

Лекція 5. Розрахунок елементів, що згинаються за нормальним перерізом

6.1 Конструктивні особливості згинальних елементів

До згинальних елементів належать плити (панелі) і балки. Плитами (рис.5.1) називають залізобетонні елементи, у яких один розмір (товщина h_f) значно менший від двох інших (прольоту l_f) і ширини поперечного перерізу b_f .

Плити бувають суцільними (рис.5.1,*a*), пустотілими, ребристими (рис. 5.1,*b*), із важкого, легкого, пористого бетону; за кількістю прольотів – одно- і багатопрольотні; за способом виготовлення – збірні, монолітні і збірно-монолітні.

Поряд зі збірними плитами порівняно невеликих розмірів, широко застосовують плити значних розмірів, так звані великопанельні, просто панелі. Наприклад, для покриття промислових будівель за прогінної системи використовують плити завдовжки не більше 3 м, за безпрогінної – плити 1,5 x 6,3 x 6 м а при попередньо напружених конструкціях значно більших розмірів (12, 18 і 24 м).

Товщини монолітних залізобетонних плоских плит приймають, зазвичай, кратними 1см і можуть становити 4 – 10см. Для покриття мінімальну товщину монолітних залізобетонних плит приймають – 40 мм; для міжповерхового перекриття житлових і цивільних будівель – 50 мм; для міжповерхового перекриття виробничих будівель – 60 мм; для плит із легкого бетону класів В 7,5 і нижче у всіх випадках – 70 мм.

Полички (плити) збірних ребристих панелей мають значно меншу товщину (25 – 40 мм). Плити армують переважно зварними сітками. Стрижні, які розташовані вздовж прольоту плити називаються робочими, а стрижні перпендикулярно – розподільчими (монтажними). Робочі стрижні сприймають розтягувальні зусилля, які виникають у перерізі плити при її згині під навантаженням. Розподільчі стрижні забезпечують правильне положення робочих стрижнів під час бетонування, сприймають зусилля, які розрахунком не враховані, від усадки бетону і зміни температури, а при дії місцевих навантажень розподіляють їх по великій площі плити. У деяких випадках (коли плита працює на згин у двох напрямках) плити армують сітками, які мають робочі стрижні у обох напрямках.

Робоча арматура повинна бути розташована ближче до розтягнутої грані плити, як розподільча, за умови збереження мінімально допустимої товщини захисного шару бетону.

Стрижні робочої арматури, зазвичай, мають діаметр 3 – 10мм (у товстих плитах 12 – 16 мм) і розташовуються за шириною плити кроком 100 - 200 мм. Розподільчі стрижні мають дещо менший діаметр і крок 250 – 300 мм, при тому площа їх перерізу повинна становити не менше 10% від площі перерізу робочих стрижнів.

Частина стрижнів робочої арматури може закінчуватися у прольоті

(рис.5.2,*a*, варіант 2), однак до опори повинно бути доведено не менше трьох стрижнів на 1 мм (крок не більше 35 см), а площа їх перерізу повинна бути не менше 1/5 загальної площі робочих стрижнів. У плитах, армованих зварними сітками, всю повздовжню арматуру доводять до опори.

Форма робочих стрижнів зв'язаних сіток у плані, яка забезпечує потрібне по епюрі згинальних моментів розташування арматури, може бути різною. Найрозповсюдженіші рішення показані на рис.5.2,*b,c*. Стрижні різної форми, зазвичай, розташовують через один за шириною плити з однаковим кроком.

Потрібне за епюрою моментів розташування робочої арматури (стрижнів) у нерозрізаних плитах, армованих зварними рулонними сітками, досягається плавним переходом сіток із нижньої зони плити у прольотах у верхню зону на опорах (рис.5.2, *d*) або ж вкладанням роздільних сіток: в прольотах знизу, а на опорах – зверху (рис.5.2,*e*) для сприйняття від'ємних опорних згинальних моментів.

Щоб створити достатнє анкерування робочих стрижнів, на крайніх вільних опорах стрижні в'язаних сіток забезпечують по кінцях крюками, а зварні сітки розташовують так, щоб за грань опори заходив хоч один поперечний стрижень (рис.5.2, *f*). Якщо за грань опори поперечний стрижень не заходить, тоді необхідно приварити додатковий поперечний стрижень (рис.5.2,*g*), або на кінцях робочих стрижнів загнути гаки (рис. 5.2,*h*), лапки петлі.

