених таблиць здійснюється за такою схемою:

- обрати пункт меню **Дані / Зведена таблиця (Сводная таблица)**, зазначити, де слід узяти дані для створення зведеної таблиці – з електронної таблиці *Excel* чи з зовнішнього джерела даних;

- виділити діапазон, який містить дані, необхідні для створення зведеної таблиці;

- клацнувши кнопку *«Макет»*, розмітити зведену таблицю, перетягнувши мишею назви стовпців на відповідні поля розмітки: дані, що будуть заголовками рядків, – до поля *«Рядок»* (*«Строка»*), дані, які будуть заголовками стовпців, – до поля *«Стовпець»* (*«Столбец»*), підсумкові дані, що будуть утворюватися на перетині рядків і стовпців – до поля *«Дані»* (*«Данные»*);

- зазначити де буде розташована побудована зведена таблиця – на новому аркуші чи на існуючому, та натиснути кнопку *«Готово»*.

Якщо треба дізнатися яким чином одержані підсумкові результати у зведеній таблиці, треба двічі клацнути лівою кнопкою миші на цих значеннях; після цього з'явиться окремий аркуш із вихідними даними, які використовувалися в обчисленнях.

Примітка. У тому разі, якщо користувачу не достатньо вбудованих підсумкових функцій, які надає *Excel*, він має змогу задати власний спосіб обробки даних.

Приклад 21

За даними табл.16 підрахувати загальну кількість товарів кожного найменування, придбаних кожним із покупців.

На першому етапі створення зведеної таблиці викликаємо діалогове вікно *«Зведена таблиця»*, встановлюємо перемикач, який указує, де брати дані для обробки, у положення *В списку Excel (В списке Excel)*. На другому етапі в текстове поле *«Діапазон»* (*«Диапазон»*) вводимо адресу діапазону комірок з даними, що включає і рядок із заголовками стовпців. На третьому кроці в діалоговому вікні *«Макет»* перетягуємо позначку стовпця *Найменування товару* до поля *«Стовпець»*, позначку стовпця *Покупець* – до поля *«Рядок»*, стовпця *Кількість* – до поля *«Дані»*, а стовпця *Дата продажу* – до поля *«Сторінка»* (*«Страница»*). За результатами виконаних дій зведена таблиця набере вигляду табл. 22.

Таблиця 22

Дата продажу	Всі					
Сума за полем Кількість	Найменування товару					
Покупець	Диван	Ліжко	Стіл	Стілець	Шафа	Загальний підсумок

Закінчення табл. 22

Готель "Іванна"		5				5
Дитсадок "Струмок"	3			12	2	17
ДОЗ "Орльонок"	2				11	13
ЗАТ "АРС"	4		8			12
ЗАТ "ПАРИТЕТ"			5			5
ТОВ "ВІКОЗ"		1	6			7
<i>Загальний підсумок</i>	9	6	19	12	13	59

Можна також одержати аналогічну таблицю за кожною датою, вибравши останню на сторінці *Дата продажу* замість значення *Всі*. Наприклад, дані про продаж товарів 12.04.08 наведені у табл. 23.

Таблиця 23

Дата продажу	12.04.08			
Сума за полем Кількість	Найменування товару			
Покупець	Диван	Стіл	Шафа	<i>Загальний підсумок</i>
ЗАТ «АРС»		8		8
Дитсадок «Струмок»			2	2
ДОЗ «Орльонок»	2			2
<i>Загальний підсумок</i>	2	8	2	12

Контрольні запитання й завдання до розділу 1.5

1. Як мають бути підготовлені дані на початку їх обробки засобами *Excel*?
2. За скількома стовпцями можливе сортування даних у *Excel*?
3. Які різновиди фільтрації вам відомі?
4. Як виконати фільтрацію даних за кількома умовами за допомогою автофільтра?
5. Коли і як використовується розширений фільтр?
6. У чому полягає відмінність між умовами, написаними з використанням логічного сполучника «і» та «або»?
7. Наведіть приклади операцій для створення підсумків.
8. Де можуть бути розташовані дані для створення зведених таблиць?

Практичні завдання до розділу 1.5

Виконати відповідне варіанту завдання (табл. 24).

Таблиця 24

Варіант	1	2	3
Назва таблиці	«Послуги»	«Товари»	«Склад»
Назви стовпців	А. Назва місяця В. Прізвище клієнта С. Вид послуг Д. Обсяг послуг, грн Е. Експлуатаційні витрати	А. Найменування товару В. Закупівельна ціна С. Продажна ціна Д. Кількість купленого товару Е. Кількість проданого товару	А. Дата поставки В. Назва сировини С. Кількість одержаної сировини Д. Вартість 1 кг сировини Е. Постачальник сировини
Показники, за якими слід відсортувати дані таблиці	А. Місяць В. Види послуг С. Обсяг послуг у порядку зростання	А. Найменування товару В. Закупівельна ціна С. Найменування та кількість купленого товару	А. Дата поставки В. Назва сировини С. Постачальник сировини
Дані, що мають бути виведені на екран	А. Послуги, експлуатаційні витрати яких перевищують 500 грн В. Усе про послугу «Ремонт взуття» та послуги, надані клієнту за прізвищем «Павлов»	А. Усі товари, продані в кількості, більшій 20 В. Все про товар «Шафа» та товари вартістю від 500 до 1 000 грн	А. Усе про сировину «Толуол» та товари, які були поставлені у вересні 2007 р. В. Товари, отримані в кількості, меншій 100 кг, від постачальника 1
Створені підсумки	Сумарний прибуток за весь розглядуваний період	Загальний прибуток від продажу всіх товарів	Сумарна вартість всієї сировини, що зберігається на складі
Зведена таблиця	Сумарний обсяг за всіма видами послуг за кожний місяць	Загальна вартість купленого і проданого товару кожного найменування	Сумарна кількість сировини кожного виду, одержана від окремих постачальників

Продовження табл. 24

Варіант	4	5	6
Назва таблиці	«Вироби»	«Бібліотека»	«Замовлення»
Назви стовпців	А. Тип виробу В. Марка виробу С. Вартість одиниці виробу D. Кількість виробів на складі E. Кількість днів, необхідних для виготовлення виробу	А. Автор книги В. Назва книги С. Вартість книги D. Рік видання E. Жанр книги	А. Замовник В. Тип замовленого товару С. Дата замовлення D. Вартість замовлення E. Знижка на замовлення
Показники, за якими слід відсортувати дані таблиці	А. Тип виробу В. Вартість виробу С. Кількість виробів на складі	А. Автор В. Назва С. Жанр	А. Тип замовленого товару В. Замовник С. Дата замовлення
Дані, що мають бути виведені на екран	А. Вироби, кількість яких на складі перевищує 250 одиниць В. Вироби, вартістю до 100 грн, для виготовлення яких потрібно від 14 до 28 днів	А. Книги з назвою «Історія України» В. Книги Т. Г. Шевченка, видані з 1950 по 1980 р.	А. Замовлення зі знижкою більшою 5% В. Замовлення від ПП Іванова, зроблені у березні 2008 р.
Створені підсумки	Сумарна вартість усіх виробів, що знаходяться на складі	Сумарна вартість книг після переоцінки, якщо вартість книг, виданих до 1961 р., підвищується на 35%, а виданих з 1961 по 1991 р. – на 20%	Сумарна вартість усіх замовлень з урахуванням знижок
Зведена таблиця	Сумарна кількість виробів кожного типу	Сумарна кількість книг кожного жанру, написаних кожним автором	Сумарна вартість усіх замовлень, зроблених кожним із замовників

Продовження табл. 24

Варіант	7	8	9
Назва таблиці	«Авіакаса»	«Поставка молочної продукції»	«Оплата праці»
Назви стовпців	А. Дата придбання квитка В. Дата відправлення С. Номер рейса D. Пункт призначення Е. Вартість квитка	А. Найменування продукту В. Номер магазину С. Дата поставки D. Загальна вага продукту Е. Вартість 1 кг продукту	А. Прізвище робітника В. Номер деталі, виготовленої робітником С. Тарифна ставка за 1 вироблену деталь D. Кількість деталей, виготовлених робітником Е. Дата виготовлення
Показники, за якими слід відсортувати дані таблиці	А. Дата відправлення В. Пункт призначення С. Номер рейсу	А. Дата поставки В. Номер магазину С. Найменування продукту	А. Дата виготовлення В. Номер деталі С. Прізвище робітника
Дані, що мають бути виведені на екран	А. Квитки, придбані після 1 січня 2008 р. В. Квитки до Лондона, придбані в липні 2008 р.	А. Поставки до магазину №23 В. Поставки молока 12.05.08	А. Усі деталі, виготовлені робітниками, прізвища яких починаються з літери «А» В. Усе про робітників, які виробили більше 150 деталей, та робітників, які виготовляли деталь №1
Створені підсумки	Сумарна вартість усіх проданих квитків без урахування податку на додану вартість (1/6 від вартості квитка) і страхових зборів (1%)	Сумарна вартість усієї продукції, розвезеної з молокозаводу до всіх магазинів	Сумарна заробітна плата всіх робітників
Зведена таблиця	Сумарна виручка від продажу квитків на кожний рейс	Загальна вага продуктів кожного найменування, яка була перевезена до кожного магазину	Загальна кількість деталей кожного номера, виготовлена кожним робітником

Продовження табл. 24

Варіант	10	11	12
Назва таблиці	«Меблевий цех»	«Відділ кадрів»	«Ательє пошиття одягу»
Назви стовпців	<p>A. Найменування продукції</p> <p>B. Матеріал для виготовлення</p> <p>C. Норма витрати матеріалу на одиницю продукції</p> <p>D. Вартість одиниці матеріалу</p> <p>E. Кількість виготовленої продукції даного найменування</p>	<p>A. Прізвище працівника</p> <p>B. Дата народження</p> <p>C. Стать</p> <p>D. Підрозділ</p> <p>E. Оклад</p> <p>F. Кількість дітей</p>	<p>A. Номер замовлення</p> <p>B. Дата замовлення</p> <p>C. Прізвище майстра-виконавця</p> <p>D. Дата виконання замовлення</p> <p>E. Сума замовлення</p>
Показники, за якими слід відсортувати дані таблиці	<p>A. Найменування продукції</p> <p>B. Назва матеріалу</p> <p>C. Вартість одиниці матеріалу</p>	<p>A. Дата народження</p> <p>B. Прізвище</p> <p>C. Підрозділ</p>	<p>A. Прізвище майстра</p> <p>B. Дата виконання</p> <p>C. Сума замовлення</p>
Дані, що мають бути виведені на екран	<p>A. Витрата всіх матеріалів вартістю, вищою 500 грн</p> <p>B. Усі дані про виготовлення продукції з матеріалу «Дошка» та про всю продукцію, виготовлену в кількості, більшій 5 одиниць</p>	<p>A. Усі працівники, старші 55 років</p> <p>B. Усі жінки, які мають більше 2 дітей, та всі працівники, які мають більше 3 дітей</p>	<p>A. Усі замовлення, які треба виконати до 15.04.08</p> <p>B. Усі замовлення, які виконує майстер Пирогова та всі замовлення, які потрібно виконати на сьогодні</p>
Створені підсумки	Загальна кількість витраченого матеріалу кожної назви	Сумарний щомісячний оклад усіх працівників підприємства	Сума всіх замовлень, які виконує кожен майстер
Зведена таблиця	Загальна кількість витраченого матеріалу кожної назви на виготовлення продукції кожного найменування	Загальна кількість жінок та чоловіків, працюючих у кожному підрозділі	Дані про номери замовлень, про майстрів, які їх виконують, та дату виконання на перетині рядків та стовпців.

