

ЗАВДАННЯ ДО ПОТОЧНОГО КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ СТУДЕНТІВ (модуль №1)

Теоретична частина

1. Теорема про переставлення знакопостійного збіжного числового ряду.
2. Теорема про еквівалентність абсолютної і безумовної збіжності числового ряду.
3. Теорема Рімана.
4. Критерій Коші збіжності ряду. Збіжність абсолютно збіжного ряду.
5. Теорема про суму переставлення безумовно збіжного ряду.
6. Зв'язок між абсолютною та безумовною збіжністю рядів в скінченновимірних банахових просторах.
7. Безумовна та досконала збіжності. Критерій безумовної збіжності ряду в банаховому просторі.
8. Приклад у нескінченновимірному просторі ряду безумовно збіжного, а абсолютно розбіжного.
9. Визначення множини сум ряду. Області сум числових рядів.
10. Приклад ряду з областю сум, що є наперед заданим зсунутим підпростором.

Практична частина

Дослідити ряди на збіжність, а у випадку їх збіжності встановити характер їхньої збіжності

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}}, \frac{1}{\sqrt[n]{\ln n}} \right), \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sin n^2}{n^n}, (-1)^n \frac{2 + (-1)^n}{n} \right),$$

$$\text{в) } \sum_{k=1}^{\infty} x_k : x_{2n-1} = \left(\frac{1}{n2^n}, 0, \frac{\cos \frac{2n\pi}{3}}{n} \right), x_{2n} = \left(0, (-1)^n \operatorname{tg} \frac{1}{n}, \frac{1}{n^2} \right),$$

$$\text{г) } \sum_{k=1}^{\infty} x_k : x_{2n-1} = \left((-1)^n \frac{\ln n}{n+1}, \frac{1}{n^2} \right), x_{2n} = \left(\frac{1}{n^5}, (-1)^n \frac{\operatorname{tg} 1/\sqrt{n-1}}{\sqrt[3]{n+2}} \right)$$