

# **ВАРИАНТИ ЗАДАЧ ДЛЯ КОНТРОЛЮ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ З КЛАСИЧНОЇ МЕХАНІКИ**

## **Варіант 1**

1. Поїзд рухається рівносповільнено по дузі кола радіуса  $R$  і проходить шлях  $s$ , маючи початкову швидкість  $v_0$  і кінцеву  $v$ . Визначити повне прискорення поїзда на початку і наприкінці дуги, а також час, протягом якого він рухається по цій дузі.
2. Записати кінетичну енергію однорідного диска маси  $m$  і радіуса  $R$ , який обертається навколо нерухомої осі, що проходить через його центр перпендикулярно до площини диска.
3. Маленьке тіло рухається всередині довгої вертикальної гладкої циліндричної труби радіуса  $R$ . Записати рівняння в'язей; визначити, чи є в'язі голономними, утримуючими, стаціонарними, ідеальними.
4. Матеріальна точка маси  $m$  у полі сили тяжіння знаходиться на абсолютно гладкій сфері радіуса  $R$ . Завдання: а) обрати і вказати узагальнені координати; б) записати функцію Лагранжа; зазначити, які з координат є циклічними; в) виразити узагальнені імпульси; зазначити, які з них зберігаються; г) записати рівняння Лагранжа другого роду; д) розв'язати отримані рівняння (використовуючи закони збереження, якщо вони виконуються); е) знайти реакції зв'язків; ж) записати функцію Гамільтона; з) записати канонічні рівняння.

## **Варіант 2**

1. Велосипедний трек на кривих ділянках шляху має віражі, профіль яких у поперечному перерізі являє собою пряму, нахилену до горизонту, так що на кривих ділянках зовнішній край треку вище внутрішнього. З якою найменшою і з якою найбільшою швидкістю можна їхати по віражу, що має радіус  $R$  і кут нахилу до горизонту  $\alpha$ , якщо коефіцієнт тертя гумових шин об ґрунт треку дорівнює  $f$ ?
2. Записати кінетичну енергію матеріальної точки маси  $m$  у циліндричній системі координат.
3. Маленьке кільце надіте на шорсткий стержень, який обертається навколо осі, що проходить через один з його кінців перпендикулярно до стержня; обертання відбувається у горизонтальній площині з частотою  $v$ . Записати рівняння в'язей; визначити, чи є в'язі голономними, утримуючими, стаціонарними, ідеальними.
4. Матеріальна точка маси  $m$  у полі сили тяжіння знаходиться на абсолютно гладкому циліндрі радіуса  $R$ ; вісь циліндра горизонтальна. Завдання: а) обрати і вказати узагальнені координати; б) записати функцію Лагранжа; зазначити, які з координат є циклічними; в) виразити узагальнені імпульси; зазначити, які з них зберігаються; г) записати рівняння Лагранжа другого роду; д) розв'язати отримані рівняння (використовуючи закони збереження, якщо вони виконуються); е) знайти реакції зв'язків; ж) записати функцію Гамільтона; з) записати канонічні рівняння.

### **Варіант 3**

1. На яку висоту  $H$  і за який час  $T$  підніметься тіло ваги  $P$ , кинуте вертикально вгору зі швидкістю  $v_0$ , якщо опір повітря може бути виражено формулою  $k^2 P v^2$ , де  $v$  — швидкість тіла?
2. Записати кінетичну енергію однорідного диска маси  $m$  і радіуса  $R$ , який обертається навколо нерухомої осі, що проходить через його центр у площині диска.
3. Тіло зісковзує по шорсткій площині, яка становить кут  $\alpha$  з горизонтом. Записати рівняння в'язей; визначити, чи є в'язі голономними, утримуючими, стаціонарними, ідеальними.
4. Матеріальна точка маси  $m$  у полі сили тяжіння знаходиться на абсолютно гладкому конусі з кутом між віссю та твірною  $\alpha$ ; вісь конуса вертикальна. Завдання: а) обрати і вказати узагальнені координати; б) записати функцію Лагранжа; зазначити, які з координат є циклічними; в) виразити узагальнені імпульси; зазначити, які з них зберігаються; г) записати рівняння Лагранжа другого роду; д) розв'язати отримані рівняння (використовуючи закони збереження, якщо вони виконуються); е) знайти реакції зв'язків; ж) записати функцію Гамільтона; з) записати канонічні рівняння.

