

Міністерство освіти і науки України  
Запорізький національний університет

О.В. Васильєва

**АНАЛІЗ ТА МОДЕЛЮВАННЯ  
СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИХ СИСТЕМ**

Методичні рекомендації до лабораторних занять  
для здобувачів ступеня вищої освіти магістра спеціальності «Економіка»  
освітньо-професійної програми «Економічна кібернетика»

Затверджено  
вченою радою ЗНУ  
Протокол № 11 від 23.06.2021

Запоріжжя  
2021

УДК 330.4:519.711(076.5)

В 191

Васильєва О.В. Аналіз та моделювання соціально-економічних систем : методичні рекомендації до лабораторних занять для здобувачів ступеня вищої освіти магістра спеціальності «Економіка» освітньо-професійної програми «Економічна кібернетика». Запоріжжя : Запорізький національний університет, 2021. 100 с.

Навчально-методичне видання розроблене відповідно до робочої програми. У методичних рекомендаціях до лабораторних занять у систематизованому вигляді подано завдання до лабораторних робіт та приклади їх вирішення з курсу «Аналіз та моделювання соціально-економічних систем», метою якого є формування системи фундаментальних знань та практичних навичок щодо сучасних методів аналізу та моделювання соціально-економічних систем.

Завдання до лабораторних робіт складені таким чином, що дотримується принцип від простого до складного, при цьому рівень завдань є доступним середньому студентові. Крім цього, у методичних рекомендаціях містяться індивідуальні завдання до лабораторних робіт для кожного студента за варіантами. Для діагностики рівня засвоєння знань запропоновано питання для самоконтролю до кожної розглянутої теми та тести для самоперевірки засвоєння основних положень курсу.

Навчально-методичне видання з дисципліни «Аналіз та моделювання соціально-економічних систем» сприятиме оволодінню студентами базовими принципами дослідження економічних систем із метою застосування розглянутого інструментарію в практичній діяльності. Призначений для здобувачів ступеня вищої освіти магістра спеціальності «Економіка» освітньо-професійної програми «Економічна кібернетика» закладів вищої освіти.

Рецензент

*В.М. Порохня*, доктор економічних наук, професор, професор кафедри економіки Класичного приватного університету

Відповідальний за випуск

*Н.К. Максишко*, доктор економічних наук, професор, завідувач кафедри економічної кібернетики ЗНУ

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
Змістовий модуль 1 .....	7
<i>Лабораторна робота № 1. Концептуальні засади аналізу та математичного моделювання соціально-економічних систем.....</i>	<i>7</i>
Завдання до лабораторної роботи 1: .....	16
Питання для самоконтролю .....	25
Змістовий модуль 2 .....	26
<i>Лабораторна робота № 2. Моделювання системних характеристик соціально-економічних систем .....</i>	<i>26</i>
Завдання до лабораторної роботи 2 .....	39
Питання для самоконтролю .....	39
Змістовий модуль 4 .....	40
<i>Лабораторна робота № 3. Моделювання соціально-економічних систем в умовах невизначеності цілей (прийняття рішення в умовах багатокритеріального оцінювання) .....</i>	<i>40</i>
Завдання до лабораторної роботи 3: .....	48
Питання для самоконтролю .....	50
Змістовий модуль 6 .....	51
<i>Лабораторна робота № 4. Моделювання соціально-економічних систем в умовах невизначеності даних засобами нечіткої математики .....</i>	<i>51</i>
Завдання до лабораторної роботи 4 .....	56
Питання для самоконтролю .....	57
Змістовий модуль 7 .....	58
<i>Лабораторна робота № 5. Застосування кластерного аналізу в моделюванні соціально-економічних системах.....</i>	<i>58</i>
Завдання до лабораторної роботи 5 .....	65
Питання для самоконтролю .....	68
Змістовий модуль 8 .....	69
<i>Лабораторна робота № 6. Застосування нейронних мереж для аналізу та моделювання соціально-економічних систем.....</i>	<i>69</i>
Завдання до лабораторної роботи 6 .....	75
Питання для самоконтролю: .....	75
<i>Лабораторна робота № 7. Застосування самоорганізуючих карт Кохонена при моделюванні соціально-економічних систем.....</i>	<i>77</i>
Завдання до лабораторної роботи 7 .....	91
Питання для самоконтролю .....	92
Приклад тестових завдань для поточного та підсумкового контролю:.....	93
Література .....	96
Додаток А.....	97
Додаток Б.....	98

## ВСТУП

Становлення та розвиток ринкової економіки в Україні потребує нової генерації фахівців з економіки, здатних оперативно адаптуватися до нових умов, творчо сприяти соціально-економічним трансформаціям. А це неможливо без володіння сучасним економічним мисленням, теоретичними знаннями і прикладними навичками в галузі системного аналізу, застосування сучасного економіко-математичного інструментарію моделювання для дослідження, прогнозування й розв'язання складних дослідницьких, інноваційних, управлінських задач і проблем функціонування економічних систем різного рівня, що характеризуються невизначеністю умов та вимог.

Методичні рекомендації з дисципліни «Аналіз та моделювання соціально-економічних систем» призначені для організації лабораторних занять. Цей матеріал доповнює лекційний курс і входить у програму екзамену з курсу. Виконання кожної лабораторної роботи розраховано на чотири академічні години і передбачає попереднє самостійне ознайомлення студентів із відповідним теоретичним матеріалом. Кожен студент обирає той варіант, який відповідає його порядковому номеру в списку журналу академічної групи. До захисту лабораторної роботи треба обов'язково виконати всі завдання та підготувати відповіді на всі питання для самоконтролю.

**Метою** навчальної дисципліни «Аналіз та моделювання соціально-економічних систем» є формування системи знань і вироблення практичних навичок з аналізу та моделювання соціально-економічних систем як методологічної бази обґрунтування рішень з управління соціально-економічного розвитком на макро-, мезо- та мікрорівні.

**Предметом** вивчення є сучасні математичні моделі та методи аналізу соціально-економічних систем, що становлять основу кількісного обґрунтування та сприяють підвищенню якості управлінських рішень.

Основними **завданнями** дисципліни «Аналіз та моделювання соціально-економічних систем» є: вивчення теоретичних та практичних підходів до розробки, обґрунтування та прийняття ефективних рішень з питань розвитку соціально-економічних систем та управління суб'єктами економічної діяльності, розвиток аналітичного мислення при дослідженні соціально-економічних систем та процесів в умовах різного виду невизначеності (цілей, вихідних даних) та обсягів, формування у студентів знань та вмінь щодо застосування сучасного апарату економіко-математичного моделювання для розв'язання теоретичних і практичних задач у професійній діяльності.

У результаті вивчення дисципліни студент повинен **отримати такі результати навчання** (знання, уміння тощо):

– розробляти, обґрунтовувати і приймати ефективні рішення з питань розвитку соціально-економічних систем та управління суб'єктами економічної діяльності;

– обирати ефективні методи управління економічною діяльністю, обґрунтовувати пропонувані рішення на основі релевантних даних та наукових і прикладних досліджень;

– приймати ефективні рішення за невизначених умов і вимог, що потребують застосування нових підходів, методів та інструментарію соціально-економічних досліджень;

– визначати та критично оцінювати стан та тенденції соціально-економічного розвитку, формувати та аналізувати моделі економічних систем та процесів;

– обґрунтовувати управлінські рішення щодо ефективного розвитку суб'єктів господарювання, враховуючи цілі, ресурси, обмеження та ризики;

– формулювати, аналізувати та синтезувати рішення науково-практичних проблем;

– розробляти соціально-економічні проекти та систему комплексних дій щодо їх реалізації з урахуванням їх цілей, очікуваних соціально-економічних наслідків, ризиків, законодавчих, ресурсних та інших обмежень;

– оцінювати результати власної роботи, демонструвати лідерські навички та вміння управляти персоналом і працювати в команді;

– збирати, обробляти та аналізувати статистичні дані, науково-аналітичні матеріали, необхідні для вирішення комплексних економічних завдань;

– застосовувати сучасні інформаційні технології та спеціалізоване програмне забезпечення у соціально-економічних дослідженнях та в управлінні соціально-економічними системами;

– оцінювати можливі ризики, соціально-економічні наслідки управлінських рішень;

– розробляти сценарії і стратегії розвитку соціально-економічних систем;

– організовувати розробку та реалізацію соціально-економічних проектів із врахуванням інформаційного, методичного, матеріального, фінансового та кадрового забезпечення;

– здійснювати комплексний аналіз складних економічних систем, зіставляти та порівнювати їх складові, оцінювати та аргументувати ефективність їх функціонування;

– досліджувати та прогнозувати розвиток соціально-економічних систем на основі системного підходу та з використанням сучасних інформаційних технологій;

– дотримуватися принципів академічної доброчесності;

**та набути такі компетентності як здатність:**

- визначати й розв'язувати складні економічні задачі та проблеми, приймати відповідні аналітичні та управлінські рішення у сфері економіки або у процесі навчання, що передбачає проведення досліджень та/або здійснення інновацій за невизначених умов та вимог;

- генерувати нові ідеї (креативність);

- здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;

- спілкуватися з представниками інших професійних груп різного рівня (з експертами з інших галузей знань/видів економічної діяльності);

- діяти на основі етичних міркувань (мотивів);

- проводити дослідження на відповідному рівні;

- приймати рішення в умовах невизначеності з урахуванням ризиків;

- обґрунтовувати управлінські рішення щодо ефективного розвитку суб'єктів господарювання;
- оцінювати можливі ризики, соціально-економічні наслідки управлінських рішень;
- застосовувати науковий підхід до формування та виконання ефективних проєктів у соціально-економічній сфері;
- до розробки сценаріїв і стратегій розвитку соціально-економічних систем;
- приймати обґрунтовані рішення із використанням інформаційних та комунікаційних технологій;
- застосовувати науковий, аналітичний, методичний інструментарій для обґрунтування стратегії розвитку економічних суб'єктів та пов'язаних з цим управлінських рішень;
- збирати, аналізувати та обробляти статистичні дані, науково-аналітичні матеріали, які необхідні для розв'язання комплексних економічних проблем, робити на їх основі обґрунтовані висновки;
- використовувати сучасні інформаційні технології, методи та прийоми дослідження економічних та соціальних процесів, адекватні встановленим потребам дослідження;
- визначати ключові тренди соціально-економічного та людського розвитку;
- формулювати професійні задачі в сфері економіки та розв'язувати їх, обираючи належні напрями і відповідні методи для їх розв'язання, беручи до уваги наявні ресурси;
- зрозуміти та застосувати математичні методи, які використовуються в сфері відображення економічної діяльності за допомогою методів економічної кібернетики;
- моделювати проблеми управління та їх наслідки і пропонувати можливі шляхи вирішення із використанням методів економічної кібернетики та сучасних інформаційних технологій;
- застосовувати відповідне програмне забезпечення та відповідні пакети стандартних програм.

Відповідно до структурно-логічної схеми освітньо-професійної програми «Економічна кібернетика» курс «Аналіз та моделювання соціально-економічних систем» пов'язаний з дисциплінами: «Теорія і практика кадрової політики держави і організацій», «Сучасні тенденції глобалізації», «Методологія наукових досліджень в інформаційній економіці» та дисциплін вільного вибору студента в межах спеціальності.

Набуті студентами знання та навички з дисципліни «Аналіз та моделювання соціально-економічних систем» будуть необхідні їм при виконанні аналітичних досліджень під час виробничих, переддипломних практик, при написанні та захисті кваліфікаційної роботи магістра, у подальшій професійній діяльності.

Методичні рекомендації до лабораторних занять із дисципліни «Аналіз та моделювання соціально-економічних систем» сприятимуть якісному засвоєнню основ курсу й оволодінню необхідними практичними навичками та уміннями.

## Змістовий модуль 1

### Лабораторна робота № 1

#### Тема: Концептуальні засади аналізу та математичного моделювання соціально-економічних систем

**Мета роботи:** отримати практичні навички побудови та аналізу математичної моделі соціально-економічної системи, дослідження стійкості і чутливості оптимального плану до змін зовнішніх умов.

#### Завдання:

- 1) побудувати математичну модель задачі оптимізації соціально-економічної системи, знайти розв'язок задачі;
- 2) провести дослідження стійкості й чутливості розв'язку, зробити висновки щодо стійкості структури отриманого плану до змін зовнішніх умов та взаємозамінності ресурсів.

#### Приклад виконання лабораторної роботи 1

##### Змістовна постановка завдання:

Металургійне підприємство може працювати, використовуючи три технології:

$T_1$  – енергозберігаюча – заміна фізично і морально застарілих котлів на нові, модернізація доменного виробництва;

$T_2$  – застаріла – використання застарілих котлів;

$T_3$  – сучасна – визнана технологія, є стандартом, підвищується попит на цю технологію.

Витрати ресурсів на одиницю часу при відповідній технології та продуктивності кожної технології в гривнях на одиницю часу наведені в табл. 1. Знайти план, при якому оптимально використовуються технології.

Таблиця 1. Умови задачі

Ресурси	Витрати ресурсів на одиницю часу			Запас ресурсів
	енергозберігаюча	застаріла	сучасна	
Робоча сила, людино-годин	15	20	25	1200
Сировина, т	2	3	2.5	150
Електроенергія, кВт/год.	35	60	60	3000
Продуктивність технологій грн./од.ч.	300	250	450	

#### Хід виконання роботи:

##### Математична модель задачі оптимізації:

На підставі наведених даних у таблиці 1 складемо математичну модель задачі.

Введемо позначення. Нехай  $x_i$  – кількість часу використання технології  $i$ -го виду, виражено в одиницях часу. Тоді отримаємо:

$$F(x) = 300x_1 + 250x_2 + 450x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 15x_1 + 20x_2 + 25x_3 \leq 1200 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2.5x_3 \leq 150 \\ 35x_1 + 60x_2 + 60x_3 \leq 3000 \\ x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3 \end{cases}$$

### 1. Пошук оптимального плану задачі:

Для розв'язання задачі оптимізації й отримання необхідних звітів використовуємо надбудову MS Excel «Пошук рішення» («Данні → Пошук рішення»).

У випадку, коли пакет «Пошук рішення» не встановлений, то необхідно перейти до «Файл → Параметри → Надбудови → Надбудови Excel → Перейти» (рис. 1) та вибрати надбудову «Пошук рішення».

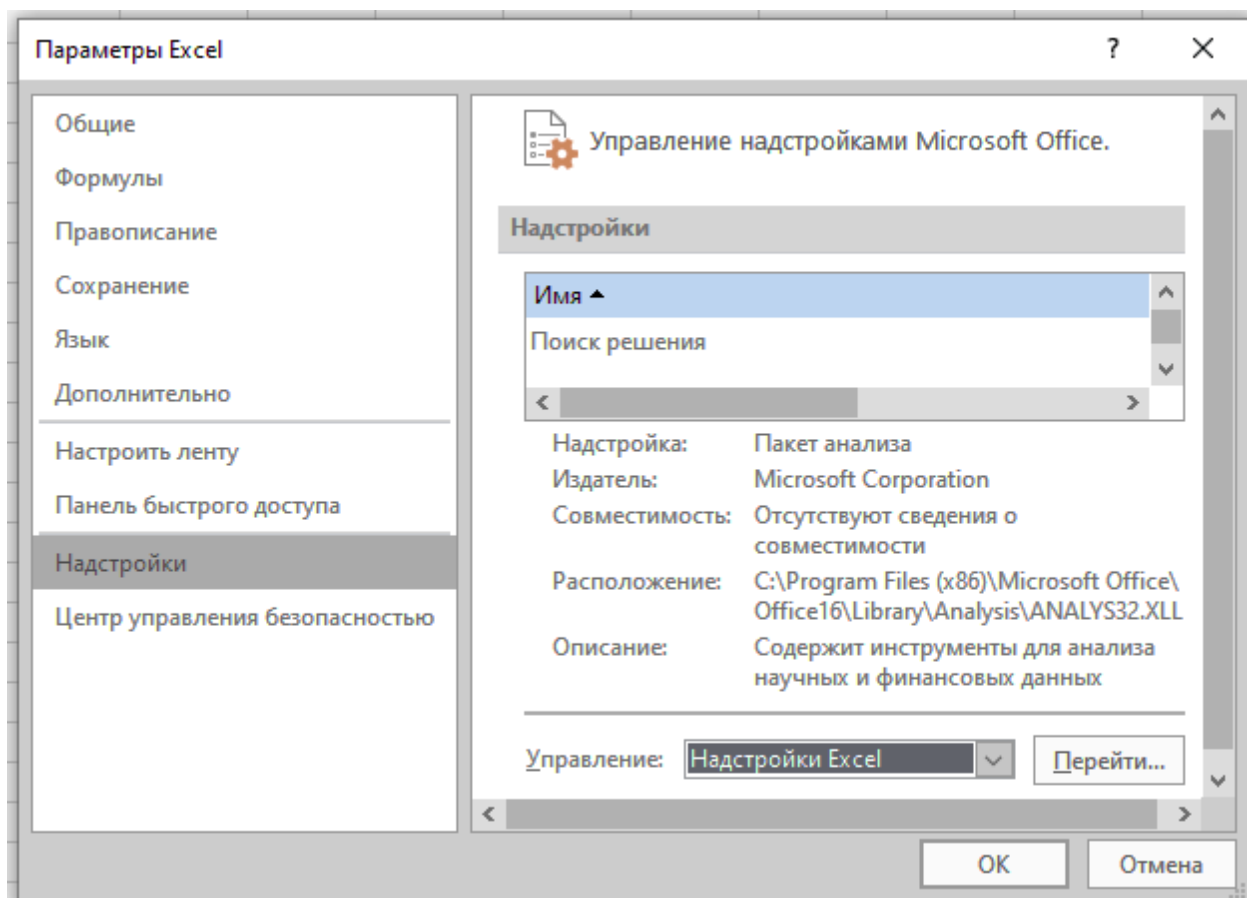


Рис. 1. Встановлення пакету «Пошук рішення»

Результати виконання пошуку рішення наведено в табл. 2.



Таблиця 2. Результат пошуку рішень

	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>		
<b>Цільова функція (продуктивність прагне до максимуму, грн)</b>	<b>300</b>	<b>250</b>	<b>450</b>	<b>23400</b>	
<b>Оптимальний план (час використання технології і-го виду)</b>	<b>60</b>	<b>0</b>	<b>12</b>		
<b>Обмеження</b>					
Робоча сила, людино-годин	15	20	25	1200	1200
Сировина, т	2	3	2,5	150	150
Електроенергія, кВт/год.	35	60	60	2820	3000

Отже, за таблицею 2, та отриманими в MS Excel звітами:

- $\max F(x^*) = 300 \cdot 60 + 250 \cdot 0 + 450 \cdot 12 = 23400$ ;
- $x^* = (60, 0, 12, 0, 0, 180)$ , де основні параметри – це час використання відповідної технології, а додаткові – залишок відповідних ресурсів;
- $y^* = (0, 170, 0, 12, 60, 0)$ , де основні параметри – це збитки від використання відповідної технології, а додаткові – тіньова ціна відповідних ресурсів.

## 2. Аналіз звітів отриманих у MS Excel:

Для отримання звітів їх необхідно виділити у вікні «Результати пошуку рішення» (рис. 2).

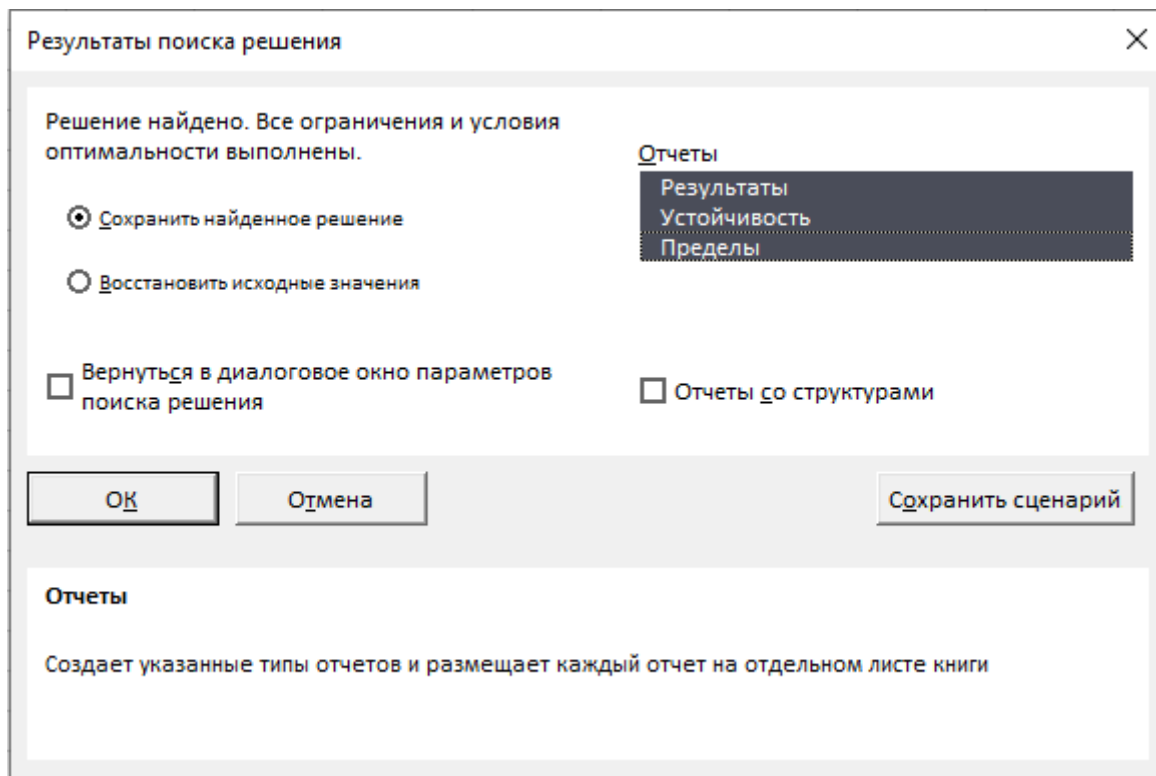


Рис. 2. Діалогове вікно «Результати пошуку рішення»

## 2.1 Звіт «Результати»

Звіт «Результати» містить інформацію про три компоненти задачі оптимізації: цільову функцію (Цільова комірка), план (Змінні комірки), обмеження (Обмеження) (рис. 3).

Microsoft Excel 11.0 Отчет по результатам						
Целевая ячейка (Максимум)						
Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат			
\$E\$9	целевая функция	0	23400			
Изменяемые ячейки (Оптимальный план)						
Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат			
\$B\$10	Энергосберег.	0	60			
\$C\$10	Устаревшая	0	0			
\$D\$10	Современная	0	12			
Ограничения						
Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница	
\$E\$11	Рабочая сила	1200	\$E\$11<=\$F\$11	связанное	0	
\$E\$12	Сырье	150	\$E\$12<=\$F\$12	связанное	0	
\$E\$13	Эл. энергия	2820	\$E\$13<=\$F\$13	не связан.	180	

Рис. 3. Звіт за результатами

Із цього звіту бачимо, що:

**1** – початкове значення цільової функції (продуктивність використання технологій) при початковому опорному плані **3** (час використання технологій);

**2** – оптимальне значення цільової функції.

У нашому випадку **максимальна продуктивність використання технологій – 23 400 грн.**

**3** – початковий опорний план (час використання технологій);

**4** – оптимальний план задачі.

У нашому випадку, **щоб отримати максимальну продуктивність у розмірі 23400 грн., необхідно використати 60 одиниць часу енергозберігаючої технології і 12 одиниць часу сучасної технології, а використання застарілої технології є не рентабельним.**

**5** – значення, яке показує кількість використаних ресурсів на виробництво при оптимальному плані.

У нашому випадку **в повному обсязі використовуються робоча сила і сировина, електроенергія 2820 кВт/год.**

6 – формули обмежень;

7 – показує вплив обмежень на кінцевий результат. Якщо статус «пов'язане», тоді це обмеження впливає на отриманий план, якщо «не пов'язане» – не впливає.

У нашому випадку *ресурс електроенергія має статус «не пов'язане» – це означає, що цей ресурс не обмежує можливості у виробництві, чого не можна сказати про робочу силу і сировину, які використовуються повністю.*

8 – різниця між наявною кількістю ресурсу і тією, що використовується при отриманому плані, тобто отримуємо залишок ресурсів.

У нашому випадку *залишок електроенергії складає 180 кВт/год.*

## 2.2 Звіт «Стійкість»

Звіт «Стійкість» (чутливість) – визначає чутливість структури отриманого плану до змін початкових даних (рис. 4).

Microsoft Excel 11.0 Отчет по устойчивости						
Изменяемые ячейки		1	2	3	4	5
Ячейка	Имя	Результ. значение	Нормир. стоимость	Целевой Коэффициент	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
\$B\$10	Энергосберег.	60	0	300	60	30
\$C\$10	Устаревшая	0	-170	250	170	1E+30
\$D\$10	Современная	12	0	450	50	75
Ограничения		6	7	8	9	10
Ячейка	Имя	Результ. значение	Теневая Цена	Ограничение Правая часть	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
\$E\$11	Рабочая сила	1200	12	1200	69,23076923	75
\$E\$12	Сырье	150	60	150	10	30
\$E\$13	Эл. энергия	2820	0	3000	1E+30	180

Рис. 4. Звіт по стійкості

Із цього звіту бачимо, що:

1 – оптимальний план задачі.

У нашому випадку, щоб отримати максимальну продуктивність у розмірі 23400 грн, необхідно використати 60 одиниць часу енергозберігаючої технології і 12 одиниць часу сучасної технології, і не використовувати застарілу технологію (не рентабельно).

**Межі маневрування за видами технологій:**

2 – нормована вартість показує, на скільки зміниться оптимальне значення ЦФ при використанні технології, якої немає в оптимальному плані.

У нашому випадку *примусове використання 1 одиниці часу застарілої технології, якої немає в оптимальному плані призвело б до зменшення продуктивності на 170 грн і склало  $23400-170 = 23\ 230$  грн.*

**Межі маневрування за продуктивністю технологій:**

**3** – коефіцієнти ЦФ (продуктивність технологій);

**4, 5** – межі змін значень коефіцієнтів ЦФ за умови, що оптимальний план (час використання технологій) не зміниться.

У нашому випадку припустиме збільшення продуктивності на енергозберігаючу технологію = 60 грн/од.часу, а припустиме зменшення – 30 грн/од.часу. Це означає, що якщо продуктивність на енергозберігаючу технологію зменшиться не більше ніж на 30 грн/од.часу, то оптимальне рішення збережеться, зміниться тільки значення ЦФ в оптимальній точці.

Припустиме збільшення продуктивності на сучасну технологію = 50 грн/од.часу, а припустиме зменшення – 75 грн/од.часу, при цьому оптимальний план використання технологій не зміниться.

У разі збільшення продуктивності застарілої технології понад 420 грн/од.часу її використання можливо стане рентабельним. А будь-яке зменшення продуктивності застарілої технології не призводить до зміни оптимального плану.

*Отже маємо такі межі, при яких оптимальний план не зміниться.*

**Межі маневрування за ресурсами:**

**6** – кількість використаних ресурсів при оптимальному плані;

**7** – тіньова ціна – цінність додаткової одиниці і-го ресурсу. Тіньова ціна показує наскільки зросте значення ЦФ у разі використання додаткової одиниці і-го ресурсу. Очевидно, що тіньова ціна не нульова тільки для дефіцитних ресурсів.

Так якщо запаси робочої сили зростуть на 1 людино-годину, продуктивність збільшиться на 12 грн, але при досягненні межі 1269 людино-годин, цінність ресурсу зміниться. Допустиме зменшення 75 людино-годин.

Якщо запаси сировини зростуть на 1 тону, то продуктивність збільшиться на 60 грн., але при досягненні межі 160 т, цінність ресурсу зміниться. Допустиме зменшення 30 т.

Тому в першу чергу для підприємства вигідно збільшувати запаси сировини.

**8** – запаси ресурсів;

**9, 10** – показано на скільки можна зменшити або збільшити ресурс, зберігши при цьому базис оптимального рішення (структуру плану).

Наприклад, якщо ресурси сировини зменшаться не більше ніж на 30 т або зростуть не більше ніж на 10 т, базис задачі не зміниться (як і раніше буде оптимально використовувати енергозберігаючу та сучасну технологію виробництва, хоча продуктивність зміниться).

Електроенергія є профіцитним ресурсом (тіньова ціна = 0), існує можливість реалізації її залишку (180 кВт/год.) або відкриття з її використанням додаткового виробництва. Але не можна допускати падіння запасу цього ресурсу нижче 2820 кВт/год.

**Отже структура плану зберігається при змінах кількості ресурсів у таких межах:**

1125 < робоча сила (1200) < 1269 людино / годин

120 < сировина (150) < 160 т

2820 < електроенергія (3000) < 3000 + 1E + 30 (необмежене збільшення) кВт / годин.

### 2.3 Звіт «Границі»

Звіт за границями наведений на рис. 5.

Microsoft Excel 11.0 Отчет по пределам						
Целевое						
Ячейка	Имя	Значение				
\$E\$9	целевая функция	23400				
Изменяемое			Нижний предел	Целевой результат	Верхний предел	Целевой результат
Ячейка	Имя	Значение				
\$B\$10	Энергосберег.	60	0	5400	60	23400
\$C\$10	Устаревшая	0	0	23400	0	23400
\$D\$10	Современная	12	0	18000	12	23400

Рис. 5. Звіт по границям

Із цього звіту бачимо, що:

- 1 – значення ЦФ (тах продуктивність);
- 2 – оптимальний план задачі (час використання відповідної технології);
- 3 – найменше значення, яке може прийняти шуканий параметр (у нашому випадку кількість часу використання технологій має нижню межу 0, оскільки в параметрах пошуку рішень зазначили, що значення оптимально плану приймають тільки невід’ємні значення);
- 4 – це значення, яке буде в цільовій комірці (тах продуктивність), якщо шукане значення буде дорівнювати нижній межі;

**У разі відмови від використання енергозберігаючої технології, при збереженні оптимального (розрахованого) часу використання інших видів технологій, максимальна продуктивність складе – 5400 грн (зменшиться на 18000 грн), у разі відмови від використання сучасної технології – 18000 грн (зменшиться на 5400 грн), відмова від використання застарілої технології не принесе втрати в продуктивності, вона буде максимальною 23400 грн.**

- 5 – це найбільші значення, якому можуть дорівнювати невідомі, щоб отримати максимальне значення ЦФ;  
 6 – це значення, яке буде в цільовій комірці (продуктивність), якщо невідомі будуть дорівнювати верхній межі.

