

**Лабораторна робота № 7**  
**Тема. Прийняття рішень за умов ризику**

**Практичне завдання:**

Підприємство готується до переходу на нові види продукції, при цьому можливі такі чотири варіанти рішення  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , кожному з яких відповідає певний випуск видів продукції чи їх комбінації.

Результат прийняття рішення суттєво залежить від зовнішньої ситуації, яка в певній мірі невизначена. Варіанти ситуації характеризує структура попиту на нову продукцію, яка може бути п'яти типів:  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5$ .

Виграш, який характеризує відносну величину результату (прибуток, тис. грн), що відповідає кожній парі поєднання рішення  $x$  та ситуації  $d$ , представлена в табл. 1 ( $N$  – порядковий номер студента у журналі групи).

Таблиця 1

*Відносна величина результату (прибуток. тис. грн)*

Варіант рішення	Зовнішня ситуація				
	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$\theta_5$
$x_1$	75	43	$63 + N/3$	73	67
$x_2$	59	$64 + N/4$	51	78	45
$x_3$	73	57	57	$86 - N/2$	72
$x_4$	$81 - N/2$	66	$43 + N$	37	$35 + 2N$

Відомо, що зовнішня ситуація може реалізуватись, відповідно з ймовірностями:

а) якщо  $T=0$ , де  $T$  – остача від ділення  $\left[ \frac{N}{3} \right]$ :  $p_1 = 0,2$ ,  $p_2 = 0,1$ ,  $p_3 = 0,3$ ,  $p_4 = 0,1$ ,  $p_5 = 0,3$ ;

б) якщо  $T=1$ , де  $T$  – остача від ділення  $\left[ \frac{N}{3} \right]$ :  $p_1 = 0,1$ ,  $p_2 = 0,2$ ,  $p_3 = 0,2$ ,  $p_4 = 0,2$ ,  $p_5 = 0,3$ ;

в) якщо  $T=2$ , де  $T$  – остача від ділення  $\left[ \frac{N}{3} \right]$ :  $p_1 = 0,2$ ,  $p_2 = 0,1$ ,  $p_3 = 0,4$ ,  $p_4 = 0,1$ ,  $p_5 = 0,2$ .

Потрібно побудувати матрицю ризиків для даного функціоналу оцінювання та знайти таку стратегію підприємства, яка б порівняно з іншими була найбільш вигідною за критерієм:

- 1) Байєса;
- 2) мінімальної дисперсії;
- 3) Севіджа.

### **Приклад виконання завдання.**

Будівельна компанія розглядає будівництво таких альтернативних проектів: елітний будинок в центрі міста  $x_1$ , елітний будинок в спальному районі міста з прибудинковою інфраструктурою (гаражі, дитячий майданчик, паркінг)  $x_2$ , два будинки економ-класу в спальному районі міста  $x_3$ , два будинки економ-класу у передмісті  $x_4$ , котеджне містечко у передмісті  $x_5$ .

Прибутковість кожного з проектів залежить від різних чинників: попиту на елітне житло та житло економ-класу, стану платоспроможності населення, іпотечної політики комерційних банків та НБУ, зміни чинного законодавства щодо оподаткування нерухомості. Експертами-аналітиками виділено 4 стани економічного середовища  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ , кожен з яких означає певне поєднання чинників, що впливають на прибутковість проектів будівництва.

Прибутковість (млн. грн) кожного з проектів залежно від станів економічного середовища задана наступним функціоналом оцінювання, який наведено в табл. 2.

Таблиця 2

*Відносна величина результату (прибуток. тис. грн)*

Проекти будівництва	Стани зовнішнього середовища			
	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$
$x_1$	15	19	17	10
$x_2$	18	12	14	14
$x_3$	10	12	16	18
$x_4$	14	10	20	10
$x_5$	16	20	12	16

Потрібно побудувати матрицю ризиків для даного функціоналу оцінювання та знайти таку стратегію підприємства, яка б порівняно з іншими була найбільш вигідною за критерієм:

- 4) Байєса, якщо відомий розподіл ймовірностей настання станів економічного середовища:  $p_1 = 0,3, p_2 = 0,1, p_3 = 0,4, p_4 = 0,2$ ;
- 5) мінімальної дисперсії;
- б) Севіджа.

