Стохастичні моделі економічної динаміки.
Модель оцінки валютних потоків в умовах кризи.
Модель валютної паніки.

Ринкова економіка характеризується «швидкими» процесами - це фінансові кризи, біржові й валютні паніки, гіперінфляція, створення й розвиток фінансових пірамід, поширення реклами.

«Валютна паніка» - різкий, лавиноподібний ріст курсу валюти стосовно національної грошової одиниці.

Її причини характеризуються дисбалансом макроекономічних факторів: дисбаланс виробництва й споживання, неконтрольована емісія, дефіцит зовнішньоторговельного балансу (т.б. приводом для валютної паніки є стрибки деяких показників).

Постановка завдання. Початкові умови й умовні позначки.

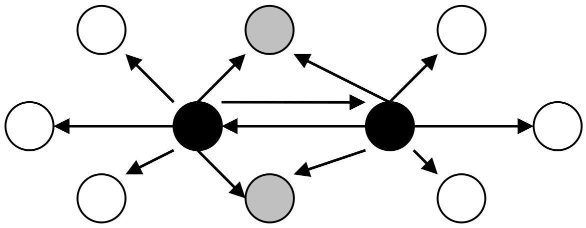
K(t,5) - певна частка наявного запасу валюти (банки або продавці товару).

K(t,i) - швидкість переходу цієї частки в i-му часі.

0<=K(t,5)<=1 (У момент валютної паніки частка підскакує до 1)

Будемо вважати, що кількість (N) тримачів грошей велика, сума вільних грошей у кожного тримача однакова. Кількість бажаючих поміняти ці гроші на валюту в початковий момент часу t_0 дорівнює n_0. Цих бажаючих можна назвати «зараженими» вірусом паніки, якщо своє бажання обміняти гроші на валюту вони повідомляють (тобто заражають їх) за деяку одиницю часу ще r тримачам, серед яких є як уже «заражені», так і «незаражені». Приріст «заражених» можливий тільки за рахунок останніх. Отже, кількість зв'язків-«зараз» у момент часу t дорівнює r*n(t), де n(t) - число заражених на момент часу t. Спрацює з них тільки частина. Як правило, величину цієї частини приймають рівній частці «незаражених», тобто N-n(t)/N

Однак аналіз прикладів з конкретними значеннями N і r показує, що вираження r*n(t)* N-n(t)/N дає завищене значення приросту заражених за одиницю часу. Причиною завищення є багаторазовий облік того самого «зараженого» (його «заражають» трохи індивідуумів відразу). Дана ситуація ілюструється



Позбутися від багаторазового обліку дозволить наступна модель.

Будемо вважати, що перший «заражений» впливає на $p_1 = r * \frac{N - n(t)}{N}$ незаражених , для другого частка «незаражених» зменшилася й становить $\frac{N - n(t) - p_1}{N}$, отже, він «заразить» $p_2 = r * \frac{N - n(t) - p_1}{N} = p_1 * (1 - \frac{r}{N})$ і т.д.

$$p_{i+1} = r * \frac{N - n(t) - \sum_{k=1}^{i} p_k}{N} = p_{i1} * (1 - \frac{r}{N}) \tag{6.1}$$

Величина $\sum_{i=1}^{n(t)} p_i$ становить приріст «заражених» за одиницю часу і являє собою суму геометричної прогресії. Ця сума дорівнює $(N - n(t)) * (1 - (1 - \frac{r}{N})^{n(t)})$

(6.2)

Оскільки N велико, будемо вважати $(1 - \frac{r}{N})^{n(t)} = e^{-r*\frac{n(t)}{N}}$.

Отже, приріст «заражених» за період Δt складе $(N - n(t)) * (1 - e^{-r*\frac{n(t)}{N}}) * \Delta t$. Звідси одержуємо рівняння для частки «заражених».

$$\frac{dK(t)}{dt} = (1 - K(t)) * (1 - e^{-r*K(t)}), \tag{6.3}$$

де $K(t) = \frac{n(t)}{N}$.

Взявши лінійне наближення експоненти, одержимо звичайно вживану модель для опису подібного процесу, тобто

$$\frac{dK(t)}{dt} = r * K(t) * (1 - K(t)) \tag{6.4}$$

На перший погляд $K(t)$ це і є $K(t,5)$, однак насправді $K(t,5)$ - це частка бажаючих обміняти гроші серед гроші, що має. Якщо припустити, що раніше «заражені» від грошей уже позбулися, то найбільше природно вважати цю частку рівної відношенню знову «заражених» (але ще не «перехворілих», тобто від грошей поки не збавлених) до не «хворівших»:

$K(t,5) = \frac{K'(t) * N}{N - n(t)}$ або $K(t,5) = \frac{K'(t)}{1 - K(t)}$.

