


Ризик у страховій справі (Частина 2)

- 
1. Таблична модель поведінки клієнта страхової компанії.
 2. Реакція клієнта на зміну параметрів страхування.
 3. Математична модель клієнта страхової компанії.
 4. Гранична сподівана корисність та сподівання граничної корисності.
 5. Аналіз рівноваги.
 6. Ймовірність страхового випадку та реакція клієнта страхової компанії.
 7. Прибуток страхової компанії та його корисність.
 8. Модель страхової компанії.
 9. Нейтральність до ризику страхової компанії.
 10. Розрахунок реакції клієнта страхової компанії.
 11. Оптимальна ціна страхування.
 12. Умови прибутковості страхової компанії.
 13. Параметричний аналіз взаємодії страхової компанії та її клієнта.

Прибуток страхової компанії та його корисність

Прибуток страхової компанії – це різниця між страховими внесками клієнтів та їх винагородами у разі страхових випадків. Це випадкова величина, оскільки кожен клієнт може як збільшувати, так і зменшувати прибуток страхової компанії залежно від того, трапився чи ні страховий випадок.

s – індекс клієнта страхової компанії;

N – кількість клієнтів страхової компанії;

$$I_s = \begin{cases} \mathbf{0}, & \text{страховий випадок не має місця для клієнта } s \\ \mathbf{1}, & \text{страховий випадок має місце для клієнта } s \end{cases}$$

індекс страхового випадку клієнта s .

Прибуток страхової компанії та його корисність

Прибуток страхової компанії

$$\sum_{s=1}^N (rI_s - q(1 - I_s)x_s(r, q)), \quad (1)$$

де $x_s(r, q)$ – обсяг страхування з боку клієнта s за питомого страхового внеску r та питомої страхової винагороди q .

Сподівана корисність прибутку страхової компанії

$$V = \mathbf{M}\mathbf{v}(\sum_{s=1}^N (rI_s - q(1 - I_s)x_s(r, q))), \quad (2)$$

де \mathbf{v} – функція корисності прибутку страхової компанії.

Модель страхової компанії

$$V(r, q) = \mathbf{M}v(\sum_{s=1}^N (r(1 - I_s) - qI_s)x_s(r, q)) \xrightarrow{0 \leq r, q \leq 1} \max, \quad (3)$$

де

$$x_s(r, q) = \mathit{arg} \max \{ \pi_s u_s(qx) + (1 - \pi_s)u_s(A - rx) : 0 \leq x \leq 1 \}.$$

$x_s(r, q)$ є розв'язком задачі:

$$U(x) = \pi_s u_s(qx) + (1 - \pi_s)u_s(A - rx) \rightarrow \max, 0 \leq x \leq A$$

Страховій компанії не буде добре, якщо буде погано її клентам.

Нейтральність до ризику страхової компанії

Якщо компанія нейтральна до ризику, то її функція корисності буде лінійною, а сподівана корисність матиме такий вигляд:

$$\begin{aligned} M\left(\sum_{s=1}^N (r(1 - I_s) - qI_s)x_s(r, q)\right) &= \\ &= \sum_{s=1}^N (r(1 - MI_s) - qMI_s)x_s(r, q) \end{aligned}$$

$$MI_s = 1 \times \pi_s + 0 \times (1 - \pi_s) = \pi_s$$

Математичне сподівання індикатора страхового випадку

Нейтральність до ризику страхової компанії

Модель страхової компанії за умови нейтральності до ризику:

$$V(r, q) = \sum_{s=1}^N (r(1 - \pi_s) - q\pi_s)x_s(r, q) \rightarrow \max \quad (4)$$

Модель (4) демонструє дилему, яка виникає перед страховою компанією, щодо правил страхування.

Нейтральність до ризику страхової компанії

Числовий приклад:

Величина активу становить 20000 грн.

