

ЗАВДАННЯ ДО ПОТОЧНОГО КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ СТУДЕНТІВ МОДУЛЯ 2

Теоретична частина

1. Означення інтегралу Рімана – Стільтєса., приклади.
2. Основні властивості інтегралу Стільтєса.
3. Теорема про існування інтегралу Стільтєса.
4. Теорема про зв'язок інтегралу Стільтєса та інтегралу Рімана.
5. Обчислення інтегралу Стільтєса від неперервної функції по кусково-сталій функції.
6. Обчислення інтегралу Стільтєса від неперервної функції по функції, що має обмежену варіацію і має інтегровну за Ріманом похідну у всіх точках, окрім скінченної кількості.
7. Застосування інтегралу Стільтєса у функціональному аналізі.
8. Граничний перехід під знаком інтегралу Стільтєса.

Практична частина (зразок)

1,2. Обчислити $(S)\int_a^b g(x) d(f(x))$ і $(S)\int_a^b f(x) d(g(x))$, $V_a^b(f)$ і $V_a^b(g)$

а) $f(x) = \begin{cases} 2, & 0 \leq x < 1, \\ 5, & x = 1, 2, 3 \\ 10, & 1 < x < 2 \end{cases}$, $g(x) = \begin{cases} \cos \pi x, & 0 \leq x \leq 2, \\ (x-1)^3, & 2 < x \leq 3 \end{cases}$, $[a, b] = [0, 3]$;

б) $f(x) = \begin{cases} x^2 \cdot \operatorname{sgn}(x-1.5), & 0 \leq x < 1, \\ 5, & x = 1, 2, 3 \\ 2 \cdot |x-1.5|, & 1 < x < 2 \end{cases}$, $g(x) = \cos \frac{\pi x}{3}$, $[a, b] = [0, 3]$;

в) $f(x) = x^3$, $g(x) = \left\{ \cos \frac{\pi x}{3} \right\}$, $[a, b] = [0, 3]$;

3 Обчислити

$$(S)\int_0^1 \frac{1}{x^2 + 1} d(\ln(x+1)).$$