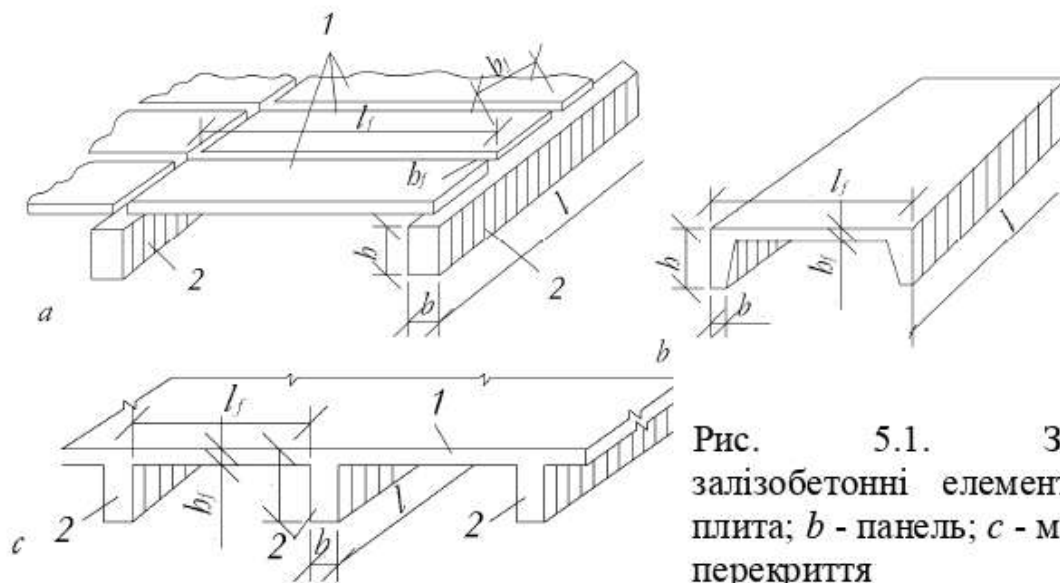


Рис. 5.1. Згинальні залізобетонні елементи: *a* - плита; *b* - панель; *c* - монолітне перекриття

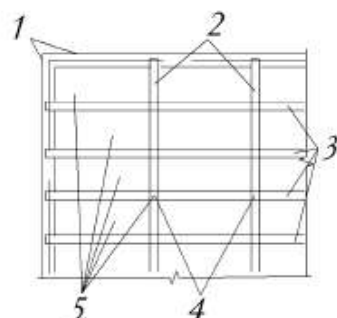


рис. 5.3. Схема ребристого перекриття
1-стіни, 2-головні балки (ригелі) 3-другорядні балки, 4-колони, 5-плити

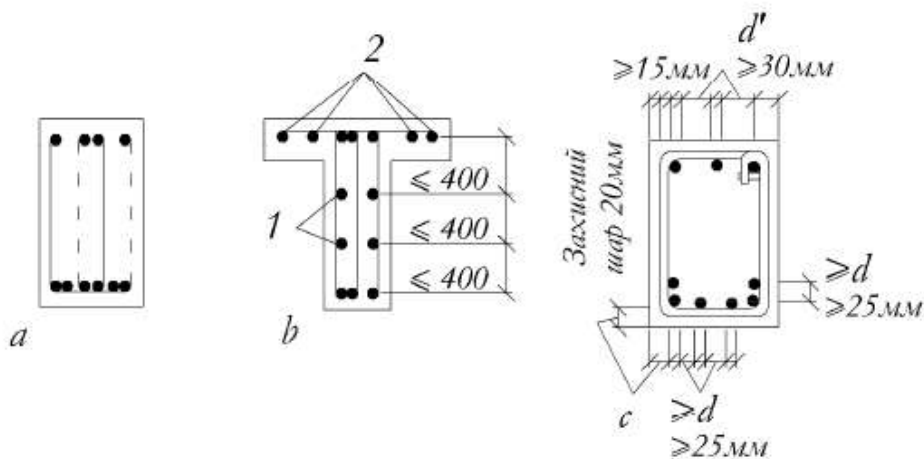


Рис. 5.5. Поперечний переріз балок, армованими зварними та в'язаними каркасами: *a* - чотирьохвіткові хомути в'язаних каркасів; *b* - армування балок таврового перерізу; *c* - відстань в світлі між поздовжніми стержнями; 1 - арматура 10-12мм по боках граней балок; 2 - поздовжні стержні зварної сітки для армування полички таврового перерізу

Плити є простими згинальними залізобетонними елементами і у поєднанні з балками утворюють конструкції перекриття, покриття та інші більш складніші елементи споруд.

Балки слугують опорами для плит і є основою перекриття. Система балок, що пересікаються, називається балкова клітка (рис. 5.3).

Балки на відміну від плит мають значну довжину і невеликі поперечні розміри, тому їх називають лінійними конструкціями.

Переріз балок буває прямокутним, тавровим, двотавровим, трапецієподібним, пустотними тощо. (рис. 5.4, *a*). Найрозповсюдженішими є прямокутні і таврові перерізи.

Висоту балок h (у разі висоти до 50-60 см) приймають, зазвичай, кратною 5 см, а за великої висоти – 10 см. Ширина балок становить $(0.25-0.5) h$. Щоб зменшити вагу, часто назначають меншу ширину збірних балок, визначену тільки умовами розміщення повздовжньої арматури.

Робоча розтягнута арматура балок розташована у розтягнутій зоні відповідно до епюри згинальних моментів, але у багатопролітних балках ця відповідність можна здійснити лише частково, тому що за конструктивними міркуваннями частину розтягнутих стрижнів доводять до опор, і вони, заходячи у зону від'ємних моментів, встановлюються на цих ділянках стиснутою арматурою, оскільки попадають у стиснуту зону балок. Окрім повздовжньої робочої розтягнутої арматури у балках будь-коли є поперечна арматура у вигляді хомутів або армування окремими стрижнями (рис 5.4, *b*), або у вигляді вертикальних (поперечних) стрижнів під час армування зварними каркасами (рис. 5.4,*c*). Поперечний переріз балок, армованих окремими стрижнями, показано на рис. 5.4, *d, e*, а зварними каркасами на рис. 5.4, *f, g*.