### 3. Розрахунок коефіцієнтів взаємозаміни ресурсів:

**Коефіцієнт взаємозаміни** – показує, скільки одиниць одного ресурсу можуть компенсувати одну одиницю іншого (без втрати прибутку) (табл. 3).

$$K_{ij} = \frac{b_i}{b_j} = \frac{Y_j}{Y_i},$$

де  $Y_i$  – тіньова ціна і-го ресурсу (чим замінюємо);

$Y_j$  – тіньова ціна j-го ресурсу (що замінюємо).

Таблиця 3. Розрахунок коефіцієнта взаємозаміни

Що замінюємо →

Замінність ресурсів		Робоча сила	Сировина	Ел.енергія
	Тіньова ціна	12	60	0
Робоча сила	12	1	60/12=5	0/12=0
Сировина	60	12/60=0,2	1	0/60=0
Ел.енергія	0	12/0=∞	60/0=∞	1

Чим ↓

Коефіцієнт заміності робочої сили сировиною становить  $12/60 = 0,2$  (зменшення робочої сили на 1 людино-годину може замінити 200 кг сировини); Коефіцієнт заміності сировини робочою силою –  $60/12 = 5$  (зменшення сировини на 1 тону може замінити 5 людино-годин);

Ніяка кількість електроенергії не здатна замінити робочу силу і сировину (коефіцієнт заміності = ∞), а електроенергія є незамінним ресурсом (коефіцієнт заміності робочою силою і сировиною = 0).

### 4. Висновки:

**Оптимальне значення цільової функції:** максимальна продуктивність 23400 грн.

**Оптимальний план використання технологій виробництва:**  
 $x^* = (60, 0, 12)$ .

Отже, щоб отримати максимальну продуктивність у розмірі 23400 грн, необхідно використовувати 60 одиниць часу енергозберігаючої технології і 12 одиниць часу сучасної технології, і не використовувати застарілу технологію.

Примусове використання 1 од. часу застарілої технології, якої немає в оптимальному плані призвело б до зменшення продуктивності на 170 грн.

При цьому: дефіцитними ресурсами (ті, які використовуються повністю) є робоча сила і сировина. Недефіцитним ресурсом (неповне використання ресурсу) є електроенергія, надлишок становить 180 кВт/год.

Межі маневрування плану наведено в табл. 7.

Таблиця 7. Межі маневрування плану

		МАНЕВРУВАННЯ ПЛАНУ	Абсолютна зміна		Відносна зміна	
			+	-	+	-
<b>Оптимальний план не зміниться</b>	<b>Цільовий коефіцієнт</b>	<b>за продуктивністю</b>	<b>Грн./од. часу</b>		<b>%</b>	
	300	енергозберігаюча	60	30	20	10
	250	застаріла	170	∞	68	∞
	450	сучасна	50	75	11,11	16,67
<b>Зберігається структура плану</b>	<b>Обсяг ресурсів</b>	<b>за ресурсами</b>			<b>%</b>	
	1200	Робоча сила	69	75	5,75	6,25
	150	сировина	10	30	6,67	20
	3000	електроенергія	∞	180	∞	6
	<b>Мах продуктивність</b>	<b>за асортиментом (видом технології)</b>	абсолют. збиток від використання, грн/од.ч.		відносний збиток від використання, %	
	23 400	<i>для нерентабельних</i>				
		застаріла	170		0,7265	
		<i>для рентабельних</i>	абсол. збиток від не використання		віднос. збиток від не використання	
		енергозберігаюча	18000		76,9	
		сучасна	5400		23,0769	

Маневрування плану, щодо зміни продуктивності досить висока для застарілої технології, на відміну від енергозберігаючої та сучасної (вихід за межі призведе до зміни оптимального плану (часу використання технологій)).

Маневрування плану за асортиментом необхідно розрізняти для рентабельних (використовуваних) і нерентабельних технологій. У разі необхідності використання 1 одиниці часу застарілої технології втрати складуть

170 грн. А для рентабельних втрати продуктивності від невикористання енергозберігаючої технології великі і складають майже 77%, у разі невикористання сучасної технології втрати становлять 23% від загальної продуктивності.

### **Завдання до лабораторної роботи 1:**

*Для задачі за номером варіанту:*

- побудувати математичну модель задачі оптимізації, знайти розв'язок задачі;

- провести дослідження стійкості й чутливості розв'язку, зробити висновки щодо стійкості структури отриманого плану до змін зовнішніх умов та взаємозамінності ресурсів.

**Варіант 1.** Підприємство може працювати за трьома технологічними способами. Витрати ресурсів за одиницю часу при відповідній технології і продуктивність кожної технології в гривнях за одиницю часу показані в таблиці. Знайти план, при якому оптимально використовуються технологічні способи.

Ресурси	Технологічні способи			Обсяг ресурсів
	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	
Робоча сила, люд.- год.	15	20	25	1200
Сировина, т.	2	3	2,5	150
Електроенергія, кВт/год.	35	60	60	3000
Продуктивність технологічного способу	300	250	450	

**Варіант 2.** Підприємство може виготовляти чотири види продукції П-1, П-2, П-3, П-4. Збут будь-якого її обсягу забезпечений. Підприємство розпоряджається протягом кварталу трудовими ресурсами в 100 людино-змін, напівфабрикатами масою 260 кг, станковим обладнанням 370 станко-змін. Норми витрат і прибуток від одиниці кожного виду продукції вказані в таблиці. Знайти план випуску продукції, що максимізує прибуток.

Ресурси	Продукція				Обсяг ресурсу
	П-1	П-2	П-3	П-4	
Трудові ресурси, люд.-змін	2,5	2,5	2	1,5	100
Напівфабрикати, кг	4	10	4	6	260
Станкове обладнання, станко-змін	8	7	4	10	370
Прибуток від одиниці продукції, грн	40	50	100	80	

**Варіант 3.** Для виготовлення чотирьох видів продукції (А, Б, В, Г) використовується три види сировини (I, II, III). Ресурси сировини, норми її витрат на одиницю продукції й одержаний прибуток від одиниці продукції вказані в таблиці. Знайти такий план випуску продукції, при якому прибуток буде максимальним.



Сировина	Норми витрат				Наявність ресурсів
	А	Б	В	Г	
I	2	1	0,5	4	2400
II	1	5	3	0	1200
III	3	0	6	1	3000
Прибуток від одиниці продукції, грн	7,5	3	6	1,2	

**Варіант 4.** На меблевій фабриці використовують дві технології. Витрати ресурсів за одиницю часу при відповідній технології і продуктивність максимального використання технологічного способу в гривнях за одиницю часу показані в таблиці. Знайти план випуску продукції, що забезпечує максимальне використання технології.

Ресурси	Технологічні способи		Обсяг ресурсу
	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	
Деревина I виду (м <sup>3</sup> )	12	4	500
Деревина II виду (м <sup>3</sup> )	4	4	220
Трудоємність (люд.-год.)	3	12	400
Продуктивність технологічного способу за одиницю часу (грн)	30	40	

**Варіант 5.** Припустимо, що в раціон входять два види кормів: сіно (K<sub>1</sub>), концентрати (K<sub>2</sub>). При цьому кожна тварина повинна отримати не менше 9 одиниць S<sub>1</sub>, 8 одиниць S<sub>2</sub>, і 12 одиниць S<sub>3</sub> (харчові речовини). Кількість одиниць кожного виду корму показані в таблиці. Знайти оптимальний раціон годування за умови мінімальної вартості.

Харчові речовини	Кількість одиниць харчових речовин в 1 кг корму	
	K <sub>1</sub>	K <sub>2</sub>
S <sub>1</sub>	3	1
S <sub>2</sub>	1	2
S <sub>3</sub>	1	6
Вартість 1 кг корму	4	6

**Варіант 6.** Підприємство розпоряджається трьома групами основного обладнання і може випускати вироби чотирьох видів (I, II, III, IV). Вважаємо, що на всі вироби маємо необмежений попит, і підприємство може самостійно планувати асортимент і величину їх випуску. Необхідно знайти такий план виробництва, щоб підприємство отримало максимальний прибуток.

Групи обладнання	Час необхідний для виробництва одиниці виробу				Місячний фонд робочого часу обладнання
	I	II	III	IV	
Перша	2	5	3	4	12000
Друга	4	7	5	6	84000
Третя	3	6	4	5	36000
Прибуток на одиницю виробу	4	8	5	6	

**Варіант 7.** На меблевій фабриці використовують дві технології. Витрати ресурсів за одиницю часу при відповідній технології і продуктивність максимального використання технологічного способу в гривнях за одиницю часу показані в таблиці. Знайти план випуску продукції, що забезпечує максимальне використання технології.

Ресурси	Технологічні способи		Обсяг ресурсу
	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	
Деревина I виду(м <sup>3</sup> )	12	4	300
Деревина II виду (м <sup>3</sup> )	4	4	120
Трудоємність (люд.-год.)	3	12	352
Продуктивність технологічного способу за одиницю часу (грн)	30	40	

**Варіант 8.** У сплав може входити не менше 4% нікелю і не більше 80% заліза. До складу сплаву входять три види сировини: нікель, залізо та інші речовини. Вартість різних видів сировини і відсотковий склад у ньому відповідних компонентів сплаву показані в таблиці. Знайти мінімальний склад шихти.

Компоненти сплаву	Склад компонентів для видів сировини, %		
	I	II	III
Залізо	70	90	85
Нікель	5	2	7
Інші	25	8	8
Вартість, коп./кг	6	4	5

**Варіант 9.** Підприємство може працювати за 5 технологіям (T<sub>1</sub>, T<sub>2</sub>, T<sub>3</sub>, T<sub>4</sub>, T<sub>5</sub>), причому кількість одиниць виробленої продукції за різними технологіями за одиницю часу відповідно дорівнює 300, 260, 320, 400, 450 шт. У процесі виробництва враховуються такі виробничі фактори: сировина, електроенергія, заробітна плата і накладні витрати. Ці дані вказані в таблиці. Знайти план максимального випуску продукції.

Виробничі фактори	Витрати при різних технологіях					Ліміт
	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>5</sub>	
Сировина	15	20	12	14	18	2000
Електроенергія	0,2	0,3	0,15	0,25	0,3	300
Накладні витрати	4	5	6	3	2	1000
Заробітна плата	6	3	4	6	3	1600

**Варіант 10.** Кондитерська фабрика для виробництва трьох видів карамелі А, В, С використовує три види основної сировини: цукровий пісок, патоку та фруктове пюре. Норми витрат сировини кожного виду на виробництво 1 т карамелі даного виду показані в таблиці. Знайти план виробництва карамелі, який забезпечує максимальний прибуток від її реалізації.

Вид сировини	Норми витрат сировини (т) на 1 т карамелі			Загальна кількість сировини (т)
	А	В	С	
Цукровий пісок	0,8	0,5	0,6	800
Патока	0,4	0,4	0,3	600
Фруктове пюре	-	0,1	0,1	120
Прибуток від реалізації 1 т продукції, грн	108	112	126	

**Варіант 11.** Необхідно оптимально розділити загальну площу посіву під різні культури, якщо відомі загальний обсяг виробничих ресурсів, норми їх витрат на 1 га, а також урожайність кожної культури та її ціна. Дані показані в таблиці.

Вид ресурсу	Норми витрат ресурсів на 1 га посіву культури			Ресурсний обсяг праці, год.
	Жито	Овес	Картопля	
Механізована праця, год./га	1,5	1,4	5	6000
Ручна праця, год./га	2,5	2,2	18	7000
Ціна продукції, грн/ц	10	8	6	
Врожайність, ц/га	20	22	110	

**Варіант 12.** На тваринній фермі можуть вирощуватися чорно-бурі лисиці і песці. Для забезпечення нормальних умов їх вирощування використовується три види кормів. Кількість корму кожного виду, який повинні одержувати щодня лисиці і песці показано в таблиці. Вказана також загальна кількість корму кожного виду, яка може бути використана тваринною фермою, і прибуток від реалізації однієї шкурки лисиці і песця. Знайти, скільки лисиць і песців потрібно вирощувати на фермі, щоб прибуток від реалізації їх шкір був максимальний.

Вид корму	Кількість одиниць корму, який щодня повинні отримувати		Загальна кількість корму
	лисиця	песець	
I	2	3	180
II	4	1	240
III	6	7	426
Прибуток від реалізації однієї шкурки, грн	16	12	

**Варіант 13.** Підприємство може працювати за трьома технологічними способами. Витрати ресурсів на одиницю часу при відповідній технології і продуктивність кожної технології в грн за одиницю часу показані в таблиці:

Ресурси	Технологічні способи			Обсяг ресурсів
	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	
Робоча сила, людино/год.	15	20	25	1500
Сировина, т	2	3	2,5	200
Електроенергія, квт/год.	35	60	60	2000
Продуктивність технологічного способу, грн/год.	300	250	450	

Знайти план використання технологічних способів, при якому загальна продуктивність виробництва максимальна.

**Варіант 14.** Для виробництва трьох видів виробів А, В, С використовують три різні види ресурсів. Кожен із видів ресурсів повинен бути використаний у кількості не більше 180, 210, 144. Норма витрат кожного із видів ресурсів на одиницю продукції, ціна одиниці продукції кожного виду наведені в таблиці. Знайти оптимальний план випуску продукції, при якому забезпечується максимальна вартість.

Вид ресурсу	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції		
	А	В	С
I	4	2	1
II	3	1	3
III	1	2	5
Ціна одиниці продукції, грн	10	14	12

**Варіант 15.** При відгодовуванні тварин кожна тварина повинна отримувати не менше 60 одиниць речовини А, не менше 50 одиниць речовини В, і не менше 12 одиниць речовини С. Вказані харчові речовини мають у своєму складі три види корму. Склад одиниць харчових речовин в одному кілограмі кожного із видів корму показано в таблиці. Скласти добовий раціон, який забезпечує одержання необхідної кількості харчових речовин при мінімальних грошових витратах, якщо ціна 1 кг корму I виду складає 9 коп., II виду – 12 коп., III виду – 10 коп.

Харчові речовини	Кількість одиниць харчових речовин в 1 кг корму		
	I	II	III
А	1	3	4
В	2	4	2
С	1	4	3

**Варіант 16.** Крамниця реалізує товари двох видів. Дані про нормовитрати ресурсів, їх запаси і прибуток від реалізації одиниці товару показані в таблиці. Знайти структуру товарообігу, виходячи з умови максимального прибутку.

Вид ресурсу	Витрати ресурсів на одиницю товару		Обсяг ресурсів
	1-го виду	2-го виду	
Матеріальні ресурси, грн	4	3	24000
Трудові ресурси, люд.-хв	7	8	56000
Прибуток від реалізації одиниці товару, грн	0,5	0,6	

**Варіант 17.** Виготовлення продукції двох видів (П-1 і П-2) вимагає використання трьох видів сировини ( $S_1, S_2, S_3$ ). Запаси сировини кожного виду обмежені. Кількість одиниць сировини, необхідної для виготовлення одиниці

кожного виду продукції наведено в таблиці. Знайти такий план випуску продукції, щоб отримати максимальний прибуток.

Вид сировини	Запаси сировини	Види продукції	
		П-1	П-2
S <sub>1</sub>	160	5	2
S <sub>2</sub>	180	3	4
S <sub>3</sub>	196	7	0
Прибуток від одиниці продукції		3	2

**Варіант 18.** Харчосмакова фабрика може випускати фруктовий сік із розливом у скляну, залізну і поліетиленову тару. Лінія по випуску соку в скляній тарі може випускати не більше 10 т соку, в залізній – не більше 8 т, в поліетиленовій – не більше 5 т. Знайти програму випуску соку в різній тарі, яка б забезпечувала фабриці максимальний прибуток, якщо відомо, що собівартість виробництва соку 1 т в скляній тарі дорівнює 160 грн, у залізній – 100 грн, поліетиленовій – 160 грн, відпускна ціна не залежить від тари і дорівнює 400 грн за т.

**Варіант 19.** Підприємство випускає чотири види продукції і використовує три типи основного обладнання: токарне, фрезерне, шліфувальне. Витрати часу на виготовлення продукції для кожного з типів обладнання наведені в таблиці. Указані також загальний обсяг робочого часу кожного із типів обладнання, а також прибуток від реалізації одного виробу даного виду. Знайти такий обсяг випуску кожного з виробів, при якому загальний прибуток від їх реалізації буде максимальний.

Тип обладнання	Витрати часу (станко-год.) на одиницю продукції виду				Загальний фонд робочого часу (станко-год.)
	1	2	3	4	
Токарне	2	1	1	3	300
Фрезерне	1	-	2	1	70
Шліфувальне	1	2	1	-	340
Прибуток від реалізації одиниці продукції (грн)	8	3	2	1	

**Варіант 20.** Необхідно оптимально розділити загальну площу посіву під різні культури, якщо відомі загальний обсяг виробничих ресурсів, норми їх витрат на 1 га, а також врожайність кожної культури та її ціна. Дані показані в таблиці.

Вид ресурсу	Норми витрат ресурсів на 1га посіву			Ресурсний обсяг по праці, год.
	Жито	Овес	Картопля	
Механізована праця, год./га	1,5	1,4	5	8000
Ручна праця, год./га	2,5	2,2	18	9000
Ціна продукції, грн/ц	10	8	6	
Врожайність, ц/га	20	22	110	

**Варіант 21.** Економічно вигідне відгодовування тварин передбачає, що в їхньому щоденному раціоні буде кормових одиниць не менше 100, білка – не менше 2 кг, кальцію – не менше 300 г і фосфору – не менше 150 г. Раціон складається із трьох видів кормів, позначених А, В, С. У таблиці наведені дані про концентрацію необхідних речовин у кормах, а також ціна кормів. Яку кількість кожного виду корму необхідно витратити, щоб загальні витрати були мінімальними.

Вид корму	Кількість кормових одиниць	Концентрація харчових речовин у кормах, т/кг			Ціна кормів, коп./кг
		Білку	Кальцію	Фосфору	
А	0,9	80	1,4	3	5
В	0,8	70	1,8	4	7
С	0,6	90	1,2	6	4

**Варіант 22.** Кондитерська фабрика для виробництва трьох видів карамелі А, В, С використовує три види основної сировини: цукровий пісок, патоку та фруктове пюре. Норми витрат сировини кожного виду на виробництво 1 т карамелі даного виду показані в таблиці. Знайти план виробництва карамелі, який забезпечує максимальний прибуток від її реалізації.

Вид сировини	Норми витрат сировини (т) на одну т карамелі			Загальна кількість сировини (т)
	А	В	С	
Цукровий пісок	0,8	0,5	0,6	1000
Патока	0,4	0,4	0,3	900
Фруктове пюре	-	0,1	0,1	220
Прибуток від реалізації однієї т продукції, грн	108	112	126	

**Варіант 23.** Завод випускає два види продукції, використовуючи при цьому чотири види сировини ресурсів. Норми витрат сировини, її запаси, а також прибуток від одиниці випуску продукції наведені в таблиці. Знайти такий план випуску продукції, при якому буде досягнуто максимальний прибуток.

Вид сировини	Норми витрат на одиницю продукції, кг		Запаси сировини, кг
	Продукція першого виду	Продукція другого виду	
P <sub>1</sub>	0,3	0,4	165
P <sub>2</sub>	0,6	0,4	240
P <sub>3</sub>	0,8	0	280
P <sub>4</sub>	0	0,1	35
Прибуток від одиниці продукції, грн	6	5	

**Варіант 24.** Підприємство може працювати за двома технологічними процесами (T<sub>1</sub>, T<sub>2</sub>). Витрати ресурсів за одиницю часу при відповідній технології і продуктивність технологічного способу в грн за одиницю часу

показані в таблиці. Знайти оптимальний план, при якому досягається максимальна продуктивність технологічного способу.

Ресурси	Технологічні способи		Обсяг ресурсів
	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	
I	2	6	24
II	5	4	31
III	2	3	18
Продуктивність технологічного способу	12	16	

**Варіант 25.** Необхідно розподілити площу посіву під пшеницю та ячмінь таким чином, щоб одержати максимальну кількість у вартісному виразі, якщо відома врожайність, ціна, а також витрати ресурсів механізованої та ручної праці на 1 га посіву й кількість ресурсів.

Вид ресурсів	Норми витрат на 1 га посіву		Загальна кількість ресурсу
	Пшениця	Ячмінь	
Механізована праця, год. / га	1,6	1,8	4000
Ручна праця, год./ га	24	2,0	6000
Врожайність, ц/ га	20	25	
Вартість 1 ц продукції, грн	6	4	

**Варіант 26.** Для відгодовування тварин використовують три продукти : П-1, П-2, П-3, складовими яких є білок, кальцій та вітаміни. Склад цих харчових речовин у продуктах відкорму відомі і показані в таблиці. Для нормального відкорму потрібно не менше 3000 г білка, 180 г кальцію, 60 г вітамінів. Знайти оптимальний раціон годування тварин за умови мінімальної його вартості, якщо ціна 1 кг продукту П-1 дорівнює 3 коп., П-2 – 2 коп., П-3 – 5 коп.

Продукт	Склад харчових речовин в 1кг продукта, г		
	Білок	Кальцій	Вітаміни
П-1	100	12	4
П-2	40	8	2
П-3	360	6	2

**Варіант 27.** Кооператив, використовуючи три типи ресурсів, аналізує продукцію чотирьох видів. Загальний обсяг ресурсів, витрати на продаж однієї партії виробів, а також прибуток від її реалізації наведені в таблиці. Знайти план продажу виробів, які забезпечують максимальний прибуток кооперативу.

Тип ресурсів	Витрати на реалізацію однієї партії виробів, ум. од.				Загальний обсяг ресурсів, ум. од.
	I-го виду	II-го виду	III-го виду	IV-го виду	
Перший	3	4	2	6	64
Другий	4	7	3	5	83
Третій	2	3	6	1	58
Прибуток від реалізації однієї партії виробів, грн.	14	15	12	17	

**Варіант 28.** Підприємство може виготовляти чотири види продукції П-1, П-2, П-3, П-4. Збут будь-якого її обсягу забезпечений. Підприємство розпоряджається протягом кварталу трудовими ресурсами в 100 людино-змін, напівфабрикатами масою 260 кг, станковим обладнанням 370 станко-змін. Норми витратків і прибуток від одиниці кожного виду продукції вказані в таблиці. Знайти план випуску продукції, що максимізує прибуток.

Ресурси	Продукція				Обсяг ресурсу
	П-1	П-2	П-3	П-4	
Трудові ресурси, люд.-змін	2,5	2,5	2	1,5	150
Напівфабрикати, кг	4	10	4	6	290
Станкове обладнання, станко-змін	8	7	4	10	400
Прибуток від одиниці продукції, грн	40	50	100	80	

**Варіант 29.** У студентській їдальні для виготовлення бутербродів трьох видів використовують чотири види ресурсів, загальні обсяги яких і норми витрат вказані в таблиці. Відомі також прибуток, який одержує їдальня від реалізації однієї партії бутербродів кожного виду. Запланувати випуск партій бутербродів у таких кількостях, щоб загальний прибуток їдальні був максимальний.

Вид ресурсу	Норми витрат ресурсів на одну партію бутербродів, кг			Обсяг ресурсів, кг
	1-й вид	2-й вид	3-й вид	
Перший	4	3	1	42
Другий	2	5	4	56
Третій	3	6	2	38
Четвертий	5	7	3	40
Прибуток від реалізації однієї партії бутербродів, грн	5	7	8	

**Варіант 30.** Процес виготовлення шкіряних штанів, курток і пальто передбачає проходження виробів через дубильний, розкрійний і пошивний цехи, фонд часу роботи кожного з них складає відповідно 1340, 1280, 1520 год. Норми часу обробки виробів у кожному із цехів, прибуток, який отримує підприємство від випуску одиниці продукції, показані в таблиці. Скласти план випуску виробів, який забезпечує підприємству максимальний прибуток.

Ділянка	Норми витрат часу на одиницю продукції, год.		
	Штани	Куртка	Пальто
Дубильна	0,6	0,7	0,8
Розкрійна	0,7	0,5	0,9
Пошивна	0,8	0,7	0,9
Прибуток від одиниці продукції, грн	24	20	36



## Питання для самоконтролю

1. Який економічний зміст мають характеристики стійкості плану?
2. Які існують шляхи підвищення стійкості плану?
3. Що дозволяє дослідити звіт «Стійкість»?
4. Який економічний зміст має значення тіньової ціни?
5. Що означає статус обмеження «Пов'язане», «Не пов'язане»?
6. Як визначити межі маневрування плану?
7. Який економічний зміст має коефіцієнт взаємозаміни ресурсів?

## Змістовий модуль 2

### Лабораторна робота № 2

#### Тема: *Моделювання системних характеристик соціально-економічних систем.*

**Мета роботи:** отримати практичні навички оцінювання основних системних характеристик (показники жорсткості й еластичності, надійності й напруженості) плану розвитку соціально-економічних систем.

#### **Приклад виконання лабораторної роботи 2**

##### **Завдання:**

На основі побудованої в попередній лабораторній роботі математичної моделі й отриманого розв'язку:

- виділити найбільш істотні обмеження за ресурсами;
- провести імітаційний експеримент виконання плану при різних рівнях недопостачання виділених видів ресурсів;
- обчислити коефіцієнти жорсткості й еластичності плану в умовах проведених експериментів;
- оцінити надійність і напруженість плану при різних варіантах розподілів недопостачання продукції в заданих імітаційною моделлю межах;
- порівняти отримані результати по окремих видах продукції й за планом у цілому;
- зробити висновки щодо надійності та напруженості плану в залежності від недопостачання різних видів ресурсів і використання різних технологій.

##### **Хід виконання роботи:**

Розглянемо ситуації недопостачання різного обсягу по кожному виду ресурсів. При цьому, визначимо загальну втрату продуктивності, втрату продуктивності по кожному виду технології, а також коефіцієнти еластичності і жорсткості плану.

Еластичність відображає відносну зміну кінцевих показників плану в залежності від зміни умов його реалізації.

Жорсткість є показником зворотним еластичності.

Значення коефіцієнтів жорсткості й еластичності для різних обсягів недопостачання ресурсу розраховуються за формулами відповідно:

$$g_{ki} = \frac{\Delta P_k}{P_k} : \frac{\Delta S_i}{S_i}, \quad e_{ki} = \frac{1}{g_{ki}}$$

де  $\Delta P_k$  – розмір недоотриманої продуктивності в результаті недопостачання;

$P_k$  – планова продуктивність;

$\Delta S_i$  – розмір недопостачання;

$S_i$  – запланований обсяг ресурсу.

Надійність плану економічної системи – ймовірність виконання рішень. Надійність плану в умовах, коли випуск продукції встановлюється відповідно до характеристик еластичності, можна визначити таким чином:

$$H_k = 1 - \frac{E(\Delta P_k)}{P_k^0} = 1 - \frac{1}{\bar{e}_{1k}} E\left(\frac{\Delta S_1}{S_1^0}\right),$$

$E\left(\frac{\Delta S_1}{S_1^0}\right)$  – математичне очікування відносної недопостачання ресурсу.

$E(\Delta P_k) = \sum_{h=0}^H g^h \Delta P_k^h$  – математичне сподівання недовипуску продукції

$\Delta P_k^h$  – недовипуск продукції  $k$ -го виду, що відповідає недопостачі ресурсу в обсязі  $\Delta S_1^h$ .

Напруженість – є оцінкою ризикованості плану, вона тим вище, чим нижче його надійність.

Напруженість планів можна визначати одним із таких співвідношень:

$$N_k = A(1-H_k) \quad \text{або} \quad N_k = B/H_k$$

де  $N_k$  – напруженість плану по випуску  $k$ -го виду продукції;

$H_k$  – надійність плану по випуску  $k$ -го виду продукції;

$A$  і  $B$  – коефіцієнти бальності, за допомогою яких здійснюється переклад надійності плану в бальні оцінки напруженості.

Розглянемо тепер задачу про використання технологій з точки зору надійності побудованого плану.

Усі розрахункові дані відобразимо в таблицях.

### 1. Нестача робочої сили

Залежно від нестачі різної кількості робочої сили, загальна продуктивність знижується, а продуктивність за енергозберігаючою технологією ( $T_1$ ) поступово зростає, але коли кількість ресурсу складає 1200 людино-годин, стає рентабельним використання сучасної технології ( $T_3$ ). План експерименту включає зміну запасу робочої сили від 0 до 1200 з кроком 200. Результати розрахунків представлені в табл. 1.

Де недоотримана продуктивність (рядок 5) – різниця між плановою продуктивністю (23400) і отриманою продуктивністю (рядок 4) у разі недопостачання якого-небудь виду ресурсів.

Очікувана недоотримана продуктивність – добуток ймовірності недопостачання ресурсу (рядок 9) на недоотриману продуктивність (рядок 5).

Математичне сподівання недоотриманої продуктивності:

$$E(\Delta(P_k)) = \sum_{h=0}^H q^h \cdot \Delta P_k^h = 2807.4.$$

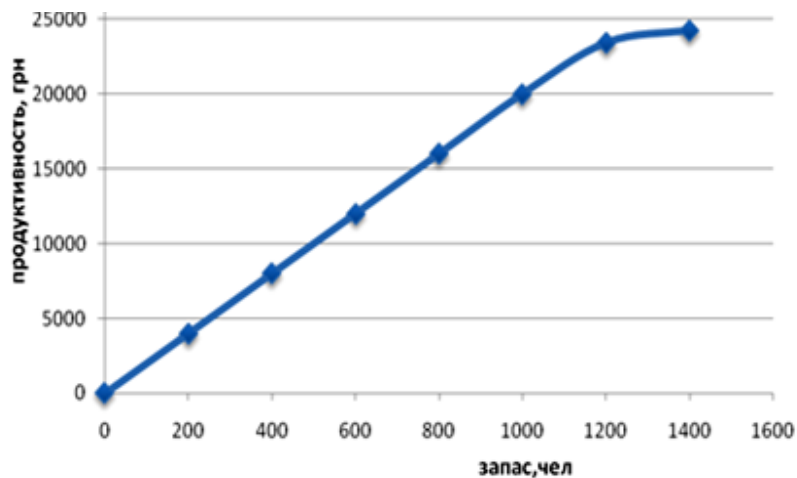
Надійність плану:  $H_k = 1 - \frac{E(\Delta P_k)}{P_k} \approx 0.88$ , а отже при недопостачі

трудова ресурсів, ймовірність виконання рішень, щодо обсягів і термінів виконання випуску продукції, використання технологій і т.п. становить 88%.