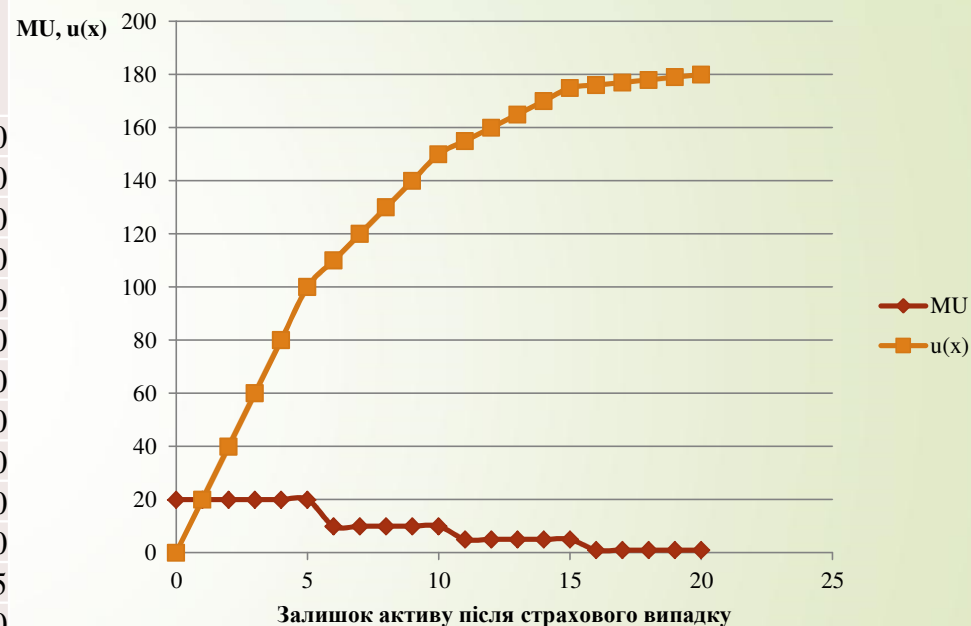
Ймовірність страхового випадку $\pi = 0,0001$.

Питомий страховий платіж не фіксується та є об'єктом вибору .

Питома страхова винагорода $q = 1$.

Нейтральність до ризику страхової компанії

Величина залишку активу (x) після страхового випадку (тис. грн)	Гранична корисність (MU)	Корисність (u(x))
0	20	0
1	20	20
2	20	40
3	20	60
4	20	80
5	20	100
6	10	110
7	10	120
8	10	130
9	10	140
10	10	150
11	5	155
12	5	160
13	5	165
14	5	170
15	5	175
16	1	176
17	1	177
18	1	178
19	1	179
20	1	180



Нейтральність до ризику страхової компанії

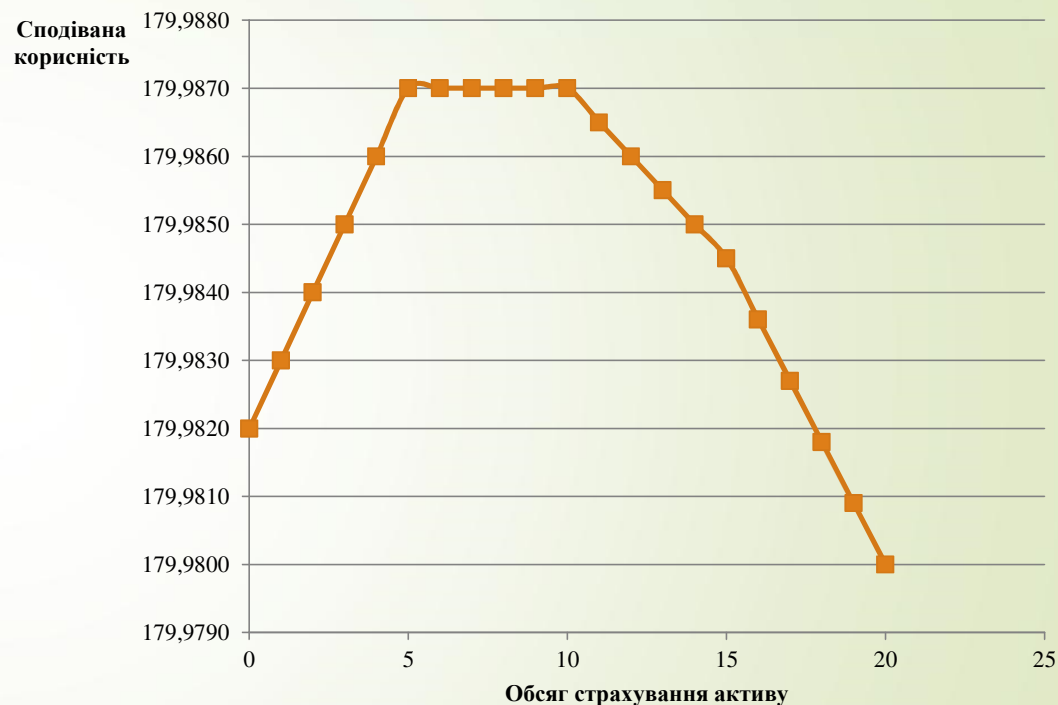
Обсяг страхування (тис. грн)	Сподівана корисність
0	179,9820
1	179,9837
2	179,9854
3	179,9871
4	179,9888
5	179,9905
6	179,9912
7	179,9919
8	179,9926
9	179,9933
10	179,9940
11	179,9942
12	179,9944
13	179,9946
14	179,9948
15	179,9950
16	179,9948
17	179,9946
18	179,9944
19	179,9942
20	179,9940