### **Варіант 4**

1. Визначити швидкість  $v_0$ , яку потрібно надати по вертикалі вгору тілу, що знаходиться на поверхні Землі, для того, щоб воно піднялося на висоту, яка дорівнює земному радіусу  $R$ ; при цьому потрібно взяти до уваги тільки силу тяжіння Землі. Прискорення сили тяжіння на поверхні Землі  $g$ .
2. Записати кінетичну енергію матеріальної точки маси  $m$  у сферичної системі координат.
3. Куля радіуса  $R$  котиться по абсолютно шорсткій плоскій горизонтальній поверхні. Записати рівняння в'язей; визначити, чи є в'язі голономними, утримуючими, стаціонарними, ідеальними.
4. Матеріальна точка маси  $m$  у полі сили тяжіння знаходиться на абсолютно гладкій параболі з параметром  $p$ . Завдання: а) обрати і вказати узагальнені координати; б) записати функцію Лагранжа; зазначити, які з координат є циклічними; в) виразити узагальнені імпульси; зазначити, які з них зберігаються; г) записати рівняння Лагранжа другого роду; д) розв'язати отримані рівняння (використовуючи закони збереження, якщо вони виконуються); е) знайти реакції зв'язків; ж) записати функцію Гамільтона; з) записати канонічні рівняння.

### **Варіант 5**

1. Знайти період вільних вертикальних коливань корабля на спокійній воді, якщо маса корабля  $M$ , площа його горизонтальної проекції  $S$ , густина води  $\rho$ . Силами, обумовленими в'язкістю води, знехтувати.
2. Записати кінетичну енергію однорідного диска маси  $m$  і радіуса  $R$ , який

котиться по абсолютно шорсткій горизонтальній площині.

3. Маленьке тіло знаходитьсь всередині сфери радіуса  $R$ , яка рухається з прискоренням  $a$  зі стану спокою. Записати рівняння в'язей; визначити, чи є в'язі голономними, утримуючими, стаціонарними, ідеальними.

4. Два тіла маси  $m_1$  та  $m_2$  прив'язані до невагомої нерозтяжної мотузки, яка перекинута через блок. Тertia у блоці відсутнє. Завдання: а) обрати і вказати узагальнені координати; б) записати функцію Лагранжа; зазначити, які з координат є циклічними; в) виразити узагальнені імпульси; зазначити, які з них зберігаються; г) записати рівняння Лагранжа другого роду; д) розв'язати отримані рівняння (використовуючи закони збереження, якщо вони виконуються); е) знайти реакції зв'язків; ж) записати функцію Гамільтона; з) записати канонічні рівняння.

### **Варіант 6**

1. На якій висоті потрібно запустити круговий супутник Землі, що обертається в площині екватора, для того, щоб вінувесь час знаходився над одним і тим самим пунктом Землі?

2. Записати кінетичну енергію однорідного стержня маси  $m$  і довжиною  $l$ , який обертається навколо осі, що проходить через один з його кінців перпендикулярно до стержня.

3. Тіло зісковзує по шорсткій площині, яка становить кут  $\alpha$  з горизонтом. Плошина піднімається вгору зі швидкістю  $v$ . Записати рівняння в'язей; визначити, чи є в'язі голономними, утримуючими, стаціонарними, ідеальними.

4. Один кінець пружини з коефіцієнтом пружності  $k$  закріплений, а до іншого приєднане тіло маси  $m$ , яке може рухатися вздовж прямого гладкого стержня. Довжина пружини у ненапруженому стані  $l_0$ , відстань між стержнем і точкою закріплення пружини  $h$ . Поле тяжіння відсутнє. Завдання: а) обрати і вказати узагальнені координати; б) записати функцію Лагранжа; зазначити, які з координат є циклічними; в) виразити узагальнені імпульси; зазначити, які з них зберігаються; г) записати рівняння Лагранжа другого роду; д) розв'язати отримані рівняння (використовуючи закони збереження, якщо вони виконуються); е) знайти реакції зв'язків; ж) записати функцію Гамільтона; з) записати канонічні рівняння.