Продовження табл. 24

Варіант	13	14	15
Назва таблиці	«Магазин продуктів»	«Хлібозавод»	«Зоомагазин»
Назви стовпців	<p>A. Найменування товару</p> <p>B. Ціна товару</p> <p>C. Обсяг поставки</p> <p>D. Дата поставки</p> <p>E. Постачальник</p>	<p>A. Найменування продукції</p> <p>B. Продукт для виготовлення</p> <p>C. Норма витрати продукту на одиницю продукції</p> <p>D. Вартість одиниці продукту</p> <p>E. Кількість виготовленої продукції даного найменування</p>	<p>A. Назва корму</p> <p>B. Призначення</p> <p>C. Виробник</p> <p>D. Ціна за одиницю</p> <p>E. Кількість товару</p>
Показники, за якими слід відсортувати дані таблиці	<p>A. Дата поставки</p> <p>B. Постачальник</p> <p>C. Найменування товару</p>	<p>A. Найменування продукції</p> <p>B. Кількість продукції</p> <p>C. Вартість продуктів</p>	<p>A. Призначення</p> <p>B. Виробник</p> <p>C. Назва корму</p>
Дані, що мають бути виведені на екран	<p>A. Усі поставки товару «Ковбаса «Лікарська»</p> <p>B. Усі поставки від хлібозаводу №8 протягом поточного місяця</p>	<p>A. Усі найменування продукції, у процесі виготовлення якої використовується продукт «Борошно II гатунку»</p> <p>B. Усі найменування продукції, під час виготовлення якої використовується продукт «Борошно житнє» й норма витрати цього продукту становить більше 200 г</p>	<p>A. Усі види кормів, призначених для годування цуценят</p> <p>B. Усі корми від виробника «Veaphar», ціна яких складає менше 50 грн за одиницю</p>
Створені підсумки	Загальна сума товарів, наявних у магазині	Кількість продуктів, використовуваних під час виготовлення продукції кожного найменування	Кількість одиниць товару в магазині
Зведена таблиця	Загальна сума поставок кожного товару від кожного постачальника	Норми витрати продуктів у процесі виготовлення продукції кожного найменування	Ціна всіх кормів від кожного виробника

Продовження табл. 24

Варіант	16	17	18
Назва таблиці	«Навчальний процес»	«Адресна книга»	«АТС»
Назви стовпців	<p>A. Прізвище викладача</p> <p>B. Науковий ступінь</p> <p>C. Навчальна дисципліна</p> <p>D. Вид заняття</p> <p>E. Семестр</p>	<p>A. Прізвище</p> <p>B. Дата народження</p> <p>C. Місто</p> <p>D. Вулиця, номер дома</p> <p>E. Телефон</p>	<p>A. Прізвище абонента</p> <p>B. Номер договору</p> <p>C. Номер телефону</p> <p>D. Сума боргу</p> <p>E. Дата останньої оплати</p>
Показники, за якими слід відсортувати дані таблиці	<p>A. Навчальна дисципліна</p> <p>B. Семестр</p> <p>C. Прізвище викладача</p>	<p>A. Місто</p> <p>B. Дата народження</p> <p>C. Прізвище</p>	<p>A. Номер договору</p> <p>B. Сума боргу</p> <p>C. Прізвище абонента</p>
Дані, що мають бути виведені на екран	<p>A. Навчальні дисципліни, які викладаються в 3-му семестрі</p> <p>B. Усі практичні заняття, які проводить професор Петров</p>	<p>A. Усі дані про народжених у лютому</p> <p>B. Усі дані про тих, хто живе у Києві на вул. Ломоносова</p>	<p>A. Абоненти, номери телефонів яких починаються з 37</p> <p>B. Абоненти, заборгованість яких складає більше 50 грн і які не вносили оплату протягом 2 місяців</p>
Створені підсумки	Кількість викладачів кожного наукового ступеня	Усі ювіляри цього року (25, 50 та 75 років)	Загальна заборгованість абонентів АТС
Зведена таблиця	Кількість навчальних дисциплін, закріплених за кожним викладачем у кожному семестрі	Загальна кількість знайомих, які мешкають у різних містах	Дата останньої оплати послуг АТС кожним абонентом із зазначенням номера його телефону

Продовження табл. 24

Варіант	19	20	21
Назва таблиці	«Магазин іграшок»	«Відеотека»	«Залізничний вокзал»
Назви стовпців	<p>A. Найменування товару</p> <p>B. Ціна закупки</p> <p>C. Ціна реалізації</p> <p>D. Кількість одиниць товару</p> <p>E. Дата поставки</p> <p>F. Постачальник</p>	<p>A. Назва фільму</p> <p>B. Режисер</p> <p>C. Рік виходу на екрани</p> <p>D. Жанр</p> <p>E. Носій, на якому записаний фільм</p>	<p>A.Номер потяга</p> <p>B.Пункт відправлення</p> <p>C.Пункт призначення</p> <p>D.Час відправлення</p> <p>E. Час прибуття</p> <p>F. Станції, через які проходить потяг</p>
Показники, за якими слід відсортувати дані таблиці	<p>A. Кількість одиниць товару</p> <p>B. Ціна реалізації</p> <p>C. Найменування товару</p>	<p>A. Режисер</p> <p>B. Жанр</p> <p>C. Рік виходу фільму</p>	<p>A.Час відправлення</p> <p>B.Пункт призначення</p> <p>C.Номер потяга</p>
Дані, що мають бути виведені на екран	<p>A. Усі товари, ціна закупки яких складає більше 50 грн</p> <p>B. Усі товари, вироблені на фабриці №5 та поставлені в березні 2008 р.</p>	<p>A. Усі фільми, зняті режисером Е.Рязановим</p> <p>B. Усі комедії, які вийшли на екрани з 1965 по 1985 р.</p>	<p>A.Усі потяги, які проходять через Дніпропетровськ</p> <p>B.Усі потяги, якими можна доїхати до Запоріжжя, час відправлення яких— після 14.00</p>
Створені підсумки	Загальний прибуток магазину від реалізації всіх товарів	Загальна кількість фільмів за жанрами	Кількість потягів, якими можна добратися до кожного пункту призначення
Зведена таблиця	Загальна кількість товарів кожного найменування, поставлених кожним виробником	Загальна кількість фільмів, знятих кожним режисером за жанрами	Час відправлення потяга з кожного вихідного пункту в кожний пункт призначення

Продовження табл. 24

Варіант	22	23	24
Назва таблиці	«Кінотеатр»	«Фітнес-центр»	«Магазин канцтоварів»
Назви стовпців	<p>A. Початок сеансу</p> <p>B. Дата показу</p> <p>C. Назва фільму</p> <p>D. Ціна квитка</p> <p>E. Кількість проданих квитків</p> <p>F. Виробничі витрати показу</p>	<p>A. Вид занять</p> <p>B. Початок занять</p> <p>C. День занять</p> <p>D. Місце проведення</p> <p>E. Прізвище інструктора</p> <p>F. Вартість заняття</p>	<p>A. Найменування товару</p> <p>B. Ціна закупки</p> <p>C. Ціна реалізації</p> <p>D. Обсяг поставки</p> <p>E. Дата поставки</p> <p>F. Постачальник</p>
Показники, за якими слід відсортувати дані таблиці	<p>A. Кількість проданих квитків</p> <p>B. Дата показу</p> <p>C. Назва фільму</p>	<p>A. Вид занять</p> <p>B. Прізвище інструктора</p> <p>C. Вартість заняття</p>	<p>A. Дата поставки</p> <p>B. Найменування товару</p> <p>C. Постачальник</p>
Дані, що мають бути виведені на екран	<p>A. Усі дані про показ фільму «Дзеркало»</p> <p>B. Усі дані про показ фільмів, початок сеансу яких – до 14.00, на які продано менше 50 квитків</p>	<p>A. Усі дані про заняття в малому залі</p> <p>B. Заняття з пілатесу, які проводить інструктор Козлова</p>	<p>A. Усі дані про поставки з фабрики №7</p> <p>B. Усі дані про поставки товарів закупочною ціною, більшою 25 грн, здійснені в лютому 2008р.</p>
Створені підсумки	Прибутки чи збитки від показу кожного фільму	Кількість занять, які проводяться в кожному залі	Прибутки магазину від реалізації всіх товарів, наявних у магазині
Зведена таблиця	Кількість проданих квитків на кожен фільм за датами показу (може бути декілька сеансів за день)	Кількість занять кожного виду, які проводить кожен інструктор	Кількість товарів кожного найменування від кожного постачальника

Закінчення табл. 24

Варіант	25	26	27
Назва таблиці	«Хімчистка»	«Пункт прокату побутової техніки»	“Служба працевлаштування”
Назви стовпців	<p>A. Номер замовлення</p> <p>B. Дата замовлення</p> <p>C. Прізвище клієнта</p> <p>D. Вид послуг</p> <p>E. Вартість замовлення</p>	<p>A. Дата прокату</p> <p>B. Прізвище клієнта</p> <p>C. Вид техніки</p> <p>D. Термін прокату</p> <p>E. Вартість прокату</p>	<p>A. Назва вакансії</p> <p>B. Дата реєстрації вакансії</p> <p>C. Підприємство-замовник</p> <p>D. Кількість вакансій</p> <p>E. Заробітна плата</p> <p>F. Стаж роботи за спеціальністю</p>
Показники, за якими слід відсортувати дані таблиці	<p>A. Дата замовлення</p> <p>B. Вид послуг</p> <p>C. Вартість замовлення</p>	<p>A. Дата замовлення</p> <p>B. Вид техніки</p> <p>C. Вартість прокату</p>	<p>A. Назва вакансії</p> <p>B. Дата реєстрації</p> <p>C. Заробітна плата</p>
Дані, що мають бути виведені на екран	<p>A. Усі дані про послугу «Фарбування матеріалу»</p> <p>B. Усі дані про послугу «Прасування», надану в листопаді та грудні 2008 р.</p>	<p>A. Усі дані про техніку, взяту в прокат у травні 2008 р.</p> <p>B. Усі дані про прокат телевізорів «Sony» на термін, більший 3 років</p>	<p>A. Усі дані про вакансію «Касир»</p> <p>B. Усі дані про вакансії, де заробітна плата складає не менше 600 грн та не потрібен стаж роботи</p>
Створені підсумки	Обсяг виконаних замовлень за кожною датою та разом	Грошовий обсяг прокату за кожною датою та разом	Обсяг зареєстрованих вакансій за кожним підприємством
Зведена таблиця	Сумарна вартість замовлень за всіма видами послуг за кожен день	Сумарна вартість прокату за всіма видами техніки за кожен день	Сумарна кількість зареєстрованих вакансій за всіма назвами за кожен день

1.6. Розв'язання задач оптимізації засобами Excel

Задача ефективного керування економічними об'єктами є одна з найактуальніших в сучасній економіці. Процес функціонування будь-якого підприємства спрямований на отримання останнім максимально можливих прибутків за мінімальних витрат. Водночас підприємство має дотримуватися деяких вимог стосовно плану та асортименту продукції, брати до уваги можливості постачальників та ін. Подібні задачі мають назву *задач оптимізації*. У другому розділі практикуму будуть розглянуті деякі математичні методи їх розв'язання, а нижче мова йде про засоби *Excel*, які дозволяють отримати розв'язки таких задач без знання спеціальних математичних методів.

1.6.1. Підбір параметра формули

Такий засіб, як підбір параметра формули, застосовується, коли відомий результат, який треба одержати шляхом обчислень за формулами, а вхідне значення, яке міститься в деякій комірці електронної таблиці, невідоме.

Використання цього засобу здійснюється за такою схемою:

- обрати пункт меню **Сервіс / Підбір параметра (Сервіс / Подбор параметра)**;
- у діалоговому вікні *«Підбір параметра»* в полі *«Встановити в комірці»* (*«Установить в ячейке»*) зазначити адресу комірки з формулою, результат якої відомий;
- у полі *«Значення»* (*«Значение»*) указати цей відомий результат;
- у полі *«Змінюючи значення в комірці»* (*«Изменяя значение в ячейке»*) вказати адресу комірки, у якій міститься параметр формули, значення якого слід обчислити.

Приклад 22

Є деякі дані про видачу банком кредитів за ставкою 5% (табл.25). Визначити, яким має бути відсоток ставки, щоб банк зміг одержати прибуток 20 000 грн, якщо прибуток задається різницею між сумами повернення та виданими сумами.

Таблиця 25

	A	B	C	D
1		Банківські кредити		
2		Клієнт	Видано, грн	Повернено, грн
3		ЗАТ "АРС"	22 300,00	23 415,00
4		ЗАТ "ПАРИТЕТ"	50 450,00	52 972,50
5		ТОВ "ВІКОЗ"	70 000,00	73 500,00
6		Готель "Іванна"	25 000,00	26 250,00
7		Разом	167 750,00	176 137,50
8				
9		Відсоток	5%	
10		Прибуток	8 387,50	

Насамперед треба переконатися, що значення стовпця повернених сум розраховані за формулою $\text{ПОВЕРНЕНО} = \text{ВИДАНО} (1 + \text{ВІДСОТОК})$, тобто для комірки D3 маємо

$$= \text{C3} * (1 + \text{C\$9}).$$

Слід звернути увагу на те, що комірки зі значеннями прибутку, виданих та повернених сум мають формат *Грошовий*, а комірка зі значенням відсотка – *Відсотковий*.

Для інших комірок діапазону D3:D6 використовуємо автозаповнення. Комірки C7 і D7 містять суми розташованих вище значень. Розрахунок прибутку в комірці C10 повинен здійснюватися за формулою

$$= \text{D7} - \text{C7}.$$

Цю задачу можна розв'язати кількома способами, зокрема, за допомогою *«Підбору параметра»*. Для цього достатньо в полі *«Встановити в комірці»* зробити посилання на комірку C10, у полі *«Значення»* записати 20 000, а в полі *«Змінюючи значення в комірці»* дати посилання на комірку C9. Результат становить 11,92 %.

1.6.2. Пошук розв'язку

Пошук розв'язку застосовується в процесі розв'язання економічних задач, коли відомий результат, який треба одержати шляхом обчислень за формулами (або відомо, що він має бути щонайменшим або щонайбільшим), а значення, які визначають цей результат, містяться не в одній комірці, а в діапазоні комірок. Задачі з пошуком мінімального чи максимального результату функції мають назву *задачі оптимізації*, а сама функція називається *цільовою функцією*.