Таблиця 1. Аналіз нестачі робочої сили

Нестача трудових ресурсів									Сума
По загальній продуктивності									
1	Запас на складі	0	200	400	600	800	1000	<b>1200</b>	
2	Недопостачання ( $\Delta S$ )	1200	1000	800	600	400	200	0	
3	$\Delta S/S$ ( $S=1200$ )	1	0,83	0,67	0,5	0,33	0,17	0	
4	Продуктивність	0	4000	8000	12000	16000	20000	<b>23400</b>	
5	Недоотримана продуктивність ( $\Delta P$ )	23400	19400	15400	11400	7400	3400	0	
6	$\Delta P/P$ ( $P=23400$ )	1	0,83	0,66	0,49	0,32	0,15	0	
7	Жорсткість (6/3)	1,00	0,99	0,99	0,97	0,95	0,87	#ДЕЛ/0!	
8	Еластичність (1/7)	1,00	1,01	1,01	1,03	1,05	1,15	#ДЕЛ/0!	
9	Ймовірність недопостачі	0,001	0,01	0,05	0,05	0,1	0,15	0,639	1
10	Очікувана недоотрим. прод. (ймовір* $\Delta P$ )	23,4	194	770	570	740	510	0	<b>2807,4</b>
11	Надійність плану	<b>0,88</b>							
12	Напруженість плану (1000)	<b>119,97</b>							
13	Напруженість плану (100)	<b>113,63</b>							

На рис. 1 бачимо, що приріст продуктивності лінійний, але по досягненню запасу 1200 сповільнюється, тому що за інших рівних умов по досягненню запасу понад 1269 людино-годин ресурс стає профіцитним.

Рис. 1. Залежність продуктивності ( $P$ ) від кількості трудових ресурсів ( $S$ )

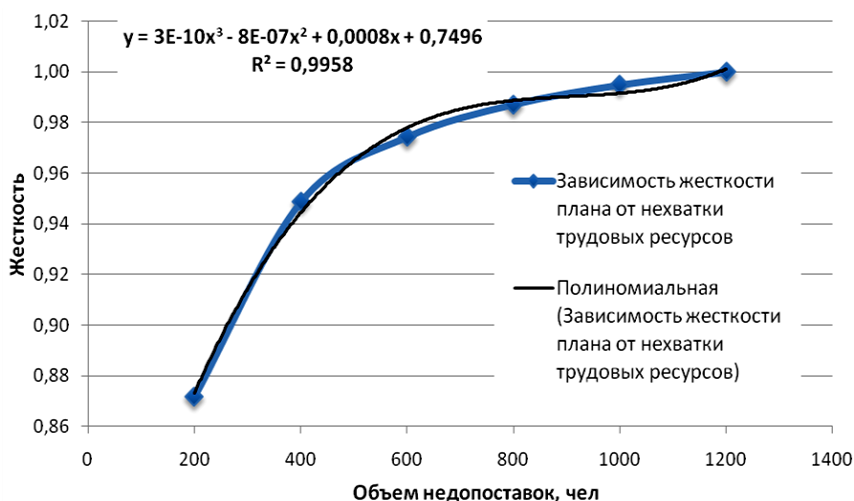


Рис. 2. Залежність жорсткості плану від нестачі трудових ресурсів

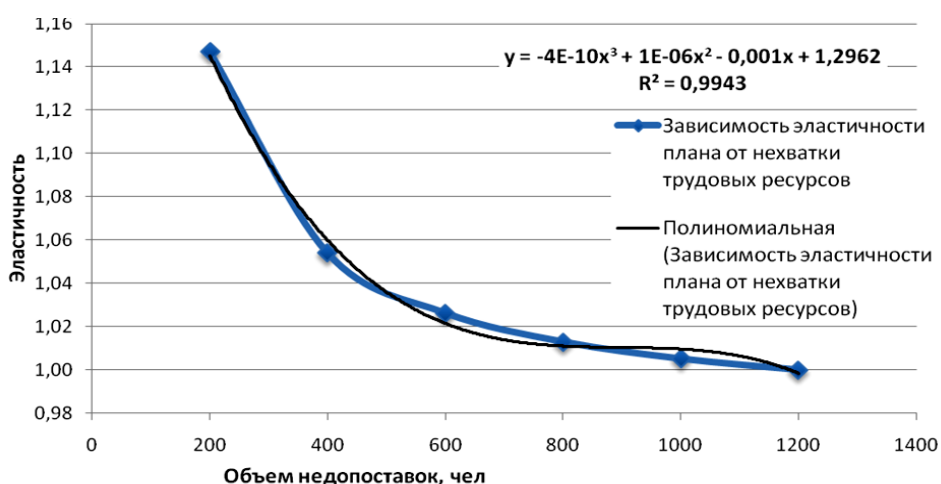


Рис. 3. Залежність еластичності плану від нестачі трудових ресурсів

Ці рисунки (2 і 3) відображають графіки функцій жорсткості й еластичності в залежності від недостачі трудових ресурсів, на них також показані апроксимуючі функції жорсткості й еластичності, які є поліноміальними функціями 3 ступеня.

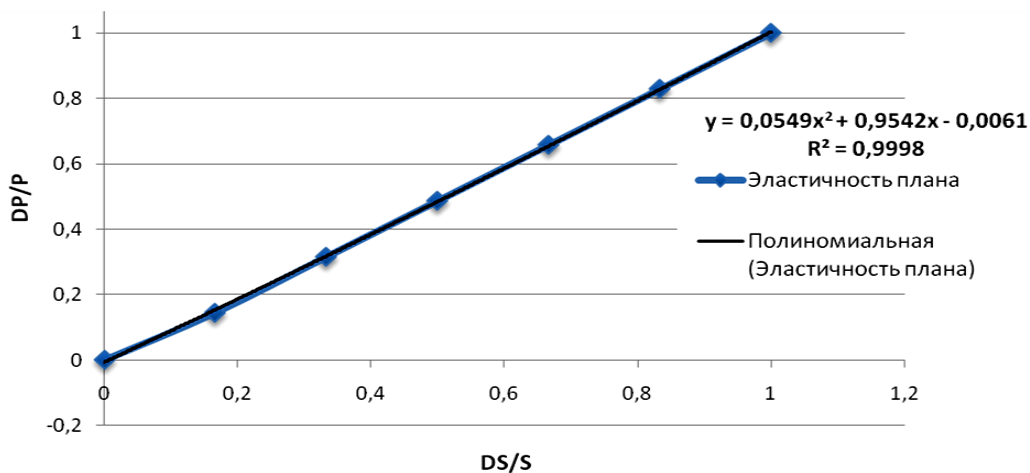


Рис. 4. Еластичність плану по трудовим ресурсам

На рис. 4 представлено графік залежності відносної зміни продуктивності ( $\Delta P/P$ ) від відносної недопостачання ресурсу ( $\Delta S/S$ ). Можна зробити висновки про те, що трудові ресурси є значущим ресурсом у виробничому процесі, і будь-яка кількість його нестачі приносить втрати в продуктивності.

## 1.2 По використанню технологій

Проаналізуємо параметри використання технологій при зміні запасу робочої сили. Результати розрахунків представлені в табл. 2.

Таблиця 2. По використанню технологій

Нестача трудових ресурсів									Сума
По загальній продуктивності									
2	Недопостачання ( $\Delta S$ )	1200	1000	800	600	400	200	0	1
3	Ймовірність недопостачі	0,001	0,01	0,05	0,05	0,1	0,15	0,639	
4	Продуктивність технологій								
	від використ. $T_1$	0,00	4000	8000	12000	16000	20000	<b>18000</b>	
	від використ. $T_2$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	<b>0,00</b>	
	від використ. $T_3$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	<b>5400</b>	
5	Недоотримана продуктивність за технологіями ( $\Delta P$ )								
	від використ. $T_1$	18000	14000	10000	6000	2000	0	0	
	від використ. $T_2$	0	0	0	0	0	0	0	
	від використ. $T_3$	5400	5400	5400	5400	5400	5400	0	
6	Очікувана недоотримана продуктивність за технологіями (ймовір * $\Delta P$ )								
	від використ. $T_1$	18	140	500	300	200	0	0	<b>1158</b>
	від використ. $T_2$	0	0	0	0	0	0	0	<b>0</b>
	від використ. $T_3$	5	54	270	270	540	810	0	<b>1949</b>
7	Надійність плану за технологіями								
	від використ. $T_1$	<b>0,9357</b>							
	від використ. $T_2$								
	від використ. $T_3$	<b>0,6390</b>							
8,9	Напруженість плану за технологіями								
		<b>1000</b>	<b>100</b>						
	від використ. $T_1$	<b>64,333</b>	<b>106,876</b>						
	від використ. $T_2$								
	від використ. $T_3$	<b>361,00</b>	<b>156,495</b>						

Робоча сила є дефіцитним ресурсом, і будь-яка кількість його нестачі приносить втрати в продуктивності (призводить до відповідних змін у плані використання технологій).

На рис. 5 зображений графік залежності загальної продуктивності та продуктивності за окремими технологіями ( $P$ ) від кількості трудових ресурсів ( $S$ ).

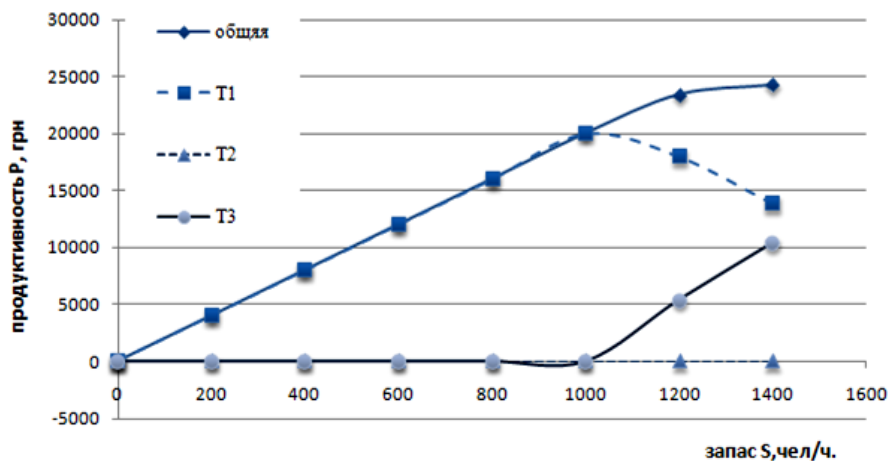


Рис. 5. Залежність продуктивності ( $P$ ) від кількості трудових ресурсів ( $S$ )

## 2. Недопостачання сировини

План експерименту включає зміну запасу сировини від 0 до 150 з кроком 50. Результати розрахунків представлені в табл. 3.

Таблиця 3. Аналіз недопостачі сировини

Нестача сировини						
По загальній продуктивності					Сума	
1	Запас на складі	0	50	100	<b>150</b>	
2	Недопостачання ( $\Delta S$ )	150	100	50	0	
3	$\Delta S/S$ ( $S=150$ )	1	0,67	0,33	0	
4	Продуктивність	0	9000	18000	<b>23400</b>	
5	Недоотримана продуктивність ( $\Delta P$ )	23400	14400	5400	0	
6	$\Delta P/P$ ( $P=23400$ )	1	0,615	0,23	0	
7	Жорсткість(6/3)	1,00	0,92	0,69	#ДЕЛ/0!	
8	Еластичність(1/7)	1,00	1,08	1,44	#ДЕЛ/0!	
9	Ймовірність недопостачі	0,001	0,05	0,25	0,699	1
10	Очікувана недоотрим. прод. (ймовір* $\Delta P$ )	23,4	720	1350	0	<b>2093,4</b>
11	Надійність плану	<b>0,910538</b>				
12	Напруженість плану (1000)	<b>89,462</b>				
3	Напруженість плану (100)	<b>109,825</b>				

Надійність плану:  $H_k = 1 - \frac{E(\Delta P_k)}{P_k} \approx 0.91$  вища ніж за трудовими ресурсами,

при недопостачі сировини, ймовірність виконання рішень, щодо обсягів і термінів виконання випуску продукції, використання технологій і т.д. становить 91%.

На рис. 6 бачимо, що приріст продуктивності сповільнюється зі збільшенням поставок, і за інших рівних умов по досягненню запасу понад 160 т ресурс стає профіцитним.

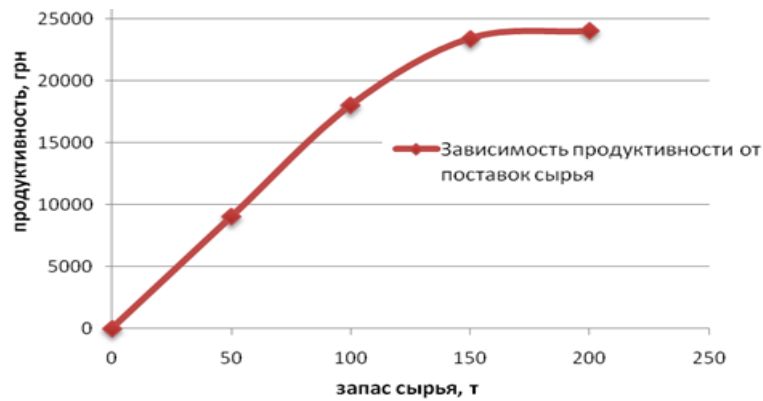


Рис. 6. Залежність продуктивності (P) від кількості сировини (S)

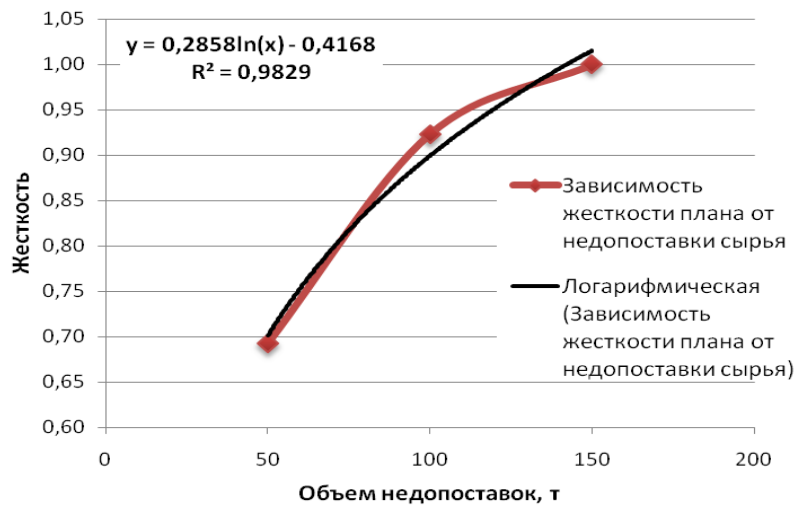


Рис. 7. Залежність жорсткості плану від недопоставання сировини

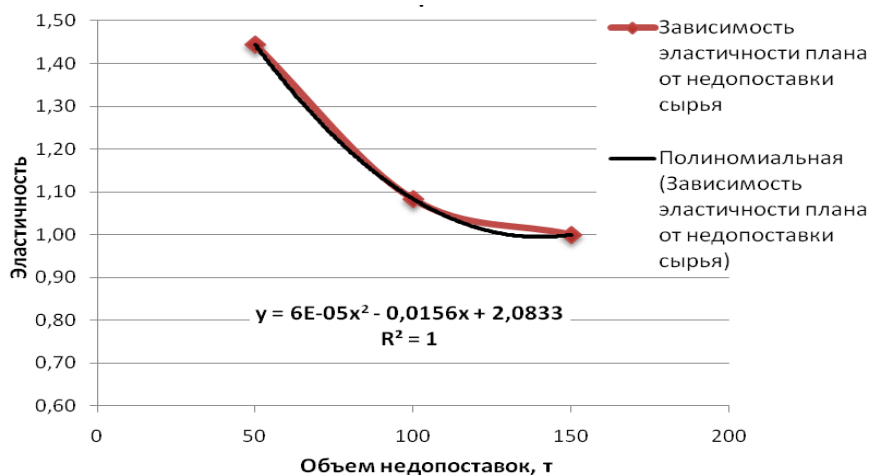


Рис. 8. Залежність еластичності плану від недопоставання сировини

Ці рисунки (7 і 8) відображають графіки функцій жорсткості й еластичності в залежності від недопоставання сировини, на них також показані апроксимуючі функції жорсткості (логарифмічна функція) й еластичності (поліноміальна функція 2 ступеня).



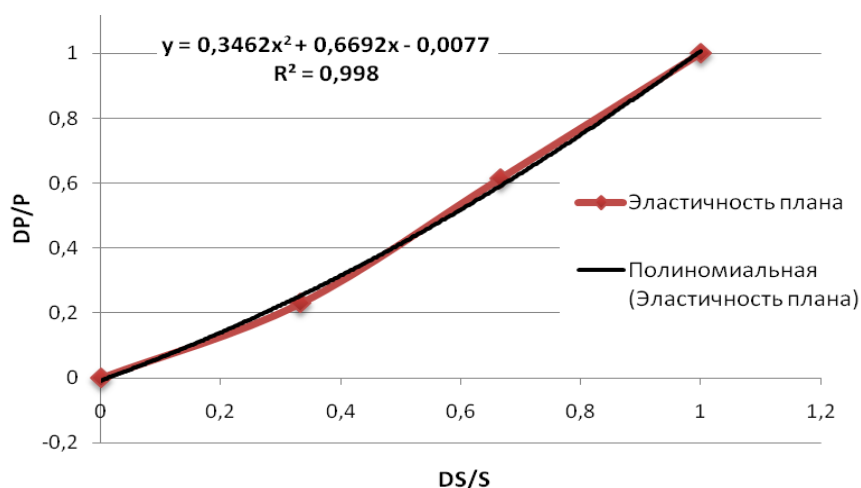


Рис. 9. Еластичність плану по сировині

На рис. 9 представлено графік залежності відносної зміни продуктивності ( $\Delta P/P$ ) від відносної недопостачання ресурсу ( $\Delta S/S$ ). Можна зробити висновки про те, що сировина є значущим ресурсом у виробничому процесі, і будь-яка кількість його нестачі приносить втрати в продуктивності.

## 2.2 По використанню технологій

Проаналізуємо параметри використання технологій при недопостачання сировини. Результати розрахунків представлені в табл. 4.

Таблиця 4. Аналіз використання технологій

Нестача сировини					
По загальній продуктивності					Сумма
Недопостачання ( $\Delta S$ )	150	100	50	0	
Ймовірність недопостачі	0,001	0,05	0,25	0,699	1
Продуктивність технологій					
від використ. $T_1$	0	0	0	<b>18000</b>	
від використ. $T_2$	0	0	0	<b>0</b>	
від використ. $T_3$	0	9000	18000	<b>5400</b>	
Недоотримана продуктивність за технологіями ( $\Delta P$ )					
від використ. $T_1$	18000	18000	18000	0	
від використ. $T_2$	0	0	0	0	
від використ. $T_3$	5400	0	0	0	
Очікувана недоотримана продуктивність за технологіями					
від використ. $T_1$	18	900	4500	0	<b>5418</b>
від використ. $T_2$	0	0	0	0	<b>0</b>
від використ. $T_3$	5	0	0	0	<b>5</b>
Надійність плану за технологіями					
від використ. $T_1$	<b>0,6990</b>				
від використ. $T_2$					
від використ. $T_3$	<b>0,9990</b>				

Напруженість плану за технологіями					
від використ. T <sub>1</sub>	1000	100			
від використ. T <sub>2</sub>	301	143,0615			
від використ. T <sub>3</sub>	1	100,1001			

Сировина є дефіцитним ресурсом, і будь-яка кількість його нестачі приносить втрати в продуктивності (призводить до відповідних змін у плані використання технологій).

Залежно від недопостачання сировини, загальна продуктивність знижується, також бачимо, що зростає продуктивність використання третього виду технології, але коли кількість ресурсу складає 150 т, стає рентабельним використання першої технології. На рис. 10 зображений графік залежності загальної продуктивності та продуктивності за окремими технологіями ( $P$ ) від обсягу сировини ( $S$ ).

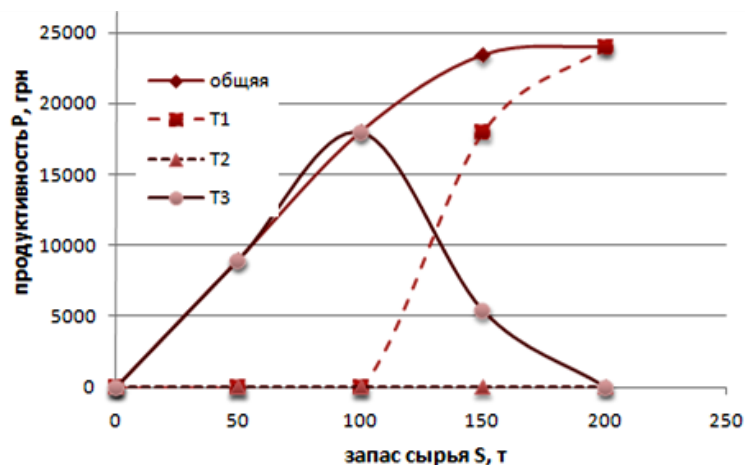


Рис. 10. Залежність продуктивності ( $P$ ) від обсягу сировини ( $S$ )

### 3. Недопостачання електроенергії

План експерименту включає зміну запасу електроенергії від 0 до 3000 з кроком 500. Результати розрахунків представлені в табл. 5.

Робоча сила є дефіцитним ресурсом, і будь-яка кількість його нестачі приносить втрати в продуктивності (призводить до відповідних змін у плані використання технологій).

Надійність плану:  $H_k = 1 - \frac{E(\Delta P_k)}{P_k} \approx 0.8245$ . Отже план менш надійний ніж

по трудових ресурсах і сировині, ймовірність виконання рішень, щодо обсягів і термінів виконання випуску продукції, використання технологій і т.д. становить 82%.

Електроенергія є профіцитним ресурсом, але при нестачі в розмірі більше ніж 180 кВт/год. приносить втрати в продуктивності (призводить до відповідних змін у плані використання технологій).

Таблиця 5. Аналіз недопостачання електроенергії

Нестача електроенергії									Сума
По загальній продуктивності									
1	Запас на складі	0	500	1000	1500	2000	2500	3000	
2	Недопостачання ( $\Delta S$ )	3000	2500	2000	1500	1000	500	0	
3	$\Delta S/S$ ( $S=3000$ )	1	0,83	0,67	0,5	0,33	0,17	0	
4	Продуктивність	0	4285,71	8571,43	12857,1	17142,9	21428,6	23400	
5	Недоотримана продуктивність ( $\Delta P$ )	23400	19114,3	14828,6	10542,9	6257,14	1971,43	0	
6	$\Delta P/P$ ( $P=23400$ )	1	0,82	0,63	0,45	0,27	0,08	0	
7	Жорсткість (6/3)	1,00	0,98	0,95	0,90	0,80	0,51	#ДЕЛ/0!	
8	Еластичність (1/7)	1,00	1,02	1,05	1,11	1,25	1,98	#ДЕЛ/0!	
9	Ймовірність недопостачі	0,001	0,05	0,05	0,1	0,15	0,2	0,449	1
10	Очікувана недоотрим. прод. (ймовір* $\Delta P$ )	23,4	955,714	741,43	1054,29	938,57	394,29	0	4107,7
11	Надійність плану	0,824							
12	Напруженість плану (1000)	175,5							
13	Напруженість плану (100)	121,3							

На рис. 11 бачимо, що приріст продуктивності лінійний до запасу 2500 кВт/год., потім сповільнюється, а понад 2820 кВт/год. ресурс стає профіцитним.

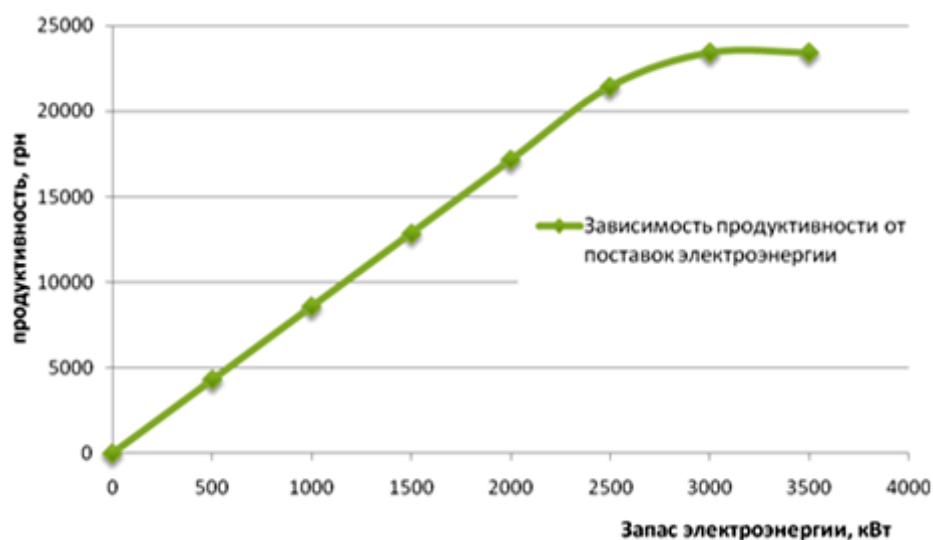


Рис. 11. Залежність продуктивності ( $P$ ) від кількості електроенергії ( $S$ )

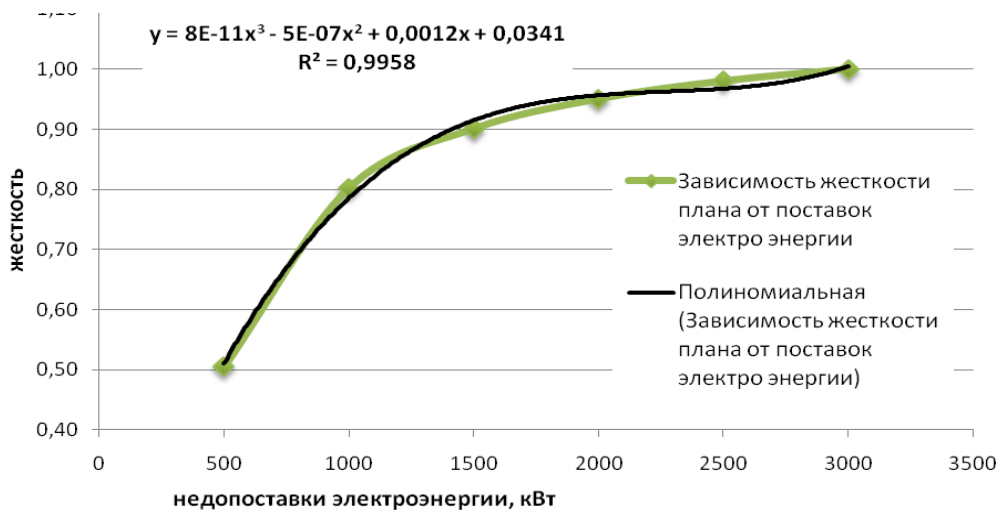


Рис. 12. Залежність жорсткості плану від недопостачання електроенергії

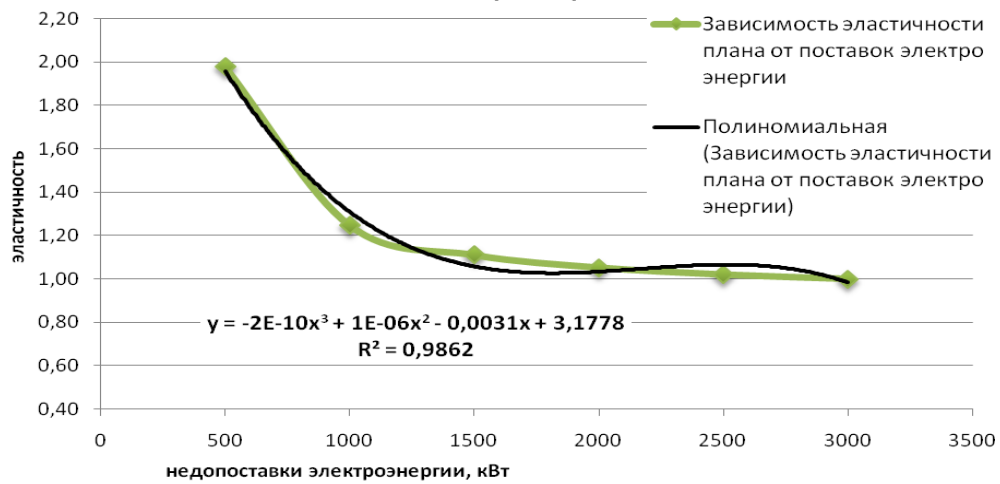


Рис. 13. Залежність еластичності плану від недопостачання електроенергії

Ці рисунки ( 12 і 13) відображають графіки функцій жорсткості й еластичності в залежності від недопостачання електроенергії, на них також показані апроксимуючі функції жорсткості й еластичності, які є поліноміальними функціями 3 ступеня.

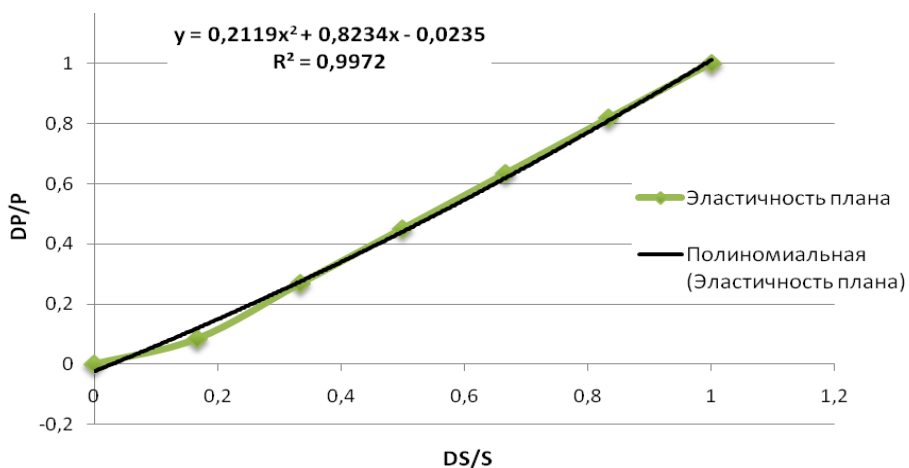


Рис. 14. Еластичність плану по електроенергії

На рис. 14 представлено графік залежності відносної зміни продуктивності ( $\Delta P/P$ ) від відносної недопостачання ресурсу ( $\Delta S/S$ ). Можна зробити висновки про те, що недопостачання в розмірі більше ніж 180 кВт/год. приносить втрати в продуктивності.