Поперечні вертикальні стрижні або хомути зв'язують між собою розтягувальні і стиснену зону згинального елемента конструкції і сприймають сколювальні і головні розтягнуті напруження.

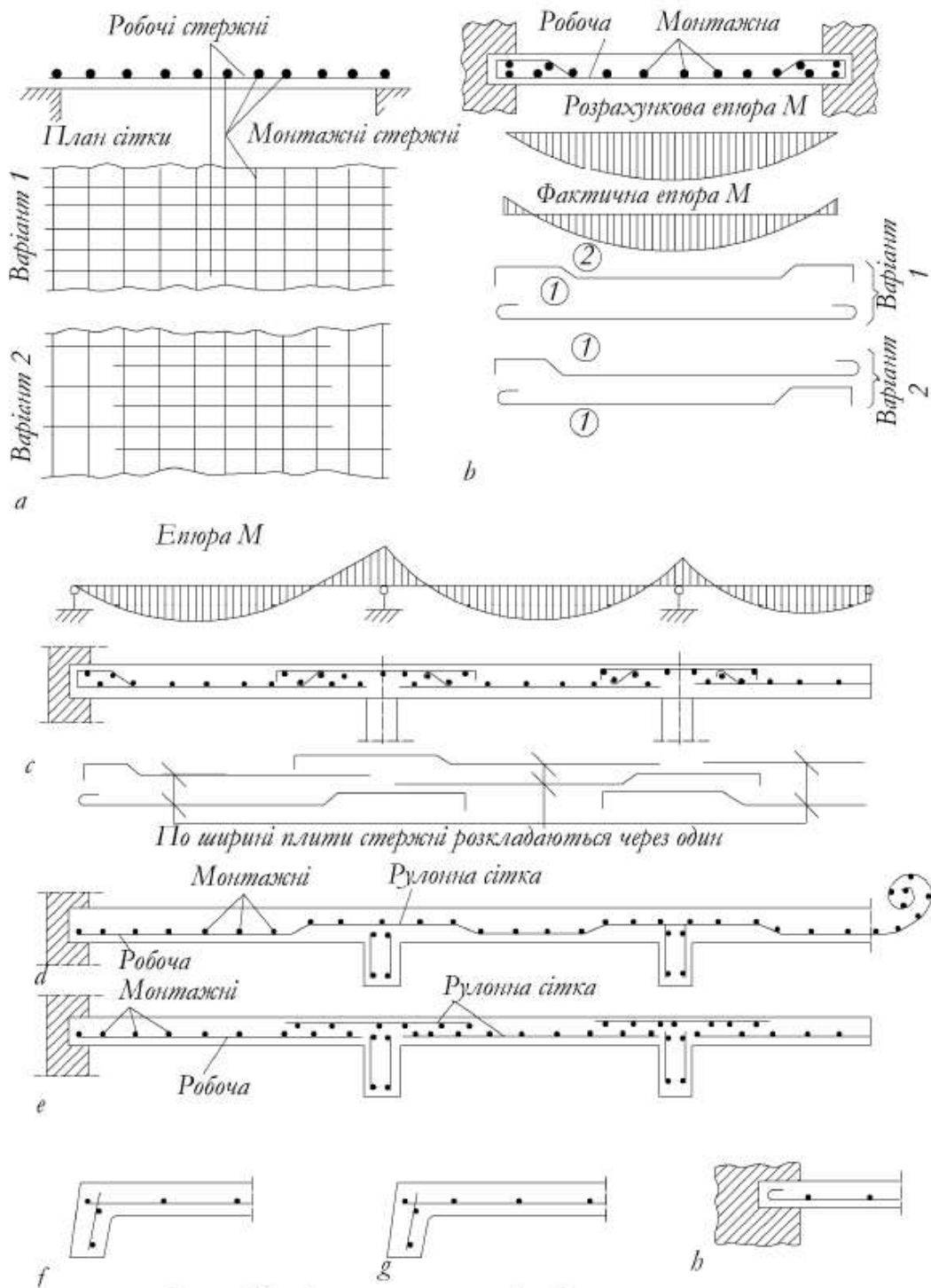


Рис. 5.2. Армування залізобетонних плит

У монолітних залізобетонних конструкціях плита, яка розташована на балках балкової клітки, монолітно з'єднується з балками, утворюючи у поперечному перерізі тавровий профіль.

Щоб зменшити масу збірних плит, їх виконують з пустотами або у вигляді ребристих панелей, які спираються своїми несучими бортовими ребрами безпосередньо на головні балки, які виготовляють двотавровими, прямокутними

ми і тавровими.

Особливість армування збірних згинальних елементів не відрізняється від армування відповідних монолітних.