Для пошуку розв'язку необхідно:

- обрати пункт меню **Сервіс / Пошук розв'язку (Сервис / Поиск решения)**;
- у полі *«Встановити цільову комірку»* (*«Установить целевую ячейку»*) діалогового вікна *«Пошук розв'язку»* зазначити адресу комірки з відомим результатом обчислень (або таким, який треба мінімізувати чи максимізувати);
- відповідно до мети розв'язання задачі встановити перемикач у положення *Мінімальному значенню (Минимальному значению)*, *Максимальному значенню (Максимальному значению)*, *Значенню (Значению)* (вказати конкретне значення);
- у полі *«Змінюючи комірки»* (*«Изменяя ячейки»*) вказати діапазон із значеннями, які треба обчислити;
- у полі *«Обмеження»* (*«Ограничения»*) за допомогою кнопки *«Додати»* (*«Добавить»*) додати обмеження відповідно до змісту задачі;
- натиснути кнопку *«Виконати»* (*«Выполнить»*).

Приклад 23

Підприємство виробляє фарбу для внутрішніх та зовнішніх робіт із сировини двох типів – C1 і C2. У табл.26 наведені дані щодо витрат сировини на виробництво кожного виду фарби, добовий запас сировини та прибуток, який отримує підприємство після реалізації 1 т фарби. Відділ маркетингу обмежив щоденне виробництво фарби для внутрішніх робіт до 2 т через відсутність

попиту, а також виявив, що щоденне виробництво фарби для зовнішніх робіт не повинне перевищувати аналогічний показник виробництва фарби для внутрішніх робіт більше ніж на 1 т. Знайти оптимальне співвідношення між видами продукції, яку виробляє підприємство з метою отримання максимального щоденного прибутку.

Таблиця 26

	Витрати сировини на 1 т фарби, т		Добовий запас сировини, т
	для зовнішніх робіт	для внутрішніх робіт	
Сировина С1	6	4	24
Сировина С2	1	2	6
Прибуток на 1 т фарби, тис. грн	5	4	

Для розв'язання задачі створюємо електронну таблицю (табл. 27).

Таблиця 27

	A	B	C	D	E
1		Витрати сировини на 1 т фарби, т		Добовий запас сировини, т	Кількість використаної сировини, т
2		для зовнішніх робіт	для внутрішніх робіт		
3	Сировина С1	6	4	24	0
4	Сировина С2	1	2	6	0
5	Прибуток на 1 т фарби, тис. грн	5	4		
6	Виробництво фарби, т	0	0		
7	Загальний прибуток, тис.грн	0			

Для комірок стовпця E застосовуємо формулу, яка для комірки E3 має вигляд
 $= B3*B\$6+C3*C\6 .

Загальний прибуток (комірка B7) обчислюється за формулою
 $= B5*B6+C5*C6$.

Далі обираємо пункт меню **Сервіс / Пошук розв'язку**, в полі «Встановити цільову комірку» зазначаємо **\$B\$7**, встановлюємо перемикач у положення *Максимальному значенню*, у полі «Змінюючи комірки» вказуємо діапазон **\$B\$6:\$C\$6**, у полі «Обмеження» за допомогою кнопки «Додати» додаємо такі обмеження:

$$\begin{aligned} & \$B\$6 \leq \$C\$6 + 1, \\ & \$B\$6 : \$C\$6 \geq 0, \\ & \$C\$6 \leq 2, \\ & \$E\$3 : \$E\$4 \leq \$D\$3 : \$D\$4. \end{aligned}$$

Натискаємо кнопку «Виконати», після чого електронна таблиця набуває іншого вигляду (табл. 28).

Таблиця 28

	A	B	C	D	E
1		Витрати сировини на 1 т фарби, т		Добовий запас сировини, т	Кількість використаної сировини, т
2		для зовнішніх робіт	для внутрішніх робіт		
3	Сировина С1	6	4	24	22,667
4	Сировина С2	1	2	6	6
5	Прибуток на 1 т фарби, тис. грн	5	4		
6	Виробництво фарби, т	2,667	1,667		
7	Загальний прибуток, тис. грн	20			

Це означає, що оптимальним рішенням буде щоденне виробництво 2,667 т фарби для зовнішніх робіт та 1,667 т фарби для внутрішніх робіт зі щоденним прибутком 20 тис. грн.

Приклад 24

Потрібно мінімізувати витрати на перевезення вантажу від постачальників продукції до складів споживачів. При цьому необхідно взяти до уваги спроможність поставок кожного з постачальників за максимального задоволення потреб споживачів.

Враховуючи вихідні дані, створюємо таблицю (табл. 29).

Таблиця 29

	A	B	C	D	E	F
1	Кількість перевезень					
2	Постачальники	Усього	Споживач 1	Споживач 2	Споживач 3	Споживач 4
3	Постачальник 1	0	0	0	0	0
4	Постачальник 2	0	0	0	0	0
5	Постачальник 3	0	0	0	0	0
6	Разом		0	0	0	0
7	Потреби споживачів		180	200	80	160
8	Витрати перевезень					
9	Постачальники	Спромож- ність	Споживач 1	Споживач 2	Споживач 3	Споживач 4
10	Постачальник 1	210	10	8	6	5
11	Постачальник 2	160	6	5	4	3
12	Постачальник 3	250	3	4	5	5
13	Вартість перевезень	0	0	0	0	0

Завдання полягає в тому, щоб визначити кількість перевезень від кожного постачальника до кожного споживача, мінімізувавши загальну вартість перевезення (комірка B13). Дані про кількість перевезень будуть розміщені в комірках C3: F5, поки в ці комірки введені нулі.

За умовою задачі маємо такі обмеження:

- загальна кількість перевезень від кожного постачальника не повинна перевищувати його спроможність;

- загальна кількість перевезень до кожного споживача має повністю задовольняти його потреби;

- кількість перевезень має бути цілим невід'ємним числом.

Враховуючи це, вводимо такі формули:

- у комірку B3 — = СУММ(C3:F3), після чого методом автозаповнення поширюємо формулу на діапазон B3: B5;

- у комірки C6: F6 — суми значень у трьох розташованих вище над кожною з них комірках;

- у комірку C13 — = СУММПРОИЗВ(C3:C5;C10:C12) і поширюємо формулу також на комірки D13 та F13;

- у комірку B13 — = СУММ(C13:F13).

Як цільову функцію в діалоговому вікні «Пошук розв'язку» («Поиск решения») обираємо комірку B\$13 (вартість перевезень), значення в цій комірці має бути мінімальним, для чого треба змінювати комірки C\$3:F\$5 з урахуванням обмежень:

$$B\$3: B\$5 \leq B\$10: B\$12,$$

$$C\$3: F\$5 \geq 0,$$

$$C\$3: F\$5 \text{ целое},$$

$$C\$7: F\$7 \leq C\$6: F\$6.$$

Після натиснення кнопки «Виконати» таблиця матиме вигляд табл.30.

Таблиця 30

	A	B	C	D	E	F
1	Кількість перевезень					
2	Постачальники	Усього	Споживач 1	Споживач 2	Споживач 3	Споживач 4
3	Постачальник 1	210	0	0	80	130
4	Постачальник 2	160	0	130	0	30
5	Постачальник 3	250	180	70	0	0
6	Разом		180	200	80	160
7	Потреби споживачів		180	200	80	160
8	Витрати перевезень					
9	Постачальники	Спроможність	Споживач 1	Споживач 2	Споживач 3	Споживач 4
10	Постачальник 1	210	10	8	6	5
11	Постачальник 2	160	6	5	4	3
12	Постачальник 3	250	3	4	5	5
13	Вартість перевезень	2 690	540	930	480	740

Практичні завдання до розділу 1.6

Засобами MS Excel розв'язати нижченаведені задачі.

1. Для виготовлення двох видів продукції П1 і П2 використовується сировина 3 видів: С1, С2, С3, причому норми витрати такі: П1 — 2, 8, 5, П2 — 5, 5, 6

відповідно. Запаси сировини на складі обмежені: С1 — 20, С2 — 40, С3 — 30. Прибуток від реалізації продукції: П1 — 50 грн, П2 — 40 грн. Скласти план випуску продукції, що забезпечує максимальний прибуток від реалізації. Кількість одиниць продукції може бути дробовим числом.

2. Завод для виробничих потреб купує на спеціалізованому підприємстві великі шайби (ВШ) та малі шайби (МШ) за ціною: ВШ — 12 грн/тис. шт.; МШ — 6,3 грн/тис. шт. На заводі щомісячно накопичується 0,19 т відходів металу, із якого можна штампувати шайби на самому заводі. Витрата металу на виробництво тисячі ВШ — 22 кг, МШ — 8 кг. Завод може виготовляти за місяць не більше 7 тис. ВШ або не більше 10 тис. МШ. Скільки яких шайб потрібно штампувати щомісячно, щоб заощадити максимальну суму на закупівлі шайб?

3. У ресторані готуються фірмові страви А і В. Для їх приготування використовуються чотири інгредієнти — І1, ..., І4. Витрата інгредієнтів у грамах на кожну зі страв відповідно дорівнює: А — 15, 35, 12, 10; В — 10, 15, 25, 70. Ресторан купує інгредієнти відповідно за цінами: 250, 90, 130 та 105 грн / кг. На закупівлю всіх складників ресторан має витратити не більш 1 500 грн. Ресторан повинен готувати не менше 60 страв А, а виробничі можливості не дозволяють готувати більше 40 страв В. Визначити оптимальну кількість страв кожного виду, якщо страва А в меню коштує 11 грн, а страва В — 27 грн.

4. Швейна фабрика одержує щомісячно 800 м тканини, із якої виготовляє 2 види продукції — куртки і пальта. Норми витрати матеріалу — 1,8 м на куртку і 2,7 м на пальто. За договором із магазином фабрика зобов'язана щомісячно поставляти не менше 150 курток і не менше 90 пальт. Прибуток від кожного виду продукції: К — 26 грн, П — 40 грн. Виробничі потужності фабрики дозволяють виготовляти щомісячно або 200 курток, або 150 пальт. Скільки продукції кожного виду слід виробляти для отримання максимального прибутку?

5. Нафтопереробний завод одержує за плановий період 4 напівфабрикати: 600 тис. л алкілату, 316 тис. л крекінг-бензину, 460 тис. л бензину прямої перегонки і 200 тис. л ізопентану. В результаті змішування цих інгредієнтів у пропорціях 2:3:1:5 і 2:4:3:4 одержують бензин 2 сортів — Б-1 і Б-2. Ціна реалізації Б-1 складає 2 300 грн за тисячу літрів, Б-2 — 2 500 грн за тисячу літрів. Припустивши, що реалізація будь-якого сорту бензину не буде пов'язана з труднощами, спланувати асортимент продукції з метою максимізації прибутку підприємства.

6. Підприємство випускає звичайний (ЗС) і спеціальний (СС) сплави латуні й реалізує їх відповідно за ціною 4,5 і 6 грн за одиницю маси. Підприємство може виробляти не більше 500 одиниць маси ЗС, на виробництво СС обмежень нема. Обов'язковими складниками сплавів є мідь, цинк і нікель. За технологією ЗС повинен містити 7% нікелю, 49% міді, 9% цинку; СС — 3% нікелю, 71% міді, 9% цинку. Запаси інгредієнтів на складі обмежені: мідь — 500 одиниць маси, нікель — 50 одиниць маси, цинк — 90 одиниць маси. Вважаючи, що собівартість сплавів складається тільки з вартості вказаних інгредієнтів, обґрунтувати план випуску сплавів, що забезпечує максимальний прибуток.

7. На суховантажі перевозять товар 2 видів — Т1 і Т2. Маса одиниці Т1 дорівнює 50 т, об'єм — 45 м³; Т2 — 70 т і 25 м³ відповідно. Ціна Т1 — 1,5 тис. грн, Т2

– 1,3 тис. грн. Суховантаж може взяти на борт не більше 1 000 т вантажу, загальний об'єм якого не повинен перевищувати 500 м³. Наявна достатня кількість вантажу кожного найменування. Розрахувати завантаження судна так, щоб вартість вантажу, що перевозиться, була максимальною.

8. Бетонний вузол одержує пісок для виробництва цементу з двох торгових підприємств за ціною 80 грн і 75 грн за тонну. Вартість перевезення тонни піску відповідно складає 15 і 19 грн за тонну. Перше торгове підприємство може відвантажити за добу не більше 100 т піску, з другого за умовами договору про поставки треба вивозити не менше 70 т. Потреба бетонного вузла складає 120 т на добу. Визначити кількість піску, яку слід брати на кожному торговому підприємстві, щоб мінімізувати витрати на його купівлю й доставку.

9. На суховантажі перевозять товар 2 видів – T1 і T2. Маса одиниці T1 дорівнює 20 т, об'єм – 8 м³; T2 – 15 т і 11 м³ відповідно. Ціна T1 – 0,8 тис. грн, T2 – 0,7 тис. грн. Суховантаж може взяти на борт не більше 1 000 т вантажу, загальний об'єм якого не повинен перевищувати 500 м³. Є 40 одиниць вантажу T1 і 50 одиниць вантажу T2. Розрахувати завантаження судна так, щоб вартість вантажу, що перевозиться, була максимальною.

10. Раціон стада великої рогатої худоби з 220 голів включає харчові добавки А, В, С і D. За добу кожна тварина повинна з'їдати не менше 2 кг продукту А, 1,5 кг продукту В, 0,9 кг продукту С і 3 кг продукту D. Однак у чистому вигляді вказані продукти не існують. Вони містяться в концентратах K1 і K2, ціна яких складає 0,5 і 4 грн за кілограм відповідно. Процентний уміст продуктів А, В, С і D такий: K1 – 15, 22, 0, 21; K2 – 19,17, 12, 2 відповідно. Розрахувати необхідну кількість K1 й K2 з метою мінімізації витрат на їх купівлю із забезпеченням раціонального годування стада.