### **Розв'язок.**

У випадку, коли множина стратегій суб'єкта керування  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$  та множина станів економічного середовища  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$  є дискретними, функціонал оцінювання задається матрицею, елементами якої є  $f_{ij}$  – кількісна оцінка рішення  $x_i$  ( $x_i \in X$ ) при умові, що економічне середовище перебуває у стані  $\theta_j$  ( $\theta_j \in \Theta$ ).

У випадку, що розглядається функціонал оцінювання  $F$  має позитивний інгредієнт, оскільки намагаються досягти  $\max_{x_i \in X} \{f_{ij}\}$  (прибутковості), тому записуємо  $F = F^+ = \{f_{ij}^+\}$ .

**Функція ризику** визначається як лінійне перетворення позитивного заданого інгредієнта функціоналу оцінювання до відносних одиниць вимірювання. Для  $F = F^+$ , коли мають зафіксований стан економічного середовища  $\theta_j \in \Theta$  знаходять величину

$$I_j^{\max} = \max_{x_i \in X} \{f_{ij}^+\}, (i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}).$$

Функція ризику тоді визначається у вигляді:

$$r_{ij} = I_j^{\max} - f_{ij}^+, (i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}).$$

Для задачі, що розглядається функція ризику має вигляд (табл. 3).

Таблиця 3

*Функція ризику (ризик, тис. грн)*

Проекти будівництва	Стани зовнішнього середовища			
	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$
$x_1$	3	1	3	8
$x_2$	0	8	6	4
$x_3$	8	8	4	0
$x_4$	4	10	0	8
$x_5$	2	0	8	2

Якість рішення, яке приймається, а також методика його прийняття залежить від ступеня інформованості суб'єкта керування.

**Критерій Байєса** також називають критерієм середньозваженого (сподіваного) прибутку, затрат, ризику тощо.

Згідно з критерієм Байєса у випадку, коли  $F = F^+$ , оптимальним рішенням  $x_i^*$  вважається таке, для якого математичне сподівання відповідного вектора оцінювання досягає найбільш можливого значення, тобто  $x_i^*$  знаходять виходячи з умови:

$$x_i^* = \max_{x_i \in X} B^+(x_i, P) = \max_{x_i \in X} M(F_i^+) = \max_{x_i \in X} \sum_{j=1}^n p_j f_{ij}^+.$$

Для кожного рішення  $x_i$  ( $i = \overline{1, 5}$ ) знаходимо величини  $B^+(x_i, P)$  як математичне сподівання всіх можливих значень даного проекту при кожному стані економічного середовища (табл. 4).

А оптимальне рішення  $x_i^*$  за критерієм Байєса віднайдемо як максимальне значення серед знайдених  $B^+(x_i, P)$ :

$$x_i^* = \max_{x_i \in X} B_i^+ = \max_{x_i \in X} \{15, 2; 15, 0; 14, 2; 15, 2; 14, 8\} = 15, 2 = B_1^+ = B_4^+.$$

Таблиця 4

## Рішення за критерієм Байєса (прибуток. тис. грн)

Проекти будівництва	Стани зовнішнього середовища				$V^+(x_i, P)$
	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	
$x_1$	15	19	17	10	15,2
$x_2$	18	12	14	14	15,0
$x_3$	10	12	16	18	14,2
$x_4$	14	10	20	10	15,2
$x_5$	16	20	12	16	14,8

Отже за критерієм Байєса оптимальними є  $x_1^*$  та  $x_4^*$  (вони є еквівалентними рішеннями), тобто будівельній компанії слід реалізувати перший (елітний будинок центрі міста) або четвертий (два будинки економ-класу у передмісті) проекти. Для прийняття остаточного рішення доцільно застосувати інші критерії прийняття рішень.

**Критерій мінімальної дисперсії.** Оптимальне рішення  $x_i^*$  задовольняє умову:

$$x_i^* = \min_{x_i \in X} D^-(x_i, P),$$

де  $D^-(x_i, P) = \sum_{j=1}^n p_j (f_{ij}^+ - V^+(x_i, P))^2$  – величина дисперсії для рішення  $x_i$ .

