

Рівновага та стійкість динамічних систем. Формальне визначення стійкості динамічних систем

Усяка динамічна система в будь-який момент часу характеризується своїм станом і напрямком руху.

Зі станом системи пов'язане поняття рівноваги. Під *рівновагою* розуміється стан, що зберігається як завгодно довго при відсутності зовнішніх впливів. Таким чином, *рівноважний стан системи* – це такий її стан, з якого система не вийде під дією тільки внутрішніх причин.

Під впливом зовнішніх впливів рівновага може бути порушена, і система перейде в інший стан. У цьому випадку в дію вступає друга характеристика динамічної системи – *поведінка* (стійка й нестійка).

Під *стійкістю* розуміється здатність системи повернутися в рівноважний стан. *Нестійка* система продовжує подальше видалення від вихідного стану.

Поведінка системи також може бути піддано деяким змінам у часі. Цієї можливості відповідає поняття стаціонарності. *Стаціонарність* є властивістю поведінки, процесів, що відбуваються в системі, і означає, що характер функціонування системи не змінюється згодом. (Наприклад, функціонування виробничо-економічної системи можна вважати стаціонарним, якщо технологія виробництва не міняється протягом розглянутого періоду часу).

Класифікація станів рівноваги динамічних систем:

- 1) Прості стани рівноваги;
- 2) Вузли (невирожденні, вирожденні, дикритичні);
- 3) Сідло;
- 4) Фокус.

Формальне подання стійкості динамічних систем. Динамічні властивості економічних систем можуть бути описані диференціальними рівняннями. У загальному випадку це рівняння виду:

$$y' = f(y, t) \quad (4.1)$$

У загальному виді рішення цього рівняння буде представлено функцією:

$$y' = f(t, y_0, t_0) \quad (4.2)$$

Рішення диференціального рівняння містить у собі час t і початкові умови (y_0, t_0) .

Якщо $f(y_0; t) = 0$ при різних t , це значить, що система визначена, тобто рішення знайдені й система стабільна (стійка).

Для складних систем, зокрема економічних, стійкість означає, що при виникненні збурювання, що злегка виводить систему зі стану рівноваги, система буде прагнути до відновлення колишнього стану, тобто всі її наступні стани будуть перебувати поблизу стану рівноваги (рис.4.1).

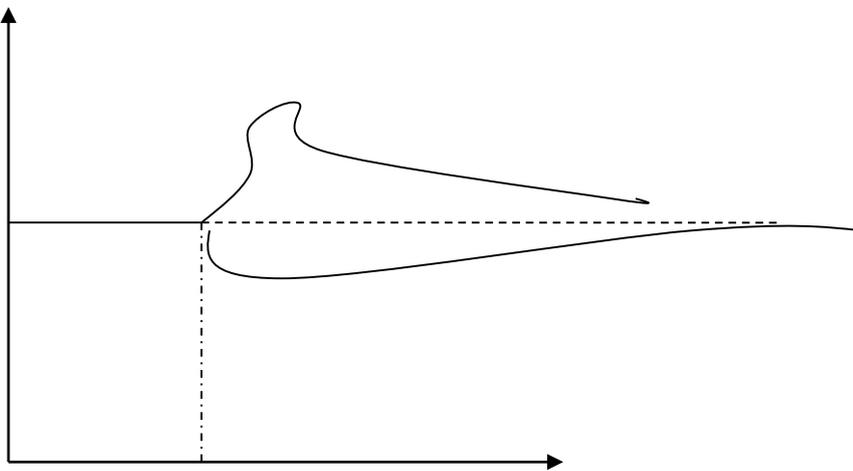


Рис. 4.1. Стійкість для динамічних систем

Принцип стійкості: $y'(t) = y_B(t) + y_{\Pi}(t)$

$y(t)$ – змушене рішення;

$y_{\Pi}(t)$ - перехідна складова.

Система є стійкою, якщо при $t \rightarrow \infty$ перехідна складова прагне до нуля $y_{\Pi}(t) \rightarrow 0$.