### 3.2 По використанню технологій

Залежно від недопостачання електроенергії, загальна продуктивність знижується, а продуктивність за енергозберігаючою технологією ( $T_1$ ) поступово зростає, але коли кількість ресурсу складає 3000 людино-годин, стає рентабельним використання сучасної технології ( $T_3$ ) (Табл.6).

Таблиця 6. Аналіз використання технологій

Нестача електроенергії									
По загальній продуктивності									Сума
2	Недопостачання ( $\Delta S$ )	3000	2500	2000	1500	1000	500	0	
3	Ймовірність недопостачі	0,001	0,05	0,05	0,1	0,15	0,2	0,449	1
4	Продуктивність технологій								
	від використ. $T_1$	0	4286	8571	12857	17143	21429	<b>18000</b>	
	від використ. $T_2$	0	0	0	0	0	0	<b>0</b>	
	від використ. $T_3$	0	0	0	0	0	0	<b>5400</b>	
5	Недоотримана продуктивність за технологіями ( $\Delta P$ )								
	від використ. $T_1$	18000	13714	9429	5143	857	0	0	
	від використ. $T_2$	0	0	0	0	0	0	0	
	від використ. $T_3$	5400	5400	5400	5400	5400	5400	0	
6	Очікувана недоотримана продуктивність за технологіями								
	від використ. $T_1$	18	686	471	514	129	0	0	<b>1818</b>
	від використ. $T_2$	0	0	0	0	0	0	0	<b>0</b>
	від використ. $T_3$	5	270	270	540	810	1080	0	<b>2975</b>
7	Надійність плану за технологіями								
	від використ. $T_1$	<b>0,8990</b>							
	від використ. $T_2$								
	від використ. $T_3$	<b>0,4490</b>							
8,9	Напруженість плану за технологіями								
		<b>1000</b>	<b>100</b>						
	від використ. $T_1$	<b>101,0</b>	<b>111,235</b>						
	від використ. $T_2$								
	від використ. $T_3$	<b>551,0</b>	<b>222,717</b>						

На рис. 15 зображений графік залежності загальної продуктивності та продуктивності за окремими технологіями ( $P$ ) від обсягу електроенергії ( $S$ ).

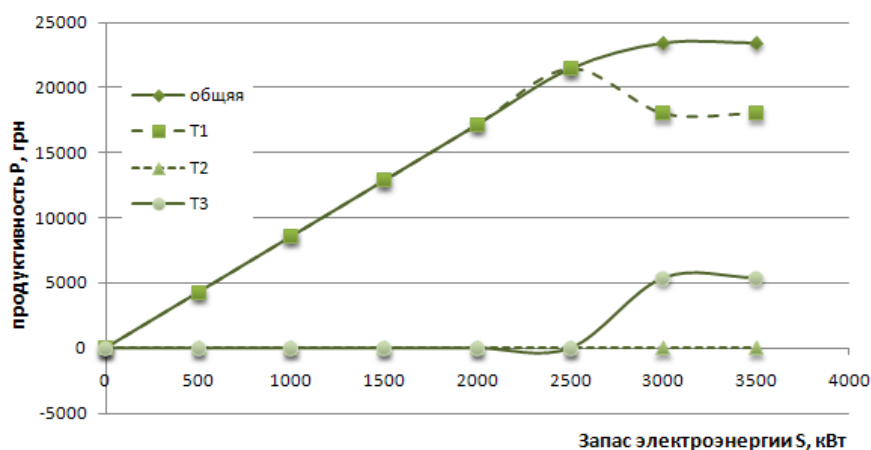


Рис. 15. Залежність продуктивності ( $P$ ) від обсягу електроенергії ( $S$ )

#### 4. Висновки

Для узагальнення отриманих результатів обчислемо надійність та напруженість плану (табл.7).

Таблиця 7. Висновки аналізу

	Надійність	Напруженість		
	$H_k = 1 - \frac{E(\Delta P_k)}{P_k}$	$N_k = 1000 \cdot (1 - H_k)$	$N_k = \frac{100}{H_k}$	
<b>По трудовим ресурсам</b>				
У цілому	<b>0,8800256</b>	<b>119,974359</b>	<b>113,633053</b>	
від використ. T1	<b>0,9357</b>	<b>64,3333</b>	<b>106,876</b>	Більш надійний план по T1 => менш напружений.
від використ. T2				
від використ. T3	<b>0,6390</b>	<b>361,0000</b>	<b>156,495</b>	
<b>По сировині</b>				
У цілому	<b>0,910538</b>	<b>89,46153846</b>	<b>109,8251246</b>	
від використ. T1	<b>0,6990</b>	<b>301</b>	<b>143,0615</b>	Більш надійний план по T3 => менш напружений.
від використ. T2				
від використ. T3	<b>0,9990</b>	<b>1</b>	<b>100,1001</b>	
<b>По електроенергії</b>				
У цілому	<b>0,824458</b>	<b>175,542125</b>	<b>121,291825</b>	
від використ. T1	<b>0,8990</b>	<b>101,0000</b>	<b>111,235</b>	Більш надійний план по T1 => менш напружений.
від використ. T2				
від використ. T3	<b>0,4490</b>	<b>551,0000</b>	<b>222,717</b>	

Як видно з таблиці 7 у всіх розглянутих випадках використання T2 не рентабельно. Найбільш надійний план по нестачі сировини, найбільш напруженим є план по нестачі електроенергії.

Надійність плану можна підвищити, враховуючи основні фактори, що її визначають:

- резервування ресурсів (підвищити ймовірність безперебійної поставки);
- проведення додаткових досліджень, що дозволяють зменшити невизначеність інформації;
- проведення додаткового обґрунтування технічних рішень плану, особливо пов'язаних з нетрадиційними (що раніше не використовувалися) технологіями, переорієнтацією виробництва, організаційними рішеннями і т.д.

Способи управління напруженістю планів ті самі, що і способи управління характеристиками його надійності. Так, всі заходи, що спрямовані на підвищення ступеня маневреності планів, їх еластичності, надійності, такі, як організація взаємозамінності ресурсів і продукції, резервування і створення запасів, спрямоване зниження інерційності планових рішень тощо, ведуть одночасно до зниження напруженості планів.

### **Завдання до лабораторної роботи 2**

На підставі побудованої в першій лабораторній роботі математичної моделі й отриманого розв'язку:

- виділити найбільш істотні обмеження за ресурсами;
- провести імітаційний експеримент виконання плану при різних рівнях недопостачання виділених видів ресурсів;
- обчислити коефіцієнти жорсткості й еластичності плану в умовах проведених експериментів;
- оцінити надійність і напруженість плану при різних варіантах розподілів недопостачання продукції в заданих імітаційною моделлю межах;
- порівняти отримані результати по окремих видах продукції й за планом у цілому;
- зробити висновки щодо надійності та напруженості плану в залежності від недопостачання різних видів ресурсів і використання різних технологій.

### **Питання для самоконтролю**

1. Що розуміється під поняттям «маневреність плану»?
2. Яким чином враховується еластичність плану при визначенні меж маневреності?
3. Які фактори впливають на маневреність плану?
4. Який план можна визначити як еластичний оптимальний план?
5. Який загальний вигляд функції еластичності?
6. Що таке жорсткість плану?
7. Який взаємозв'язок між напруженістю плану і його надійністю?
8. Дайте визначення надійності плану економічної системи.

## Змістовий модуль 4

### Лабораторна робота № 3

**Тема: Моделювання соціально-економічних систем в умовах невизначеності цілей (прийняття рішення в умовах багатокритеріального оцінювання)**

**Мета роботи:** отримати практичні навички розв'язання задачі прийняття рішень в умовах невизначеності на базі багатокритеріального оцінювання.

#### Приклад виконання лабораторної роботи 3

**Завдання 1:** Розглянути чотири варіанти векторної цільової функції  $F(x) = (F_1(x), F_2(x))$ , які різняться градієнтом часткових критеріїв

$$F_k(x), k = 1, 2:$$

$$\text{I} - F_1(x) \rightarrow \max, F_2(x) \rightarrow \max$$

$$\text{II} - F_1(x) \rightarrow \min, F_2(x) \rightarrow \min$$

$$\text{III} - F_1(x) \rightarrow \max, F_2(x) \rightarrow \min$$

$$\text{IV} - F_1(x) \rightarrow \min, F_2(x) \rightarrow \max$$

Для заданої множини альтернатив та відповідним значенням заданої на цій множині векторної цільової функції (ВЦФ) виділити:

- повну множину альтернатив;
- паретовську множину.

#### Хід виконання роботи:

Виділення паретовської множини  $\tilde{X}$  та повної множини альтернатив  $X^0$  із заданої множини альтернатив  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_{10}\}, i = \overline{1, 10}$  здійснити на основі застосування їх означень та заданих для них значень векторної цільової функції (ВЦФ)  $F(x) = (F_1(x), F_2(x))$ .

Розглядається задача багатокритеріального вибору:

- задано дискретну скінчену множину  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_{10}\}$  як множину альтернатив – припустимих розв'язків, з яких необхідно здійснити вибір;
- на множині  $X$  визначена векторна цільова функція (ВЦФ) (1), яка містить, наприклад, два часткових критерія (2):

$$F(x) = (F_1(x), F_2(x)), \quad (1)$$

$$F_k(x) \rightarrow \text{extr}, k = 1, 2, \quad \text{extr} \in \{\max, \min\}. \quad (2)$$

Для кожної альтернативи (припустимого розв'язку)  $x_i$  відомі значення часткових критеріїв  $F_k(x_i), k = 1, 2$  – розміщено в таблиці 1.

Необхідно з метою звуження множини альтернатив  $X$  виділити в ній паретовську множину  $X$  та повну множину альтернатив  $X^0$ .

Зауважимо, що у випадку скалярного критерію одного екстремуму (2) розв'язком задачі (в цьому випадку оптимізаційної) вважається такий



припустимий розв'язок  $x^* \in X$ , на якому ЦФ  $F(x)$  досягає екстремального значення, тобто  $F(x^*) = \underset{x \in X}{extr} F(x)$ ,  $extr \in \{\max, \min\}$ . Цей розв'язок прийнято називати *оптимальним розв'язком* задачі.

Таблиця 1. Значення часткових критеріїв  $F_k(x_i)$ ,  $k = 1, 2$  для множини альтернатив  $X$

$x_i$	$F(x)$	
	$F_1(x)$	$F_2(x)$
$x_1$	12	15
$x_2$	5	22
$x_3$	10	22
$x_4$	11	20
$x_5$	8	21
$x_6$	9	16
$x_7$	8	17
$x_8$	5	14
$x_9$	7	20
$x_{10}$	11	20

У випадку векторної цільової функції (ВЦФ), заданої виразами (1) – (2), такий підхід до визначення поняття розв'язку задачі не є можливим. Це зумовлено тим, що серед припустимих розв'язків задачі можуть існувати такі, що є непорівнюваними. Тобто з двох припустимих розв'язків за одним критерієм кращим є перший, а за іншим – другий розв'язок.

Тому в разі наявності ВЦФ під розв'язком задачі (надалі – векторної або багатокритеріальної) розуміється деяка множина альтернатив. До таких множин належать паретовська множина (позначають як  $X$ ) та повна множина альтернатив ( $X^0$ ).

Означення 1. *Паретовською множиною* (ПМ) (або *множиною Парето*, або *множиною ефективних розв'язків*)  $\tilde{X}$ , що визначена на множині припустимих розв'язків  $X$  ВЦФ (1) – (2), називають таку підмножину множини  $X$ , яка складається з паретовських оптимумів.

Нехай для визначеності будемо вважати, що  $F_k(x) \rightarrow \max$ ,  $k = 1, 2$ .

Означення 2 (формальне). Альтернатива (розв'язок)  $\tilde{x} \in X$  називається *паретовським оптимумом* (ПО) (або *оптимальним за Парето*, або *недомінованим*), якщо не існує такого припустимого розв'язку  $x \in X$ , для якого виконуються нерівності

$$F_k(x) \geq F_k(\tilde{x}), \quad k = 1, 2, \text{ серед яких хоча б одна є строгою } F_{k_0}(x) > F_{k_0}(\tilde{x}).$$

Означення 3 (неформальне). *Паретовські оптимуми* (розв'язки) – це векторно непорівнянні розв'язки: якщо один розв'язок є кращим за одним із часткових критеріїв, то він є гіршим за іншим, і немає такого розв'язку, який би був краще одразу за всіма частковими критеріями.

Зауваження: якщо такий розв'язок існує, то проблеми багатокритеріального вибору немає. У цьому випадку до множини припустимих розв'язків належить так звана «ідеальна точка» – розв'язок, на якому всі часткові критерії набувають найкращого значення:

$$F(x^{id}) = (F_1(x^{id}), F_2(x^{id})), \quad F_k(x^{id}) = \underset{x \in X}{extr} F_k(x), \quad k = 1, 2.$$

Таблиця 2. Виділення паретовської множини  $\tilde{X}$  для множини альтернатив  $X$  (табл. 1) за умови  $F_k(x) \rightarrow \max, k = 1, 2$

$x_i$	$F(x)$		ПМ $\tilde{X}$
	$F_1(x)$	$F_2(x)$	
$x_1$	12	15	+
$x_2$	5	22	– (домінує $x_3$ )
$x_3$	10	22	+
$x_4$	11	20	+
$x_5$	8	21	– (домінує $x_3$ )
$x_6$	9	16	– (домінує $x_3, x_{10}$ )
$x_7$	8	17	– (домінує $x_3$ )
$x_8$	5	14	– (домінує $x_7$ )
$x_9$	7	20	– (домінує $x_{10}$ )
$x_{10}$	11	20	+

Означення 4. Множина  $F(X) = \{F(x) = (F_1(x), F_2(x)) : x \in X\}$  називається множиною досяжності ВЦФ на множині альтернатив  $X$  у критеріальному просторі  $(F_1(x), F_2(x))$ .

Тобто множина досяжності ВЦФ є відображенням множини альтернатив  $X$  у критеріальний простір – простір значень часткових критеріїв.

У випадку двох часткових критеріїв можна навести геометричну інтерпретацію множини досяжності (рис. 1).

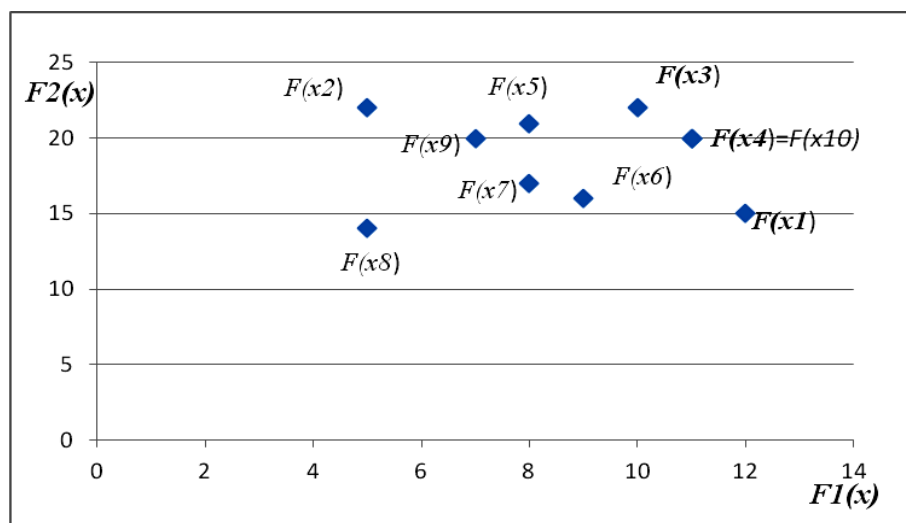


Рис. 1. Множина досяжності ВЦФ (1)-(2) на множині альтернатив  $X$ , що задана табл. 1

Паретовська множина  $\tilde{X} = \{x_1, x_3, x_4, x_{10}\} \subset X$ .

Означення 5. Образ паретовської множини в критеріальному просторі  $F(X)$  називають *паретовською границею множини досяжності* в критеріальному просторі.

Означення 6. Підмножина  $X^0 \subseteq \tilde{X}$  називається *повною множиною альтернатив* (ПМА), якщо при виконанні рівності

$$F(X^0) = F(\tilde{X}),$$

$$\text{де } F(X^*) = \{F(x) = (F_1(x), F_2(x), \dots, F_N(x)) : x \in X^*\},$$

$$\text{її потужність } |X^0| \text{ мінімальна, тобто } |X^0| = \min_{X^* \subseteq X} |X^*|.$$

Тобто ПМА – це така мінімальна за потужністю підмножина паретовської множини, образ якої в критеріальному просторі збігається із паретовською границею множини досяжності.

Для задачі, що розглядається, як ПМА можна обрати множини  $X^0 = \{x_1, x_3, x_4\} \subset \tilde{X}$  або  $X^0 = \{x_1, x_3, x_{10}\} \subset \tilde{X}$ , оскільки їх образи збігаються з образом паретовської множини  $F(X)$ .

За умови  $F_k(x) \rightarrow \min, k = \overline{1, 2}$ :

Паретовська множина  $\tilde{X} = \{x_8\}$ .

Повна множина альтернатив (ПМА) становить  $X^0 = \{x_8\}$ .

Таблиця 3. Виділення паретовської множини  $\tilde{X}$  для множини альтернатив  $X$  (табл. 1) за умови  $F_k(x) \rightarrow \min, k = \overline{1, 2}$

$x_i$	$F(x)$		$F_k(X) \rightarrow \min$
	$F_1(x)$	$F_2(x)$	
$x_1$	12	15	– (домінує $x_8$ )
$x_2$	5	22	– (домінує $x_8$ )
$x_3$	10	22	– (домінує $x_8$ )
$x_4$	11	20	– (домінує $x_8$ )
$x_5$	8	21	– (домінує $x_8$ )
$x_6$	9	16	– (домінує $x_8$ )
$x_7$	8	17	– (домінує $x_8$ )
$x_8$	5	14	+
$x_9$	7	20	– (домінує $x_8$ )
$x_{10}$	11	20	– (домінує $x_8$ )

За умови, що  $F_1(x) \rightarrow \max, F_2(x) \rightarrow \min$ , отримаємо табл. 4.

Таблиця 4. Виділення паретовської множини  $\tilde{X}$  для множини альтернатив  $X$  (табл. 1) за умови  $F_1(x) \rightarrow \max, F_2(x) \rightarrow \min$

$x_i$	$F(x)$		ПМ $\tilde{X}$
	$F_1(x)$	$F_2(x)$	
$x_1$	12	15	+
$x_2$	5	22	– (домінує $x_1$ )
$x_3$	10	22	– (домінує $x_1$ )
$x_4$	11	20	– (домінує $x_1$ )
$x_5$	8	21	– (домінує $x_1$ )
$x_6$	9	16	– (домінує $x_1$ )
$x_7$	8	17	– (домінує $x_1$ )
$x_8$	5	14	+
$x_9$	7	20	– (домінує $x_1$ )
$x_{10}$	11	20	– (домінує $x_1$ )

Паретовська множина  $\tilde{X} = \{x_1, x_8\}$ .

Повна множина альтернатив (ПМА) становить  $X^0 = \{x_1, x_8\}$ .

За умови, що  $F_1(x) \rightarrow \min, F_2(x) \rightarrow \max$ , отримаємо табл. 5.

Таблиця 5. Виділення паретовської множини  $\tilde{X}$  для множини альтернатив  $X$  (табл. 1) за умови  $F_1(x) \rightarrow \min, F_2(x) \rightarrow \max$

$x_i$	$F(x)$		ПМ $\tilde{X}$
	$F_1(x)$	$F_2(x)$	
$x_1$	12	15	– (домінує $x_2$ )
$x_2$	5	22	+
$x_3$	10	22	– (домінує $x_2$ )
$x_4$	11	20	– (домінує $x_2$ )
$x_5$	8	21	– (домінує $x_2$ )
$x_6$	9	16	– (домінує $x_2$ )
$x_7$	8	17	– (домінує $x_2$ )
$x_8$	5	14	– (домінує $x_2$ )
$x_9$	7	20	– (домінує $x_2$ )
$x_{10}$	11	20	– (домінує $x_2$ )

Паретовська множина  $\tilde{X} = \{x_2\}$ .

Повна множина альтернатив (ПМА) становить  $X^0 = \{x_2\}$ .

**Завдання 2:** Перед Правлінням об'єднаної територіальної громади (ТГ) стоїть завдання укласти договори оренди на користування земельними ресурсами сільськогосподарського призначення, що належать громаді. На

оренду земельних ділянок подано відповідні заявки-пропозицій від потенційних орендарів. Виявилось, що існує необхідність у конкурсному відборі пропозицій для ефективного використання земельних ресурсів громади. Для оцінки якості та обґрунтування остаточного розподілу Правління вирішено встановити три критерії:

**економічний** ( $F_1(x)$ ) – загальний обсяг надходжень до бюджету ТГ від варіанту оренди (тис. грн);

**екологічний** ( $F_2(x)$ ) – оцінка негативного впливу на земельні ділянки технологій сільгоспвиробництва – кількість забруднюючих речовин, що внесено на одиницю площі (ум.од/га);

**соціальний** ( $F_3(x)$ ) – кількість робочих місць, якими буде забезпечена ТГ (осіб).

Економічним (господарсько-земельним) сектором Правління об'єднаної територіальної громади сформовано  $n=12$  можливих варіантів ( $x_1 - x_{12}$ ) загального розподілу ділянок між заявниками та розраховано відповідні їм значення критеріїв  $F_1(x_i)$ ,  $F_2(x_i)$ ,  $F_3(x_i)$ ,  $i = \overline{1,3}$ .

Необхідно рекомендувати Правлінню прийнятний варіант розподілу земельних ресурсів сільськогосподарського призначення між орендарями. Рекомендацію обґрунтувати.

*Таким чином, завданням роботи є:*

– провести нормування значень часткових критеріїв за одним із способів нормування;

– виділити паретовську множину  $\tilde{X}$  та повну множину альтернатив  $x^0$  із заданої множини альтернатив  $X = \{x_i\}$ ,  $i = \overline{1,12}$  з урахуванням значень векторної цільової функції (ВЦФ)  $F(x) = (F_1(x), F_2(x), F_3(x))$ ;

– для вибору одного з множини непорівнянних розв'язків (паретовської множини) застосувати вирішальні правила: зваженої суми, виду MINMAX; виду «відстань до ідеальної точки», мультиплікативне вирішальне правило. Рекомендацію за кожним правилом пояснити.

### ***Хід виконання роботи:***

Необхідність нормування часткових критеріїв зумовлена тим, що

1) задача, що вирішується, вимагає пошуку різноспрямованих цілей (максимізації або мінімізації показників, які відображають ступінь досягнення цілей). Тобто, часткові критерії  $F_k(x)$ ,  $k = \overline{1,3}$  можуть мати різний градієнт (напрямок);

2) часткові критерії  $F_k(x)$ ,  $k = \overline{1,3}$  можуть мати різні одиниці виміру (грошові одиниці, одиниці виміру ваги, довжини, об'єму, рейтингові оцінки тощо).

Тому метою операції **нормування**, тобто приведення значень часткових критеріїв  $F_k(x)$ ,  $k = \overline{1,3}$  до виду  $F_k''(x)$ ,  $k = \overline{1,3}$ , є

1) приведення всіх часткових критеріїв до одного виду екстремуму (максимуму або мінімуму);

2) приведення всіх часткових критеріїв до однієї одиниці вимірювання або до безвимірної величини.

Основні способи нормування часткових критеріїв наведено в табл. 3.

Таблиця 3. Способи нормування часткових критеріїв

Методи нормалізації	Формули нормалізації
Зміна градієнту	$F_k^H(x) = C - F_k(x)$ або $F_k^H(x) = 1/F_k(x)$ , де $C$ – достатньо велике додатнє число (зокрема, $C = \max_x F_k(x)$ або $C = 1 + \max_x F_k(x)$ )
Зведення до безвимірної величини (загальний вид)	$F_k^H(x) = F_k(x)/\rho(F_k(x))$ , де $\rho$ – деяка функція, наприклад, $\rho(F_k(x)) = \max F_k(x)$
Зведення до однієї розмірності	$F_k^H(x) = F_k(x)/\lambda_k$ , де $\lambda_k$ – деяка вагова функція
Природна нормалізація	$F_k^H(x) = (F_k(x) - \min F_k(x)) / (\max F_k(x) - \min F_k(x))$
Нормалізація порівняння	$F_k^H(x) = F_k(x) / \max F_k(x)$
Нормалізація усереднення	$F_k^H(x) = F_k(x) / \sum_{k=1}^K F_k(x)$

При обґрунтуванні запропонувати та використати значення коефіцієнтів важливості відповідних критеріїв (вагові коефіцієнти, що відбивають важливість кожного критерію).

Наприклад, за допомогою групи експертів були отримані оцінки (табл.4).

Таблиця 4. Експертні оцінки значень вагових коефіцієнтів

	$F(x) = (F_1(x), F_2(x), F_3(x))$		
	$F_1(x)$ – економічний	$F_2(x)$ – екологічний	$F_3(x)$ – соціальний
Значення вагових коефіцієнтів	0,46	0,3	0,24

Для вибору одного з множини непорівнянних розв'язків (паретовської множини) застосуємо такі вирішальні правила.

**Вирішальне правило зваженої суми**

$$f_1(x_i) = \sum_{k=1}^3 \lambda_k F_k^H(x_i) \rightarrow extr,$$

де  $0 \leq \lambda_k \leq 1, k = \overline{1,3}; \sum_{k=1}^3 \lambda_k = 1$  – коефіцієнти важливості часткових

критеріїв  $F_k(x)$ .

**Вирішальні правила виду MINMAX і MAXMIN:**

$$f_2(x_i) = \min_{k=1,2,3} \lambda_k F_k^H(x_i) \rightarrow \max, \quad f_3(x_i) = \max_{k=1,2,3} \lambda_k F_k^H(x_i) \rightarrow \min,$$

де  $0 \leq \lambda_k \leq 1, k = \overline{1,3}; \sum_{k=1}^3 \lambda_k = 1$  – коефіцієнти важливості часткових

критеріїв.

**Вирішальне правило виду «відстань до ідеальної точки»**

$$f_4(x_i) = (\lambda_1(F_1^H(x_i) - c_1)^2 + \lambda_2(F_2^H(x_i) - c_2)^2 + \lambda_3(F_3^H(x_i) - c_3)^2)^{1/2} \rightarrow \min,$$

де  $c=(c_1, c_2, c_3)$  – «ідеальна точка» – точка, в якій усі критерії досягають найкращого значення.

**Мультиплікативне вирішальне правило**

$$f_5(x_i) = (F_1^H(x_i))^{\lambda_1} (F_2^H(x_i))^{\lambda_2} (F_3^H(x_i))^{\lambda_3} \rightarrow \text{extr},$$

де  $0 \leq \lambda_k \leq 1, k = \overline{1,3}; \sum_{k=1}^3 \lambda_k = 1$  – коефіцієнти важливості часткових

критеріїв.

Результати розрахунків помістити в таблицю 4.

Таблиця 4. Результати вибору розв'язку задачі багатокритеріального прийняття рішень за різними вирішальними правилами

$x_i$	$F(x)$			$F^H(x)$			<b>Вирішальні правила</b>			
	$F_1(x)$	$F_2(x)$	$F_3(x)$	$F_1^H(x)$	$F_2^H(x)$	$F_3^H(x)$	$f_1(x_i)$	$f_2(x_i)$	$f_4(x_i)$	$f_5(x_i)$
$x_1$	12	15								
$x_2$	5	22								
$x_3$	10	22								
$x_4$	11	20								
$x_5$	8	21								
$x_6$	9	16								
$x_7$	8	17								
$x_8$	5	14								
$x_9$	7	20								
$x_{10}$	11	20								

Аналітична таблиця оптимальних рішень за різними вирішальними правилами наведена в Додатку А.

### Завдання до лабораторної роботи 3:

**Завдання 1.** Відповідно за даними варіанта, розглянути чотири векторні цільові функції  $F(x) = (F_1(x), F_2(x))$ , які різняться градієнтом часткових критеріїв  $F_k(x)$ ,  $k = 1, 2$ :

I –  $F_1(x) \rightarrow \max$ ,  $F_2(x) \rightarrow \max$

II –  $F_1(x) \rightarrow \min$ ,  $F_2(x) \rightarrow \min$

III –  $F_1(x) \rightarrow \max$ ,  $F_2(x) \rightarrow \min$

IV –  $F_1(x) \rightarrow \min$ ,  $F_2(x) \rightarrow \max$

Для заданої множини альтернатив та відповідним значенням заданої на цій множині векторної цільової функції (ВЦФ) виділити:

- повну множину альтернатив;
- паретовську множину.