$$r = 0,0003$$

Нейтральність до ризику страхової компанії

Обсяг страхування (тис. грн)	Сподівана корисність
0	$179,9820 = 0,0001 * 0 + (1 - 0,0001) * (180 - 0,001 * 0)$
1	$179,9830 = 0,0001 * 20 + (1 - 0,0001) * (180 - 0,001 * 1)$
2	$179,9840 = 0,0001 * 40 + (1 - 0,0001) * (180 - 0,001 * 2)$
3	$179,9850 = 0,0001 * 60 + (1 - 0,0001) * (180 - 0,001 * 3)$
4	$179,9860 = 0,0001 * 80 + (1 - 0,0001) * (180 - 0,001 * 4)$
5	$179,9870 = 0,0001 * 100 + (1 - 0,0001) * (180 - 0,001 * 5)$
6	$179,9870 = 0,0001 * 110 + (1 - 0,0001) * (180 - 0,001 * 6)$
7	$179,9870 = 0,0001 * 120 + (1 - 0,0001) * (180 - 0,001 * 7)$
8	$179,9870 = 0,0001 * 130 + (1 - 0,0001) * (180 - 0,001 * 8)$
9	$179,9870 = 0,0001 * 140 + (1 - 0,0001) * (180 - 0,001 * 9)$
10	$179,9870 = 0,0001 * 150 + (1 - 0,0001) * (180 - 0,001 * 10)$
11	$179,9865 = 0,0001 * 155 + (1 - 0,0001) * (180 - 0,001 * 11)$
12	$179,9860 = 0,0001 * 160 + (1 - 0,0001) * (180 - 0,001 * 12)$
13	$179,9855 = 0,0001 * 165 + (1 - 0,0001) * (180 - 0,001 * 13)$
14	$179,9850 = 0,0001 * 170 + (1 - 0,0001) * (180 - 0,001 * 14)$
15	$179,9845 = 0,0001 * 175 + (1 - 0,0001) * (180 - 0,001 * 15)$
16	$179,9836 = 0,0001 * 176 + (1 - 0,0001) * (180 - 0,001 * 16)$
17	$179,9827 = 0,0001 * 177 + (1 - 0,0001) * (180 - 0,001 * 17)$
18	$179,9818 = 0,0001 * 178 + (1 - 0,0001) * (180 - 0,001 * 18)$
19	$179,9809 = 0,0001 * 179 + (1 - 0,0001) * (180 - 0,001 * 19)$
20	$179,9800 = 0,0001 * 180 + (1 - 0,0001) * (180 - 0,001 * 20)$



$r = 0,001$

Нейтральність до ризику страхової компанії

r	$X(r)$
0	179,9820
1	179,9820
2	179,9820
3	179,9820
4	179,9820
5	179,9820
6	179,9810
7	179,9800
8	179,9790
9	179,9780
10	179,9770
11	179,9755
12	179,9740
13	179,9725
14	179,9710
15	179,9695
16	179,9676
17	179,9657
18	179,9638
19	179,9619
20	179,9600



$$r = 0,0020$$

Нейтральність до ризику страхової компанії

r	x(r)
0	20
0,0001	15-20
0,0002	15
0,0003	15
0,0004	15
0,0005	10-15
0,0006	10
0,0007	10
0,0008	10
0,0009	10
0,001	5-10
0,0011	5
0,0012	5
0,0013	5
0,0014	5
0,0015	5
0,0016	5
0,0017	5
0,0018	5
0,0019	5
0,002	0-5
0,0021	0