Спряження збірних елементів між собою здійснюється спеціальними передбаченими стиковими пристроями, на зварюванні або замоноличеним бетоном спеціальних випусків арматури.

Площа перерізу повздовжньої і поперечної арматури визначається розрахунком, однак під час призначення діаметрів арматурних стрижнів бажано керуватися також конструктивними міркуваннями.

Повздовжню робочу арматуру балок потрібно приймати діаметром не менше 10 і не більше 40 мм. Діаметр хомутив в'язаних каркасів приймають не менше 6 мм за висоти перерізу балки до 800 мм і не менше 8 мм за більшої висоти. Монтажна повздовжня арматура повинна бути діаметром 10–12 мм.

За ширини балки більше 350 мм пропонує приймати чотиригілкові хомути (відкриті або замкнені), які утворюють із двох двогілкових хомутив, встановлених у одній площині (рис. 5.5, *a*).

За висоти перерізу балок 700 мм біля кожної бокової грані пропонується встановлювати через кожні 400 мм за висотою перерізу повздовжні стрижні діаметром 10–12 мм (рис. 5.5, *b*). Сумарна площа перерізу цих стрижнів повинна становити не менше 0,1% від площі поперечного перерізу ребра балки.

У збірних балках таврового перерізу поряд зі зварними каркасами у ребрах для армування полицки використовують сітки (рис. 5.5, *b*).

6.2 Розрахунок міцності згинальних елементів за нормальними перерізами

Дослідами встановлено, що гранично рівноважний стан балки за несучою здатністю характеризується руйнуванням у перерізі, нормальному до осі елемента, або у нахиленому перерізі (рис. 5.6).

Руйнування за нормальним перерізом зумовлене дією згинального моменту, а за нахиленим перерізом – діями поперечних сил і, рідше, моментів.

У залізобетонних нормально армованих згинальних елементах руйнування починається з розтягнутої арматури. У так званих переармованих балках руйнування може початися зі стиснутого бетону; до того ж напруження у розтягнутій арматурі буде нижче від граничного, що економічно не вигідно.

Відповідно розрізняють схеми руйнування:

а) коли розрахунок здійснюють у припущенні, що першопричиною вичерпання міцності елемента буде досягнення у розтягнутій арматурі розрахункових опорів R_s ;

б) коли міцність елемента вичерпується внаслідок руйнування стиснутої зони бетону раніше, як напруження у розтягнутій арматурі досягнутого розрахункового опору;

Отже, під час розрахунку на міцність згинальний момент від зовнішнього навантаження повинен бути менший від несучої здатності перерізу;

$$M \leq M_{\text{пер.}}$$

Для визначення внутрішніх зусиль, наприклад $M_{\text{пер.}}$, приймають метод перерізів. Умовно розрізуємо елемент на дві частини, одну з них (зазвичай праву) відкидаємо, а для збереження рівноваги замітимо дію відкинutoї частини внутрішніми зусиллями. Отже, одержимо розрахункову схему, запишемо три умови рівноваги: для суми моментів всіх внутрішніх зусиль щодо якої-небудь характерної точки і для суми проєкцій зусиль на повздовжню вісь X і на поперечну вертикальну вісь Y :

$$\sum M=0; \sum X=0; \sum Y=0.$$

Розв'язуючи рівняння рівноваги, визначають внутрішні зусилля, будують епюри і виводять розрахункові формули. Правило знаків, напрямів зусиль і видів деформацій такі: для лівої відрізаної частини і для цілого елемента зовнішні сили, внутрішні зусилля і деформації, спрямовані догори праворуч за годинниковою стрілкою, мають знак плюс, а спрямовані у низ ліворуч і проти годинникової стрілки – мінус.

Для правої частини знаки протилежні попередньому.

Отже, розтягуючи зовнішні сили, внутрішні зусилля і деформації наспрямовані в бік від елемента або від його відрізаної частини, а стискаючи – до елемента або до його відрізаної частини.

1. Переріз будь-якої симетричної форми. Несуча здатність згинальних елементів у граничному стані можна визначити із формул (5.1) – (5.2).

Виведемо розрахункові формули для елементів з перерізом будь-якої форми, симетричної щодо вертикальної осі (рис.5.7), враховуючи з умови рівноваги у граничному стані.

Арматура S у розтягнутій зоні має площу перерізу A_s , арматура S' у стиснутій зоні – площа перерізу A'_s .

У граничному стані напруження у бетоні стиснутої зони буде R_b , у розтягнутій арматурі R_s , у стиснутій арматурі $R_{s,c}$.

Введемо такі позначення:

h – висота перерізу;

a – віддаль від розтягнутого краю перерізу до центра ваги площі розтягнутої арматури;

$h_0 = h - a$ – робоча висота перерізу;

a' – віддаль від стиснутого краю перерізу до центра ваги площі стиснутої арматури S ;

x – висота стиснутої зони бетону;

$A_{b,c}$ – площа стиснутої зони бетону;

V – віддаль від стиснутого краю перерізу до нейтральної осі;

Z_b – віддаль від центра ваги площі стиснутої зони бетону до центра ваги площі всієї розтягнутої арматури, так зване плече внутрішньої пари зусиль.