### **Варіант 7**

1. З двох портів  $A$  і  $B$ , відстань між якими  $l$ , одночасно виходять два катери, один з яких пливе зі швидкістю  $v_1$ , а інший — зі швидкістю  $v_2$ . Напрямок руху першого катера становить кут  $\alpha$ , а другого — кут  $\beta$  з лінією  $AB$ . Якою буде найменша відстань між катерами?

2. Записати кінетичну енергію однорідної квадратної пластини маси  $m$  і ребром  $a$ , яка обертається навколо нерухомої осі, що проходить через її центр паралельно до одного з ребер пластини.

3. Маленьке тіло зісковзує з гладкої гірки, що має форму параболоїда (вісь якого вертикальна). Записати рівняння в'язей; визначити, чи є в'язі голономними, утримуючими, стаціонарними, ідеальними.

4. Прямий кут розташовано у полі сили тяжіння так, що його вісь симетрії вертикальна, а сторони спрямовані вгору. По одній стороні рухається частинка маси  $m_1$ , по іншій —  $m_2$ . Частинки з'єднані твердим стержнем довжини  $l$ . Завдання: а) обрати і вказати узагальнені координати; б) записати функцію Лагранжа; зазначити, які з координат є циклічними; в) виразити узагальнені імпульси; зазначити, які з них зберігаються; г) записати рівняння Лагранжа другого роду; д) розв'язати отримані рівняння (використовуючи закони збереження, якщо вони виконуються); е) знайти реакції зв'язків; ж) записати функцію Гамільтона; з) записати канонічні рівняння.

### **Варіант 8**

1. Двигун гальмівної системи розвиває силу тяги, пропорційну часу:  $F = -kt$  ( $k = \text{const}$ ). Нехтуючи тертям, визначити, через який проміжок часу від моменту ввімкнення гальмівного двигуна тіло маси  $m$ , на якому встановлено такий двигун, зупиниться. В момент ввімкнення двигуна швидкість тіла становить  $v_0$ . Маса двигуна набагато менша за масу тіла.
2. Записати кінетичну енергію однорідного стержня маси  $m$  і довжиною  $l$ , який обертається навколо осі, що проходить через його середину перпендикулярно до стержня.
3. Маленьке тіло знаходиться на жорсткому підвісі довжини  $l$ . Записати рівняння в'язей; визначити, чи є в'язі голономними, утримуючими, стаціонарними, ідеальними.
4. Тіло маси  $m_1$  може рухатися вздовж горизонтальної прямої. До нього на підвісі довжини  $l$  прикріплена маса  $m_2$ . Завдання: а) обрати і вказати узагальнені координати; б) записати функцію Лагранжа; зазначити, які з координат є циклічними; в) виразити узагальнені імпульси; зазначити, які з них зберігаються; г) записати рівняння Лагранжа другого роду; д) розв'язати отримані рівняння (використовуючи закони збереження, якщо вони виконуються); е) знайти реакції зв'язків; ж) записати функцію Гамільтона; з) записати канонічні рівняння.

### **Варіант 9**

1. На гладкому кліні маси  $M$  розташована матеріальна точка маси  $m$ . Клін може рухатися по гладкій горизонтальній поверхні. Кут при основі клина  $\alpha$ . Визначити прискорення матеріальної точки і кліна.
2. Записати кінетичну енергію однорідної квадратної пластини маси  $m$  і ребром  $a$ , яка обертається навколо нерухомої осі, що проходить через її центр перпендикулярно до площини пластини.
3. Маленьке тіло підвішено на мотузці довжини  $l$ . Записати рівняння в'язей; визначити, чи є в'язі голономними, утримуючими, стаціонарними, ідеальними.
4. На підвісі довжини  $l_1$  закріплена маса  $m_1$ ; до нього підвісом довжини  $l_2$  прикріплена маса  $m_2$ . Завдання: а) обрати і вказати узагальнені координати; б) записати функцію Лагранжа; зазначити, які з координат є циклічними; в) виразити узагальнені імпульси; зазначити, які з них зберігаються; г) записати рівняння Лагранжа другого роду; д) розв'язати

отримані рівняння (використовуючи закони збереження, якщо вони виконуються); е) знайти реакції зв'язків; ж) записати функцію Гамільтона; з) записати канонічні рівняння.