Страхові платежі та обсяги страхування

$$N((1 - \pi)r - \pi)x(r) \quad (5)$$

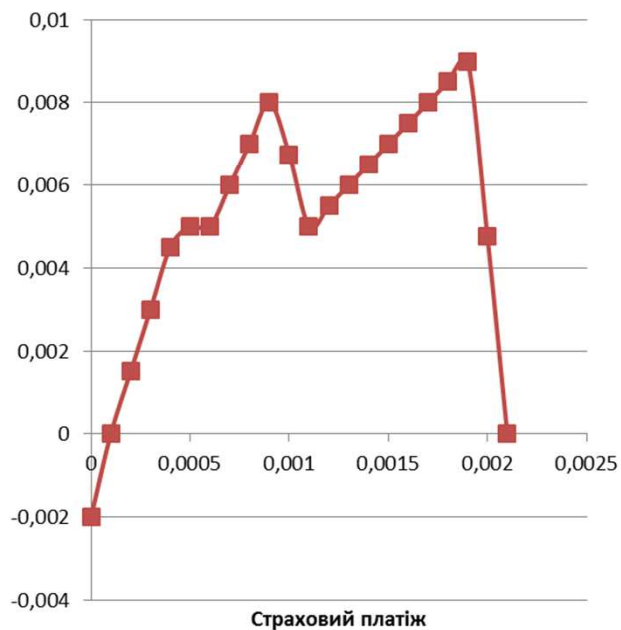
Сподіваний прибуток страхової компанії за умови, що всі клієнти однакові

Розрахунок реакції клієнта страхової компанії

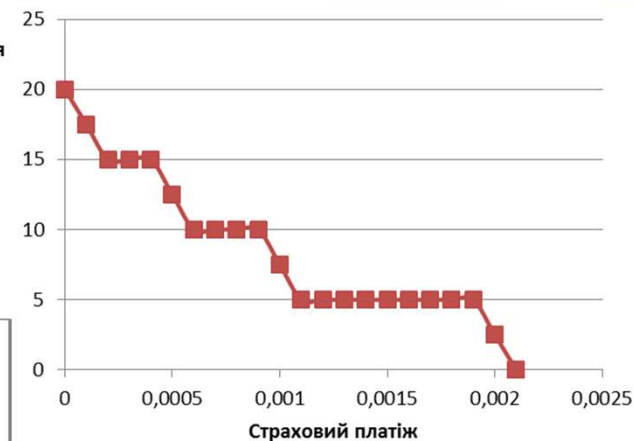
Розраховано за формулою (5)

r	$x(r)$	Сподіваний прибуток страхової компанії на одного клієнта
0	20	-0,002
0,0001	17,5	0,0000
0,0002	15	0,0014997
0,0003	15	0,00299955
0,0004	15	0,0044994
0,0005	12,5	0,00499938
0,0006	10	0,0049994
0,0007	10	0,0059993
0,0008	10	0,0069992
0,0009	10	0,0079991
0,001	7,5	0,00674925
0,0011	5	0,00499945
0,0012	5	0,0054994
0,0013	5	0,00599935
0,0014	5	0,0064993
0,0015	5	0,00699925
0,0016	5	0,0074992
0,0017	5	0,00799915
0,0018	5	0,0084991
0,0019	5	0,00899905
0,002	2,5	0,0047495
0,0021	0	0