Згідно з рис.5.7., рівнодійна стискальних зусиль у бетоні

$$N_b = N_b N_b.$$

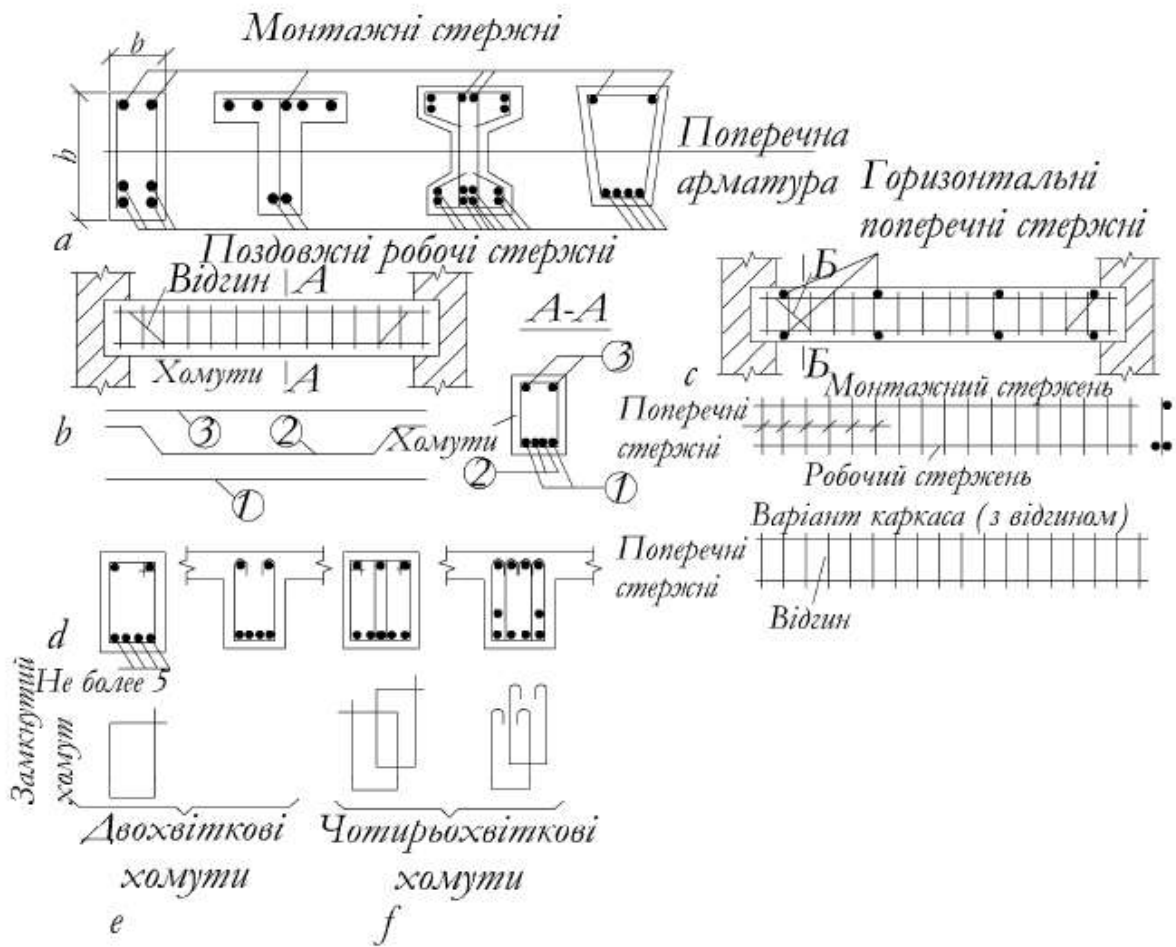


Рис. 5.4. Армування залізобетонних балок

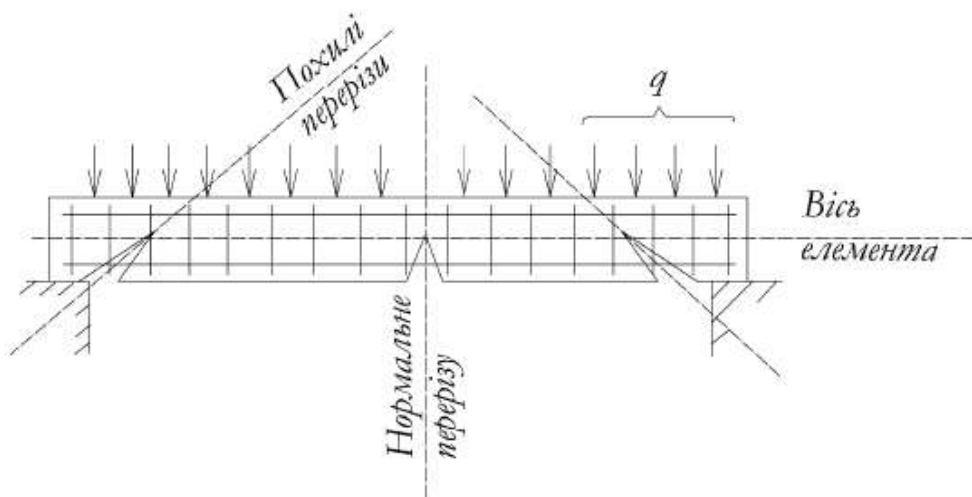


Рис. 5.6. Руйнування балки по нормальному і похилому перерізу

Рівнодійна зусиль у стисненій арматурі S'