### **Варіант 10**

1. Вантаж ваги  $P$  утримується у рівновазі двома мотузками, що перекинуті через блоки і натягаються вантажами. Один з цих вантажів має вагу  $P_1$ ; кут, утворений відповідною мотузкою з вертикальлю, дорівнює  $\alpha_1$ . Зневажаючи тертям у блоках, визначити вагу  $P_2$  другого вантажу і кут  $\alpha_2$ , утворений другою мотузкою з вертикальною лінією. Вагою мотузок знехтувати.
2. Записати кінетичну енергію матеріальної точки маси  $m$  у декартовій прямокутній системі координат.
3. Маленьке тіло лежить на гладкій горизонтальній плоскій поверхні, яка здійснює гармонічні коливання з амплітудою  $A$  і круговою частотою  $\omega$ . Записати рівняння в'язей; визначити, чи є в'язі голономними, утримуючими, стаціонарними, ідеальними.
4. Матеріальна точка маси  $m$  у полі сили тяжіння знаходиться на абсолютно гладкому кільці радіуса  $R$ , що обертається з кутовою швидкістю  $\omega$  навколо вертикальної осі, що проходить через центр кільця і лежить у його площині. Завдання: а) обрати і вказати узагальнені координати; б) записати функцію Лагранжа; визначити, які з координат є циклічними; в) виразити узагальнені імпульси; визначити, які з них зберігаються; г) записати рівняння Лагранжа другого роду; д) розв'язати отримані рівняння (використовуючи закони збереження, якщо вони виконуються); е) знайти реакції зв'язків; ж) записати функцію Гамільтона; з) записати канонічні рівняння.

### **Варіант 11**

1. Поїзд рухається рівносповільнено по дузі кола радіуса  $R$  і проходить шлях  $s$ , маючи початкову швидкість  $v_0$  і кінцеву  $v$ . Визначити повне прискорення поїзда на початку і наприкінці дуги, а також час, протягом якого він рухається по цій дузі.
2. Записати кінетичну енергію однорідного диска маси  $m$  і радіуса  $R$ , який обертається навколо нерухомої осі, що проходить через його центр перпендикулярно до площини диска.
3. Маленьке кільце надіте на шорсткий стержень, який обертається навколо осі, що проходить через один з його кінців перпендикулярно до стержня; обертання відбувається у горизонтальній площині з частотою  $v$ . Записати рівняння в'язей; визначити, чи є в'язі голономними, утримуючими, стаціонарними, ідеальними.
4. Матеріальна точка маси  $m$  у полі сили тяжіння знаходиться на абсолютно гладкому циліндрі радіуса  $R$ ; вісь циліндра горизонтальна. Завдання: а) обрати і вказати узагальнені координати; б) записати функцію Лагранжа; визначити, які з координат є циклічними; в) виразити узагальнені імпульси; визначити, які з них зберігаються; г) записати рівняння Лагранжа другого роду; д) розв'язати отримані рівняння (використовуючи закони збереження, якщо вони

виконуються); е) знайти реакції зв'язків; ж) записати функцію Гамільтона; з) записати канонічні рівняння.