Для кожного рішення  $x_i$  ( $i = \overline{1,5}$ ) знаходимо величини  $D^-(x_i, P)$  (табл. 5).

Таблиця 5

## Рішення за критерієм мінімальної дисперсії(прибуток. тис. грн)

Проекти будівництва	Стани зовнішнього середовища				$V^+(x_i, P)$	$D^-(x_i, P)$
	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$		
$x_1$	15	19	17	10	15,2	8,16
$x_2$	18	12	14	14	15,0	6,0
$x_3$	10	12	16	18	14,2	9,96
$x_4$	14	10	20	10	15,2	17,76
$x_5$	16	20	12	16	14,8	6,56

А оптимальне рішення  $x_i^*$  за критерієм мінімальної дисперсії віднайдемо як мінімальне значення серед знайдених  $D^-(x_i, P)$ :

$$x_i^* = \min_{x_i \in X} D_i^- = \min_{x_i \in X} \{8,16; 6,0; 9,96; 17,76; 6,56\} = 6,0 = D_2^-.$$

Отже за критерієм мінімальної дисперсії оптимальними є  $x_2^*$ , тобто будівельній компанії слід реалізувати другий (елітний будинок в спальному

районі міста з прибудинковою інфраструктурою (гаражі, дитячий майданчик, паркінг)) проект. Для прийняття остаточного рішення доцільно застосувати інші критерії прийняття рішень.

**Критерій мінімального ризику Севіджа.** Цей критерій відповідає принципів мінімаксу. Початковим моментом для використання критерію Севіджа є перехід від функціоналу оцінювання  $F^+$  до матриці ризику  $R^-$ . Тоді слід приймати рішення:

$$x_1^* = \min_{x_i \in X} \max_{\theta_j \in \Theta} r_{ij}^-.$$

Застосуємо критерій Севіджа до функції ризику (табл. 3). Результати запишемо у табл. 6

Таблиця 6

*Рішення за критерієм Севіджа (ризик, тис. грн)*

Проекти будівництва	Стани зовнішнього середовища				$\max_{\theta_j \in \Theta} r_{ij}^-$
	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	
$x_1$	3	1	3	8	8
$x_2$	0	8	6	4	8
$x_3$	8	8	4	0	8
$x_4$	4	10	0	8	10
$x_5$	2	0	8	2	8
$\min_{x_i \in X} \max_{\theta_j \in \Theta} r_{ij}^-$					8

Отже за критерієм Севіджа оптимальними є  $x_1^*$ ,  $x_2^*$ ,  $x_3^*$  та  $x_5^*$  (вони є еквівалентними рішеннями), тобто будівельній компанії слід реалізувати перший (елітний будинок центрі міста), другий (елітний будинок в спальному районі міста з прибудинковою інфраструктурою (гаражі, дитячий майданчик, паркінг)), третій (два будинки економ-класу в спальному районі міста) або п'ятий (котеджне містечко у передмісті) проекти.

Оскільки проект  $x_1^*$  є оптимальним за критерієм Баєйса та за критерієм Севіджа, а проект  $x_2^*$  є оптимальним за критерієм мінімальної дисперсії та критерієм Севіджа, то будівельній компанії слід реалізувати перший (елітний будинок центрі міста) та другий (елітний будинок в спальному районі міста з прибудинковою інфраструктурою (гаражі, дитячий майданчик, паркінг)) проекти.

### ***Контрольні питання***

1. Що таке функція ризику?
2. Назвіть класи інформаційних ситуацій. дайте характеристику кожній інформаційній ситуації.
3. Що таке критерій прийняття рішень?
4. Які критерії прийняття рішень використовуються в полі 1-ої інформаційної ситуації?
5. Які критерії прийняття рішень використовуються в полі 2-ої інформаційної ситуації?
6. Які критерії прийняття рішень використовуються в полі 3-ої інформаційної ситуації?
7. Які критерії прийняття рішень використовуються в полі 4-ої інформаційної ситуації?
8. Які критерії прийняття рішень використовуються в полі 5-ої інформаційної ситуації?
9. Які критерії прийняття рішень використовуються в полі 6-ої інформаційної ситуації?