11. Будівельна організація розпочинає спорудження будинків двох типів – B1 і B2, планова собівартість яких складає 8 і 11 млн грн відповідно. Будинок B1 складається з 40 однокімнатних квартир, 33 двокімнатних і 20 трикімнатних; відповідно B2 – 35, 35, 15. План введення житлової площі складає відповідно 1 500, 1 400 і 800 квартир указаних типів. На житлове будівництво затверджені капіталовкладення в розмірі 400 млн грн. Скільки будинків кожного типу слід будувати, щоб освоїти весь обсяг капіталовкладень і виконати план?

12. Виробничі потужності косметичної фабрики дозволяють щомісячно виготовляти 1,5 тис. одиниць крему K1 або 1,7 тис. одиниць крему K2, що реалізуються відповідно за ціною 12 і 9 грн за тюбик. За договором у торгову мережу слід поставити не менше 500 одиниць K1 і не менше 1 000 одиниць K2. Скільки продукції кожного типу повинна виготовляти фабрика, щоб виконати зобов'язання перед торговими організаціями й одержати максимальний прибуток?

13. Фірма виробляє два продукти – А і В, ринок збуту яких необмежений. Кожен продукт під час виготовлення потребує обробки на машинах 3 типів – M1, M2, M3. Час обробки на машинах кожного виду продукту складає: на M1 – 0,5 і 0,25; на M2 – 0,4 і 0,3; на M3 – 0,2 і 0,4 год. Час роботи машин – відповідно 40, 36 і 30 год на тиждень. Прибуток від виробів А і В дорівнює 5 і 3 грн. Визначити тижневі норми випуску виробів А і В, щоб максимізувати прибуток фірми.

14. Опалювальному підприємству потрібно не менш ніж 35 т вугілля з умістом фосфору, не меншим 0,03%, і часткою зольних домішок, не більшою 3,25%. Два сорти вугілля В1 і В2 доступні за цінами 150 і 170 грн. за тону. Уміст домішок фосфору: В1 – 0,06%, В2 – 0,02%; домішок золи: В1 – 2%, В2 – 4%. Як змішувати В1 і В2, щоб забезпечити потреби, мінімум витрат і задовольнити обмеження на вміст домішок?

15. На придбання нового обладнання завод планує витратити 50 тис. грн. Його передбачається розмістити на площі 45 м². Можна придбати верстати типів В1 і В2 вартістю 6 і 4,5 тис. грн, продуктивністю 9 і 4,5 тис. одиниць продукції за зміну, що займають площу 9 і 4 м² відповідно. Визначити план закупівлі обладнання, який забезпечить найбільшу продуктивність нової дільниці.

16. Дієтичне харчування, що ґрунтується на споживанні продуктів А (сир нежирний) і В (морква), повинне забезпечити надходження в організм 60 г білків, 50 г жирів, 150 г вуглеводів за добу. Кожен із продуктів містить (на 100 г їстівної частини): А – 18 г білків, 1,5 г жирів і 1,8 г вуглеводів; В – 1,3 г білків, 0,1 г жирів і 7,0 г вуглеводів. Калорійність продуктів відповідно дорівнює 360 ккал і 138 ккал. Скільки кожного продукту слід включити в денний раціон, щоб кількість отриманих калорій була мінімальною?

17. Фірма має змогу рекламувати свою продукцію, використовуючи для цього місцеве радіо та телебачення. Витрати на рекламу в бюджеті фірми обмежені сумою 10 тис. грн на місяць. Одна хвилина рекламного часу на радіо коштує 15 грн, а на телебаченні – 300 грн. Досвід показує, що реклама на радіо за часом повинна перевищувати рекламу на телебаченні не менш ніж удвічі. Водночас відомо, що нераціонально використовувати більш ніж 400 хв реклами на радіо за місяць. Визначити оптимальний бюджет для реклами на радіо і телебаченні.

18. Під час відгодівлі кожна тварина має одержати не менш, ніж 9 одиниць білків, 8 одиниць вуглеводів і 18 одиниць протеїну. Для складання раціону використовують два види кормів: К1 та К2. Відомо, що в 1 кг корму К1 міститься 3 одиниці білків, 1 одиниця вуглеводів та 1 одиниця протеїну; відповідно в К2 – 1, 2 та 6 одиниць. Вартість 1 кг корму К1 складає 4 грн, а корму К2 – 6 грн. Скласти денний раціон харчування найменшої вартості.

19. Продукцією молочного заводу є молоко, кефір і сметана, розфасовані в скляну тару. На виробництво 1 т молока, кефіру й сметани потрібно відповідно 1 010, 1 010 і 9 450 кг молока. При цьому витрати робочого часу в процесі розливу 1 т молока й кефіру становлять 0,18 і 0,19 машино-годин. Для розфасовки 1 т сметани використовуються спеціальні автомати протягом 3,25 год. Усього для виробництва продукції завод може використовувати 136 т молока. Основне обладнання може використовуватися протягом 21,4 машино-годин, а автомати з розфасовки сметани – протягом 16,25 машино-годин. Прибуток від реалізації 1 т молока, кефіру й сметани відповідно дорівнює 30, 22 і 136 грн. Завод повинен щодня виготовляти не менше 100 т молока. На виробництво інших видів продукції ніяких обмежень не існує. Скласти такий план виробництва кожного виду продукції, щоб прибуток від її реалізації був максимальним.

20. На лакофарбовій фабриці виробляються глясовий (ГЛ) і матовий (МЛ) лаки з використанням компонентів К1, К2, К3 у відношеннях: ГЛ – 2:3:7, МЛ – 3:2:6. Щомісяця К1 закупається в кількості 500 л, К2 – 500 л, а К3 – 1 200 л. Маркетингове дослідження показало, що ГЛ треба виробляти в 1,3 разу більше, ніж МЛ. Визначити оптимальний план виробництва лаків із метою отримання найбільшого прибутку, якщо дохід від реалізації ГЛ становить 5 грн, а МЛ – 7 грн за літр.

21. На трьох складах С1, С2, С3 є зосереджений однорідний вантаж у кількостях, які відповідно дорівнюють 420, 380 і 400 т. Цей вантаж необхідно перевезти в три пункти переробки П1, П2, П3 в кількостях 260, 520 і 420 т відповідно. Вартість перевезення 1 т вантажу зі складу С1 в кожен пункт переробки в гривнях за тонну складає: П1 – 20, П2 – 40, П3 – 30; зі складу С2 : П1 – 70, П2 – 50, П3 – 80; зі складу С3 – 60, 90 та 70 відповідно. Розробити план перевезень, що забезпечує вивіз наявного на складах вантажу при мінімальній загальній вартості перевезень.

22. Підприємство має виготовити за зміну не менше 130 деталей виду Д1 і не менше 80 деталей виду Д2 на верстатах типів В1 і В2. За зміну на верстаті В1 можна виготовити 60 виробів Д1 або 80 виробів Д2, на В2 – 70 і 65 відповідно. Собівартість роботи кожного з верстатів за зміну складає: В1 – 250 грн, В2 – 240 грн. Визначити кількість деталей кожного типу, яку треба виробляти на кожному з верстатів, щоб мінімізувати вартість їх роботи.

23. Кондитерська фабрика виготовляє тістечка двох видів: Т1 і Т2, на виробництво яких ідуть складники трьох типів: С1, С2, С3. За рецептом ці складники в процесі виробництва Т1 використовуються у відношенні 2:6:3, а під час виробництва Т2 – 3:2:4 відповідно. За плановий період на фабрику надходить 300 кг С1, 325 кг С2 і 400 кг С3. Визначити план виробництва тістечок обох типів із метою максимізації прибутку, якщо прибуток від реалізації Т1 складає 1,6 грн, Т2 – 1,8 грн.

24. На лакофарбовій фабриці виробляються глясовий (ГЛ) і матовий (МЛ) лаки з використанням компонентів К1, К2, К3 у відношеннях: ГЛ – 2:3:7, МЛ – 3:2:6. Щомісяця К1 закупається в кількості 500 л, К2 – 500 л, а К3 – 1 200 л. Маркетингове дослідження показало, що ГЛ треба виробляти не менш ніж в 1,3 разу більше, ніж МЛ, але не більше 1 000 л. Визначити оптимальний план виробництва лаків, якщо дохід від реалізації ГЛ становить 5 грн, а МЛ – 7 грн за літр.

25. Бригада робітників із трьох чоловік (Р1, Р2, Р3) отримала термінове завдання виготовити деталі 2 видів (Д1 і Д2) у кількості: Д1 – 50 шт., Д2 – 25 шт. За робочу зміну Р1 виготовляє відповідно 17 деталей Д1 або 19 деталей Д2, Р2 – 16 Д1 або 15 Д2, а Р3 – 22 Д1 або 14 Д2. Розподілити завдання з виготовлення деталей між робітниками оптимальним чином із метою мінімізації часу його виконання.

2. УЯВЛЕННЯ ПРО МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ В ЕКОНОМІЦІ

Без застосування математичних методів і моделей сьогодні, мабуть, не уявити жодної науки. Це стосується й сфери економіки. Під час розв'язання навіть нескладних економічних задач та вирішення проблем керування виробництвом, у процесі вибору оптимальних рішень неодмінно виникає необхідність звернутися до математичного моделювання.

Для вивчення широкого кола економічних явищ фахівці використовують їх спрощені формальні описи, називані *економічними моделями*. Прикладом їх можуть бути моделі: споживчого вибору; підприємства; економічного зростання; рівноваги на товарних і фінансових ринках. Працюючи над створенням моделі, економісти виявляють істотні фактори, які визначають досліджуване явище, і відкидають деталі, неважливі для вирішення поставленої проблеми. Формалізація основних особливостей функціонування економічних об'єктів дозволяє краще вивчити природу цих об'єктів, оцінити можливі наслідки впливу на них і використовувати такі оцінки в керуванні.

У більшості випадків процес побудови економічної моделі включає такі етапи:

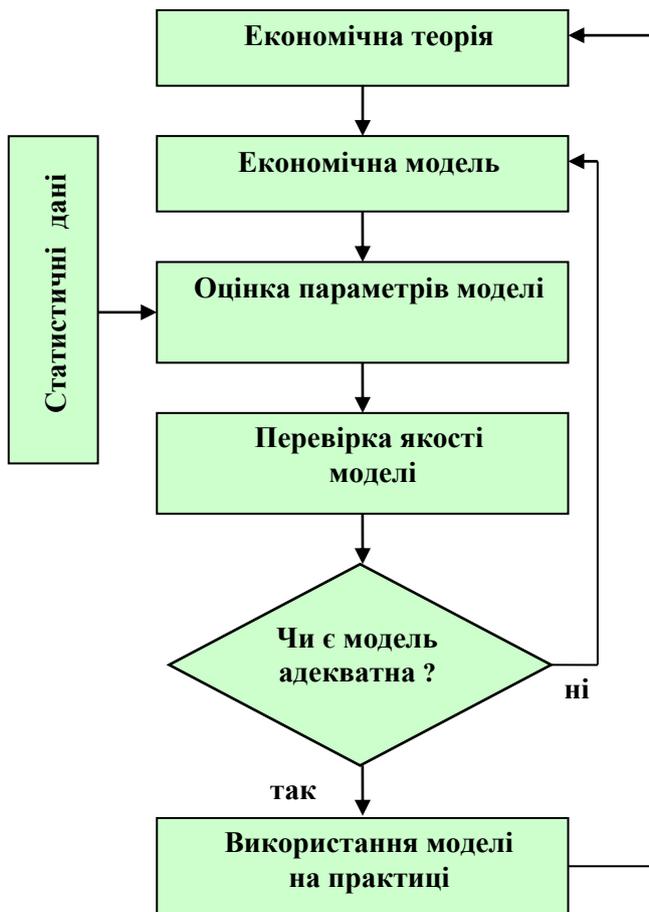


Рис. 5

- формулювання проблеми, предмета й мети дослідження;
- опис взаємозв'язків між елементами моделі у якій-небудь формі (словесно, за допомогою таблиць значень, графічно та ін.) і їх подальша формалізація, тобто запис математичною мовою;
- оцінка параметрів побудованої моделі з метою досягнення найбільшої її адекватності теоретичним відомостям та емпіричним даним про економічний об'єкт;
- проведення розрахунків на основі створеної моделі й аналіз одержаних результатів, за необхідності — уточнення параметрів моделі;
- використання побудованої моделі для пояснення поведінки економічних показників, досліджуваних у даний час, а також для прогнозування їх значень у майбутньому та осмисленого здійснення економічної політики.

Схематично процес побудови моделі економічного об'єкта показаний на рис. 5. Наведена схема відображає циклічний характер сучасних економічних досліджень: від економічної теорії до моделювання; від моделювання до вдосконалювання теорії й більш глибокого розуміння суті процесів, що відбуваються; від розуміння суті до здійснення продуманої й цілеспрямованої економічної політики.