### **Варіант 12**

1. Велосипедний трек на кривих ділянках шляху має віражі, профіль яких у поперечному перерізі являє собою пряму, нахилену до горизонту, так що на кривих ділянках зовнішній край треку вище внутрішнього. З якою найменшою і з якою найбільшою швидкістю можна їхати по віражу, що має радіус  $R$  і кут нахилу до горизонту  $\alpha$ , якщо коефіцієнт тертя гумових шин об ґрунт треку дорівнює  $f$ ?
2. Записати кінетичну енергію матеріальної точки маси  $m$  у циліндричній системі координат.
3. Маленьке тіло рухається всередині довгої вертикальної гладкої циліндричної труби радіуса  $R$ . Записати рівняння в'язей; визначити, чи є в'язі голономними, утримуючими, стаціонарними, ідеальними.
4. Матеріальна точка маси  $m$  у полі сили тяжіння знаходиться на абсолютно гладкій сфері радіуса  $R$ . Завдання: а) обрати і вказати узагальнені координати; б) записати функцію Лагранжа; зазначити, які з координат є циклічними; в) виразити узагальнені імпульси; зазначити, які з них зберігаються; г) записати рівняння Лагранжа другого роду; д) розв'язати отримані рівняння (використовуючи закони збереження, якщо вони виконуються); е) знайти реакції зв'язків; ж) записати функцію Гамільтона; з) записати канонічні рівняння.

### **Варіант 13**

1. На яку висоту  $H$  і за який час  $T$  підніметься тіло ваги  $P$ , кинуте вертикально вгору зі швидкістю  $v_0$ , якщо опір повітря може бути виражено формулою  $k^2 P v^2$ , де  $v$  — швидкість тіла?
2. Записати кінетичну енергію однорідного диска маси  $m$  і радіуса  $R$ , який обертається навколо нерухомої осі, що проходить через його центр у площині диска.
3. Куля радіуса  $R$  котиться по абсолютно шорсткій плоскій горизонтальній поверхні. Записати рівняння в'язей; визначити, чи є в'язі голономними, утримуючими, стаціонарними, ідеальними.
4. Матеріальна точка маси  $m$  у полі сили тяжіння знаходиться на абсолютно гладкій параболі з параметром  $p$ . Завдання: а) обрати і вказати узагальнені координати; б) записати функцію Лагранжа; зазначити, які з координат є циклічними; в) виразити узагальнені імпульси; зазначити, які з них зберігаються; г) записати рівняння Лагранжа другого роду; д) розв'язати отримані рівняння (використовуючи закони збереження, якщо вони виконуються); е) знайти реакції зв'язків; ж) записати функцію Гамільтона; з) записати канонічні рівняння.

### Варіант 14

1. Визначити швидкість  $v_0$ , яку потрібно надати по вертикалі вгору тілу, що знаходиться на поверхні Землі, для того, щоб воно піднялося на висоту, яка дорівнює земному радіусу  $R$ ; при цьому потрібно взяти до уваги тільки силу тяжіння Землі. Прискорення сили тяжіння на поверхні Землі  $g$ .
2. Записати кінетичну енергію матеріальної точки маси  $m$  у сферичної системі координат.
3. Тіло зісковзує по шорсткій площині, яка становить кут  $\alpha$  з горизонтом. Записати рівняння в'язей; визначити, чи є в'язі голономними, утримуючими, стаціонарними, ідеальними.
4. Матеріальна точка маси  $m$  у полі сили тяжіння знаходиться на абсолютно гладкому конусі з кутом між віссю та твірною  $\alpha$ ; вісь конуса вертикальна. Завдання: а) обрати і вказати узагальнені координати; б) записати функцію Лагранжа; визначити, які з координат є циклічними; в) виразити узагальнені імпульси; визначити, які з них зберігаються; г) записати рівняння Лагранжа другого роду; д) розв'язати отримані рівняння (використовуючи закони збереження, якщо вони виконуються); е) знайти реакції зв'язків; ж) записати функцію Гамільтона; з) записати канонічні рівняння.