$$N_s' = R_b A_s'$$

Рівнодійна зусиль у розтягнутій арматурі

$$N_s = R_s A_s$$

Запишемо суму моментів всіх внутрішніх сил щодо точки прикладання рівнодійної зусиль у розтягнутій арматурі і, згідно з рівнянням рівноваги (5.2), прирівняємо її до нуля:

$$M - N_b \cdot Z_b - N_b' (h_0 - a'),$$

або, використовуючи формули (5.3) – (5.5):

$$M = R_b A_{b.c} Z_b + R_{s.c} A'_s (h_0 - a') = 0.$$

Звідси одержимо умову міцності поперечного перерізу при згині у момент руйнування: максимальний розрахунковий згинальний момент M не повинен перевищувати алгебраїчної суми моментів внутрішніх розрахункових зусиль у стисненому бетоні і стисненій арматурі щодо центра ваги розтягнутої арматури

$$M \leq R_b A_{b.c} Z_b + R_{s.c} A'_s (h_0 - a').$$

Добуток площі на віддаль від її центра ваги до моментної точки являє собою статичний момент площі. Тому позначивши

$$A_{b.c} Z_b = S'_{bo}; \quad A'_s (h_0 - a') = S'_{so}.$$

одержимо

$$M \leq R_b S'_{bo} + R_{s.c} S'_{so}$$

Для перерізу з одиничною арматурою $A'_s = 0$; тому

$$M \leq R_b \cdot S'_{bo}$$

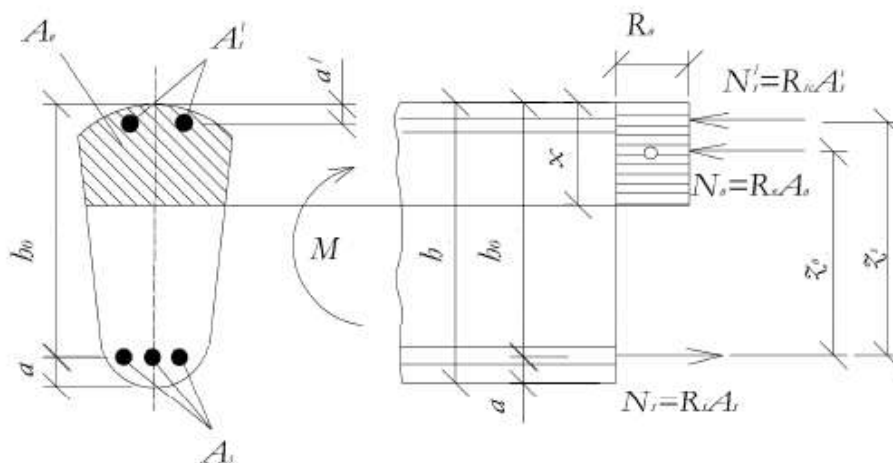


Рис.5.7. До розрахункового згинаного елемента різної симетричної форми

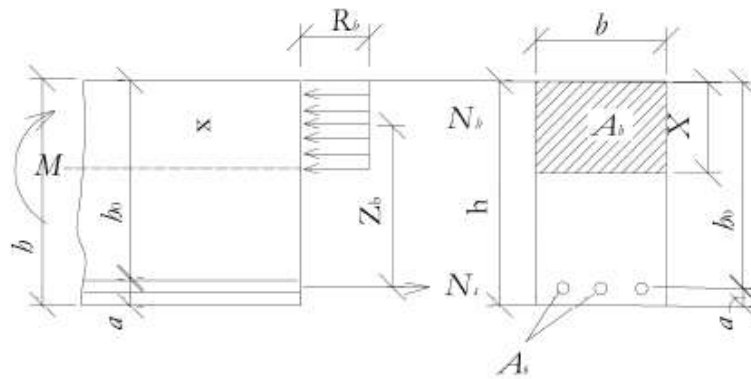


Рис.5.8. Для розрахунку перерізу згинального елемента прямокутного форми з подвійною арматурою