Усі вищенаведені приклади розв'язання економічних задач та пропонувані практичні завдання передбачали роботу саме з математичними моделями об'єктів та явищ. Наприклад:

- у практичному завданні до розд. 1.1—1.4 потрібно було за моделлю, поданою таблицею, створити її графічний еквівалент, підібрати математичну функцію для опису цієї моделі (побудова лінії тренда) та провести дослідження її поведінки в майбутньому;

- метою практичного завдання до розд. 1.5 було, по-перше, за моделлю, відображеною математичною функцією, побудувати графік, по-друге, за описом економічного явища відібрати з вбудованих фінансових функцій *Excel* відповідну математичну модель та провести за її допомогою потрібні розрахунки.

У наведених вище прикладах також застосовувалися моделі об'єктів та явищ у різних формах: у вигляді формул, функцій, систем лінійних рівнянь. Дослідник із більш високим рівнем математичної підготовки теж працює з моделями, заданими системами нелінійних, диференціальних, інтегральних рівнянь, які мають багато параметрів та обмежень. Але в обох випадках — як під час розгляду навчальних завдань, так і в наукових дослідженнях — ми маємо справу не з самим явищем, а з його формальним описом, поданим у вигляді математичної моделі.

Не слід забувати про те, що пізнавальні можливості математичної моделі відображають лише деякі сторони об'єкта-оригіналу, істотні для даної постановки задачі. Отже, будь-яка модель заміняє реальний об'єкт у строго обмеженому колі питань. Із цього також випливає, що для кожного об'єкта може бути побудовано кілька моделей, які відбивають певні його сторони й характеризують об'єкт з різним ступенем деталізації.

Математична модель, побудована для одного економічного явища може використовуватися для явища зовсім іншої природи. Розглянемо два простих приклади.

Приклад 25

Необхідно визначити, яку початкову суму S_0 треба покласти на банківський рахунок, щоб при ставці R % річних наступного року одержати S_1 .

Зв'язок між S_0 , S_1 і R задається відношенням:

$$S_1 = S_0 \left(1 + \frac{R}{100} \right).$$

Тоді потрібне значення можна одержати таким чином:

$$S_0 = \frac{S_1}{1 + \frac{R}{100}}.$$

Приклад 26

Визначити яким був обсяг продукції Q_0 , виробленої минулого року, якщо після технічного удосконалення виробництва середня продуктивність праці зросла на R % і обсяг виробництва зараз складає Q_1 .

Виходячи з визначення продуктивності праці можна записати таке:

$$Q_1 = Q_0 \frac{L_1}{L_0} = Q_0 \left(1 + \frac{L_1 - L_0}{L_0} \right) = Q_0 \left(1 + \frac{R}{100} \right); \quad Q_0 = \frac{Q_1}{1 + \frac{R}{100}}$$

де L_0, L_1 – продуктивність праці до удосконалення виробництва та після нього.

Як бачимо, вирішення двох різних за природою проблем звелось до побудови однакових математичних моделей, хоч економічні ситуації, що задаються цими моделями, дуже відрізняються між собою.

Математичні моделі, які застосовуються в економіці, можна поділити на класи за рядом ознак, що стосуються особливостей модельованого об'єкта, мети моделювання й інструментарію, використовуюваного під час моделювання:

- моделі *макроекономічні* (подають опис економіки як єдиного цілого, зв'язують між собою укрупнені матеріальні і фінансові показники: валовий внутрішній продукт (ВВП), споживання, інвестиції, обсяг коштів та ін.) і *мікроекономічні* (описують взаємодію структурних і функціональних складників економіки або поведінку одного такого складника в ринковому середовищі);

- *теоретичні* (дозволяють вивчити загальні властивості економіки і її характерних елементів одержанням висновків із формальних передумов) і *прикладні* (дають можливість оцінити параметри функціонування конкретного економічного об'єкта і сформулювати рекомендації для прийняття практичних рішень);

- *рівноважні* (описують такі стани економіки, коли результуюча всіх сил, спрямованих на виведення її зі стану рівноваги, дорівнює нулю) і *оптимізаційні* (дозволяють виявити умови оптимального господарювання);

- *статичні* (описують стан економічного об'єкта в конкретний момент) і *динамічні* (включають взаємозв'язки змінних у часі).

Для побудови та дослідження математичних моделей економічних систем і явищ існує безліч методів, які враховують особливості цих моделей: методи статистичного аналізу, прийняття оптимальних рішень, сітьові методи планування та керування, міжгалузеві баланси, методи керування запасами та багато інших. Більшість методів потребує спеціального вивчення, але існує кілька методів, які можуть бути розглянуті разом з ознайомленням із можливостями *Excel*.

2.1. Статистичні методи обробки даних

У процесі дослідження реальних економічних об'єктів доводиться обробляти великі обсяги статистичної інформації за різноманітними показниками, що являють собою *випадкові величини*. Причиною цього, зокрема, є надзвичайно велика кількість чинників, що роблять вплив на економічний показник. Деякі чинники можна проконтролювати, інші ж не піддаються жодному контролю.

Наприклад, у певному регіоні будується автомобільний завод із розрахунку на отримання прибутку в майбутньому. Розмір цього прибутку залежатиме від попиту на автомобілі даного класу. На попит, у свою чергу, впливає така кількість явних і неявних чинників, що врахувати їх усі неможливо: ціна на автомобілі даного заводу, ціни конкурентів, ціни на бензин, доходи споживачів, їх смаки і переваги та багато інших. Те саме можна сказати про майбутні витрати на будівництво заводу та випуск автомобілів. Із цього випливає, що в даній ситуації можна розрахувати тільки приблизний розмір прибутку.

Розділ математики, присвячений методам збору, аналізу та обробки статистичних даних із науковою чи практичною метою, має назву *математична статистика*. Метою статистичних досліджень є виявлення й вивчення співвідношень між статистичними даними та їх використання для аналізу, прогнозування та прийняття рішень.

Математична статистика поділяється на дві складові частини: *описову* та *аналітичну статистику*. Описова статистика охоплює методи опису статистичних даних, подання їх у вигляді таблиць розподілів. Аналітична ж статистика, чи теорія статистичних висновків, орієнтована на обробку даних, отриманих у ході експерименту, з метою одержання висновків, які мають прикладне значення для різноманітних сфер діяльності.

Законом розподілу випадкової величини називають відповідність між значеннями цієї величини та ймовірностями їх реалізації. Закон розподілу випадкової величини може бути поданий у вигляді таблиці, формули чи графіка.

Пакет *Excel*, хоча й суттєво поступається спеціалізованим статистичним програмам, усе ж має у своєму складі засоби статистичної обробки даних: засоби описової статистики, критерії відмінності, кореляційний та інші методи.

За ступенем охоплення даних розрізняють *суцільне* і *несуцільне* дослідження. У разі суцільного дослідження група спостереження формується шляхом охоплення всієї множини одиниць явища, яке вивчається, іншими словами, всієї *генеральної сукупності*. Зрозуміло, що можливість здійснення такого дослідження виникає вкрай рідко, і в таких випадках застосовують *вибірковий метод*.

Вибіркою називають групу елементів, вибрану для дослідження зі всієї сукупності. Кінцевою метою вибіркового дослідження завжди є отримання інформації про всю сукупність. Тому природне прагнення зробити вибірку такою, щоб вона якнайкраще відображала всю генеральну сукупність, тобто була *репрезентативною*. Коли генеральна сукупність недостатньо відома, найчастіше вибірку формують шляхом *випадкового відбору*, тобто з генеральної сукупності навмання дістають відповідну кількість елементів. Випадковий відбір можна здійснити, наприклад, присвоївши порядкові номери цим елементам та застосувавши функцію *СЛЧИС Excel*.

Примітка. Іноді для проведення досліджень треба сформулювати певну кількість випадкових значень, рівномірно розташованих на заданому проміжку. Для цього зручно застосувати вбудовану функцію *Excel* СЛЧИС, яка належить до категорії «Математичні» та видає випадкове значення від 0 до 1. За необхідності одержати значення від 0 до N , достатньо помножити одержане за допомогою функції значення на N .

Якщо розрахунки потребують використання значень, які належать проміжку $[M; L]$, можна ввести в першу комірку діапазону вираз:

$$=M + \text{СЛЧИС}() * (L - M).$$

На весь діапазон формула поширюється за допомогою автозаповнення. Слід зауважити, що значення цього діапазону будуть змінюватися в процесі перерахунку.

Приклад 27

Наведені такі дані про кількість відвідувачів бібліотеки протягом місяця:

29 24 20 25 18 23 32 18 24 25 12 28 31 22 21
21 16 27 22 24 24 17 27 29 25 29 27 23 19 25

Побудувати емпіричний розподіл цього показника.

Насамперед на робочому аркуші *Excel* задаємо діапазон комірок, у якому розміщуємо наведені значення кількості відвідувачів (B2:D11). Далі виконуємо розбиття всієї множини цих значень на декілька інтервалів.

Безсумнівно, велика кількість даних про об'єкт, що вивчається, дозволяє одержати більш адекватну інформацію про цей об'єкт, водночас це завжди ускладнює обробку інформації. Тому в більшості випадків здійснюють розбиття всіх даних за інтервалами.

Вважаючи, що для побудови графіка буде достатньо 10 інтервалів, визначаємо розмір кожного інтервалу. Вводимо в комірку C13 функцію визначення найменшого значення діапазону даних:

$$=\text{МИН}(B2: D11),$$

у комірку D13 — функцію визначення найбільшого значення діапазону даних:

$$=\text{МАКС}(B2: D11).$$

Тоді розмір інтервалу (комірка E13) буде дорівнювати

$$= (D13-C13)/10.$$

У діапазоні F4:F11 формуємо верхні межі інтервалів, для чого в комірку F4 вводимо

$$= C13+C15,$$

у комірку F5 —

$$= F4+C\$15$$

та поширюємо останню формулу на комірки F6:F11.

Для виконання поставленої задачі треба розрахувати такі показники, як абсолютна, відносна та накопичена частоти.

Абсолютна частота (кількість значень, які потрапили в даний інтервал) розраховується за допомогою функції ЧАСТОТА, яка належить до категорії «Статистичні». Виділяємо діапазон H4:H11, вводимо

$$= \text{ЧАСТОТА}(B2:D11; F4:F13)$$

та натискаємо **Ctrl + Shift + Enter**.

Після цього додаємо функцію СУММ(H4 :H11) до комірки H12 і одержуємо загальну кількість значень в інтервалах — 30.

Відносна частота — це відношення кількості значень, які потрапили до даного інтервалу, до всієї кількості значень. Для одержання відносної частоти слід абсолютну частоту кожного інтервалу поділити на загальну кількість значень, тобто в комірку I4 вводимо

$$=H4/H\$12$$

та за допомогою автозаповнення поширюємо формулу на проміжок I4:I11.

Накопичена частота – це кількість значень, які не перевищують верхньої межі даного інтервалу. Для одержання цього показника до комірки J4 копіюємо значення з комірки I4 (тобто вводимо формулу $= I4$), до комірки J5 вводимо формулу

$$= J4 + I5.$$

За допомогою автозаповнення копіюємо останню формулу на весь діапазон J5: J11, після чого розрахункова таблиця набуває вигляду табл. 31.

Таблиця 31

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1								Абсолютна частота	Відносна частота	Накопичена частота
2		29	12	24		14		1	0,03	0,03
3		24	28	17		16		1	0,03	0,07
4		20	31	27		18		3	0,10	0,17
5		25	22	29		20		2	0,07	0,23
6		18	21	25		22		4	0,13	0,37
7		23	21	29		24		6	0,20	0,57
8		32	16	27		26		4	0,13	0,70
9		18	27	23		28		4	0,13	0,83
10		24	22	19		30		3	0,10	0,93
11		25	24	25		32		2	0,07	1,00
12								30		
13		min=	12							
14		max=	32							
15		int=	2							

Далі створюємо діаграму відносних та накопичених частот. Для цього вказуємо діапазон даних I1:J11 (за допомогою миші) та обираємо вкладку «Нестандартні» «Майстра діаграм», тип діаграми «Графік / гістограма 2». На вкладці «Ряд» вводимо підписи за осями X, Y₁ та Y₂.

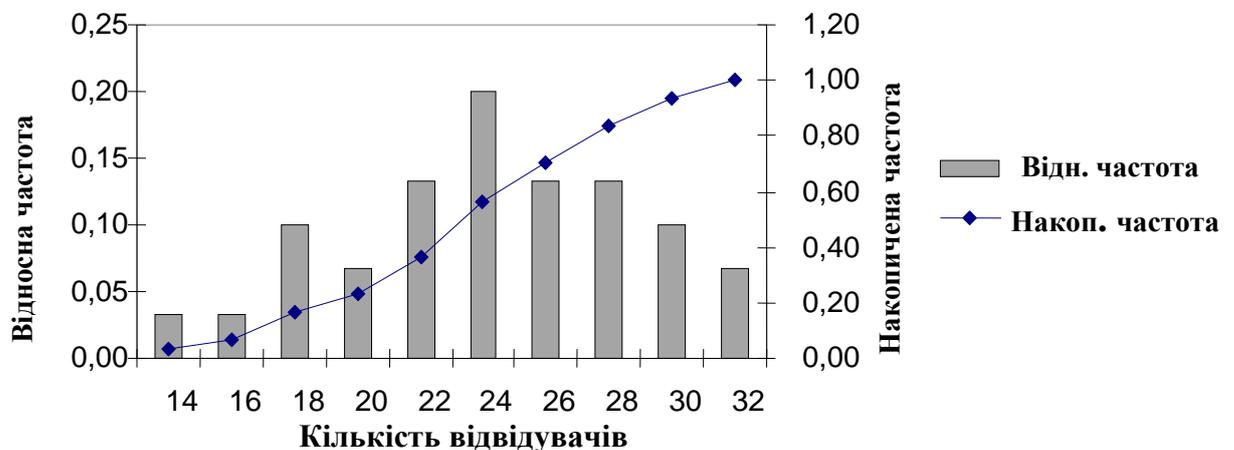


Рис. 6

Завжди під час аналізу статистичних даних крім визначення розподілу випадкової величини також розраховують елементарні вибіркові характеристики, за якими оцінюють відповідні характеристики генеральної сукупності.