### Варіант 15

1. Знайти період вільних вертикальних коливань корабля на спокійній воді, якщо маса корабля  $M$ , площа його горизонтальної проекції  $S$ , густина води  $\rho$ . Силами, обумовленими в'язкістю води, знехтувати.
2. Записати кінетичну енергію однорідного диска маси  $m$  і радіуса  $R$ , який котиться по абсолютно шорсткій горизонтальній площині.
3. Маленьке тіло зісковзує з гладкої гірки, що має форму параболоїда (вісь якого вертикальна). Записати рівняння в'язей; визначити, чи є в'язі голономними, утримуючими, стаціонарними, ідеальними.
4. Пряний кут розташовано у полі сили тяжіння так, що його вісь симетрії вертикальна, а сторони спрямовані вгору. По одній стороні рухається частинка маси  $m_1$ , по іншій —  $m_2$ . Частинки з'єднані твердим стержнем довжини  $l$ . Завдання: а) обрати і вказати узагальнені координати; б) записати функцію Лагранжа; визначити, які з координат є циклічними; в) виразити узагальнені імпульси; визначити, які з них зберігаються; г) записати рівняння Лагранжа другого роду; д) розв'язати отримані рівняння (використовуючи закони збереження, якщо вони виконуються); е) знайти реакції зв'язків; ж) записати функцію Гамільтона; з) записати канонічні рівняння.

### Варіант 16

1. На якій висоті потрібно запустити круговий супутник Землі, що обертається в площині екватора, для того, щоб він увесь час знаходився над одним і тим самим пунктом Землі?
2. Записати кінетичну енергію однорідного стержня маси  $m$  і довжиною  $l$ , який обертається навколо осі, що проходить через один з його кінців перпендикулярно до стержня.

3. Маленьке тіло знаходитьсья всередині сфери радіуса  $R$ , яка рухається з прискоренням  $a$  зі стану спокою. Записати рівняння в'язей; визначити, чи є в'язі голономними, утримуючими, стаціонарними, ідеальними.
4. Два тіла маси  $m_1$  та  $m_2$  прив'язані до невагомої нерозтяжної мотузки, яка перекинута через блок. Тertia у блоці відсутнє. Завдання: а) обрати і вказати узагальнені координати; б) записати функцію Лагранжа; зазначити, які з координат є циклічними; в) виразити узагальнені імпульси; зазначити, які з них зберігаються; г) записати рівняння Лагранжа другого роду; д) розв'язати отримані рівняння (використовуючи закони збереження, якщо вони виконуються); е) знайти реакції зв'язків; ж) записати функцію Гамільтона; з) записати канонічні рівняння.

### Варіант 17

1. З двох портів  $A$  і  $B$ , відстань між якими  $l$ , одночасно виходять два катери, один з яких пливе зі швидкістю  $v_1$ , а інший — зі швидкістю  $v_2$ . Напрямок руху першого катера становить кут  $\alpha$ , а другого — кут  $\beta$  з лінією  $AB$ . Якою буде найменша відстань між катерами?
2. Записати кінетичну енергію однорідної квадратної пластини маси  $m$  і ребром  $a$ , яка обертається навколо нерухомої осі, що проходить через її центр паралельно до одного з ребер пластини.
3. Маленьке тіло знаходитьсья на жорсткому підвісі довжини  $l$ . Записати рівняння в'язей; визначити, чи є в'язі голономними, утримуючими, стаціонарними, ідеальними.
4. Тіло маси  $m_1$  може рухатися вздовж горизонтальної прямої. До нього на підвісі довжини  $l$  прикріплене тіло маси  $m_2$ . Завдання: а) обрати і вказати узагальнені координати; б) записати функцію Лагранжа; зазначити, які з координат є циклічними; в) виразити узагальнені імпульси; зазначити, які з них зберігаються; г) записати рівняння Лагранжа другого роду; д) розв'язати отримані рівняння (використовуючи закони збереження, якщо вони виконуються); е) знайти реакції зв'язків; ж) записати функцію Гамільтона; з) записати канонічні рівняння.