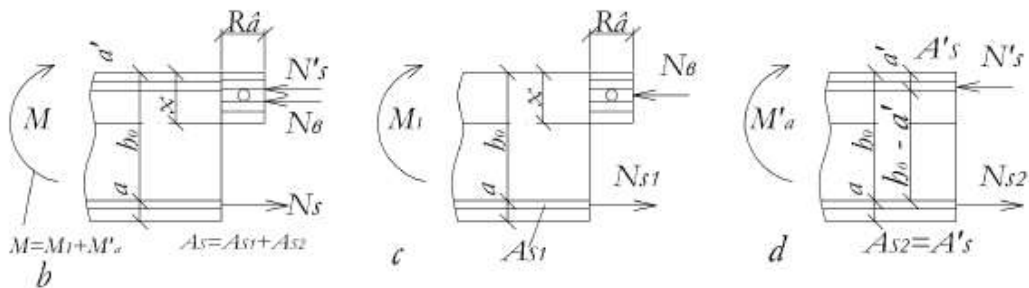
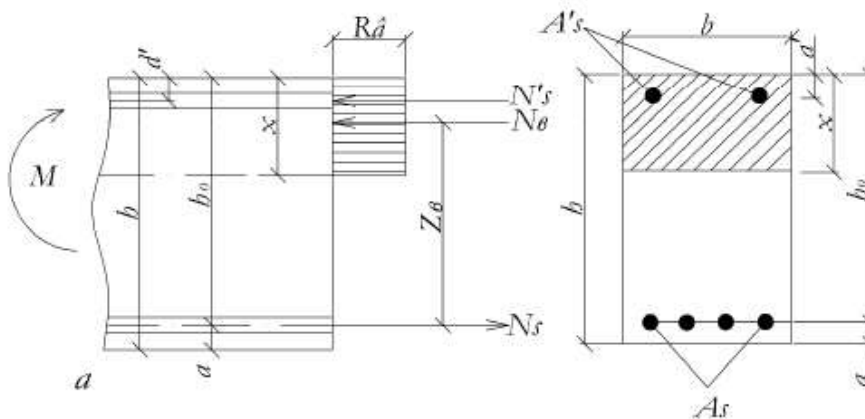


Рис.5.9. Для розрахунку перерізу згинального елемента прямокутного форми з подвійною арматурою

За формулами (5.7), (5.9) або (5.10) розраховують поперечні перерізи згинальних елементів будь-якої симетричної форми з подвійним або одинарним армуванням. Якщо умови (5.7), (5.9) або (5.10) дотримуються, міцність перерізу достатня.

Запишемо тепер суму проєкцій всіх внутрішніх сил на повздовжню вісь елемента (див. рис. 5.7), тобто $\sum x = 0$:

$$R_s A_s - R_{s,c} A'_s - R_b A_{b,c} = 0.$$

звідси

$$R_s A_s - R_{s,c} A'_s = R_b A_{b,c}.$$

У перерізах з одинарною арматурою $R_{s,c} A'_s = 0$, тому

$$R_s A_s = R_b A_{bc} \quad (5.13)$$

За формулою (5.12) визначають положення нейтральної осі і площу стисненої зони бетону.

Формули (5.8) і (5.12) справедливі, якщо переріз не переармовано і його руйнування починається за досягнення розрахункових напружень у розтягнутій арматурі.

Зі збільшенням кількості розтягнутої арматури, як зрозуміло із рівняння (3.13), площа стисненої зони бетону A_{bc} і, також, висота стиснутої зони x збільшуються.

Відношення висоти стисненої зони x до робочої h_0 називають відносною висотою стиснутої зони бетону, $x/h_0 = \xi$.

Очевидно, існує граничне значення ξ (і відповідне йому граничне армування), у разі перевищення якого руйнування елемента буде починатися вже не з розтягнутої арматури, а зі стисненої грані бетону.

Отже, розрахунок елементів за формулами (5.10) і (5.13), виконується, якщо

$$\xi = x/h_0 \leq \xi_y. \quad (5.14)$$

Досліди засвідчили, що ξ_y залежить від властивостей бетону і арматури. Із-за меншої пластичності бетону високих марок із збільшенням його міцності спостерігається раннє крихке руйнування стисненої зони бетону, що зумовлює зменшення ξ_y . Із збільшенням міцності арматури ξ_y також зменшується.

При $\xi = \xi_y$ граничний стан елемента настає одночасно з досягненням у розтягнутій арматурі напруження, що дорівнює опорі R_s , з урахуванням відповідних коефіцієнтів умов роботи арматури, за винятком, коефіцієнта γ_{sb} .

Значення ξ_y визначаємо за емпіричною формулою

$$\xi_y = \omega / [1 + (\delta_{s1} / \delta_{s2}) (1 - \omega / 1.1)], \quad (5.15)$$

де ω - характеристика стисненої зони бетону, яку визначаємо за формулою

$$\omega = \alpha - \beta R_b, \quad (5.16)$$

де α - коефіцієнт, для важкого бетону, приймаємо таким, що дорівнює 0,85; дрібнозернистого - групи А - 0,8; групи Б, В - 0,75; легкого коміркового і пористого - 0,8; для важкого і легкого бетону, підданих авто плавному обробленню, коефіцієнт α знижується на 0,05; β - коефіцієнт, прийнятий таким, що дорівнює 0,008 незалежно від виду бетону; R_b - МПа; δ_{s1} - напруження у арматурі, МПа; приймаємо такими, що дорівнюють арматури класів: А - I - А - III, В_p - I - R_s; А - IV - А - IV, В - II, В_p - II, К - 7, К - 19 $R_s + 400$, тут - розрахунковий опір арматури розтягу із врахуванням відповідних коефіцієнтів умов

роботи арматури γ_s за винятком коефіцієнта γ_{s6} ; граничне напруження у арматурі стиснутої зони, яке приймаємо при δ_{s2} таким, що дорівнює 400 МПа, а для елементів із важкого дрібнозернистого, легкого і пористого бетонів. Якщо враховується коефіцієнт умов роботи $\gamma_{b2} < 1$, таким, що дорівнює 500 МПа.