#### Вхідні дані за варіантами

$x_i$	Варіант 1		Варіант 2		Варіант 3		Варіант 4		Варіант 5	
	$F_1(x)$	$F_2(x)$	$F_1(x)$	$F_2(x)$	$F_1(x)$	$F_2(x)$	$F_1(x)$	$F_2(x)$	$F_1(x)$	$F_2(x)$
x <sub>1</sub>	12	23	7	17	8	19	5	16	6	16
x <sub>2</sub>	5	22	6	16	9	20	8	23	8	22
x <sub>3</sub>	10	22	11	17	13	23	9	17	8	20
x <sub>4</sub>	11	20	5	21	11	19	12	15	10	17
x <sub>5</sub>	8	21	9	19	12	15	11	21	9	17
x <sub>6</sub>	9	16	12	24	12	24	7	15	6	20
x <sub>7</sub>	8	20	7	22	11	21	13	18	7	15
x <sub>8</sub>	5	23	6	16	11	18	5	16	11	16
x <sub>9</sub>	7	20	7	18	5	16	13	15	11	17
x <sub>10</sub>	6	16	10	18	8	16	13	15	8	20

$x_i$	Варіант 6		Варіант 7		Варіант 8		Варіант 9		Варіант 10	
	$F_1(x)$	$F_2(x)$	$F_1(x)$	$F_2(x)$	$F_1(x)$	$F_2(x)$	$F_1(x)$	$F_2(x)$	$F_1(x)$	$F_2(x)$
x <sub>1</sub>	11	25	13	21	12	23	7	15	10	23
x <sub>2</sub>	11	19	8	15	5	22	5	18	7	20
x <sub>3</sub>	8	20	9	17	10	22	11	20	5	22
x <sub>4</sub>	6	20	7	19	11	20	12	19	13	22
x <sub>5</sub>	9	24	9	24	8	21	8	17	7	22
x <sub>6</sub>	6	19	13	17	9	16	6	22	13	21
x <sub>7</sub>	12	22	6	24	8	20	8	20	12	17
x <sub>8</sub>	10	16	12	19	5	23	7	16	9	16
x <sub>9</sub>	10	19	10	25	7	20	6	18	10	16
x <sub>10</sub>	8	23	11	16	6	16	8	23	10	20



$x_i$	Варіант 11		Варіант 12		Варіант 13		Варіант 14		Варіант 15	
	$F_1(x)$	$F_2(x)$	$F_1(x)$	$F_2(x)$	$F_1(x)$	$F_2(x)$	$F_1(x)$	$F_2(x)$	$F_1(x)$	$F_2(x)$
$x_1$	8	25	6	18	6	18	6	18	6	18
$x_2$	11	24	5	17	5	17	5	17	5	17
$x_3$	13	17	11	15	11	15	11	15	11	15
$x_4$	12	24	5	19	5	19	5	19	5	19
$x_5$	12	23	12	25	12	25	12	25	12	25
$x_6$	12	21	8	23	8	23	8	23	8	23
$x_7$	6	23	10	20	10	20	10	20	10	20
$x_8$	7	23	13	17	13	17	13	17	13	17
$x_9$	11	21	7	20	7	20	7	20	7	20
$x_{10}$	10	19	8	25	8	25	8	25	8	25

**Завдання 2.** Відповідно до номеру варіанта:

- провести нормування значень часткових критеріїв за одним із способів нормування;
- виділити паретовську множину  $\tilde{X}$  та повну множину альтернатив  $X^0$  із заданої множини альтернатив  $X = \{x_i\}, i = \overline{1,12}$  з урахуванням значень векторної цільової функції (ВЦФ)  $F(x) = (F_1(x), F_2(x), F_3(x))$ ;
- для вибору одного з множини непорівнянних розв'язків (паретовської множини) застосувати вирішальні правила: зваженої суми, виду MINMAX; виду «відстань до ідеальної точки», мультиплікативне вирішальне правило. Рекомендацію за кожним правилом пояснити.

**Вхідні дані за варіантами**

№	Варіант 1			Варіант 2			Варіант 3			Варіант 4			Варіант 5		
	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_1$	$F_2$	$F_3$
1	239	13	39	467	33	69	368	78	56	466	38	93	318	65	3
2	225	56	66	272	44	36	385	63	73	292	52	0	381	58	88
3	472	61	63	370	17	22	424	38	10	408	30	81	488	52	34
4	368	99	86	481	35	50	391	16	97	337	18	50	409	90	39
5	271	76	67	356	49	65	450	73	95	421	17	73	446	94	14
6	241	94	75	255	51	83	492	81	88	207	74	43	353	39	52
7	396	81	30	362	98	69	271	23	82	229	21	26	445	12	52
8	460	45	48	466	88	37	429	96	80	274	59	54	261	96	85
9	472	82	64	456	98	36	465	65	55	426	87	49	499	87	43
10	298	29	68	277	20	0	433	34	16	221	17	96	497	14	40
11	239	52	50	428	16	63	208	93	39	399	46	18	328	23	1
12	261	67	1	349	50	80	327	89	2	389	75	29	232	32	72

№	Варіант 6			Варіант 7			Варіант 8			Варіант 9			Варіант 10		
	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>
1	490	49	73	481	31	90	423	26	97	453	87	3	473	27	77
2	495	39	39	468	79	72	240	100	92	437	58	33	208	29	94
3	354	77	42	440	63	30	233	100	84	298	77	40	320	88	53
4	473	89	81	415	14	27	447	12	18	370	21	8	434	14	3
5	448	40	59	241	41	26	264	67	56	225	70	44	410	64	66
6	345	62	25	493	43	80	435	68	25	260	47	76	299	67	29
7	399	77	31	327	22	7	431	11	46	236	54	29	402	25	46
8	209	35	12	235	57	99	200	40	100	500	32	14	370	27	5
9	492	83	95	359	62	100	338	32	16	457	40	72	426	21	97
10	311	68	20	436	55	62	379	94	11	384	27	91	210	79	87
11	351	80	38	355	95	91	310	92	25	379	45	64	444	34	52
12	371	66	48	429	36	76	438	42	37	220	64	21	496	50	85

№	Варіант 11			Варіант 12			Варіант 13			Варіант 14			Варіант 15		
	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>
1	232	86	36	265	38	47	488	72	80	387	93	65	278	57	58
2	495	28	91	225	39	51	224	31	77	243	89	82	491	60	24
3	300	85	33	330	32	1	416	32	67	460	33	35	444	73	54
4	274	88	25	229	40	93	362	94	86	443	93	30	269	83	35
5	337	65	45	409	36	89	300	89	33	247	12	32	347	31	25
6	480	25	73	358	67	16	336	16	65	386	82	16	404	48	42
7	442	92	53	252	34	15	238	46	92	225	14	65	466	58	7
8	467	54	30	372	97	84	307	30	96	370	66	50	345	68	41
9	249	43	83	460	12	53	359	44	81	205	58	53	454	56	29
10	323	41	95	431	69	49	320	31	63	488	77	27	358	85	59
11	220	21	27	433	74	79	383	77	58	370	35	61	248	42	51
12	398	76	84	489	38	31	324	41	38	246	56	59	241	83	48

### Питання для самоконтролю

1. Що таке паретовська множина?
2. Дайте визначення паретовських оптимумів.
3. Якщо існує розв'язок, при якому всі часткові критерії набувають найкращих значень, чи є цей розв'язок паретовським оптимумом?
4. Поясніть необхідність нормування часткових критеріїв.
5. Назвіть відомі вам вирішальні правила.
6. Поясніть зміст вирішального правила MINIMAX.
7. Які значення обираються як координати ідеальної точки при вирішальному правилі «відстань до ідеальної точки»?

## Змістовий модуль 6

### Лабораторна робота № 4

**Тема: Моделювання соціально-економічних систем в умовах невизначеності даних засобами нечіткої математики**

**Мета роботи:** отримати практичні навички побудови моделі засобами нечіткої математики.

#### **Приклад виконання лабораторної роботи 4**

**Завдання.** Розпоряднику фонду підтримки соціальних проектів необхідно прийняти рішення щодо долі участі у фінансуванні соціального проекту. Доля участі в проекті залежить від двох факторів:

1) рівень економічних ризиків реалізації проекту, що буде оцінюватись як:

- низький;
- середній;
- високий;

2) соціальне значення проекту, відповідно:

- неважливий;
- важливий.

Максимальна частка участі фонду в запропонованому проекті не може перевищувати 50% від повної суми фінансування. Наданий проект має важливе соціальне значення (експертною групою оцінений на рівні 8 балів за десятибальною шкалою), але ризики також значні (за десятибальною шкалою 7 балів).

*Таким чином, завданням роботи є:*

- 1) сформулювати базу правил системи нечіткого виведення;
- 2) здійснити фазифікацію параметрів моделі;
- 3) за допомогою програмного продукту MATLAB та із застосуванням алгоритму нечіткого виводу Мамдані побудувати модель оцінки привабливості соціального проекту;
- 4) отримати оцінку привабливості запропонованого проекту (відповідно до номеру варіанта).

#### **Хід виконання роботи:**

Для виконання лабораторної роботи будемо застосовувати програмний продукт MATLAB із використанням додатку FuzzyTech. Для цього заходимо в програмний продукт MATLAB та в командному рядку вводимо команду Fuzzy. Ця команда запускає користувальницький інтерфейс Fuzzy Logic Designer. За замовчуванням у програмі пропонується використовувати алгоритм логічного виводу Мамдані. Для розв'язку задачі в MATLAB здійснимо кілька підготовчих етапів.

Згідно з умовою задачі маємо два вхідних параметри (ризик та соціальне значення проекту) та один вихідний параметр, що маємо отримати – визначення % участі в соціальному проекті.

Загальна схема задачі наведена на рис. 1.

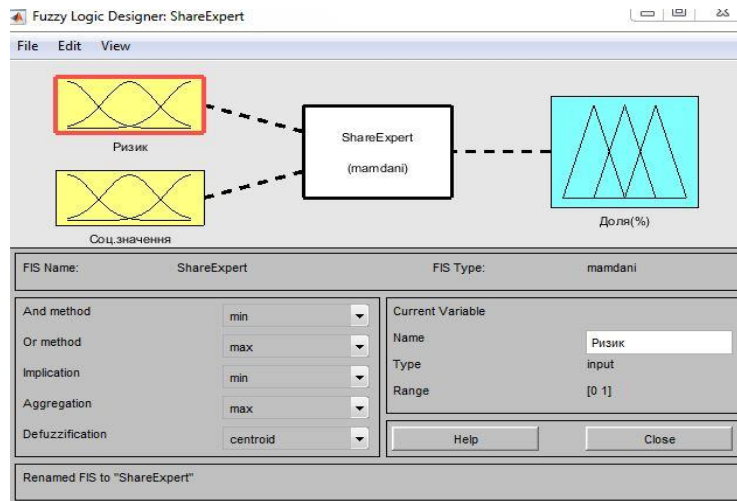


Рис. 1. Загальне представлення завдання

### **Формування бази правил системи нечіткого виведення.**

**Формування бази правил системи нечіткого виведення** – етап алгоритму нечіткого виведення Мамдані, що представляє собою формальне подання емпіричних знань експерта.

Сформулюємо когнітивні правила:

- 1) якщо ризик високий або соціальний ефект незначний, то доля участі в проекті низька;
- 2) якщо ризик середній, то доля участі середня;
- 3) якщо ризик низький або соціальний ефект високий, то доля участі висока.

Для представлення наведених правил у MATLAB переходимо до Rule Editor (Fuzzy Logic Designer / Edit / Rules). Представленні когнітивні правила наведено на рис. 2.

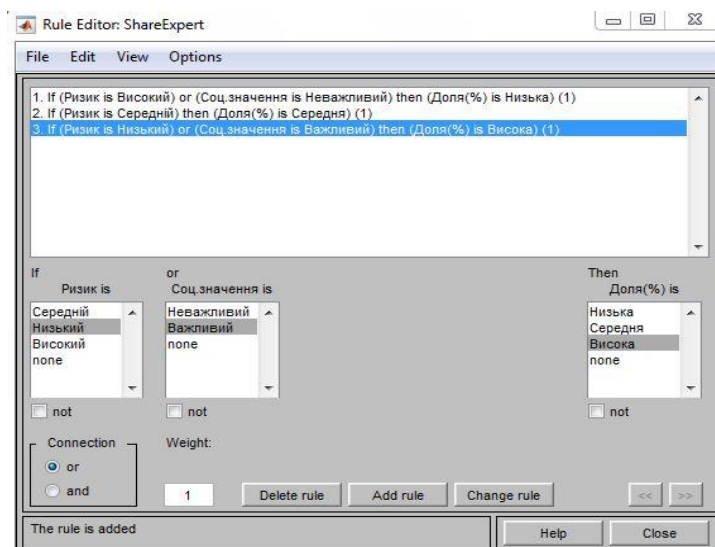


Рис. 2. Представлення бази правил у програмному продукті MATLAB

## Фазифікація параметрів.

**Фазифікація (fuzzification)** – процес знаходження функції приналежності нечітких множин на основі вихідних даних.

Згідно з умовою задачі маємо дві вхідні лінгвістичні змінні: ризик (низький, середній та високий) та соціальне значення проекту (важливий, неважливий).

**Лінгвістична змінна** – змінна, значеннями якої можуть бути слова або словосполучення деякої природної чи штучної мови.

або

**Лінгвістична змінна** – змінні, які не можна описати за допомогою математичної мови, тобто їм складно надати точну (об'єктивну) кількісну оцінку. Наприклад, поняття «малий» і «середній» (кажучи про бізнес), «висока» або «низька» (про процентну ставку) не мають чіткої межі і не можуть бути представлені точним математичним описом.

На цьому етапі проводимо фазифікацію вхідних параметрів, або опис кожного з терм-множин (лінгвістичних змінних) за допомогою функції приналежності.

**Терм-множина** – множина всіх можливих значень лінгвістичної змінної.

**Функція приналежності** – інструмент перекладу лінгвістичних змінних на математичну мову для подальшого застосування методу нечітких множин.

або

**Функція приналежності** – певна математична функція  $\mu_A(X)$ , що задає ступінь або впевненість, з якою елементи деякої множини  $X$  належать заданому нечіткій множині  $A$ .

Як було зазначено в умові задачі, будемо оцінювати обрані параметри («ризик» і «соціальний значення») за 10-бальною шкалою. Для показника ризику: 0 (нуль) означає повну відсутність ризиків, 10 – впевненість в неможливості здійснення проекту. Для соціального значення: 0 (нуль) означає відсутність будь-якого соціального ефекту, 10 – дуже вагомим соціальним значенням проекту.

Значення функції приналежності лежить в інтервалі від 0 до 1, де 1 – повна відповідність істинності висловлювання, а 0 – повна її відсутність.

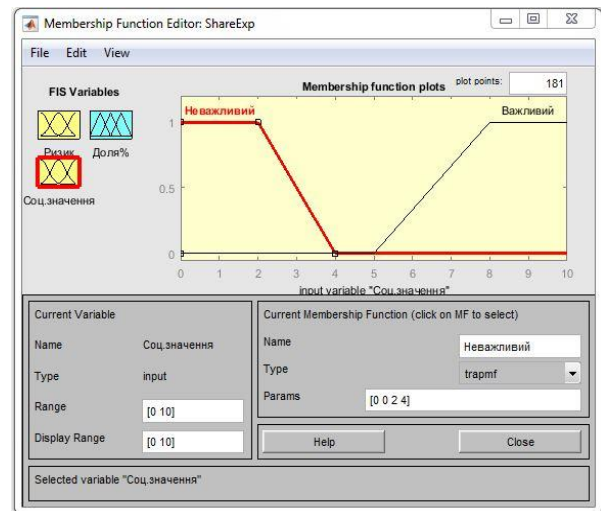
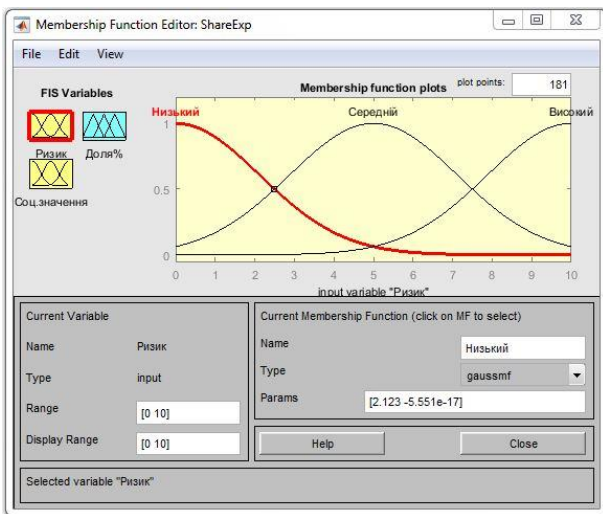
Для опису параметрів моделі переходимо до вкладки Membership Function Editor (для цього робимо подвійне натискання мишею на вибраному параметрі).

Для представлення ризику будемо використовувати Гаусовський вигляд функції приналежності.

Для опису соціального значення проекту обираємо трапецієвидну функцію приналежності. Установимо параметри функції приналежності. Для лінгвістичної змінної «неважливий»: (0 0 2 4). Тобто при зміні параметра

«неважливий» з 2 до 4 функція приналежності знижується з 1 до 0. Для змінної «важливий»: (5 8 10 10).

Основні параметри змінної «ризик» та «соціальне значення» наведено на рис. 3.



а)

б)

Рис. 3. Опис змінної: а) «ризик»; б) «соціальне значення»

Для фазифікації вихідного параметру «доля участі» будемо використовувати найбільш поширений вид функції приналежності – трикутний. Трикутна функція приналежності задається 3 параметрами. Для низької долі участі це буде (0, 8, 16), для середньої – (16, 25, 34), для високої – (34, 42, 50).

Параметри вихідної змінної наведено на рис. 4.

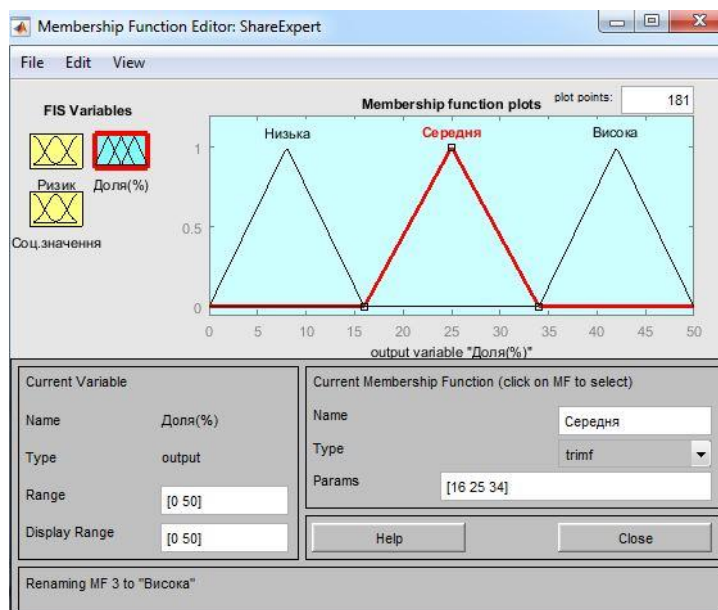


Рис. 4. Опис вихідної змінної «доля участі» в програмному продукті MATLAB

## Агрегація

**Агрегація** – етап алгоритму нечіткого виведення Мамдані, метою якого є визначення ступеня істинності кожного з підвисновків по кожному з правил систем нечіткого виводу.

На етапі агрегації визначаємо вихідні множини для кожного з правил шляхом «відсікання» по висоті кожної з вихідної множини.

## Активізація підумов в нечітких правилах

**Активізація підумов** – етап алгоритму нечіткого виведення Мамдані, при якому нечіткі підмножини, призначені для кожної вихідної змінної, об'єднуються разом, щоб сформувати одну нечітку підмножину для кожної змінної.

На етапі активізації підумов, нечіткі підмножини, призначені для кожної вихідної змінної, об'єднуються разом, щоб сформувати одну нечітку підмножину для кожної змінної.

## Дефазифікація

**Дефазифікація (defuzzification)** – процедура перетворення нечіткої множини в чітке число.

На основі правила знаходження центру ваги фігури, а також за допомогою програми MATLAB, знаходимо вихідне значення шуканої змінної «доля участі у проекті».

У програмному продукті MATLAB ці три етапи (агрегація, активізація підумов та дефазифікація) представлені на вкладці Rule Viewer (рис. 5).

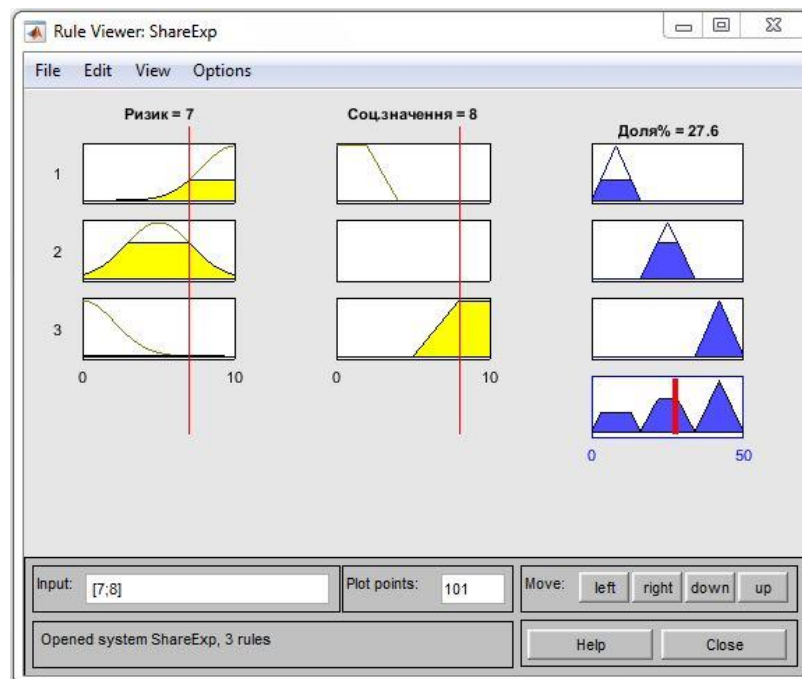


Рис. 5. Результати розв'язання задачі нечіткої логіки

Отже, 27,6% – це розрахована доля участі в соціальному проекті, що пропонується внести розпоряднику фонду. Необхідно відзначити, що це значення отримано з урахуванням передумов моделі й обраних експертами видів функцій приналежності.

Також за допомогою програмного продукту MATLAB можна отримати візуальне представлення (поверхню відгуку) залежності змінних від отриманого кінцевого результату (рис. 6).

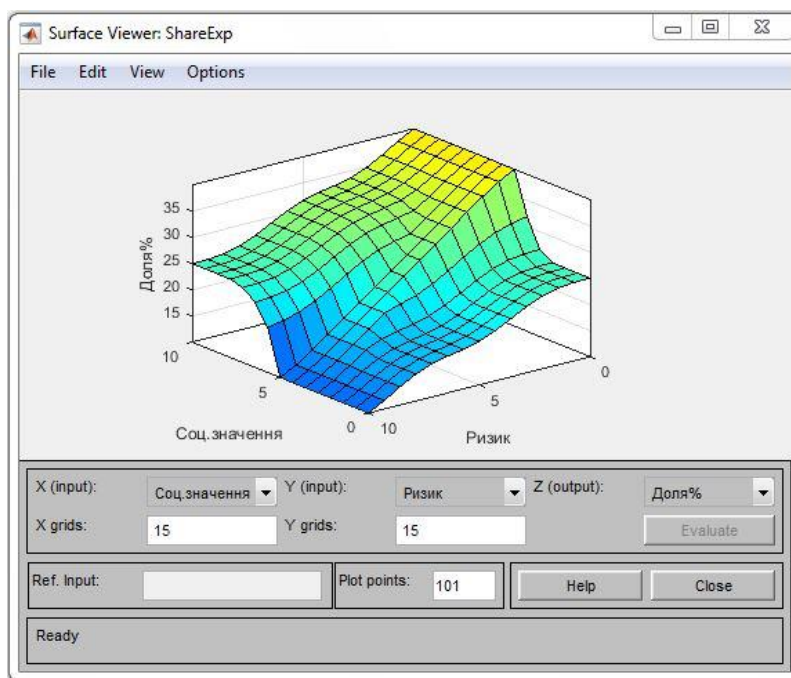


Рис. 6. Поверхня відгуку входних змінних та вихідної змінної

Поверхня відгуку надає візуальне представлення, як змінюється вихідна змінна в залежності від зміни входних показників.

#### Завдання до лабораторної роботи 4

Відповідно до даних за номером варіанту:

- сформувані базу правил системи нечіткого виведення;
- здійснити фазифікацію параметрів моделі;
- за допомогою програмного продукту MATLAB та із застосуванням алгоритму нечіткого виводу Мамдані побудувати модель оцінки привабливості соціального проекту;
- отримати оцінку привабливості запропонованого проекту (відповідно до номеру варіанта).

#### *Вхідні дані за варіантами:*

№ варіанту	Максимальна доля участі в проекті	Експертна оцінка соц.значення	Експертна оцінка ризику проекту
1	50	7	5
2	50	6	5
3	50	5	3



№ варіанту	Максимальна доля участі в проєкті	Експертна оцінка соц.значення	Експертна оцінка ризику проєкту
4	50	4	6
5	50	8	7
6	40	9	8
7	40	8	8
8	40	7	7
9	40	6	6
10	40	5	7
11	60	7	5
12	60	6	5
13	60	5	3
14	60	4	6
15	60	8	7
16	70	4	6
17	70	8	7
18	70	9	8
19	70	8	8
20	70	7	7

### Питання для самоконтролю

1. У яких випадках доцільно застосовувати нечітку логіку для моделювання соціально-економічних систем?
2. У яких випадках застосування «м'яких обчислень» може дати найкращі результати?
3. Що є причиною виникнення теорії нечітких множин, на Ваш погляд?
4. Чим лінгвістична змінна відрізняється від числової змінної?
5. Що зазвичай розуміють під нечіткими числами?
6. Назвіть відомі вам види функцій приналежності.
7. У чому полягає суть процедури дефазифікації?

## Змістовий модуль 7

### Лабораторна робота № 5

#### Тема: Застосування кластерного аналізу в моделюванні соціально-економічних системах

**Мета роботи:** отримати практичні вміння та навички здійснювати кластеризацію складних соціально-економічних систем, оволодіти вміннями проводити інтерпретацію отриманих результатів.

#### Приклад виконання лабораторної роботи 5

**Завдання.** Здійснити кластерний аналіз країн-членів Європейського Союзу й України за критеріями податкової політики. Показники критеріїв податкової політики наведені у таблиці 1.

Таблиця 1. Дані для кластерного аналізу країн за податками

Країна	Загальне податкове навантаження	Податки на споживання	Податки з капіталу	Енергетичні податки	Податки на працю	Темп росту ВВП
▶ UA	37,3	22,8	24,4	63,2	28,3	102,3
BG	33,3	26,4	16,9	71,7	42,6	106
EE	32,2	20,9	10,7	71,5	33,7	96,4
LT	30,3	17,5	12,4	78,5	33	102,8
LV	28,9	17,5	16,3	48,4	28,2	102,3
RO	28	17,7	19,6	26,2	29,5	107,3
SK	29,1	18,4	16,7	84,6	33,5	106,2
AT	42,8	22,1	27,3	150,2	41,3	102,2
BE	44,3	21,2	32,7	97,1	42,6	101
DE	39,3	19,8	23,1	193,8	39,2	101
ES	33,1	14,1	32,8	114,6	30,5	100,9
FI	43,1	26	28,1	114,5	41,3	100,9
FR	42,8	19,1	38,8	160,7	41,4	100,2
IT	42,8	16,4	35,3	187,4	42,8	98,7
NL	39,1	26,7	17,2	189,8	35,4	101,9
PT	36,7	19,1	19,6	143,4	29,6	100,2
SE	47,1	28,4	27,9	190,1	42,1	99,6
CZ	36,1	21,1	21,5	127,1	39,5	102,5
EL	32,6	15,1	15,8	102	37	102
HU	40,4	26,9	19,2	98	42,4	100,6
PL	34,3	21	22,5	108	32,8	105
SI	37,3	23,9	21,6	121,7	35,7	103,5
CY	39,2	20,6	36,4	110	24,5	103,6
DK	48,2	32,4	43,1	267,8	36,4	99,1
IE	29,3	22,9	15,7	153,1	24,6	97
LU	35,6	27,1	39,6	173,3	31,5	100,1
MT	34,5	20	42,1	197	20,2	101,7
UK	37,3	17,6	45,9	180,2	26,1	99,9

Результатом аналізу стане формування регіональних кластерів, що дозволить враховувати особливості розвитку країн-членів ЄС при здійсненні податкової реформи в Україні.

*Виконання роботи складається з наступних етапів:*

- ознайомитися з можливістю застосування програмного продукту STATISTICA для здійснення кластерного аналізу;
- за необхідністю здійснити стандартизацію вхідних даних;
- побудувати деревоподібну діаграму для визначення кількості можливих кластерів;
- здійснити кластерний аналіз методом  $k$ -середніх;
- для здійснення етапу інтерпретації висновків сформувати графік середніх, таблиці середніх значень змінних для кожного кластеру та евклідових відстаней між кластерами;
- охарактеризувати кожен з отриманих кластерів та надати йому змістовне ім'я.

### **Хід виконання роботи:**

Стратегія формування ефективної податкової політики є неоднозначною в різних країнах, що зумовлено істотними відмінностями регіональних податкових систем за рівнем оподаткування, їх складом і структурою, досягнутим рівнем розвитку економіки, умовами входження в ринкове середовище, конкурентними перевагами, а також визначальними факторами гармонізації оподаткування в умовах глобалізації економічних систем. Однак податковий потенціал держави характеризується певною системою показників податкової політики, які можна об'єднати в кілька груп, виходячи з науково обґрунтованих критеріїв її реалізації. В окремі групи можна об'єднати показники, які характеризують фіскальну достатність, економічну ефективність і соціальну справедливість податкової політики окремої країни. Також аналізуються показники, які враховують тенденції соціально-економічного розвитку країни. Разом із тим є очевидним, що всі ці показники, які характеризують політику в сфері оподаткування, тісно зв'язані між собою й мають деякий ступінь подібності закономірностей їх розвитку.

Метою роботи є об'єднання європейських країн у більші групи за ступенем їх подібності на основі певних показників, що характеризують фіскальну достатність, економічну ефективність, соціальну справедливість і гнучкість національної податкової політики. Кластерний аналіз європейських країн за основними критеріями податкової політики включає кілька основних етапів.

Допустимо, що є набір об'єктів  $O_i$  (країн),  $i=1,2,\dots,28$  – податкової політики країн-членів ЄС і України, кожна з яких описується сукупністю ознак  $P_j$ ,  $j=1,2,\dots,m$  – показниками критеріїв податкової політики. Остаточо для проведення кластерного аналізу були відібрані такі показники:

- загальне податкове навантаження, %
- ефективна ставка податків на споживання, %
- ефективна ставка податків з капіталу, %
- ефективна ставка податків на працю, %
- темп росту реального ВВП, % до попереднього періоду.

*Для здійснення кластеризації необхідно здійснити стандартизацію змінних.* Для цього в меню Дані-Стандартизація здійснюємо стандартизацію за всіма змінними та всіма спостереженнями.

Оскільки визначення вхідних показників для кластерного аналізу здійснено в постановці задачі, то наступним етапом кластерного аналізу є обчислення деякого ступеня подібності або відмінності між вибраними для аналізу об'єктами. Це означає перехід від таблиці «об'єкт – ознака» до таблиці «об'єкт – об'єкт», де  $d_{ij}$  – вимір подібності або відмінності між об'єктами  $O_i$  і  $O_j$ . Як вимір подібності був використаний найпоширеніший показник – евклідова відстань.

