

ЗАВДАННЯ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ (ЗАЛІК)

Практична частина

В-1: Знайти області сум наступних рядів $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ в R^2 . Зробити схематичний рисунок отриманої множини.

$$1. x_n = \left(\frac{1}{n^2}; \frac{(-1)^n}{n \ln n} \right) \quad 2. \begin{aligned} x_{2n-1} &= \left(\sin \frac{1}{n^2}; \frac{(-1)^n}{n} \sqrt[n]{3} \right) \\ x_{2n} &= \left(\frac{\sin \pi n / 12}{2n+1}; \frac{2^n}{n!} \right) \end{aligned}$$

Знайти області граничних точок наступних рядів $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ в R^2 . Зробити схематичний рисунок.

$$3. x_n = \left((-1)^n; \frac{(-1)^n}{(n+1) \ln^3 n} \right) \quad 4. \begin{aligned} x_{2n-1} &= \left(\frac{1}{n} \left[\frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \right]^2; (-1)^n \right) \\ x_{2n} &= \left((-1)^n; \frac{\ln n}{n^2} \right) \end{aligned}$$

3. Знайти множину функціоналів збіжності та аннулятори наступних рядів

$$x_n = \left(\frac{1}{2^n}; \frac{(-1)^n}{n} \right) \text{ в } R^2$$

4. Побудувати на координатній площині множину

$$Q\{x_i\}_{i=1}^3, \text{ где } x_1 = (0;1), \quad x_2 = (1;1), \quad x_3 = (1;0)$$

Теоретична частина

1. Теорема про переставлення знакопостійного збіжного числового ряду.
2. Теорема про еквівалентність абсолютної і безумовної збіжності числового ряду.
3. Теорема Рімана.
4. Критерій Коші збіжності ряду. Збіжність абсолютно збіжного ряду.
5. Теорема про суму переставлення безумовно збіжного ряду.
6. Зв'язок між абсолютною та безумовною збіжністю рядів в скінченновимірних банахових просторах.
7. Безумовна та досконала збіжності. Критерій безумовної збіжності ряду в банаховому просторі.
8. Приклад у нескінченновимірному просторі ряду безумовно збіжного, а абсолютно розбіжного.
9. Визначення множини сум ряду. Області сум числових рядів.
10. Приклад ряду з областю сум, що є наперед заданим зсунутим підпростором.

11. Лема про округлення коефіцієнтів.
12. Лема про переставлення.
13. Критерій належності області граничних точок.
14. Довести замкненість ОГТ.
15. Приклади замкнених множин в R, R^2, R^3 , що мають структуру зсуненої групи.
16. Довести, що ОГТ має структуру зсуненої групи.
17. ОГТ ряду $1-1+1-1+1-1+\dots$.
18. Теорема про зв'язок між ОГТ і ОС ряду в скінченновимірному банаховому просторі.
19. Лема Штейніца.
20. Теореми Штейніца і наслідки з неї.
21. Приклад умовно збіжного ряду в нескінченновимірному банаховому просторі з одноточковою областю сум.
22. Приклад Марцинкевича-Корнілова.
23. Приклад Островського.
24. Теорема Дворецького-Роджерса.