Сподіваний прибуток, що припадає на одного клієнта



Обсяг страхування



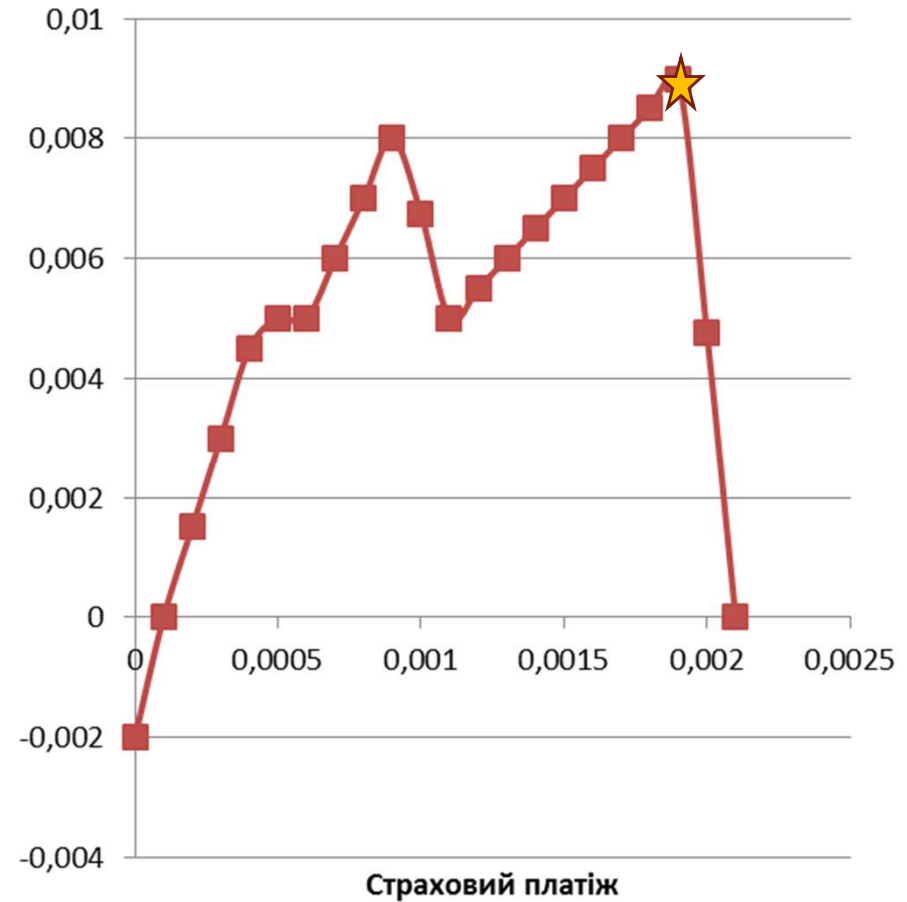
Страховий платіж

Оптимальна ціна страхування

Розраховано за формулою (5)

r	$x(r)$	Сподіваний прибуток страхової компанії на одного клієнта
0	20	-0,002
0,0001	17,5	0,0000
0,0002	15	0,0014997
0,0003	15	0,00299955
0,0004	15	0,0044994
0,0005	12,5	0,00499938
0,0006	10	0,0049994
0,0007	10	0,0059993
0,0008	10	0,0069992
0,0009	10	0,0079991
0,001	7,5	0,00674925
0,0011	5	0,00499945
0,0012	5	0,0054994
0,0013	5	0,00599935
0,0014	5	0,0064993
0,0015	5	0,00699925
0,0016	5	0,0074992
0,0017	5	0,00799915
0,0018	5	0,0084991
0,0019	5	0,00899905
0,002	2,5	0,0047495
0,0021	0	0

Сподіваний прибуток, що припадає на одного клієнта



Умови прибутковості страхової компанії

Страхова компанія повністю відшкодовує актив клієнтові ($q = 1$).

$$((1 - \pi)r - \pi)x(r) \tag{6}$$

Сподіваний прибуток страхової компанії з розрахунку на одного клієнта

Згідно з (6) страхова компанія буде прибутковою (в середньому), якщо одночасно виконуються дві умови:

- 1) клієнт страхує хоча б частку свого активу ($x(r) > 0$);
- 2) сподіваний страховий платіж клієнта компанії перевищує сподівану страхову компенсацію компанії клієнтові ($((1 - \pi)r > \pi)$).

Умови прибутковості страхової компанії

Страхова компанія повністю відшкодовує актив клієнтові ($q = 1$).

Згідно з наслідком з теореми про рівновагу умови прибутковості страхової компанії в середньому будуть такі:

$$1 < \frac{1 - \pi}{\pi} \times r < \frac{u'(0)}{u'(A)} \quad (7)$$

У разі виконання умов, достатніх для того, щоб власник активу страхував його повністю, страхова фірма буде в середньому збитковою.

Параметричний аналіз взаємодії страхової компанії та клієнта

Умови	Клієнт	Страхова компанія
$\frac{1 - \pi}{\pi} \times r \in \left[0, \frac{u'(A)}{u'((1-r)A)} \right]$	умови страхування вигідні для того, щоб клієнт страхував актив повністю	збиткова
$\frac{1 - \pi}{\pi} \times r \in \left[\frac{u'(A)}{u'((1-r)A)}, 1 \right]$	умови страхування вигідні для того, щоб клієнт страхував актив частково	збиткова
$\frac{1 - \pi}{\pi} \times r \in \left[1, \frac{u'(A)}{u'(0)} \right]$	умови страхування вигідні для того, щоб клієнт страхував актив частково	прибуткова (в середньому)
$\frac{1 - \pi}{\pi} \times r \in \left[\frac{u'(A)}{u'(0)}, \infty \right]$	умови страхування не вигідні для клієнта	прибуткова (в середньому)