Матриця евклідових відстаней відображає подібність і відмінність у податкових політиках різних країн. Чим менше значення, тим вище ступінь подібності двох країн і комбінацій у кластері. І навпаки, чим більше відповідне значення, тим більша відмінність між країнами.

У результаті цього етапу можна побудувати за допомогою пакетів STATISTICA деревоподібну діаграму, яка дає перше уявлення про кількість можливих кластерів (рис. 1).

*Для побудови деревоподібної діаграми* переходимо до меню «Анализ – Многомерный анализ – Кластерный анализ – Иерархическая классификация».

У параметрах змінюємо поле «Змінні» та «Об'єкти». Пробиємо змінювати «Правила об'єднання» (рис. 1).

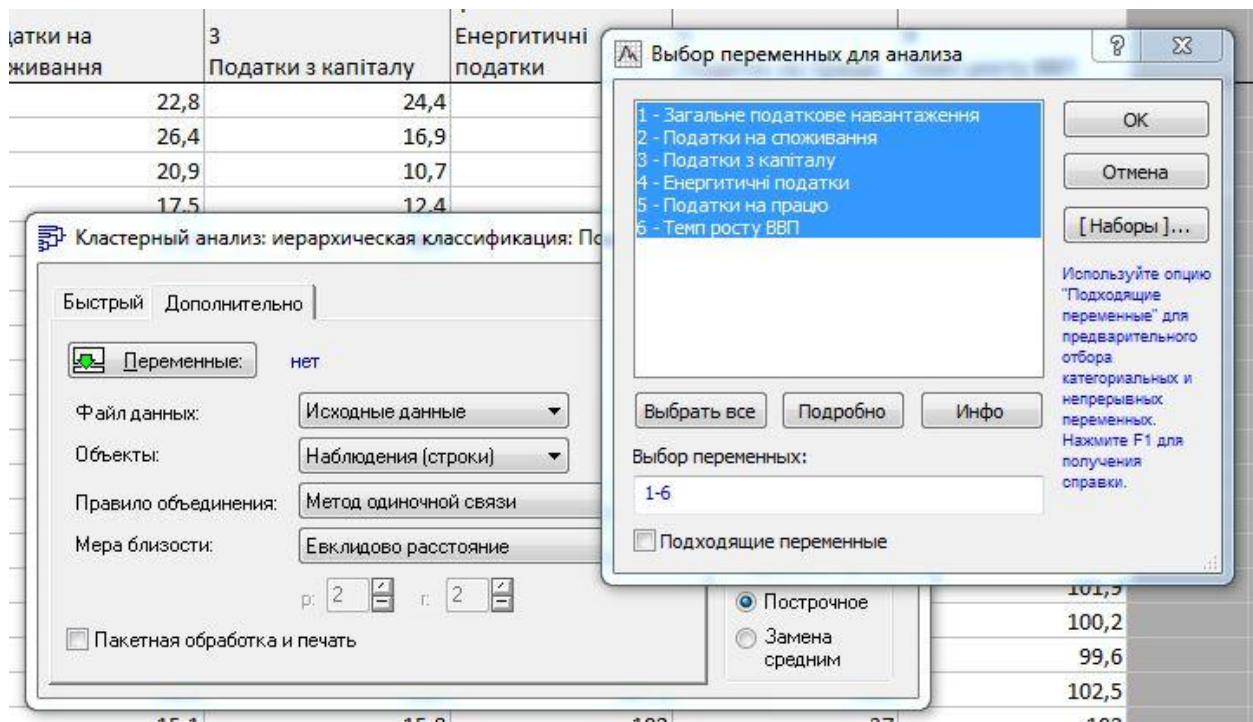


Рис 1. Визначення параметрів при побудові деревоподібної діаграми

Наявність різкого стрибка середніх відхилень показників можна інтерпретувати як характеристику числа кластерів, які об'єктивно існують у досліджуваній сукупності. Тобто на кроці, де значення коефіцієнта збільшується стрибкоподібно, процес об'єднання в нові кластери необхідно

зупинити, оскільки інакше були б об'єднані кластери, які знаходяться на відносно великій відстані один від одного.

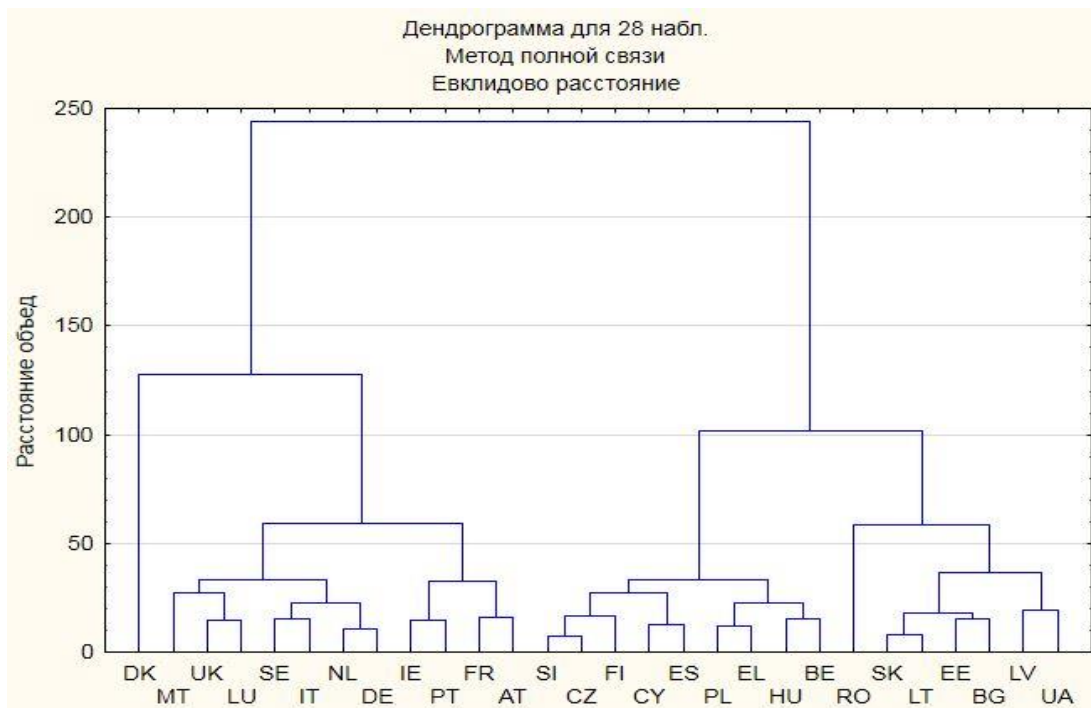


Рис. 2. Дендрограма відстаней між країнами за критеріями податкової політики

Отже, гіпотеза про кількість кластерів (а саме, чотири) країн, які формуються на основі відповідних критеріїв податкової політики, підтверджується і є остаточною.

Для здійснення кластерного аналізу методом *K-середніх (k-means)* переходимо до меню Аналіз – Многомерный анализ – Кластерный анализ – Кластеризация методом K-средних. Змінюємо параметри відповідно до рисунку 3.

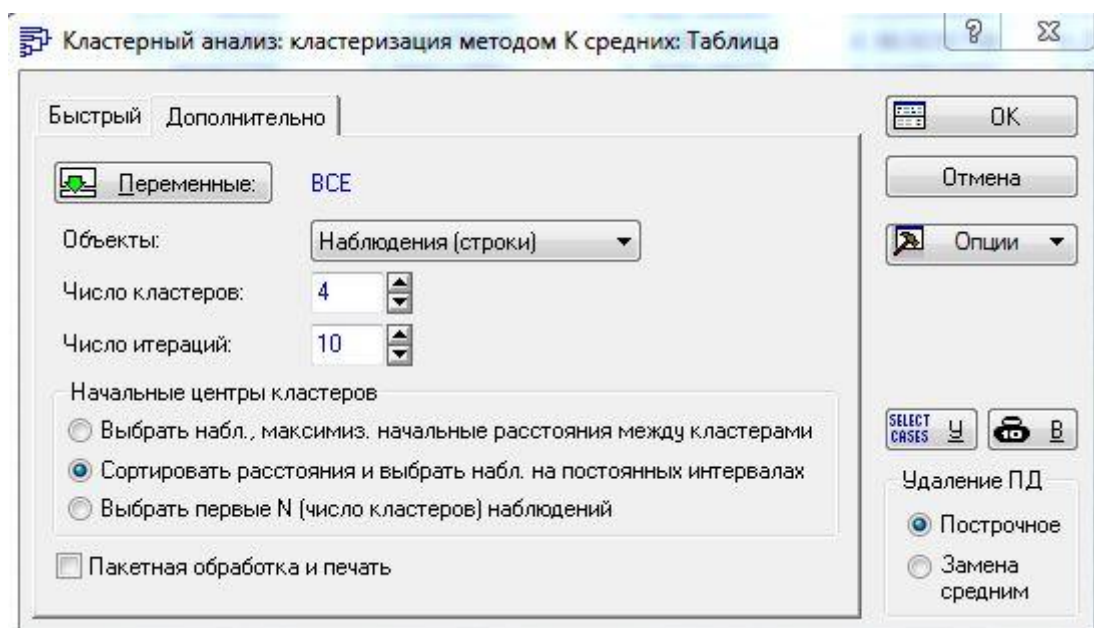


Рис 3. Визначення параметрів при кластерному аналізі

Для здійснення етапу інтерпретації висновків сформуємо «Графік середніх» (рис. 4), «Середнє кластерів та евклідові відстані» (рис. 5, 6) та виберемо «Зберегти класифікацію та відстані» (табл. 2).

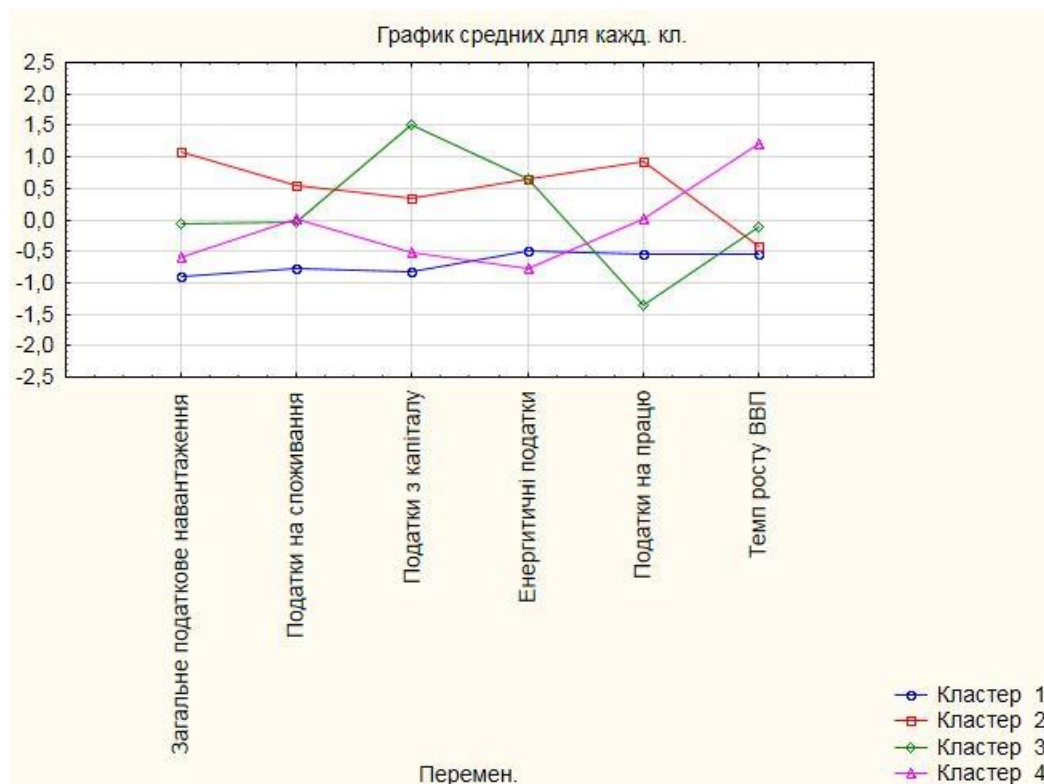


Рис. 4. Графік середніх для кожного кластеру

перемін.	Средн.класт. (Податки)			
	Кластер Но. 1	Кластер Но. 2	Кластер Но. 3	Кластер Но. 4
Загальне податкове навантаження	-0,909770	1,076412	-0,05614	-0,595880
Податки на споживання	-0,767929	0,541541	-0,04560	0,020359
Податки з капіталу	-0,813617	0,340870	1,50272	-0,532034
Енергитичні податки	-0,503394	0,643508	0,64686	-0,785537
Податки на працю	-0,543041	0,918849	-1,36498	0,010391
Темп росту ВВП	-0,540631	-0,426045	-0,10953	1,211855

Рис. 5. Середнє значення змінної для кожного кластеру

Кластер Номер	Евклідові расст. между кластерами (Податки) Расстояния под диагональю Квадраты расстояний над диагональю			
	Но. 1	Но. 2	Но. 3	Но. 4
	Но. 1	0,000000	1,743017	1,466724
Но. 2	1,320234	0,000000	1,382231	1,563390
Но. 3	1,211084	1,175683	0,000000	1,687558
Но. 4	0,842250	1,250356	1,299060	0,000000

Рис. 6. Евклідові відстані між кластерами

Тепер починається головна робота менеджера-аналітика. Треба охарактеризувати кожен кластер та надати йому змістовне ім'я.

Найбільш схожими виявилися кластери 1 та 4 (евклідова відстань між ними найменша 0,84). Для них характерне низьке загальне податкове навантаження, найнижчі податки з капіталу та енергетичні податки.

Таблиця 2. Результати кластерного аналізу

	Загальне под. навант.	На споживання	Податки з капіталу	Енергетичні податки	Податки на працю	Темп росту ВВП	НАБЛНО	КЛАС ТЕР	РАССТ.
EE	-0,85	-0,14	-1,50	-1,05	-0,12	-2,05	3	1	0,78
LT	-1,19	-0,92	-1,33	-0,92	-0,23	0,47	4	1	0,53
LV	-1,44	-0,92	-0,94	-1,47	-0,96	0,27	5	1	0,59
ES	-0,69	-1,69	0,69	-0,27	-0,61	-0,28	11	1	0,74
PT	-0,05	-0,55	-0,62	0,25	-0,75	-0,55	16	1	0,49
EL	-0,78	-1,47	-0,99	-0,50	0,38	0,16	19	1	0,56
IE	-1,37	0,31	-1,00	0,43	-1,51	-1,81	25	1	0,90
AT	1,04	0,13	0,15	0,38	1,04	0,23	8	2	0,35
BE	1,31	-0,07	0,68	-0,59	1,24	-0,24	9	2	0,61
DE	0,42	-0,39	-0,27	1,17	0,72	-0,24	10	2	0,58
FI	1,10	1,02	0,22	-0,27	1,04	-0,28	12	2	0,43
FR	1,04	-0,55	1,28	0,57	1,06	-0,55	13	2	0,60
IT	1,04	-1,17	0,94	1,05	1,27	-1,14	14	2	0,83
NL	0,38	1,18	-0,85	1,09	0,14	0,12	15	2	0,76
SE	1,81	1,57	0,21	1,10	1,17	-0,79	17	2	0,58
HU	0,61	1,23	-0,66	-0,57	1,21	-0,39	20	2	0,73
DK	2,01	2,48	1,71	2,51	0,29	-0,98	24	2	1,33
CY	0,40	-0,21	1,05	-0,35	-1,53	0,78	23	3	0,61
LU	-0,24	1,27	1,36	0,79	-0,46	-0,59	26	3	0,69
MT	-0,44	-0,35	1,61	1,22	-2,19	0,04	27	3	0,46
UK	0,06	-0,89	1,99	0,92	-1,28	-0,67	28	3	0,48
UA	0,06	0,29	-0,14	-1,20	-0,95	0,27	1	4	0,66
BG	-0,65	1,11	-0,88	-1,05	1,24	1,73	2	4	0,73
RO	-1,60	-0,87	-0,62	-1,87	-0,76	2,24	6	4	0,88
SK	-1,40	-0,71	-0,90	-0,81	-0,15	1,81	7	4	0,53
CZ	-0,15	-0,10	-0,43	-0,04	0,77	0,35	18	4	0,59
PL	-0,48	-0,12	-0,33	-0,39	-0,26	1,34	21	4	0,23
SI	0,06	0,54	-0,42	-0,14	0,19	0,75	22	4	0,48

*Кластер 1.* Політика низького оподаткування: Естонія, Литва, Латвія, Іспанія, Португалія, Греція належать до кластера 1 – загальне податкове навантаження є значно меншим у порівнянні із середньоєвропейським. Ефективність вилучення податків із капіталу, використання інструментів екологічного й споживчого оподаткування в порівнянні із середнім значенням по ЄС є низьким, що характерно для всіх європейських країн цього кластера. У той же час, рівень вилучення податків на працю відповідає майже середньому значенню по ЄС, при цьому більшість податків платяться роботодавцями. У цілому ж, економічні системи цього кластера схожі за рівнем

соціально-економічного розвитку, динамічно зростають по основних макроекономічних показниках і активно здійснюють реформування власних національних податкових систем, вектори якого спрямовані на підвищення економічного росту в країні.

*Кластер 2.* Політика високого оподаткування: утворюють найбільша кількість країн, і повністю представлені старими країнами-членами ЄС (Австрія, Бельгія, Німеччина, Фінляндія, Франція, Італія, Нідерланди, Угорщина, Данія й Швеція). Рівень оподаткування в середньому по кластеру є найбільшим серед європейських країн. Забезпечуючи середній рівень оподаткування споживання, більшість країн цієї групи мають досить високі бюджетні надходження екологічних податків і податків із капіталу, а відповідно високі ставки цих податків. До того ж, середня ефективність оподаткування праці в кластері є найбільшою серед країн-членів ЄС, що зумовлене прогресивністю шкали оподаткування трудових доходів і високими соціальними гарантіями громадянам в європейських країнах цього кластера. Гнучкість податкової політики країн, які поєднані в кластер, забезпечується стабільними показниками соціально-економічного розвитку.

*Кластер 3.* Політика помірною оподаткування – стримуюча: поєднує 4 найбільш динамічні як в оподаткуванні, так і у власному економічному розвитку європейські країни (Кіпр, Люксембург, Мальта і Великобританія). Незважаючи на середній рівень оподаткування, більшість країн цієї групи обмежують ефективність накопичення капіталу, обкладаючи його досить високими податками з капіталу. Вилучення екологічних податків і податків на споживання товарів і послуг у більшості країн цього кластера є найбільшими в Європі, тоді як ефективність оподаткування праці – найменшою. Останнє може бути пояснене відносно низькими ставками індивідуальних прибуткових податків із громадян і внесків на соціальне страхування, які компенсуються високими ставками корпоративних податків на прибуток і податків на споживання. У цілому ж, податкові реформи більшості країн цього кластера, а особливо Кіпру й Мальти, спрямовані на задоволення вимог, які пред'являються ЄС до країн-членів цього об'єднання, а також на збереження привабливості податкового режиму щодо міжнародного бізнесу й є логічними кроками на шляху розвитку країн як надійних європейських фінансових центрів.

*Кластер 4.* Політика помірною оподаткування – стимулююча: увійшли 7 країн (Україна, Болгарія, Чехія, Польща, Словенія, Румунія й Словаччина). Податковий тиск на економіки цих країн відповідає середньому рівню по ЄС, але в порівнянні з іншими новими країнами-членами ЄС, держави цього кластера мають високу ефективність оподаткування споживання, капіталу й праці з мінімальною кількістю цих податків. Однак податки з капіталу й екологічні податки не обмежують активність економічних суб'єктів, а стимулюють їх до ефективного використання капіталу й енергозберігаючих технологій за рахунок низьких ставок корпоративних податків на прибуток і податків на енергетичну продукцію. Особливістю цього кластера є те, що країни цього об'єднання мають досить високий рівень оподаткування праці з



відносно низькими ставками індивідуальних податків на трудові доходи й соціальних внесків із роботодавців і працівників у порівнянні із середньоєвропейськими показниками. У цілому ж, економічні системи країн близькі за своїм розвитком по більшості соціально-економічних показників і мають більш інтенсивну економічну політику.

*Висновки.* За допомогою кластерного аналізу європейських країн та України за ступенем подібності показників, які характеризують критерії ефективності податкової політики, виділено чотири регіональні кластери. Отримані результати можуть бути використані при розробці основних напрямків реформування податкової політики підвищення рівня соціально-економічного розвитку України, враховуючи регіональні особливості розвитку країн-членів ЄС, а разом із комплексом ефективних законодавчих рішень здатні обґрунтувати адекватність тієї або іншої стратегічної альтернативи в контексті інтеграції України до європейського економічного простору.

### **Завдання до лабораторної роботи 5**

Відповідно до задачі за номером варіанту:

- за необхідністю здійснити стандартизацію вхідних даних;
- побудувати деревоподібну діаграму для визначення кількості можливих кластерів;
- здійснити кластерний аналіз методом  $k$ -середніх;
- для здійснення етапу інтерпретації висновків сформувати графік середніх, таблиці середніх значень змінних для кожного кластеру та евклідових відстаней між кластерами;
- охарактеризувати кожен з отриманих кластерів та надати йому змістовне ім'я.

*Варіант 1.* На підприємстві «Прогрес» функціонують 16 науково-виробничих відділів, зайнятих випуском різної продукції, робіт і послуг. Оскільки види діяльності, кількість працюючих, рентабельність відділів, суттєво різняться між собою, було вирішено згрупувати відділи в кілька однорідних груп, а потім для кожної групи розробити свою систему преміювання. Після ретельного аналізу вибрали чотири ознаки, за допомогою яких описувалися найбільш важливі параметри кожного відділу: 1) вартість активної частини основних виробничих фондів, тис. грн ( $x_1$ ); 2) середньомісячний обсяг робіт відділу, тис. грн ( $x_2$ ); 3) питома вага робіт/послуг відділу по внутрішньо фірмовій кооперації, % ( $x_3$ ); 4) середньомісячний прибуток відділу, тис. грн ( $x_4$ ). Дані по відділах наведені в табл. 1.

Проведіть кластерізацію відділів у пакеті Deductor, використовуючи метод  $k$ -середніх (число кластерів задайте рівним 4). Знайдіть статистичні характеристики кожного кластера.

№ відділу	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	№ відділу	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>
1	699	190	53	11	9	293	391	16	66
2	532	211	19	42	10	300	396	29	87
3	650	152	46	14	11	73	160	0	22
4	768	216	67	17	12	862	199	51	22
5	67	106	0	32	13	112	136	0	29
6	322	397	26	52	14	289	388	31	74
7	736	180	49	18	15	512	195	6	58
8	501	239	11	60	16	490	201	9	65

**Варіант 2.** Проведіть кластеризацію споживачів по їхньому відношенню до відвідування магазинів для покупки товарів на основі результатів дослідження, суть якого в тому, що споживачів запросили виразити їхній ступінь згоди з такими твердженнями по 7-бальній шкалі (1 – не згодний, 7 – згодний): V<sub>1</sub> – «Відвідування магазинів для покупки товарів – приємний процес»; V<sub>2</sub> – «Відвідування магазинів для покупки товарів погано позначається на бюджеті»; V<sub>3</sub> – «Я поєдную відвідування магазинів для покупки товарів із харчуванням поза помешканням»; V<sub>4</sub> – «Я намагаюся зробити кращі покупки при відвідуванні магазинів»; V<sub>5</sub> – «Мені не подобається відвідування магазинів для покупки товарів»; V<sub>6</sub> – «Я можу заощадити багато грошей, порівнюючи ціни в різних магазинах». Результати цього дослідження наведені в табл. 2.

Споживач	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>3</sub>	V <sub>4</sub>	V <sub>5</sub>	V <sub>6</sub>
1	6	4	7	3	2	3
2	2	3	1	4	5	4
3	7	2	6	4	1	3
4	4	6	4	5	3	6
5	1	3	2	2	6	4
6	6	4	6	3	3	4
7	5	3	6	3	3	4
8	7	3	7	4	1	4
9	2	4	3	3	6	3
10	3	5	3	6	4	6

**Варіант 3.** З метою адресної підтримки малого бізнесу Департаментом економічного розвитку міста А було вирішено побудувати комп'ютерну систему, що дозволяє по певному перелікові показників ідентифікувати малі підприємства для визначення проведеної щодо них економічної політики. Дані для розв'язку поставленої задачі представлені в табл. 3. Розділіть всю вибіркочуву сукупність підприємств на окремі групи й по середніх характеристиках груп, що вийшли, визначите, у які із класів увійшли підприємства, що потребують фінансової підтримки, які нормально функціонують, а які вже, можливо, стали банкрутами.

Підприємств о	Коефіцієнт поточної ліквідності $X_1$	Коефіцієнт забезпеченості власними засобами, $X_2$	Коефіцієнт втрати (відновлення) платоспроможності, $X_3$
1	1,30	0,23	1,13
2	0,73	-1,36	0,59
3	2,02	0,24	1,46
4	0,64	-1,09	0,72
5	1,28	0,23	1,19
6	1,52	0,51	1,42
7	2,00	0,50	1,69
8	0,32	0,16	0,37
9	1,18	0,15	1,04
10	0,92	-1,10	0,51

**Варіант 4.** Проведіть класифікацію комерційних банків методом  $k$ -середніх на предмет оцінки їх надійності, встановивши експертним шляхом оптимальне число кластерів. Визначте склад кожного кластера, його статистичні характеристики. Основні показники роботи банків наведені в табл. 4.

Банк	Чисті активи, тис.грн	Ліквідні активи, тис.грн	Сумарні зобов'язання, тис.грн
1	728481,825	12731,458	1527149,283
2	43831,446	-24198,034	79374,219
3	19973,371	629,285	27452,437
4	26484,649	-16262,703	31193,252
5	20393,837	3483,837	29484,226
6	174967,000	6783,932	260847,887
7	137371,384	3197,923	12736,830
8	62763,913	6158,736	97264,837
9	183,837	-189,780	18373,803
10	11836,910	-414,712	19724,460

**Варіант 5.** У комерційний банк ВАТ «Друг» звернулися керівники 12 великих підприємств міста А з проханням про надання кредиту. Фахівці кредитного відділу банку з метою ухвалення надійного рішення (тобто видачі кредиту, що гарантує повернення) по задоволенню цих прохань вирішили насамперед спробувати розділити підприємства на групи відповідно до їхнього фінансового стану. Як фактори, що визначають фінансовий стан підприємств, були обрані необоротні активи ( $X_1$ ), оборотні активи ( $X_2$ ), власний капітал ( $X_3$ ), довгострокові зобов'язання ( $X_4$ ), короткострокові зобов'язання ( $X_5$ ), виторг від реалізації ( $X_6$ ), собівартість ( $X_7$ ), чистий прибуток ( $X_8$ ). Значення цих показників наведені в табл. 5. Здійсніть кластеризацію підприємств і зробіть висновки про доцільність надання кредиту тій або іншій групі, що утворилась.

X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>	X <sub>8</sub>
5116652	1655737	4912417	619623	1240349	6391468	5820259	532581
1226241	1224983	1457028	93921	900275	5027062	3462529	499271
5851307	1460596	421161	395121	1295621	4489673	2291589	67368
86188	840198	93900	604792	227694	141282	122932	10
213652	289893	187876	138430	177239	474607	439172	8238
292249	410349	44432	14565	643601	684336	636529	-36067
107355	265899	132056	7656	233542	293423	302575	110
155221	797983	74255	860	878949	244337	249286	133140
2852	69444	-27284	913	98667	173460	126278	-27697
292001	130363	129216	155051	138097	357466	312348	-5967
659633	1295344	132248	1650653	1172076	1671660	1626270	122137
170298	666081	616076	582	219721	1002735	807602	117997

### Питання для самоконтролю

1. У чому полягає задача кластерізації?
2. Наведіть приклади застосування кластерного аналізу в бізнесі.
3. Яке програмне забезпечення можна використовувати для розв'язку задачі кластерізації?
4. Які алгоритми кластерізації ви знаєте?
5. Опишіть ієрархічні методи кластерізації.
6. Які бувають типи змінних?
7. Які етапи кластерного аналізу ви знаєте?
8. Для чого необхідно проводити нормування даних?
9. Що являє собою метод  $k$ -середніх і які в нього недоліки?
10. Що називають дендрограмою?
11. Яка задача бізнес-аналітика після проведення кластерного аналізу?
12. Яку мету переслідує бізнес-аналітик при проведенні кластерного аналізу?

## Змістовий модуль 8

### Лабораторна робота №6

#### **Тема: Застосування нейронних мереж для аналізу та моделювання соціально-економічних систем**

**Мета роботи:** отримати практичні навички побудови нейронної моделі та прогнозу з використанням нейронних мереж.

#### **Приклад виконання лабораторної роботи 6**

**Завдання:** На основі ретроспективних щомісячних даних обсягів продажу продукції побудувати прогнозну модель нейронної мережі.

*Виконання роботи складається з наступних етапів:*

- 1) ознайомитися з можливістю застосування програмного продукту «Дедуктор» для побудови моделі на основі нейронних мереж;
- 2) за необхідністю здійснити первинну обробку вхідних даних;
- 3) здійснити практичне застосування інструменту Майстра обробки – «Ковзне вікно»;
- 4) побудувати нейронну мережу для опису динаміки числового ряду;
- 5) за допомогою нейронної мережі здійснити побудову прогнозних значень ціни золота.

#### **Хід виконання роботи:**

Для виконання лабораторної роботи рекомендується застосовувати програмне забезпечення *Deductor Studio*. Версія *Deductor Academic* є безкоштовною аналітичною платформою для опанування навичок інтелектуального аналізу даних, завантажити її можна за посиланням: <https://basegroup.ru/deductor/download>.

Прогнозування результату на певний час вперед, ґрунтуючись на даних за минулий час, – завдання, що зустрічається досить часто. Наприклад, перед більшістю торгових фірм стоїть завдання оптимізації складських запасів, для вирішення якого потрібно знати, що і скільки має бути продано через тиждень і т.п., задача передбачення вартості акцій якогось підприємства через день і т.д. та інші подібні питання. *Deductor Studio* пропонує для цього інструмент «Прогнозування».