### Варіант 18

1. Двигун гальмівної системи розвиває силу тяги, пропорційну часу:  $F = -kt$  ( $k = \text{const}$ ). Нехтуючи тертям, визначити, через який проміжок часу від моменту ввімкнення гальмівного двигуна тіло маси  $m$ , на якому встановлено такий двигун, зупиниться. В момент ввімкнення двигуна швидкість тіла становить  $v_0$ . Маса двигуна набагато менша за масу тіла.
2. Записати кінетичну енергію однорідного стержня маси  $m$  і довжиною  $l$ , який обертається навколо осі, що проходить через його середину перпендикулярно до стержня.
3. Маленьке тіло зісковзує з гладкої гірки, що має форму параболоїда (вісь якого вертикальна). Записати рівняння в'язей; визначити, чи є в'язі голономними, утримуючими, стаціонарними, ідеальними.
4. Пряний кут розташовано у полі сили тяжіння так, що його вісь симетрії

вертикальна, а сторони спрямовані вгору. По одній стороні рухається частинка маси  $m_1$ , по іншій —  $m_2$ . Частинки з'єднані твердим стержнем довжини  $l$ . Завдання: а) обрати і вказати узагальнені координати; б) записати функцію Лагранжа; зазначити, які з координат є циклічними; в) виразити узагальнені імпульси; зазначити, які з них зберігаються; г) записати рівняння Лагранжа другого роду; д) розв'язати отримані рівняння (використовуючи закони збереження, якщо вони виконуються); е) знайти реакції зв'язків; ж) записати функцію Гамільтона; з) записати канонічні рівняння.

### **Варіант 19**

1. На гладкому клині маси  $M$  розташована матеріальна точка маси  $m$ . Клин може рухатися по гладкій горизонтальній поверхні. Кут при основі клина  $\alpha$ . Визначити прискорення матеріальної точки і клина.
2. Записати кінетичну енергію однорідної квадратної пластини маси  $m$  і ребром  $a$ , яка обертається навколо нерухомої осі, що проходить через її центр перпендикулярно до площини пластини.
3. Маленьке тіло лежить на гладкій горизонтальній плоскій поверхні, яка здійснює гармонічні коливання з амплітудою  $A$  і круговою частотою  $\omega$ . Записати рівняння в'язей; визначити, чи є в'язі голономними, утримуючими, стаціонарними, ідеальними.
4. Матеріальна точка маси  $m$  у полі сили тяжіння знаходиться на абсолютно гладкому кільці радіуса  $R$ , що обертається з кутовою швидкістю  $\omega$  навколо вертикальної осі, що проходить через центр кільця і лежить у його площині. Завдання: а) обрати і вказати узагальнені координати; б) записати функцію Лагранжа; зазначити, які з координат є циклічними; в) виразити узагальнені імпульси; зазначити, які з них зберігаються; г) записати рівняння Лагранжа другого роду; д) розв'язати отримані рівняння (використовуючи закони збереження, якщо вони виконуються); е) знайти реакції зв'язків; ж) записати функцію Гамільтона; з) записати канонічні рівняння.

### **Варіант 20**

1. Вантаж ваги  $P$  утримується у рівновазі двома мотузками, що перекинуті через блоки і натягаються вантажами. Один з цих вантажів має вагу  $P_1$ ; кут, утворений відповідною мотузкою з вертикальлю, дорівнює  $\alpha_1$ . Зневажаючи тертям у блоках, визначити вагу  $P_2$  другого вантажу і кут  $\alpha_2$ , утворений другою мотузкою з вертикальною лінією. Вагою мотузок знехтувати.
2. Записати кінетичну енергію матеріальної точки маси  $m$  у декартовій прямокутній системі координат.
3. Маленьке тіло підвішене на мотузці довжини  $l$ . Записати рівняння в'язей; визначити, чи є в'язі голономними, утримуючими, стаціонарними, ідеальними.
4. На підвісі довжини  $l_1$  закріплене тіло маси  $m_1$ ; до нього підвісом довжини  $l_2$  прикріплене тіло маси  $m_2$ . Завдання: а) обрати і вказати узагальнені координати; б) записати функцію Лагранжа; зазначити, які з координат є циклічними; в) виразити узагальнені імпульси; зазначити, які з них

зберігаються; г) записати рівняння Лагранжа другого роду; д) розв'язати отримані рівняння (використовуючи закони збереження, якщо вони виконуються); е) знайти реакції зв'язків; ж) записати функцію Гамільтона; з) записати канонічні рівняння.