Серед вибіркових характеристик виділяють показники:

- положення центру розподілу – *середнє значення, мода, медіана*;
- розсіяння значень навколо центру – *дисперсія, стандартне відхилення, стандартна похибка*;
- форми розподілу – вибіркові *ексцес* та *асиметрія*.

У «Майстрі функцій» Excel є декілька функцій, призначених для обчислення вибіркових характеристик:

- СРЗНАЧ – визначає середнє арифметичне кількох масивів чисел (від 1 до 30 масивів);

- МЕДИАНА – дозволяє одержати медіану поданої вибірки; *медіана* – це елемент вибірки, для якого кількість елементів вибірки, менших цього значення, дорівнює кількості елементів, більших за це значення;

- МОДА – обчислює значення, яке найчастіше зустрічається у вибірці (найбільш імовірне значення);

- ДИСП – дозволяє оцінити дисперсію за вибірковими даними; дисперсія – це параметр, що характеризує ступінь розкиду елементів вибірки щодо середнього значення. Чим більша дисперсія, тим далі відхиляються значення елементів вибірки від середнього значення;

- СТАНДОТКЛОН – обчислює вибіркове стандартне відхилення; ця величина дорівнює квадратному кореню з дисперсії, використовується у випадках, коли необхідно визначити параметр, який характеризує ступінь розкиду, і вимірюється в тих же одиницях, що й середнє значення випадкової величини;

- ЕКСЦЕСС – визначає ступінь вираженості «хвостів» розподілу, тобто частоту появи віддалених від середнього значень;

- СКОС – дозволяє оцінити асиметрію вибіркового розподілу. Набуває значень від -1 до 1. У випадку симетричного розподілу дорівнює 0.

Вручну обчислення вибіркових характеристик для вибірки з n елементів x_1, x_2, \dots, x_n здійснюється за формулами:

- середнє значення:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i;$$

- дисперсія:

$$D = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2;$$

- стандартне відхилення:

$$s = \sqrt{D};$$

- стандартна похибка:

$$m = \frac{s}{\sqrt{n}}.$$

Стандартна похибка — це параметр, який визначає ступінь можливого відхилення середнього значення, одержаного шляхом вибіркового дослідження, від середнього значення, одержаного на всій генеральній сукупності. За допомогою стандартної похибки встановлюється так званий довірчий інтервал; 95%-й довірчий інтервал, який дорівнює $\bar{x} \pm 2m$, означає проміжок, у який в разі досить великої кількості спостережень ($n > 30$) з імовірністю 95% потрапить середнє значення генеральної сукупності.

Приклад 28

Обчислити вибіркові характеристики за даними прикладу 27.

Для виконання завдання звертаємося до категорії «Статистичні» «Майстра функцій» *Excel* та виконуємо посилання на відповідний діапазон комірок. Одержуємо такі результати:

- середнє значення дорівнює 23,6 (тобто кожного дня бібліотеку відвідувало приблизно 24 особи);
- дисперсія складає 21,63;
- стандартне відхилення дорівнює 4,65;
- мода: 24;
- медіана: 24;
- ексцес дорівнює 0,03;
- асиметрія складає -0,40.

Той факт, що в наведеному прикладі середнє значення, мода та медіана приблизно однакові, а стандартне відхилення та ексцес невеликі за значеннями, свідчить про те, що розподіл досліджуваної випадкової величини є досить згрупований навколо вибіркового середнього з уклоном у праву частину (значення асиметрії від'ємне). За поданою вище формулою обчислюємо стандартну похибку та одержуємо 0,85. Це означає, що з імовірністю 95% середнє значення розглядуваної генеральної сукупності належить проміжку [21,9; 25,3].

Таблиця 32

Описові статистики	
Середнє	23,57
Стандартна похибка	0,85
Медіана	24,00
Мода	24,00
Стандартне відхилення	4,65
Дисперсія вибірки	21,63
Ексцес	0,03
Асиметричність	-0,40

До пакета *Excel* крім вищерозглянутих функцій також входить набір більш потужних засобів обчислень за вибірками та поглибленого аналізу даних, який має назву «Пакет аналізу» («Пакет аналіза»). Для використання цього засобу слід обрати пункт меню **Сервіс / Надбудови (Сервіс / Надстройки)** та встановити прапорець біля пункту «Пакет аналізу», після чого в пункті **Сервіс** з'явиться нова позиція **Аналіз даних (Анализ данных)**. Наприклад, у табл. 32 наведені описові статистики

розглянутого прикладу, одержані за допомогою цього засобу. *Аналіз даних* дозволяє не тільки одержувати основні вибіркові характеристики, але й проводити декілька видів аналізу.

Контрольні запитання і завдання до розділу 2.1

1. Що таке математична модель і в якій формі вона може бути подана?
2. Наведіть приклади економічних явищ, до яких найчастіше застосовуються математичні моделі.
3. Перелічіть етапи створення моделі.
4. Чи є обмеження використання моделі замість об'єкта, для якого вона побудована?
5. Назвіть існуючі класифікації економічних моделей.
6. Які методи дослідження економічних моделей вам відомі?
7. У чому різниця між описовою та аналітичною статистиками?
8. Коли застосовується вибіркове дослідження?
9. Які ви знаєте вибіркові характеристики?
10. Назвіть засоби обчислень за вибірками, які надає *Excel*.

Практичні завдання до розділу 2.1

Побудувати емпіричний розподіл та знайти вибіркові характеристики для нижченаведених даних.

1. Щотижневі обсяги продажу путівок туристичною фірмою з травня по вересень включно.
2. Щоденне ранкове очікування транспорту по дорозі в університет (у хвилинах).
3. Кількість студентів, щоденно присутніх на лекціях з інформатики (за місяць).
4. Середній бал складання випускних іспитів у школі кожним студентом групи.
5. Кількість кишенькових грошей у кожного студента групи в даний момент.
6. Ваші щомісячні витрати на канцтовари протягом навчального року.
7. Щоденний час, який студент витрачає на підготовку до занять протягом місяця.
8. Щомісячна плата за ваші розмови по мобільному телефону протягом року.
9. Зріст студентів групи.
10. Вага студентів групи.
11. Кількість часу, який витрачає кожен студент на перегляд телепрограм кожного дня.
12. Ваші щомісячні витрати на розваги протягом року.
13. Щоденний обсяг замовлень автомобілів у таксопарку.
14. Середня кількість покупців у черзі до каси в супермаркеті, яким ви користуєтесь.
15. Щомісячна кількість відвідувань кінотеатру протягом року.

16. Щоденні витрати на харчування студентом, який мешкає в гуртожитку, протягом місяця.
17. Кількість вільних місць у тролейбусі, яким ви щоранку їдете на заняття.
18. Кількість відвідувачів читальної зали в певний час протягом місяця.
19. Ваші щоденні транспортні витрати.
20. Щоденна кількість пропусків занять (у годинах) студентами групи.
21. Кількість студентів у їдальні під час великої перерви (дані за місяць).
22. Результати тестування в балах: 79, 90, 87, 71, 88, 70, 69, 85, 81, 89, 90, 91, 79, 87, 84, 86, 90, 79, 91, 87, 88, 87, 91, 79, 80, 84, 86, 89, 78, 83, 87, 90, 79, 84, 87, 89.
23. Результати забігу студентів групи на 100 м.
24. Кількість бракованих виробів на 10 тис. штук (дані дослідження 30 партій виробів).
25. Кількість слів у рядках сторінки художнього тексту.
26. Щоденний час, який студент витрачає на заняття спортом протягом місяця.

2.2. Графічні методи дослідження моделей

Досить часто можливості редактора *Excel* дозволяють досліджити модель графічно, без застосування яких-небудь математичних методів.

2.2.1. Розв'язання систем лінійних рівнянь

Приклад 29

Дві бригади за зміну зробили 345 одиниць продукції. Яка продуктивність кожної з бригад, якщо відомо, що продуктивність першої в 1,5 разу вища, ніж другої?

Задача приводить до системи двох лінійних рівнянь, розв'язком якої є точка перетину ліній. Позначивши шукані величини через X і Y , одержимо таку систему:

$$\begin{cases} X + Y = 345, \\ X = 1,5Y. \end{cases} \quad (1)$$

Для побудови графіків функцій, заданих рівняннями (1), зручно подати їх у вигляді

$$\begin{cases} Y = 345 - X, \\ Y = 2/3X. \end{cases} \quad (2)$$

Починаючи розв'язання, ми можемо приблизно вказати значення X і Y : обидві ці величини додатні й кожна з них не перевищує їх суми. Введемо ці значення в комірки робочого аркуша *Excel* як діапазон зміни величини X : $x_{\min} = 0$, $x_{\max} = 345$ (табл. 33).

Таблиця 33

	A	B	C	D
1				
2		X_{\min}	X_{\max}	
3		0	345	
4				

Нехай для побудови графіків нам досить 11 точок: x_0, x_1, \dots, x_{10} . Увівши в комірку, що відповідає $i=0$, посилання на комірку з x_{\min} , інші значення розраховуємо за формулою

$$x_i = x_{i-1} + (x_{\max} - x_{\min})/10,$$

роблячи на комірки зі значеннями x_{\min} і x_{\max} абсолютні посилання. Наприклад, формула, що вводиться до комірки B9, має вигляд

$$=B8+(C\$3-B\$3)/10.$$

У два сусідніх стовпці (табл. 34) вводимо значення Y_1 і Y_2 відповідно до системи (2). Так, у комірку C6 вводимо формулу

$$=345-B6,$$

а в комірку D6 –

$$=2/3* B6.$$

Таблиця 34

	A	B	C	D
4				
5	i	X_i	Y_{1i}	Y_{2i}
6	0	0	345	0
7	1	34,5	310,5	23
8	2	69	276	46
9	3	103,5	241,5	69
10	4	138	207	92
11	5	172,5	172,5	115
12	6	207	138	138
13	7	241,5	103,5	161
14	8	276	69	184
15	9	310,5	34,5	207
16	10	345	0	230

Для графічного подання залежностей $Y_1(X)$ і $Y_2(X)$ виділяємо діапазон B6:

D16 і викликаємо «Майстера діаграм». На графіку (рис. 7) і в таблиці ми бачимо, що розв'язком системи (1) є пара значень $X=207$, $Y=138$.

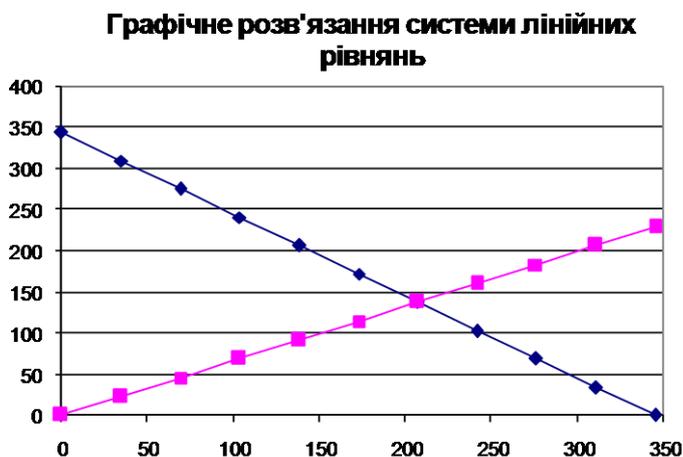


Рис. 7

У розглядуваному випадку розв'язком системи рівнянь є цілі числа. Однак не завжди трапляється саме так. Наприклад, якщо в другому рівнянні системи (2) ми поміняємо коефіцієнт $2/3$ на $2/7$ (достатньо виправити коефіцієнт у формулі стовпця D

прикладу 28, одержимо дробовий розв'язок нової системи рівнянь.

Щоб одержати розв'язок задовільної точності, нам доведеться змінити межі інтервалу в комірках з x_{\min} і x_{\max} .