«Прогнозування» з'являється в списку «Майстри обробки» тільки після побудови будь-якої моделі прогнозу: нейромережі, лінійної регресії і т.п. Якщо є дані по тижневих сумах продажів за певний період, можна спрогнозувати суму продажів, наприклад, на два тижні вперед. Оскільки при побудові моделі прогнозу необхідно враховувати декілька факторів (залежність результату від даних день, два, три, чотири назад), то методика має свої особливості.

Завантажимо через «Майстра імпорту» файл із даними продажу. Для цього у версії *Academic Deductor* доступні файли *txt* та *csv*.

При завантаженні даних необхідно звернути увагу на роздільники цілої та дробової частини, компонентів дати та роздільник стовбців, щоб всі ці параметри знаходились у відповідності до формату даних, що завантажуються. Після імпорту даних скористаємося діаграмою для їх перегляду. Візуальне представлення обсягів продажу наведено на рис. 1.

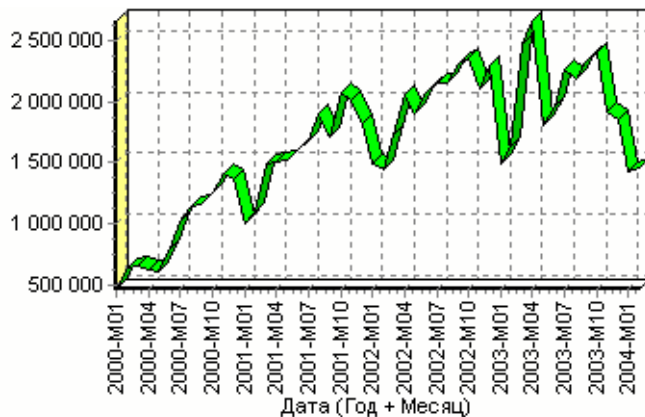


Рис.1. Діаграма обсягів продажу

#### *Видалення аномалій і згладжування*

На діаграмі (рис.1) видно, що дані містять аномалії (викиди) і шуми, за якими важко розгледіти тенденцію. Тому перед прогнозуванням необхідно видалити аномалії і згладити дані.

Зробити це можна за допомогою спектральної обробки. Запустимо «Майстер обробки», виберемо стовпчик «Продажі» для здійснення обробки. Виберемо поле для обробки «Віднімання шуму», «Ступінь віднімання шуму» - мала. На наступному кроці запустимо обробку, натиснувши на «Пуск». Після обробки переглянемо отриманий результат на діаграмі.

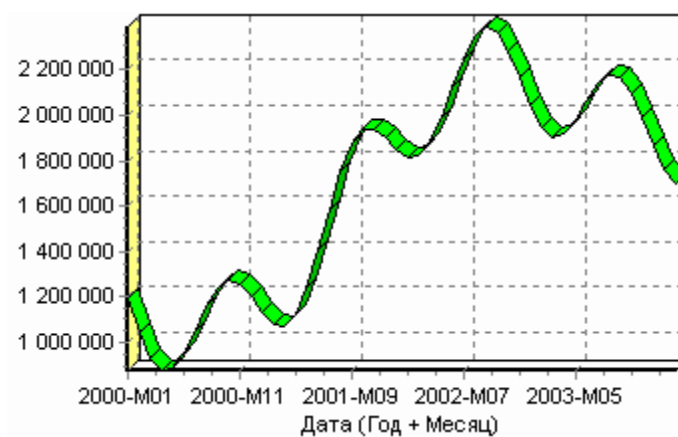


Рис.2. Діаграма обсягів продажу після очищення даних

Видно, що дані згладилися, аномалії і шуми зникли, стала помітна тенденція.

### *Ковзне вікно 12 місяців назад*

Тепер перед аналітиком постає питання, а як, власне, прогнозувати тимчасовий ряд. У всіх попередніх прикладах ми стикалися із ситуацією, коли є вхідні стовпці – фактори і є вихідні стовпчики – результат. У даному випадку стовбець один. Будувати прогноз на майбутнє будемо, ґрунтуючись на даних минулих періодів, тобто припускаючи, що кількість продажів на наступний місяць залежить від кількості продажів за попередні місяці. Це означає, що вхідними факторами для моделі можуть бути продажі за поточний місяць, продаж за місяць раніше і т.д., а результатом повинні бути продажі за наступний місяць, тобто тут явно необхідно трансформувати дані до ковзного вікна.

Запустимо «Майстер обробки», виберемо за обробника Ковзне вікно і перейдемо на наступний крок.

Провівши авторегресійний аналіз, виявили наявність річної сезонності. У зв'язку з цим було вирішено будувати прогноз на місяць вперед, ґрунтуючись на даних за 1, 2, 11 і 12 місяців назад. Тому потрібно вибрати глибину занурення 12, призначивши поле «Кількість» використовуваним. Тоді дані трансформуються до змінним вікна так, що аналітику будуть доступні всі необхідні фактори для побудови прогнозу.

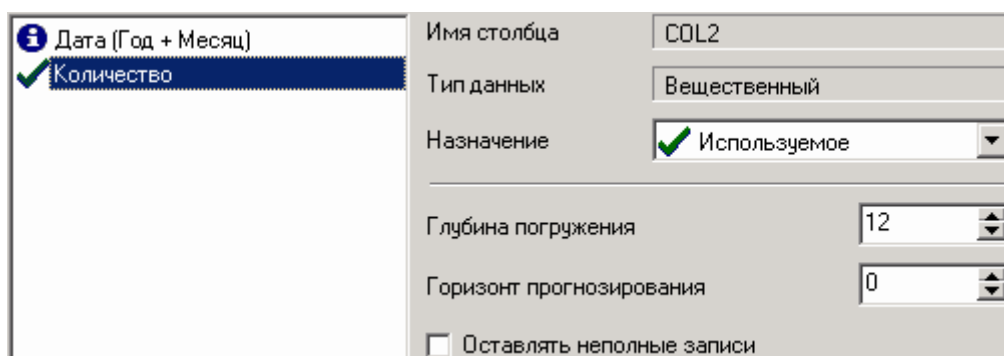


Рис.3. Ковзне вікно

Тепер за вхідні фактори можна використовувати «Кількість – 12», «Кількість – 11» дані щодо кількості 12 і 11 місяців назад (щодо прогнозованого місяці), а також «Кількість – 2» і «Кількість – 1» – дані за 2 попередні місяці. Як вихідне поле вкажемо стовпець «Кількість».

### *Навчання нейромережі (прогноз на 1 місяць вперед)*

Перейдемо безпосередньо до самої побудови моделі прогнозу. Відкриємо «Майстер обробки» і виберемо в ньому нейронну мережу. На другому кроці «Майстра» згідно з прийнятим раніше рішенням встановимо як вхідні поля «Кількість – 12», «Кількість – 11», «Кількість – 2» і «Кількість – 1», як вихідне – «Кількість». Решту полів зробимо інформаційними.

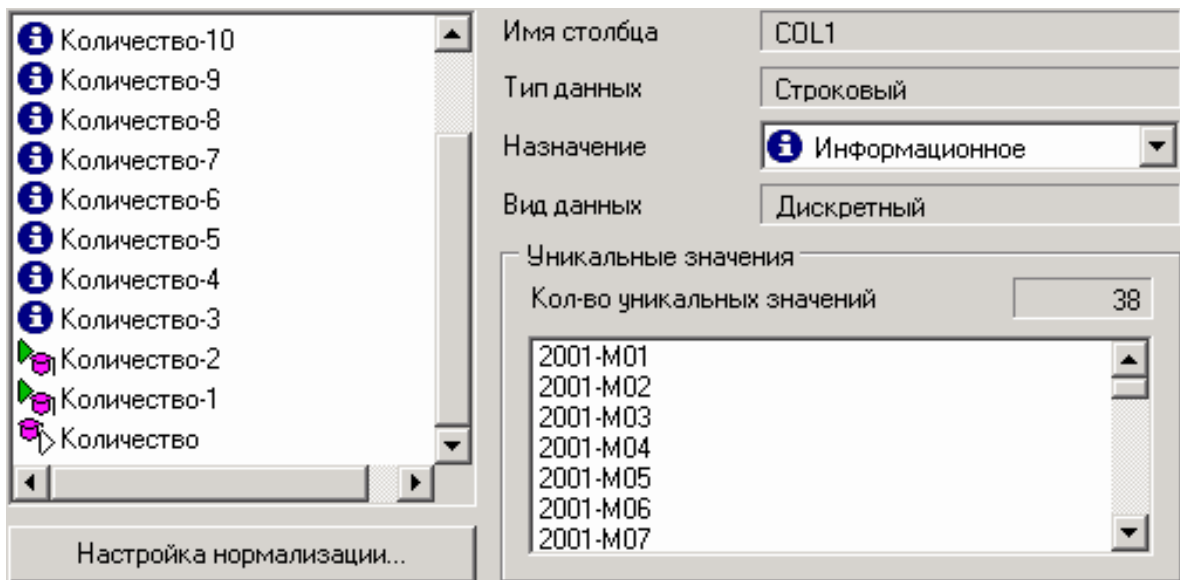


Рис.4. Діалогове вікно «Майстер обробки»

На наступному кроці здійснимо розбиття вхідних даних на тестову та навчальну множину (рис.5).

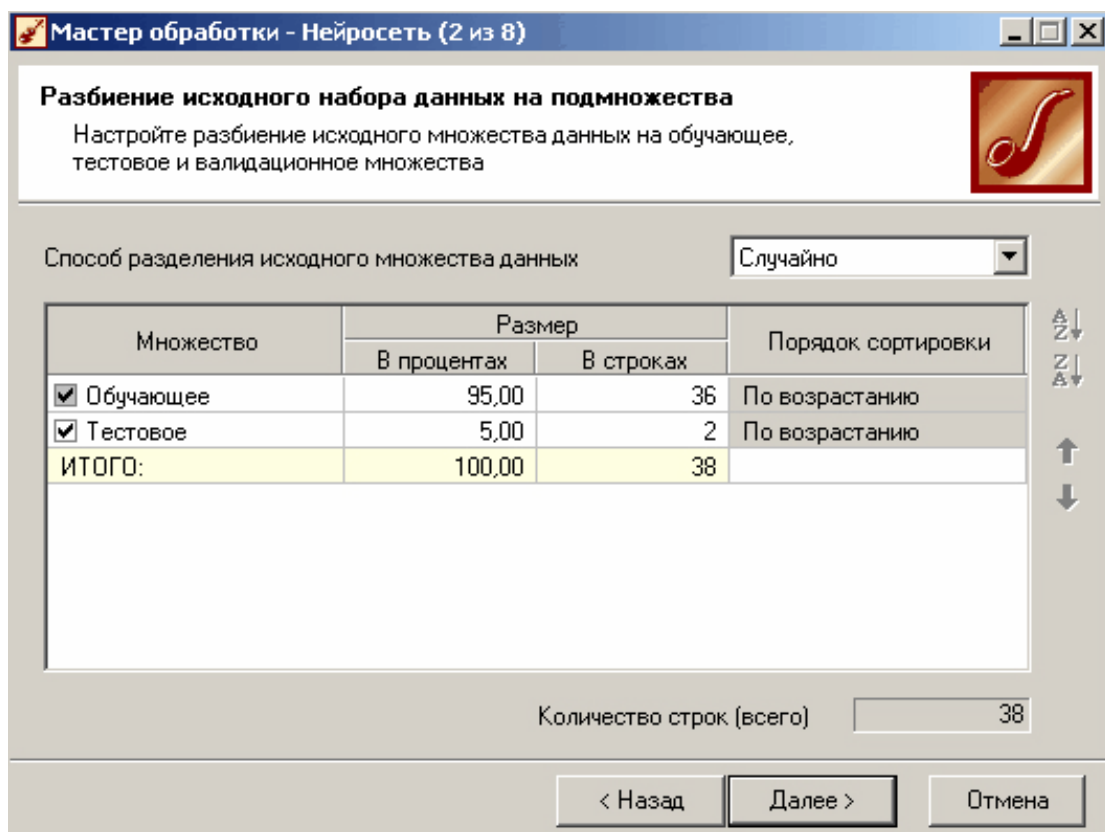


Рис.5. Діалогове вікно «Нейромережа»

Перейдемо до наступного кроку, на якому відзначимо необхідну кількість шарів нейронів у нейромережі (рис.6).



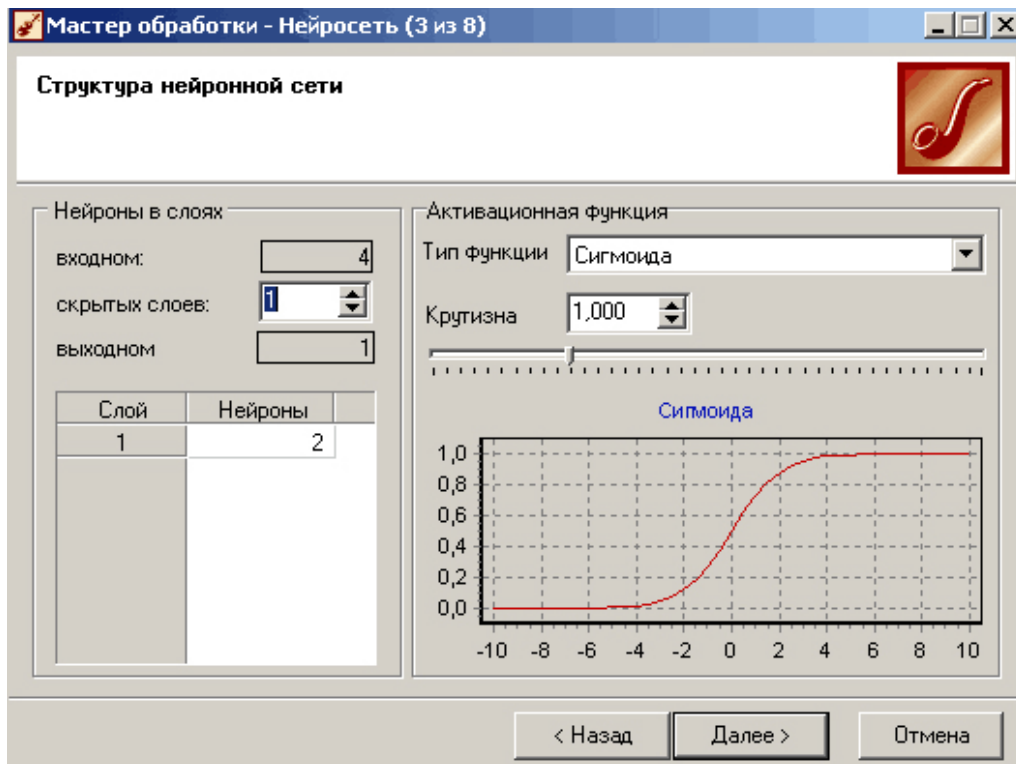


Рис.6. Діалогове вікно «Структура нейромережі»

Перейшовши далі, виберемо алгоритм навчання нейромережі (рис.7).

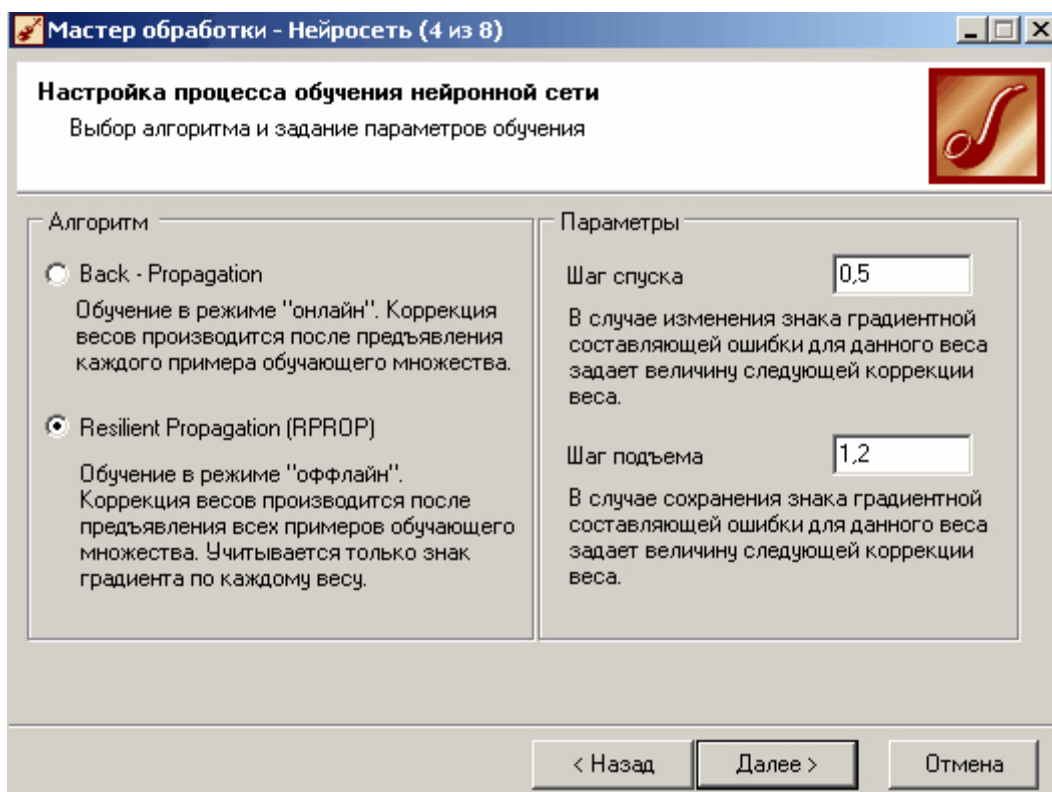


Рис.7. Діалогове вікно «Налаштування процесу навчання нейромережі»

Після побудови моделі для перегляду якості навчання представимо отримані дані у вигляді діаграми (рис.9) та діаграми розсіювання (рис.10).

У Майстрі налаштування діаграми виберемо для відображення поля «Кількість» та «Кількість\_OUT» – реальне і прогнозоване значення.

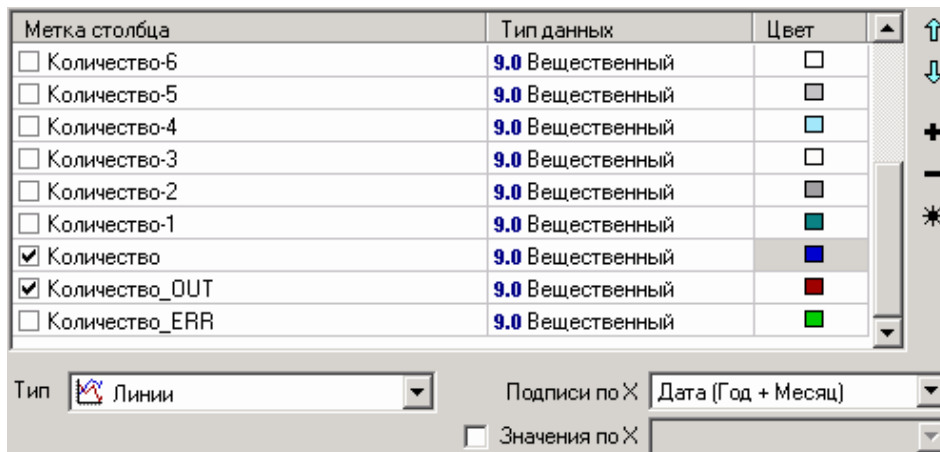


Рис.8. Діалогове вікно «Майстер налаштування діаграм»

Результатом застосування «Майстра налаштування діаграм» буде два графіка: діаграма реального і прогнозного значення (рис.9) та діаграма розсіювання (рис.10):

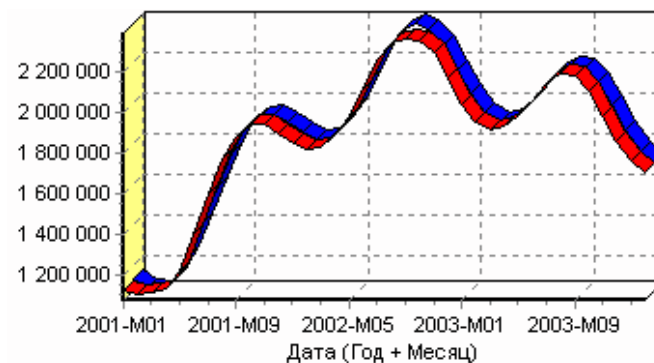


Рис.9. Діаграма реального і прогнозного значення

Діаграма розсіювання більш наочно показує якість навчання.

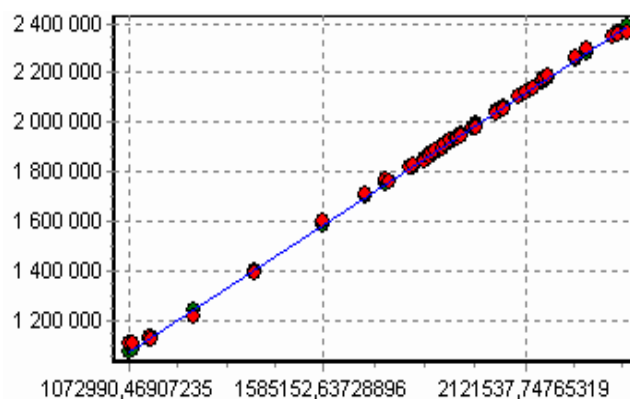


Рис.10. Діаграма розсіювання

### Побудова прогнозу

Нейромережа пройшла процес навчання, залишилося отримати необхідний прогноз. Для цього відкриваємо «Майстер обробки» і вибираємо обробник «Прогнозування».

На другому кроці «Майстра» пропонується налаштувати зв'язок стовпців для прогнозування часового ряду: які дані застосовувати при черговому кроці прогнозу. «Майстер» сам вірно налаштував всі переходи, тому залишається тільки вказати горизонт прогнозу (на скільки кроків вперед будемо прогнозувати) - оберемо 3 кроки, а також для наочності слід додати до прогнозу вихідні дані, встановивши в «Майстрі» відповідний прапорець.

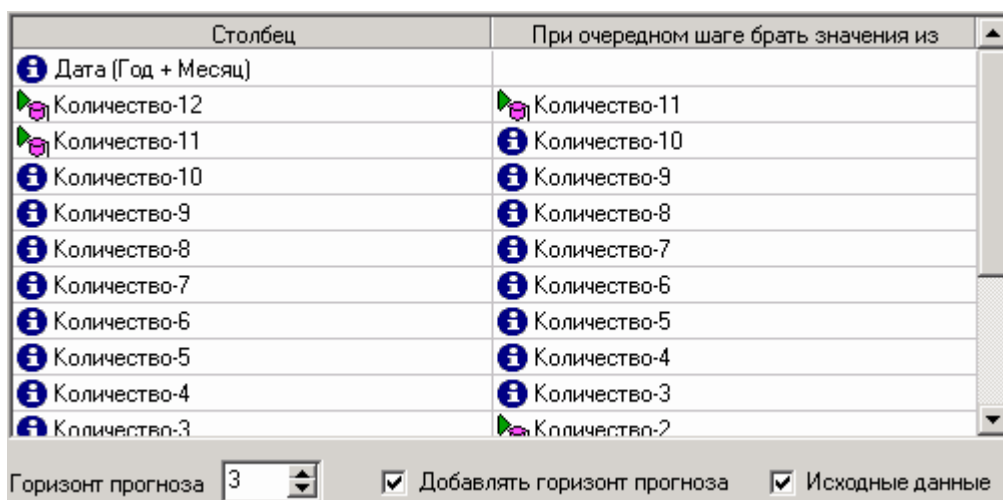


Рисунок 8. Діалогове вікно «Майстер обробки»

### Результат

Після цього необхідно як візуалізатор вибрати «Діаграму прогнозу», яка з'являється тільки після прогнозування часового ряду.

У «Майстрі» налаштування стовпців діаграми прогнозу треба вказати в як відображуваний стовпець «Кількість», а як підпис по осі X вказати стовпець «Крок прогнозу».

Тепер аналітик може дати відповідь на питання, яка кількість товарів буде продана в наступному місяці і навіть два місяці потому.

### Завдання до лабораторної роботи 6

Побудувати прогноз ціни золота на підставі даних  $n$ -го року (файл Price.csv). Рік, що необхідно проаналізувати кожному варіанту визначається за формулою ( $N$  варіанту + 2001). Тобто 1 варіант для навчання нейронної мережі використовує дані ціни золота за 2002 рік.

### Питання для самоконтролю:

1. Що ви розумієте під поняттям «нейронна мережа»?
2. Яка ідея лежить в основі побудови нейронних мереж?

3. У чому полягає процес навчання нейронної мережі?
4. З яких елементів складається архітектура багатошарової нейронної мережі?
5. У яких випадках і з якою метою проводиться спектральна обробка даних?
6. Які види функції активації ви знаєте?
7. Чи є навчання нейронної мережі для побудови прогнозу прикладом навчання з вчителем чи навчанням без вчителя?
8. У чому полягає відмінність нейронних мереж від інших методів?
9. Який процес Ви розумієте під проблемою перенавчання?
10. Що дозволяє оцінити діаграма розсіювання?

## Лабораторна робота №7

### Тема: Застосування самоорганізуючих карт Кохонена при моделюванні соціально-економічних систем

**Мета роботи:** отримати практичні навички здійснювати аналіз інформації на основі самоорганізуючих карт Кохонена.

#### Приклад виконання лабораторної роботи 6

**Завдання:** Керівництво філії регіональної телекомунікаційної компанії, що надає на ринку послуги мобільного зв'язку, поставило задачу сегментації абонентської бази. Цілями сегментації є:

- побудова профілів абонентів шляхом виявлення їх схожої поведінки в частоті, тривалості і часу дзвінків, а також щомісячних витратах;
- оцінка найбільш і найменш дохідних сегментів. Ця інформація може надалі використовуватися для:
  - розробки маркетингових акцій, спрямованих на певні групи клієнтів;
  - розробки нових тарифних планів;
  - оптимізації витрат на адресну sms-розсилку про нові послуги і тарифи;
  - запобігання відтоку клієнтів в інші компанії.

Дані, узяті з білінгової системи за останні кілька місяців, являють собою таблицю з такими полями (табл. 1).

Були відібрані тільки активні абоненти, які регулярно користувалися послугами стільникового зв'язку протягом останніх декількох місяців. Дані знаходяться у файлі Абоненти.txt (Документи/Deductor/Samples/Абоненти.txt).

Таблиця 1. Вихідні дані (опис полів)

N	Поле	Опис	Тип
1	Вік	Вік клієнта	цілий
2	Середньомісячні витрати	Скільки в середньому грошей у місяць витрачає абонент на мобільний зв'язок	дійсний
3	Середня тривалість розмов	Скільки в середньому хвилин на вихідні дзвінки витрачає абонент за місяць	дійсний
4	Дзвінків вдень за місяць	Кількість вихідних дзвінків у ранковий і денний час	цілий
5	Дзвінків ввечері за місяць	Кількість вихідних дзвінків у вечірній час	цілий
6	Дзвінків вночі за місяць	Кількість вихідних дзвінків вночі	цілий
7	Дзвінки в інші міста	Кількість вихідних дзвінків в інші міста	цілий
8	Дзвінки в інші країни	Кількість вихідних дзвінків в інші країни	цілий
9	Доля дзвітків на стаціонарні телефони	–	дійсний
10	Кількість SMS	Число вихідних SMS повідомлень на місяць	цілий

## **Хід виконання роботи:**

*На прикладі конкретного завдання по сегментації клієнтів телекомунікаційної компанії розберемо послідовність побудови і інтерпретації самоорганізованих карт Кохонена в Deductor Studio.*

У такій високотехнологічній галузі, як телекомунікації, методи і підходи Data Mining отримали широке застосування. Завдання, які вирішуються перш за все пов'язані з програмами лояльності та утриманням існуючої клієнтської бази, а також залученням нових споживачів послуг.

У білінгових системах телекомунікаційних компаній накопичуються великі обсяги даних. У першу чергу це інформація про абонентів і статистика використаних послуг. Аналіз такої інформації ручними і напівручному методами малоефективний.

Покажемо послідовність вирішення бізнес-завдання сегментації абонентів за допомогою підходу, який заснований на алгоритмі Кохонена, та складається з двох кроків:

- кластеризація об'єктів алгоритмом Кохонена;
- побудова та інтерпретація карти Кохонена.

У Deductor Studio мережі і карти Кохонена реалізовані в обробнику «Карта Кохонена», де містяться сам алгоритм Кохонена і спеціальний візуалізатор «Карта Кохонена».

*В Deductor канонічний алгоритм Кохонена доповнений низкою можливостей, а саме:*

- алгоритм Кохонена застосовується до мережі Кохонена, що складається з осередків, упорядкованих на площині. За замовчуванням розмір карти дорівнює 16x12, що відповідає 192 осередкам. У вихідному наборі даних алгоритм Кохонена формує поля «Номер комірки» і «Відстань до центру осередку»;

- осередки карти за допомогою спеціальної додаткової процедури об'єднуються в кластери. Ця процедура – алгоритм  $k$ -середніх ( $k$ -means), причому є можливість автоматично визначати кількість кластерів. У вихідному наборі даних алгоритм  $k$ -means формує поля «Номер кластера» і «Відстань до центру кластеру»;

- Кожна вхідна ознака може мати ваговий коефіцієнт від 0 до 100%, останній впливає на розрахунок евклідової відстані між векторами.

Для побудови профілів клієнтів скористаємося мережами і картами Кохонена. Імпортуємо в Deductor набір даних з файлу «Абоненты.txt». Запустимо «Майстер обробки» і виберемо вузол «Карта Кохонена». Встановимо всі поля, крім «Код», вхідними (рис. 1).

На цій же вкладці при натисканні кнопки «Налаштування нормалізації...» відкриється вікно, де можна задати значимість кожного вхідного поля. Залишимо значимість однаковою для всіх полів без змін.

*Зуваження:* в обробнику «Карта Кохонена» допускається задавати і вихідне поле. Незважаючи на таку назву, це поле не братиме участь в алгоритмі Кохонена, однак після побудови по цьому полю буде зібрана статистика. Це

відкриває можливості для вирішення «Картою Кохонена» завдання класифікації або регресії.