2. Прямокутний переріз з одиничною арматурою. Для прямокутних перерізів завширшки b (рис. 5.8) площа стисненої зони бетону

$$A_{bc} = b \cdot x.$$

Рівнодійна стискувальних зусиль у бетоні $N_b = R_b \cdot b \cdot x$; рівнодійна розтягувальних зусиль у арматурі буде $N_b = R_b \cdot A_b$.

Рівнодійна стискувальних зусиль у бетоні прикладена у центрі ваги прямокутної епюри напружень. Тому плече внутрішньої пари

$$Z_b = h_0 - 0,5x.$$

Умова міцності (5.7) і (5.10) набуде вигляду

$$M \leq R_b \cdot b \cdot x (h_0 - 0,5x).$$

або $M \leq R_b A_s (h_0 - 0,5x)$.

Рівність внутрішніх зусиль N_b і N_s із умови рівноваги (5.13) запишемо так:

$$R_s A_s = S_b - b \cdot x.$$

Звідси висота стисненої зони

$$x = (R_s A_s) / (R_b - b)$$

або

$$\xi = x / h_0 = (R_s A_s) / (R_b b h_0) = \mu (R_s / R_b),$$

де $\mu = A_s / b h_0$ – коефіцієнт армування (відношення площі розтягнутої арматури A_s до робочої площі перерізу $b h_0$).

Кількість арматури у перерізі можна виразити також через відсоток армування:

$$\mu \% = (A_s / b \cdot h_0) \cdot 100 \%$$

Із формули (5.22) зрозуміло, що із збільшенням коефіцієнта армування μ відносна висота стисненої зони бетону ξ також збільшується. Підставляючи граничне значення відносної висоти стисненої зони бетону ξ у формулу (5.22), одержимо найбільший коефіцієнт армування

$$\mu_{\max} = \xi_y (R_b / R'_s).$$

Разом з тим, норми обмежують і максимальний відсоток армування у згинальних елементах, який встановлений із умови рівномірності армованого перерізу з неармованим, таким що дорівнює 0,05% від $A_s / b \cdot h_0$. Якщо фактичний відсоток армування елемента нижче мінімуму, переріз потрібно розраховувати без врахування арматури, тобто як переріз неармованого бетонного елемента.

Оскільки вибір перерізів здійснюється, зазвичай, у прольоті і на епюрі (у разі нерозрізної або рамної конструкції), то побудова епюри матеріалів необхідна для забезпечення міцності проміжних перерізів.

Для побудови епюри матеріалів використовується формула (5.27) $M = R_s A_s Z_b$, де $Z_b = \eta h_0$ – плече внутрішньої пари, яке визначається із розрахунку.

Для практичної побудови епюри матеріалів наближено приймають $\eta = 0,85$. Тоді згинальний момент за відомої площі перерізу арматури A_s

$$M_{пер} = R_s A_s \eta h_0 = 0,85 R_s A_s h_0.$$

На ділянках, де A_s зберігає постійне значення, $M_{пер}$ буде постійним і графічно відображається горизонтальною лінією (рис.5.21).

На ділянках, де відповідні робочі стрижні відгинаються у стиснену зону, у формулі (5.94) значення A_s зменшуватиметься по мірі наближення до опори. Тому $M_{пер}$ також буде зменшуватись, і у результаті епюра матеріалів буде мати східчастий характер.

Під час побудови епюри матеріалів необхідно перевіряти розташування також початку і кінця відгинів.

Під час побудови епюри матеріалів необхідно перевіряти розташування також початку і кінця відгинів.

У разі обриву стрижнів на епюрі матеріалів утвориться сходинка, оскільки в цьому місці різко зміниться площа A_s за незмінного h_0 . Від точок теоретичного обриву стрижні повинні бути продовжені у зону анкерівки (рис. 5.22).

Питання для самоперевірки

1. Назвіть основні види згинальних залізобетонних елементів.
2. Опишіть характер руйнування залізобетонного нормально армованого згинального елемента.
3. Назвіть два випадки розрахунку згинальних елементів за нормальними перерізами.
4. Накресліть розрахункову схему згинального елемента, що має переріз будь-якої симетричної форми, у граничному стані.
5. Яка розрахункова схема згинального елемента, прямокутного перерізу з одинарною арматурою, у граничному стані.
6. Які задачі розрахунку згинальних елементів прямокутного перерізу можна розв'язувати за допомогою таблиць?
7. Накресліть розрахункову схему згинального елемента прямокутного перерізу з двійною арматурою у граничному стані.
8. Назвіть особливості розрахунку таврових, двотаврових перерізів.
9. Поясніть характер руйнування згинального елемента за похилим перерізом від дії згинального моменту і поперечної сили.
10. Коли потрібна перевірка розрахунку міцності за похилим перерізом?
11. Поясніть призначення поперечної арматури, назвіть її основні види.
12. Як будується епюра матеріалів?