Спочатку вносимо зміну в комірку D6:

$$= 2/7 * B6,$$

поширюємо формулу на діапазон D6:D16. У таблиці бачимо, що шуканий розв'язок перебуває в інтервалі [241,5; 276], тому що саме при цих значеннях X функції $Y1(X)$ і $Y2(X)$ перетинаються. Увівши ці значення в комірки з x_{\min} і x_{\max} , одержимо уточнений інтервал для X : [265,7; 269,1] (перевірте це самостійно). Провівши цю процедуру потрібну кількість разів, ми знайдемо розв'язок з необхідною точністю. Для зручності можна ввести додатковий стовпець $\Delta = |Y2(X) - Y1(X)|$, значення якого покаже точність одержаного розв'язку. Для того щоб десяткова цифра в записі числа була вірною, необхідно, щоб значення в цьому стовпці не перевищувало половини розряду, що задається даною цифрою. Наприклад, якщо досить двох вірних десяткових знаків, уточнюємо інтервал $[x_{\min}; x_{\max}]$ доти, поки значення Δ для якого-небудь x_i не стане менше 0,005. Це значення й буде шуканим розв'язком. У цьому прикладі наближений розв'язок зміненої системи з двома вірними знаками: $X=268,33$, $Y=76,67$, тому що $\Delta < 0,005$.

2.2.2. Розв'язання систем нелінійних рівнянь.

Аналогічним образом ми можемо знайти розв'язки системи нелінійних рівнянь.

Приклад 30

Нехай два процеси описуються системою

$$\begin{cases} X^2 + Y^2 = 16, \\ X^2 - 2Y = 10. \end{cases} \quad (3)$$

Потрібно знайти додатний розв'язок, тобто $X, Y > 0$ з трьома вірними десятковими знаками.

Перетворимо систему до зручного для графічної побудови вигляду:

$$\begin{cases} Y = \sqrt{16 - X^2}, \\ Y = 0,5X^2 - 5. \end{cases} \quad (4)$$

Із першого рівняння можемо зробити висновок, що X змінюється в діапазоні від 0 до 4. Внесемо ці значення в комірки як x_{\min} і x_{\max} (див. вищеподаний приклад). Проміжні точки будуть розраховані автоматично. Уведемо в стовпці C і D праві частини рівнянь системи (4) й одержимо результат (табл. 35).

Таблиця 35

	A	B	C	D
4				
5	i	X_i	$Y1_i$	$Y2_i$
6	0	0	4,00	-5,00
7	1	0,4	3,98	-4,92

Закінчення табл. 35

8	2	0,8	3,92	-4,68
9	3	1,2	3,82	-4,28
10	4	1,6	3,67	-3,72
11	5	2	3,46	-3,00
12	6	2,4	3,20	-2,12
13	7	2,8	2,86	-1,08
14	8	3,2	2,40	0,12
15	9	3,6	1,74	1,48
16	10	4	0,00	3,00

За даними табл. 35 будуємо графік (рис. 8). На графіку бачимо, що перетин

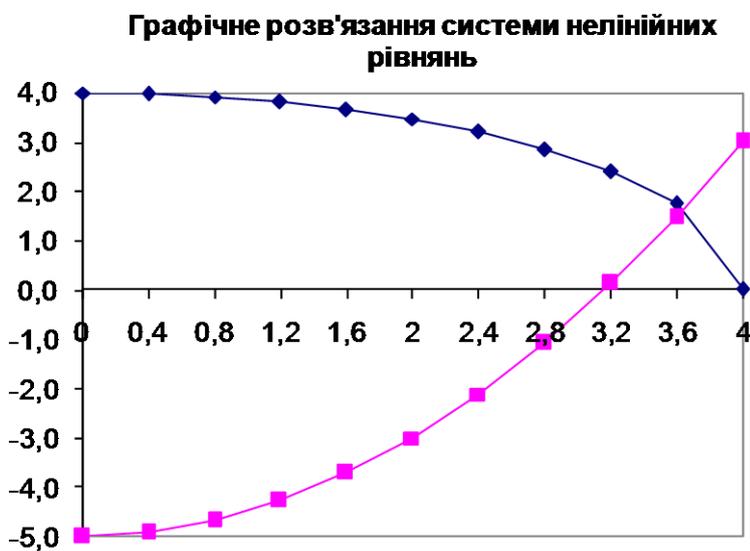


Рис. 8

розв'язком системи нелінійних рівнянь (3) з трьома вірними десятковими знаками.

двох кривих відбувається при значенні X , яке належить інтервалу $[3,5; 3,7]$. Використувавши межі цього інтервалу як нових x_{\min} і x_{\max} , одержимо розв'язок системи рівнянь (3) з більш високою точністю. За умовою завдання треба одержати розв'язок з трьома вірними знаками. Тобто зазначену послідовність дій слід повторювати, доки хоча б одне зі значень Δ (стовпець E в табл. 36) не стане меншим 0,000 5. Як бачимо з табл. 36, в нашому випадку таких значень два; кожне з них є приблизним

Таблиця 36

	A	B	C	D	E
4					
5	i	X_i	$Y1_i$	$Y2_i$	Δ
6	0	3,645 1	1,647 193	1,643 377	0,003 816
7	1	3,645 2	1,646 972	1,643 742	0,003 231
8	2	3,645 3	1,646 751	1,644 106	0,002 645
9	3	3,645 4	1,646 529	1,644 471	0,002 059

Закінчення табл. 36

10	4	3,645 5	1,646 308	1,644 835	0,001 473
11	5	3,645 6	1,646 086	1,645 200	0,000 887
12	6	3,645 7	1,645 865	1,645 564	0,000 301
13	7	3,645 8	1,645 643	1,645 929	0,000 285
14	8	3,645 9	1,645 422	1,646 293	0,000 872
15	9	3,646 0	1,645 200	1,646 658	0,001 458
16	10	3,646 1	1,644 979	1,647 023	0,002 044

Примітка. Слід мати на увазі, що в поданій відповіді четверті десяткові знаки є сумнівні.

2.2.3. Метод лінійного програмування

Раніше ми вже розглядали способи розв'язання задач оптимізації, коли потрібно максимізувати або мінімізувати деяку кількісну величину за певними обмеженнями. Наприклад, підприємець хоче отримати максимальний прибуток від своєї виробничої діяльності, однак при цьому він обмежений загальною кількістю наявних у нього машин, наявністю людей, капіталом, який він може інвестувати у виробництво, та іншими економічними факторами. У даному розділі розглянемо графічний метод розв'язання цієї задачі.

За деякими обставинами величини, які необхідно максимізувати або мінімізувати, і всі обмеження, що входять у задачу, можуть бути записані як лінійні рівняння й нерівності. Саме це і буде математична модель відповідної економічної ситуації, яку треба розглянути.

Приклад 31

Меблева фабрика виготовляє стільці двох видів – А і В. На виготовлення стільця А потрібно 8 людино-годин, а на вироблення стільця В – 5. Вартість матеріалу для виготовлення стільця А дорівнює 4 грн, для В – 5 грн. Прибуток за один стілець А дорівнює $1\frac{3}{4}$ грн, за стілець В – $1\frac{1}{2}$ грн. Виробництво стільців обмежене такими обставинами:

- за контрактом за тиждень фабрика повинна виготовляти не менше 15 стільців виду А і не менше 10 стільців виду В;

- максимальні працевитрати становлять не більше 320 людино-годин на тиждень;

- щотижневі витрати матеріалів на виготовлення стільців не повинні перевищувати 200 грн.

Знайти таку кількість стільців кожного виду, яку необхідно робити за тиждень, щоб прибуток був максимальним.

Позначимо шукані величини (кількість стільців виду А і В) відповідно через X і Y . За умовами задачі можна послідовно записати такі вирази:

– $8X + 5Y$ – загальна кількість людино-годин, необхідна для виготовлення всіх стільців;

– $4X + 5Y$ – сумарні витрати на матеріали;

– $1\frac{3}{4}X + 1\frac{1}{2}Y = P$ – загальний прибуток.

Функція $P(X, Y)$ називається *цільовою* функцією.

За допомогою знайдених виразів можна в термінах нерівностей записати умови контракту про поставки стільців, наявність трудових і матеріальних ресурсів:

– $X \geq 15, Y \geq 10$ – договір про обсяги поставок;

– $8X + 5Y \leq 320$ – максимально можливі працевитрати на виготовлення стільців на тиждень;

– $4X + 5Y \leq 200$ – максимальні витрати матеріалів на виготовлення стільців на тиждень;

– X, Y – додатні цілі числа, тому що це кількість стільців.

Задачу можна сформулювати в такий спосіб:

Знайти значення X та Y , які максимізують цільову функцію $P = 7/4X + 3/2Y$ і задовольняють наведені нерівності.

Усі обмеження й цільова функція є лінійні за розглянутими змінними. Тому такі задачі називають *лінійними*, а оскільки ми шукаємо план або програму, що приводила б до оптимального результату, то маємо *задачу лінійного програмування*.

Графічний метод розв'язання задач лінійного програмування складається: з розгляду всієї множини можливих пар значень змінних, які задовольняють лінійні обмеження, обчислення значень цільової функції для кожного набору; вибору такої пари змінних, яка приводить до оптимального значення (мінімуму або максимуму) цільової функції. Цю процедуру зручно реалізувати за допомогою *Excel*.

Для кожної нерівності визначимо множину допустимих значень.

Отже, будемо 4 прями (рис. 9):

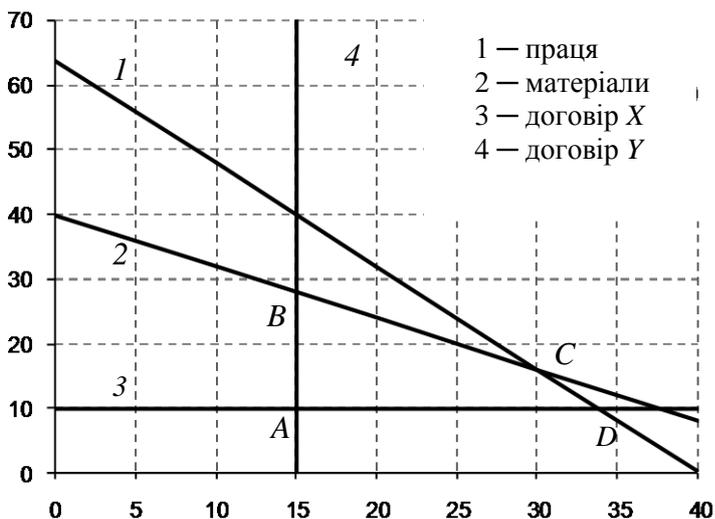


Рис. 9

– $Y = 320/5 - 8/5X$ – значення нижче цієї лінії вказують множину значень X та Y , що задовольняють обмеження за працевитратами;

– $Y = 200/5 - 4/5X$ – значення нижче цієї лінії – множина значень X і Y , що задовольняють обмеження на витрату матеріалів;

– $Y = 10$ – значення вище цієї лінії вказують множину значень Y , що задовольняють умови договору на поставку стільців виду B ;

– $X=15$ – значення праворуч цієї лінії вказують множину значень X , що задовольняють умови договору на поставку стільців виду A .

Як видно з графіка (рис. 9), множина значень X та Y , що задовольняють одночасно всі чотири нерівності, належить багатокутнику $ABCD$. Очевидно, що в процесі пошуку розв'язку задачі лінійного програмування потрібно досліджувати тільки ці значення X і Y . Вони називаються *допустимими розв'язками*.

Таким чином, задача лінійного програмування полягає у відшуванні такої точки (або множини точок), що належала б множині допустимих значень і давала б оптимальне значення цільової функції.

Множина допустимих значень знайдена, тепер визначимо, яке ж із них є оптимальне. Для цього нанесемо на графік пряму, що пройде через початок координат і буде відповідати нульовому прибутку (рис. 10). Ця пряма задається рівнянням $7/4X + 3/2Y=0$.

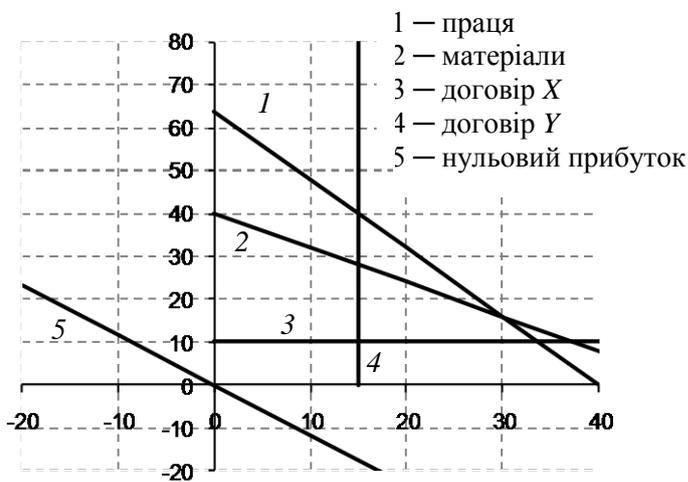


Рис. 10

(рис. 11) до області допустимих значень (до багатокутника $ABCD$) і перетнути цю область, то можна одержати різні допустимі комбінації (зрозуміло, розглядаємо тільки цілочислові значення) X та Y , причому значення вище цієї прямої

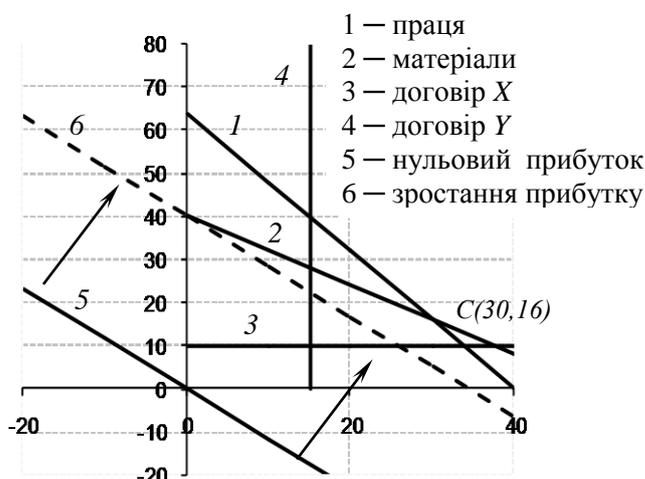


Рис. 11

Будь-яка точка на цій прямій задає деяку комбінацію стільців виду A й B , виробництво яких приведе до того, що прибуток буде дорівнювати нулю.