Звідси

$$K(t,5) = 1 - e^{-r*K(t)} \tag{6.5}$$

Немає ніяких підстав для того, щоб вважати, що всі, хто бажають купити валюту, куплять ііі. Тому вид (6.5) для функції $K(t,5)$ характеризує один із крайніх випадків. Другий крайній випадок, коли валюти на ринку немає, а паніка наростає, відповідає виду:

$$K(t,5) = K(t). \tag{6.6}$$

Цей варіант у певному змісті є інтегральною характеристикою варіанта (6.5). Він характеризує собою інтегрально, що накопичується попит, що не має задоволення. Помітимо, що валютним панікам властиво ажіотаж покупців і стриманість продавців валюти, отже формула (6.5) більшою мірою буде відповідати характеру наростання попиту.

Рівняння (6.3) - зі змінними, що розділяються, але питання про його інтегрування в кінцевому виді, на жаль, залишається відкритим.

Рівняння (6.4) істотно простіше. Його рішенням буде функція:

$$K(t) = \frac{1}{\frac{1-K_0}{K_0} * e^{-r*(t-t_0)} + 1} \quad \text{або} \quad K(t) = \frac{e^{r*(t-t_0)}}{\frac{1-K_0}{K_0} * e^{r*(t-t_0)}}, \tag{6.7}$$

де $K_0 = K(t_0)$.

Для цього випадку будемо вважати $K(t,5) = K(t)$. Варіант $K(t,5) = \frac{K'(t)}{1 - K(t)}$ у цьому випадку не підходить по фізичним міркуванням, тому що приводить до вираження $K(t,5) = r * K(t)$, де $r > 1$.

Порівняємо чисельні рішення (6.3) і (6.4) для різних значень r. (рис.1-3). При r=1 значення k_0 скрізь =0.1.

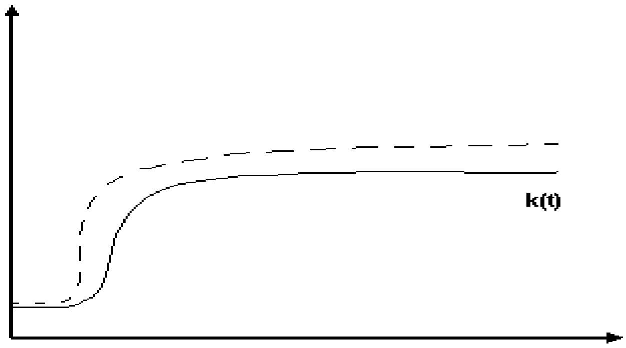


Рис. 6.1. Вид функції K(t) при r=1.

При малих r розходження в поводженні функцій невеликі, при більших r рішення (6.1) більше відповідає реальному розвитку паніки.

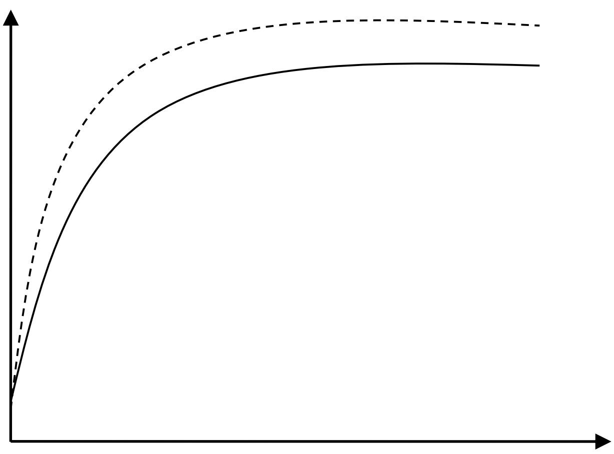


Рис. 6.2. Вид функції K(t) при r=3.

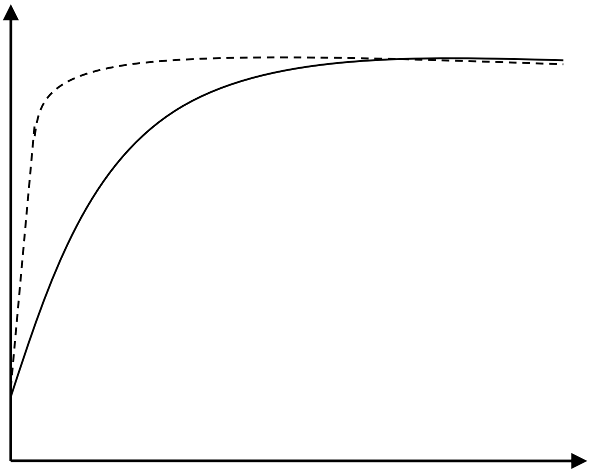


Рис. 6.3. Вид функції K(t) при r=10.