Насправді на цій прямій є тільки одна точка (тобто єдина пара значень X і Y), що має сенс – початок координат, інші точки не підходять, тому що немає сенсу говорити про від'ємну кількість стільців.

Якщо почати паралельно зрушувати лінію прибутку до області допустимих значень (до багатокутника $ABCD$) і перетнути цю область, то можна одержати різні допустимі комбінації (зрозуміло, розглядаємо тільки цілочислові значення) X та Y , причому значення вище цієї прямої дають більший прибуток.

Очевидно, що для того щоб знайти оптимальний розв'язок, потрібно рухати лінію прибутку до досягнення «кінця» області допустимих значень. У даному випадку оптимальним розв'язком є точка C багатокутника $ABCD$. Якби лінія прибутку була паралельною прямій, що задає обмежуючу умову, оптимальних розв'язків могло б виявитися безліч (наприклад, усі точки відрізка CD).

Отже, щоб знайти оптимальний розв'язок (у цьому конкретному випадку), досить визначити координати точки перетину прямих $Y=320/5 - 8/5X$ і $Y=200/5 - 4/5X$. Виконати це завдання так само зможемо за допомогою *Excel*.

Отже, координати точки C — (30, 16). Це означає, що для того, щоб прибуток був максимальний, меблевої фабриці необхідно щотижня випускати 30 стільців виду A й 16 стільців виду B . Ця комбінація задовольняє всі обмеження і приводить до прибутку $P=7/4 \cdot 30 + 3/2 \cdot 16 = 76,5$ грн.

Примітка. Як уже було сказано, задача лінійного програмування може мати як один, так і велику кількість розв'язків. Слід зазначити, що оптимального розв'язку може взагалі не існувати. Це відбувається в тому випадку, коли пряму прибутку можна рухати нескінченно, і вона ніколи не досягне останньої точки області допустимих значень. Цей факт легко встановити, нарисувавши всі прямі, що відповідають усім обмеженням. Тоді, якщо множина допустимих значень буде порожньою, то відповідних усім цим обмеженням розв'язків не існує. Це означає, що два або більше обмежень суперечать одне одному.

Контрольні запитання й завдання до розділу 2.2

1. Наведіть приклади економічних задач, які можна розв'язати графічно. Чи відомі вам інші способи розв'язання цих задач за допомогою *Excel*?
2. Яким чином визначити яка десяткова цифра в записі числа знайденого розв'язку системи рівнянь буде вірною?
3. Які засоби розв'язання задач лінійного програмування надає *Excel*?
4. У чому полягає графічний метод розв'язання задач лінійного програмування?
5. Що таке цільова функція?
6. Що таке допустимий розв'язок?
7. Чи є різниця в графічному розв'язанні задач лінійного програмування на пошук мінімуму та максимуму?

Практичні завдання до розділу 2.2

1. Розв'язати запропоновану систему лінійних рівнянь (табл. 37) графічно та за допомогою функцій роботи з матрицями (див. приклад б):

$$\begin{cases} A_1X + B_1Y = C_1, \\ A_2X + B_2Y = C_2. \end{cases} \quad (3)$$

Таблиця 37

Варіант	A1	B1	C1	A2	B2	C2	Варіант	A1	B1	C1	A2	B2	C2
1	2	-2	14	-1	21	6	14	4	3	7	5	2	-3
2	7,9	0,1	6	-0,7	1,4	5,2	15	23	4	3	89	66	5
3	4	-2	10	12	6	16	16	-5	0,4	7,1	10,6	3,5	4

Закінчення табл. 37

Варіант	A1	B1	C1	A2	B2	C2	Варіант	A1	B1	C1	A2	B2	C2
4	-1,5	4	-9	3,4	2	3	17	-5	0,4	9	6	4	2
5	-10	5	-3	9	4	1	18	9	2	17	11	8	-3
6	-4	3	-3	18	6	5	19	0,8	1.6	-4	2,6	7,3	11
7	20	6	-3	12	3	7	20	1	5	-4	8	3	9
8	-4	5	2	2	-3	5	21	2	-3	-7	9	3	1
9	2,5	6	3	-1,5	2	-2	22	0,5	-3	2	7	-1	4
10	0,3	2	7	8	2,4	11	23	2,2	0,5	-1,3	5	-1	4
11	-0,2	4	-6	9	3	12	24	3,6	-2.4	0,9	4,3	-5	8
12	1	3	7	5	2	7	25	-3	2,9	1.4	3,4	-7	9
13	0,7	4	-6	-5	11	8	26	2	-2	14	7	1	-1

2. Залежність попиту на деякий товар від його вартості задається першим рівнянням системи (табл. 38), а залежність пропозиції від вартості цього товару – другим. Знайти точку рівноваги, яка є точкою перетину кривих попиту та пропозиції.

Розв'язати надану систему нелінійних рівнянь графічно та за допомогою засобу «Пошук розв'язків» Excel.

Таблиця 38

Варіант	Система нелінійних рівнянь	Варіант	Система нелінійних рівнянь
1	$\begin{cases} y = \sqrt{4(1 - \frac{x^2}{9})} \\ y = 0.5x^2 \end{cases}$	2	$\begin{cases} y = 7(5 - \frac{2x^2}{7}) \\ y = 2\sqrt{x} + 9 \end{cases}$

Продовження табл. 37

Варіант	Система нелінійних рівнянь	Варіант	Система нелінійних рівнянь
3	$\begin{cases} y = \sqrt[3]{9(5 - \frac{x^2}{5})} \\ y = 0.25x^2 + 2 \end{cases}$	13	$\begin{cases} y = 3 - \frac{2x^2}{9} \\ y = 0.3x^3 - 35 \end{cases}$
4	$\begin{cases} y = -3(2 - \frac{x^2}{3}) \\ y = 4x^4 - 15 \end{cases}$	14	$\begin{cases} y = 5(3 - \frac{2x^2}{3}) \\ y = 3\sqrt{x} - 10 \end{cases}$
5	$\begin{cases} y = -4(3 - \frac{2x^2}{5}) \\ y = 4\sqrt{x} + 6 \end{cases}$	15	$\begin{cases} y = 2(3 - \frac{2x^2}{3}) \\ y = 3x^2 + 2 \end{cases}$
6	$\begin{cases} y = \sqrt{10(3 - \frac{2x^2}{11})} \\ y = 4x^2 + 0.5 \end{cases}$	16	$\begin{cases} y = 0.5(3 + \frac{12x^2}{7}) \\ y = 4\sqrt[3]{x} + 3 \end{cases}$
7	$\begin{cases} y = \sqrt[5]{0.5(3 + x^2)} \\ y = 4\sqrt[3]{x} - 1 \end{cases}$	17	$\begin{cases} y = \sqrt{2(3 + x^2)} \\ y = \frac{4}{x^2} + 5 \end{cases}$
8	$\begin{cases} y = x^2 + 1 \\ y = \frac{2}{x} + 2 \end{cases}$	18	$\begin{cases} y = x^2 + 2 \\ y = \frac{5}{x} + 3 \end{cases}$
9	$\begin{cases} y = \sqrt[3]{-2(5 - \frac{x^2}{5})} \\ y = 2x^2 - 30 \end{cases}$	19	$\begin{cases} y = (\frac{2x^2}{23} - 10)^4 \\ y = 2x^2 + 1000 \end{cases}$
10	$\begin{cases} y = \sqrt{-0.5x^2 - 5} \\ y = \frac{2}{x^2} + 2 \end{cases}$	20	$\begin{cases} y = \sqrt{5 - 0.5x^2} \\ y = \frac{2}{x^2} \end{cases}$
11	$\begin{cases} y = x^2 + 1 \\ y = \frac{2}{x} \end{cases}$	21	$\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y = \frac{2}{x} + 5 \end{cases}$
12	$\begin{cases} y = (3.6 - 0.2x^2)^2 \\ y = \sqrt{x} + 20 \end{cases}$	22	$\begin{cases} y = 1.2 - 6x^2 \\ y = \sqrt{x} - 25 \end{cases}$

Закінчення табл. 37

Варіант	Система нелінійних рівнянь	Варіант	Система нелінійних рівнянь
23	$\begin{cases} y = \sqrt{3.6 - \frac{x^2}{5}} \\ y = \frac{1}{x^2} - 1 \end{cases}$	25	$\begin{cases} y = \sqrt{0.8(7 + \frac{7x^2}{9})} \\ y = \frac{1}{x^2} + 4 \end{cases}$
24	$\begin{cases} y = \sqrt[3]{3 - \frac{x^2}{2}} \\ y = 2\sqrt{x} - 3 \end{cases}$	26	$\begin{cases} y = \sqrt[3]{7(5 - \frac{x^2}{5})} \\ y = 0.25x^2 + 2 \end{cases}$

3. На основі умови задачі практичного завдання до розділу 1.5 скласти задачу лінійного програмування на максимізацію прибутку й на мінімізацію витрат і розв'язати її графічно. За необхідності зробити спрощення вихідної задачі. Обрати варіант, на одиницю більший варіанта, що виконувався раніше.

Список рекомендованой літератури

Акулич, И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах [Текст] / И.Л. Акулич. – М.: Высш. шк., 1986. – 138 с.

Биков, І. Ю. Microsoft Office в задачах економіки та управління [Текст] / І. Ю. Биков, М. В. Жирнов, І. М. Худякова. – К.: ВД “Професіонал”, 2006. – 189 с.

Бородич С. А. Эконометрика [Текст]: учеб. пособие / С. А. Бородич. – 3-е изд., стереотип. – Мн.: Новое знание, 2006. – 408 с.

Замков, О. О. Математические методы в экономике [Текст]: учебник / О. О. Замков, А. В. Толстопятенко, Ю. Н. Черемных; под общ. ред. проф. А. В. Сидоровича; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. – 4-е изд., стереотип. – М.: Дело и сервис, 2004. – 368 с.

Кочура, Є. В. Моделювання макроекономічної динаміки [Текст]: навч. посіб. / Є. В. Кочура, В. М. Косарев. – К.: Центр навч. л-ри, 2003. – 164 с.

Математические методы и модели в планировании и управлении [Текст]: сб. задач / С. А. Кулиш, С. Н. Воловельская, А. И. Жилин, А. С. Пилипенко. – К.: Выща шк. Головное изд-во, 1985. – 187 с.

Решение математических задач средствами Excel [Текст]: практикум / сост. В. Я. Гельман. – СПб.: Питер, 2003. – 240 с.

Экономико-математические методы и прикладные модели [Текст]: учеб. пособие для вузов / В. В. Федосеев, А. Н. Гармаш, И. В. Орлова, В. А. Половников; под ред. В. В. Федосеева. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. – 304 с.

ЗМІСТ:

Передмова	3
1. Загальні відомості про <i>Microsoft Excel</i>	4
1.1. Уведення та форматування даних	4
1.2. Формули в <i>Excel</i>	5
1.3. Діаграми	6
1.3.1. Створення гистограми	6
1.3.2. Створення кругової діаграми	7
1.3.3. Створення графіка	8
Контрольні запитання й завдання до розділів 1.1 – 1.3	10
Практичні завдання до розділів 1.1 – 1.3.....	10
1.4. Функції	12
1.4.1. Робота з математичними функціями	13
1.4.2. Застосування функцій роботи з матрицями	15
1.4.3. Робота з функціями дати	19
1.4.4. Застосування логічних функцій.....	20
1.4.5. Робота з фінансовими функціями.....	22
Контрольні запитання й завдання до розділу 1.4	24
Практичні завдання до розділу 1.4	24
1.5. Засоби обробки даних	29
1.5.1. Сортування даних.....	29
1.5.2. Фільтрація даних	29
1.5.3. Створення підсумків	32
1.5.4. Зведені таблиці	33
Контрольні запитання й завдання до розділу 1.5	35
Практичні завдання до розділу 1.5	35
1.6. Розв'язання задач оптимізації засобами <i>Excel</i>	45
1.6.1. Підбір параметра формули	45
1.6.2. Пошук розв'язку	46
Практичні завдання до розділу 1.6	50
2. Уявлення про математичне моделювання та математичні методи в економіці	55
2.1. Статистичні методи обробки даних	57
Контрольні запитання і завдання до розділу 2.1	63
Практичні завдання до розділу 2.1	63
2.2. Графічні методи дослідження моделей.....	64
2.2.1. Розв'язання систем лінійних рівнянь.....	64
2.2.2. Розв'язання систем нелінійних рівнянь.	66
2.2.3. Метод лінійного програмування.....	68
Контрольні запитання й завдання до розділу 2.2	71
Практичні завдання до розділу 2.2	71
Список рекомендованої літератури.....	75