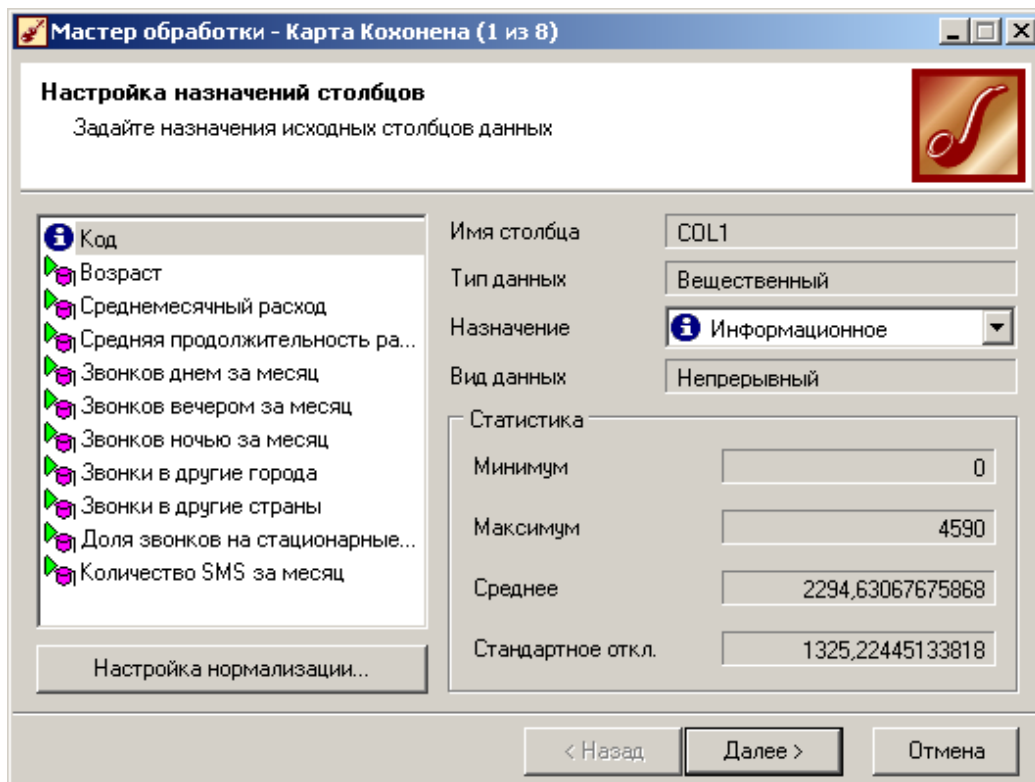


Рис. 1. Налаштування призначень стовпців

Оскільки будь-який метод кластеризації, в тому числі і алгоритм Кохонена, суб'єктивний, сенс у виділенні окремої тестової множини, як правило, відсутня. Залишимо в «Навчальному» 100% записів (рис. 2).

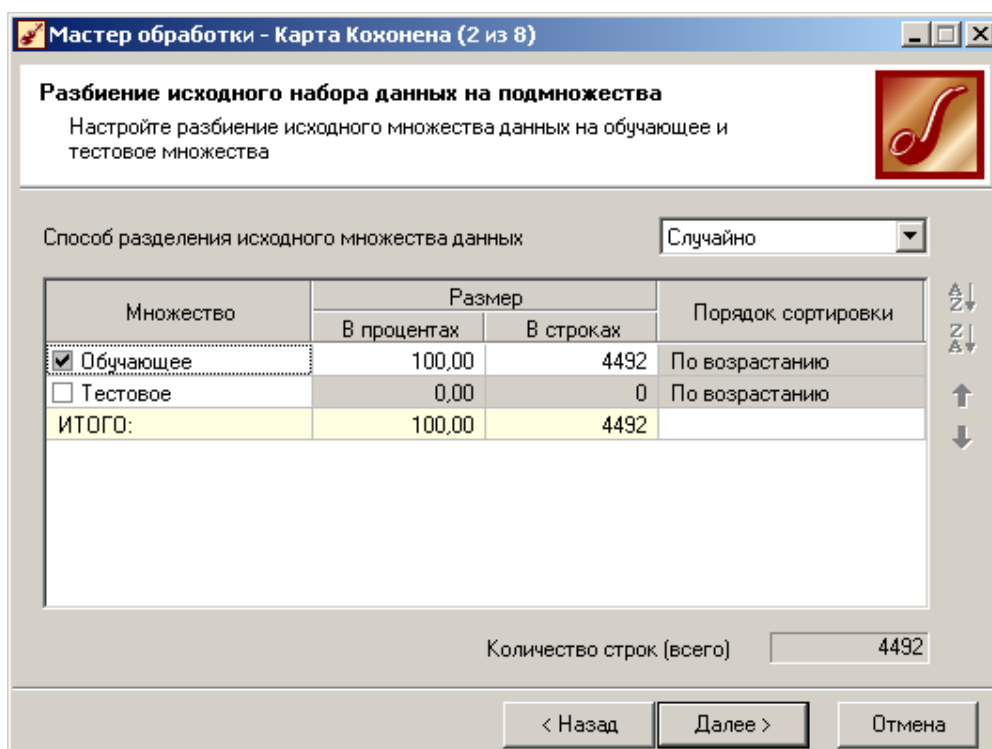


Рис. 2. Розбиття набору даних на навчальну і тестову множини

На третій вкладці задаються розмір і форма карти Кохонена (рис. 3). Поки що погодимося з настройками за замовчуванням – шестикутні осередки, розмір 16x12.

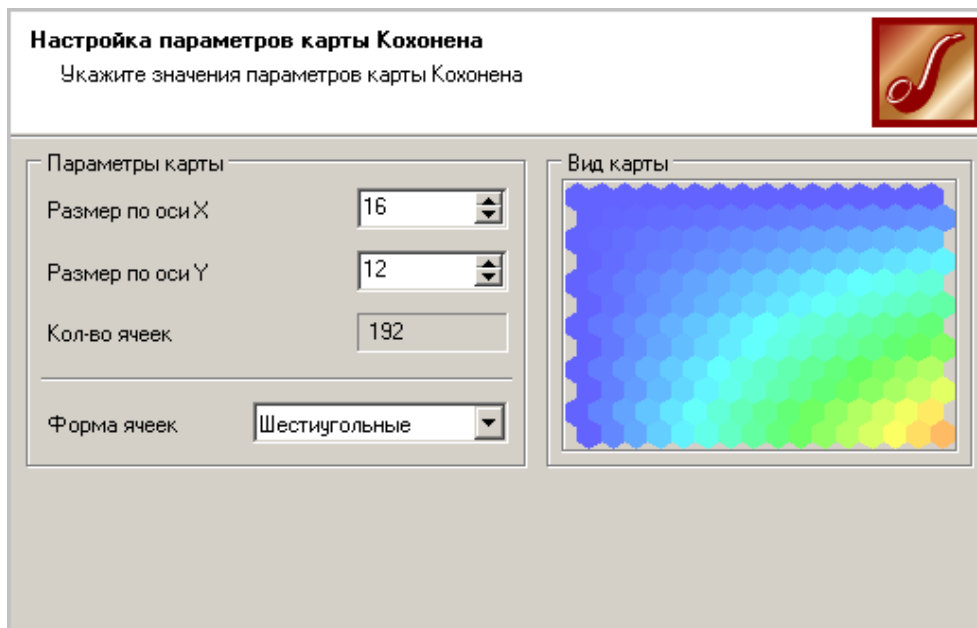


Рис. 3. Параметры майбутньої карти Кохонена

На наступному кроці також залишимо все без змін (рис. 4).

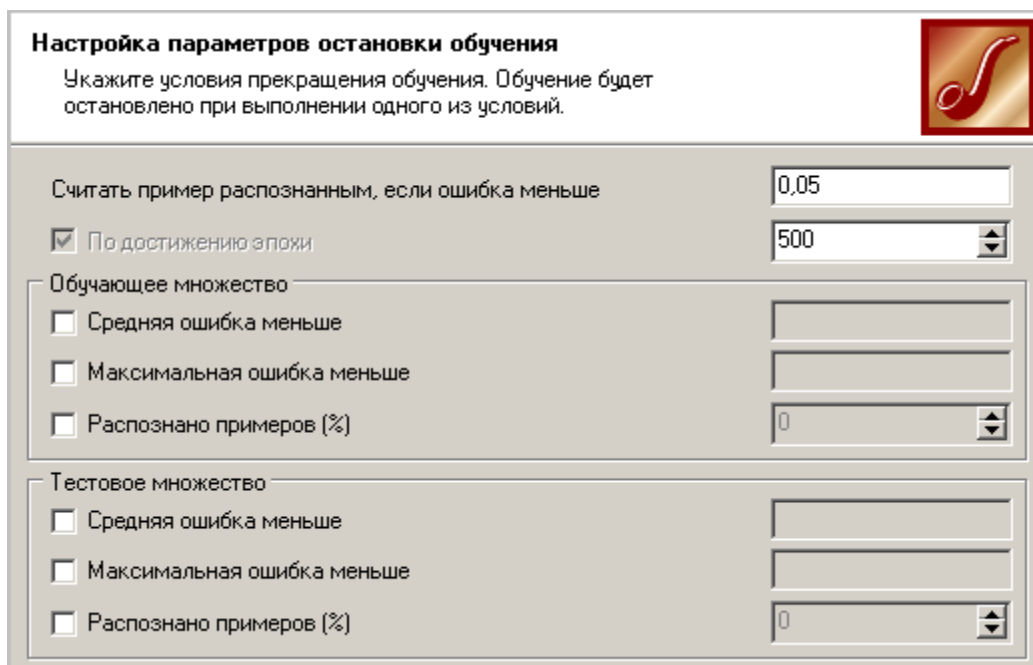


Рис. 4. Параметры зупинки алгоритму Кохонена

Нарешті, на останньому кроці, що передусє навчанню, налаштовуються параметри навчання алгоритму Кохонена (рис. 5).

Тут задаються такі опції.



**Настройка параметров обучения карты Кохонена**  
 Укажите значения параметров обучения карты Кохонена

Способ начальной инициализации карты: Из собственных векторов

Количество эпох, через которое необходимо перемешивать строки: 20

Скорость обучения

В начале обучения: 0,3

В конце обучения: 0,005

Радиус обучения

В начале обучения: 4

В конце обучения: 0,1

Функция соседства: Ступенчатая

Кластеризация

Автоматически определить количество кластеров

Уровень значимости, %: 1

Фиксированное кол-во кластеров: 7

Рис. 5. Параметры навчання мережі Кохонена

«Спосіб початкової ініціалізації карти» визначає, як будуть встановлені початкові ваги нейронів карти. Вдало обраний спосіб ініціалізації може істотно прискорити навчання і привести до отримання більш якісних результатів.

Доступні три варіанти ініціалізації:

1) випадковими значеннями – початкові ваги нейронів будуть ініційовані випадковими значеннями.

2) з навчальної множини – як початкові ваги будуть використовуватися випадкові приклади з навчальної множини.

3) з власних векторів – початкові ваги нейронів карти будуть проініціалізовані значеннями підмножини гіперплощини, через яку проходять два головних власних вектора матриці коваріації вхідних значень навчальної вибірки.

**При виборі способу початкової ініціалізації (рис. 6) слід керуватися такою інформацією:**

- обсягом навчальної вибірки;
- кількістю епох, відведених для навчання;
- розміром карти.

Між зазначеними параметрами і способом початкової ініціалізації існує багато залежностей. Виділимо кілька головних.

1. Якщо обсяг навчальної вибірки значно (в 100 і більше) перевищує число осередків карти і час навчання не грає першочергової ролі, то краще вибрати *ініціалізацію випадковими значеннями*, тому що це дає меншу ймовірність попадання в локальний мінімум помилки кластеризації.

2. Якщо обсяг навчальної вибірки не дуже великий, час навчання обмежено або необхідно зменшити ймовірність появи після навчання порожніх

клітинок, в які не потрапило жодного примірника навчальної вибірки, то слід використовувати *ініціалізацію прикладами з навчальної множини*.

3. *Ініціалізацію з власних векторів* можна використовувати при будь-якому збігу обставин. Єдине зауваження: ймовірність появи порожніх клітинок після навчання вище, ніж при ініціалізації прикладами з навчальної множини. Саме цей спосіб краще вибрати при першому ознайомленні з даними.

**Швидкість навчання** – задається швидкість навчання на початку і в кінці навчання мережі Кохонена. Рекомендовані значення: 0,1-0,3 на початку і 0,05-0,005 в кінці навчання.

**Радіус навчання** – задається радіус навчання на початку і в кінці навчання мережі Кохонена. Радіус на початку повинен бути досить великим – приблизно половина або менше розміру карти (максимальна лінійна відстань від будь-якого нейрона до іншого будь-якого нейрона), а в кінці – досить малим, приблизно 1 або менше. Початковий радіус в Deductor підбирається автоматично в залежності від розміру карти.

У цьому ж блоці задається «Функція сусідства»: Гауссова або Ступенева. Якщо функція сусідства «Ступенева», то «сусідами» для нейрона-переможця будуть вважатися всі нейрони, лінійна відстань до яких не більше поточного радіуса навчання. Якщо використовується Гауссова функція сусідства, то «сусідами» для нейрона-переможця будуть вважатися всі нейрони карти, але в різному ступені повноти.

При використанні Гауссової функції сусідства навчання проходить більш плавно і рівномірно, оскільки одночасно змінюються ваги всіх нейронів, що може дати трохи кращий результат, ніж якби використовувалася ступінчаста функція. Однак час, необхідний на навчання, потрібен трохи більший, через те, що на кожній епосі (ітерації) коригуються всі нейрони.

Кластеризація – в цій області вказуються параметри алгоритму *k-means* (G-means), який запускається після алгоритму Кохонена для угруповання осередків карти. Тут потрібно тільки визначити, дозволити алгоритму автоматично визначити число кластерів (G-means), або відразу зафіксувати його (*k-means*). Слід знати, що автоматично підібране число кластерів не завжди приводить до бажаного результату – число кластерів може пропонуватися занадто великим, тому розраховувати на цю опцію можна тільки на етапі дослідження даних.

У наступному вікні, натиснувши кнопку «Пуск», можна буде побачити динаміку процесу навчання мережі Кохонена (рис. 6). За замовчуванням алгоритм робить 500 ітерацій (епох). Якщо попередньо встановити прапор «Рестарт», то ваги нейронів будуть проініціалізовані відповідно до обраного на попередньому кроці способу ініціалізації, інакше навчання почнеться з поточних вагових коефіцієнтів (це справедливо тільки при повторному налаштування вузла).

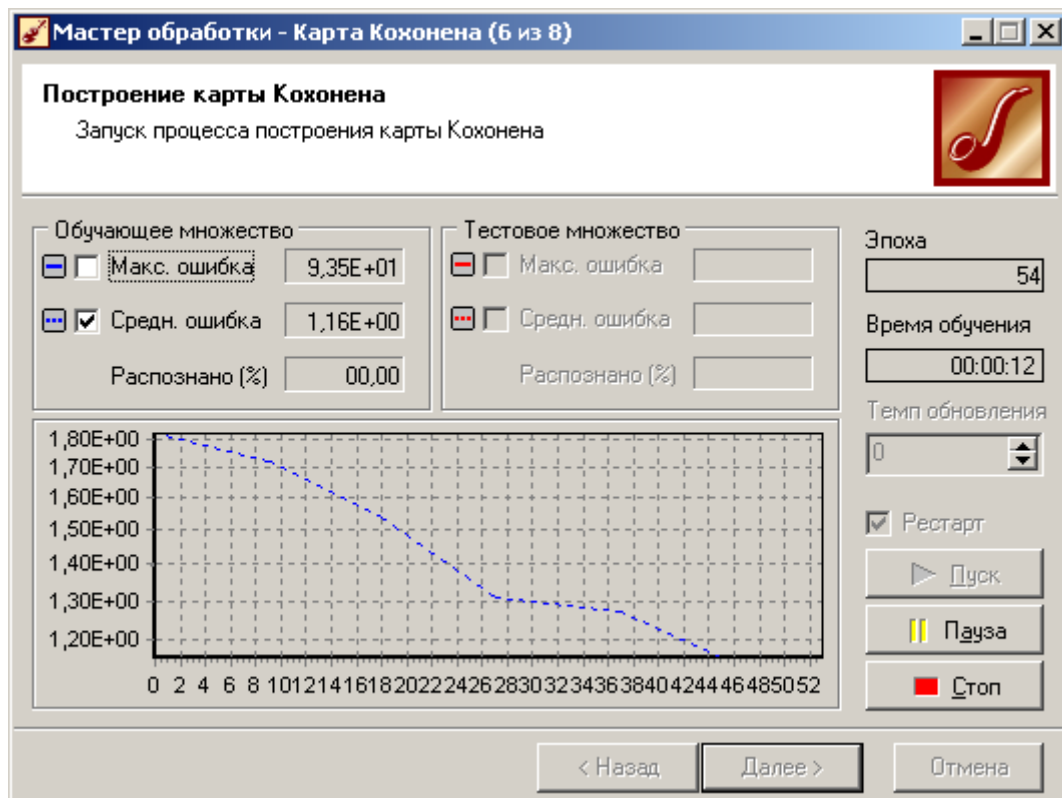


Рис. 6. Навчання мережі Кохонена

До навченої мережі Кохонена пропонується спеціалізований візуалізатор – «Карта Кохонена». Параметри її відображення задаються на спеціальній вкладці «Майстра» (рис. 7).

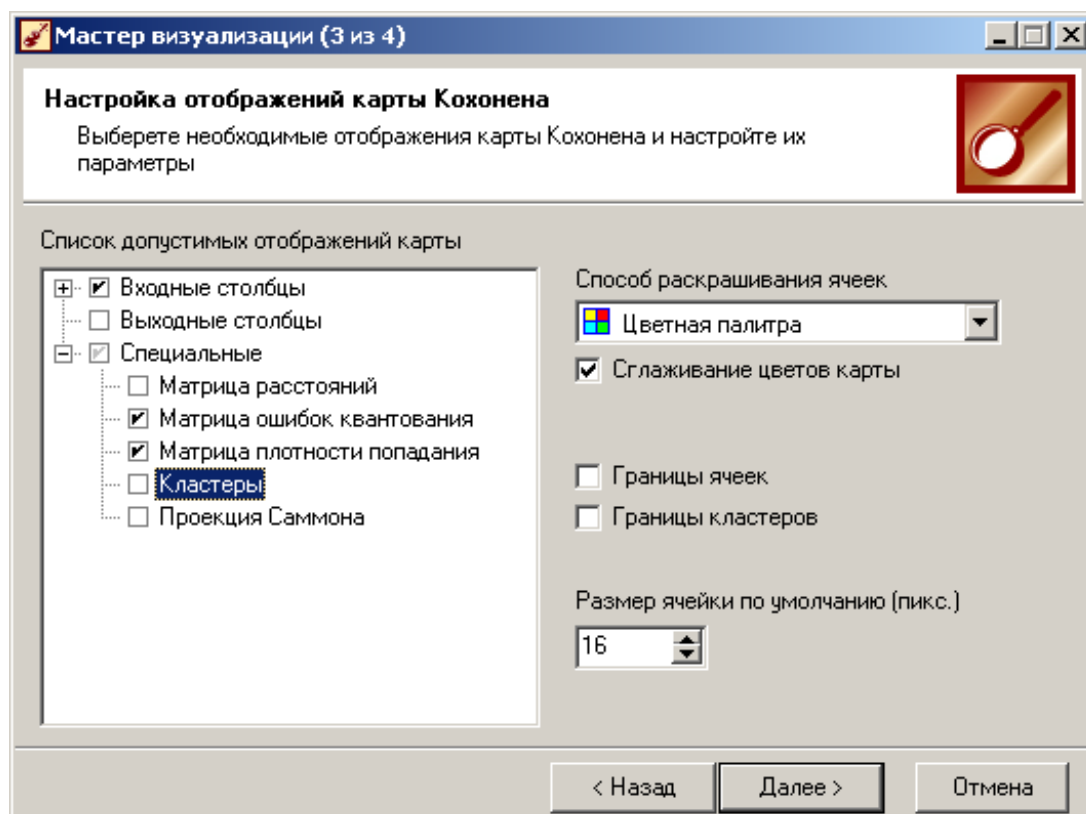


Рис. 7. Налаштування візуалізатора «Карта Кохонена»

Список допустимих відображень карти містить три групи – вхідні поля, вихідні поля і спеціальні. Останні не пов’язані з будь-яким полем набору даних, а служать для аналізу всієї карти.

**Матриця відстаней** застосовується для візуалізації структури кластерів, отриманих у результаті навчання карти. Велике значення говорить про те, що даний нейрон суттєво відрізняється від тих, що оточують і відноситься до іншого класу.

**Матриця помилок квантування** – відображає середню відстань від розташування прикладів до центру осередку. Відстань рахується як евклідова відстань. Матриця помилок квантування показує, наскільки добре навчена мережа Кохонена. Чим менше середня відстань до центру осередку, тим ближче до неї розташовані приклади, і тим краще модель.

**Матриця щільності попадання** – відображає кількість об’єктів, які потрапили в клітинку.

**Кластери** – осередки карти Кохонена, об’єднані в кластери алгоритмом *k*-середніх (*k*-means).

**Проекція Саммона** – матриця, що є результатом проектування багатовимірних даних на площину. При цьому дані, розташовані поруч у вихідній багатовимірній вибірці, будуть розташовані поруч і на площині.

Справа є ще ряд додаткових налаштувань:


**Спосіб розфарбовування осередків** – кольорова палітра чи градація сірого. Кольорова палітра наочніше, однак, якщо вам буде потрібно вбудовувати карту Кохонена в друкований звіт з наступною роздруківкою на паперовий носій, то краще вибрати сіру колірну схему.

**Згладжування кольорів карти** – кольори на картах будуть згладжені, тобто буде забезпечений більш плавний перехід кольорів. Це допоможе усунути випадкові викиди.

**Межі осередків** – установка цього прапорця дозволяє включити відображення меж осередків на карті.

**Межі кластерів** – установка цього прапора дозволить включити відображення меж кластерів на всіх картах. Цей режим зручний для аналізу структури кластерів.

**Розмір осередку** – вказується розмір осередку на карті в пікселях (за умовчанням 16).

Це вікно установки параметрів карти можна буде в будь-який момент викликати кнопкою  «Налаштування відображення...» на панелі інструментів візуалізатора.

Подивимося на отриману при налаштуваннях за умовчанням карту (рис. 8).

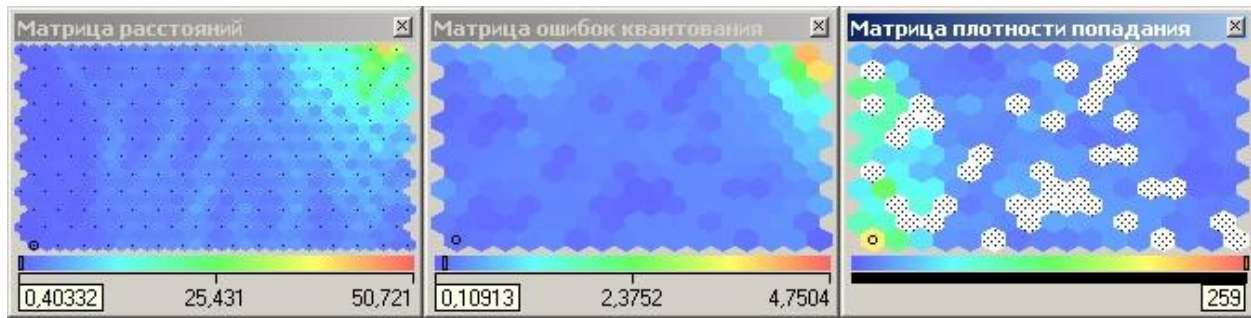





Рис. 8. Фрагмент карти Кохонена, побудованої при стандартних налаштуваннях

Поточний осередок відображається на карті маленьким колом чорного кольору. Змінити поточну комірку просто: клацнути мишею в потрібну ділянку карти. Внизу кожного відображення на градієнтній шкалі в жовтому прямокутнику відображається числове значення ознаки, що відповідає її кольору.

При роботі з картою доступні операції, що виконуються за допомогою кнопок на панелі інструментів візуалізатора (табл.2) або контекстного меню, що викликається правою кнопкою миші в будь-якому вікні карти.

Таблиця 2. Опис параметрів візуалізатора

Піктограма	Команда	Описание
	Налаштувати кластери ...	Викликається діалогове вікно «Налаштування кластерів», в якому можна змінювати кількість кластерів для вже побудованої карти. По суті, запускається алгоритм <i>k</i> -means для кластеризації осередків карти з новим числом кластерів
	Змінити режим роботи	Встановлює один із чотирьох режимів роботи (простий, виділення, малювання контуру, установка міток), який впливає на поведінку при виділенні осередку. При відкритті карти встановлюється <b>простий режим</b>
	Відображати виділені осередки	Показувати чи приховувати виділені осередки на всіх картах
	Відображати контур	Показувати чи приховувати ламану лінію, призначену для додаткового виділення осередків на картах
	Відображати мітки	Показувати чи приховувати текстові мітки для осередків
	Зменшити / збільшити карти	Кожне клацання по цій кнопці дозволяє зменшити / збільшити розмір всіх відкритих вікон відображень карти одночасно. Аналогічно зміни параметра «Розмір осередку за замовчуванням»
	Розташувати встик	Розташувати всі відкриті вікна відображень карти поруч один з одним
	Показати / приховати вікно даних	Показати / приховати в нижній частині вікна візуалізатора таблицю, в якій будуть відображатися приклади навчальної вибірки

Низка кнопок (  Границі осередків,  Границі кластерів,  Налаштувати відображення ...) дублює параметри, що задаються у вікні «Майстра налаштування візуалізатора (рис. 7). Дії інших кнопок описані в таблиці 2.

Повернемося до сегментації позичальників. По матриці щільності попадання видно (рис. 8), що в одній комірці зосередилося 259 об'єктів. Цей осередок виділяється жовто-червоним кольором. Взагалі то, можна зупинитися на цьому варіанті кластеризації і приступити до інтерпретації карти. Забігаючи наперед, скажемо, що карта зі збільшеним масштабом виявилася кращою, тому що дозволила «розгледіти» кластер, який не вдавалося виявити при розмірі карти 16x12. Тому тут універсальних рецептів немає. Зрозуміти, краще або гірше карта Кохонена, можна тільки порівнявши її з картами, побудованими при інших налаштуваннях, порівнявши матриці помилок квантування і матриці щільності попадання.

Тому побудуємо ще одну карту Кохонена, збільшивши її розмір в 1,5 рази до 24x18 і змінивши спосіб ініціалізації («початковий навчальний») для зниження ймовірності утворення порожніх клітинок. При розмірі карти 24x18 вона має 432 осередки, значить, на 1 осередок доводиться в середньому по 20 прикладів. Отримана карта Кохонена зображена у Додатку Б.

Спробуємо виділити на карті ізольовані області самостійно без використання вбудованого методу угруповання осередків алгоритмом  $k$ -means. Аналізуючи відображення карти «Вік» (рис. 9), бачимо, що чітко виділяються три вікові групи: молодь, люди середнього віку і люди старші 45 років.



Рис. 9. Розподіл за віковими групами

Зупинимося докладніше на молоді. Вона не однорідна, тут можна виділити кілька кластерів. Перший розташований в правому нижньому кутку (рис. 10). Абоненти цієї умовної зони на карті активно і тривало розмовляють увечері і вночі, відправляють багато SMS-повідомлень, відповідно, і витрачають на розмови більше грошей, ніж інша молодь. Зверніть увагу, що в цей кластер потрапила «левова» частка людей, що користуються нічними розмовами.

Можна припустити, що це частина студентів і молоді, часто проводить вечори поза домом.

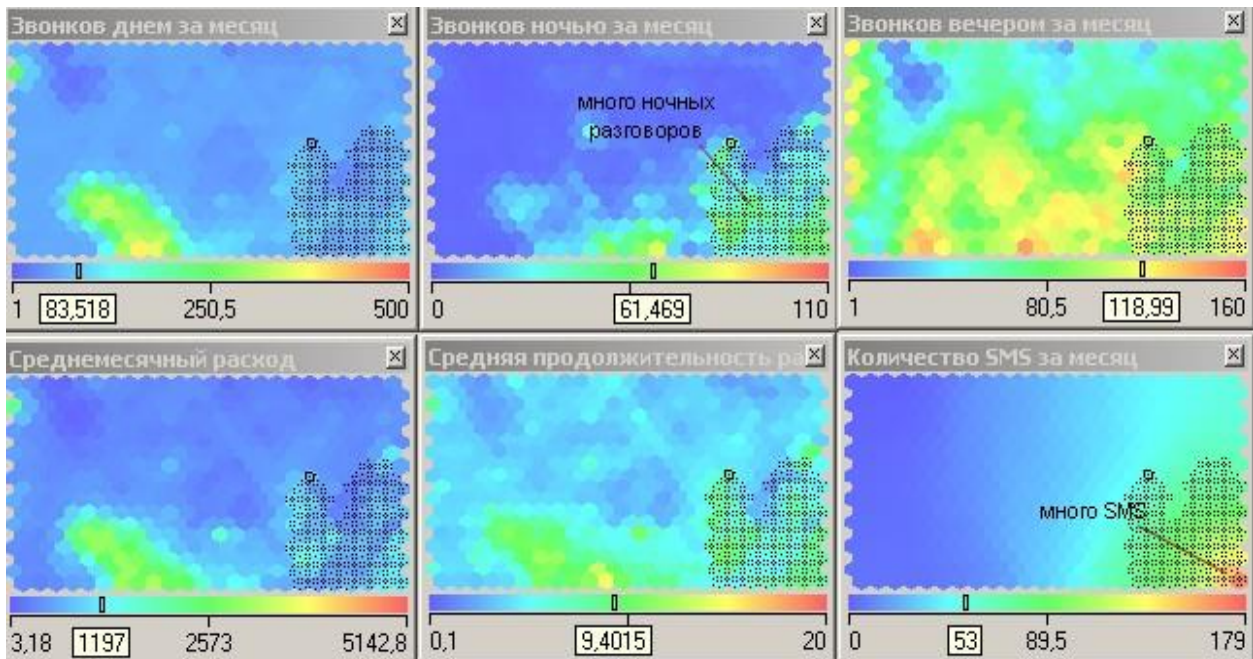


Рис. 10. Розподіл за віковими групами

Вгорі (рис. 11) зосередилася невелика за кількістю осередків група молоді, яка не відрізняється активністю розмов та SMS ні вдень, ні ввечері, ні, тим більше, вночі, і, як наслідок, їх щомісячні витрати на зв'язок невеликі.

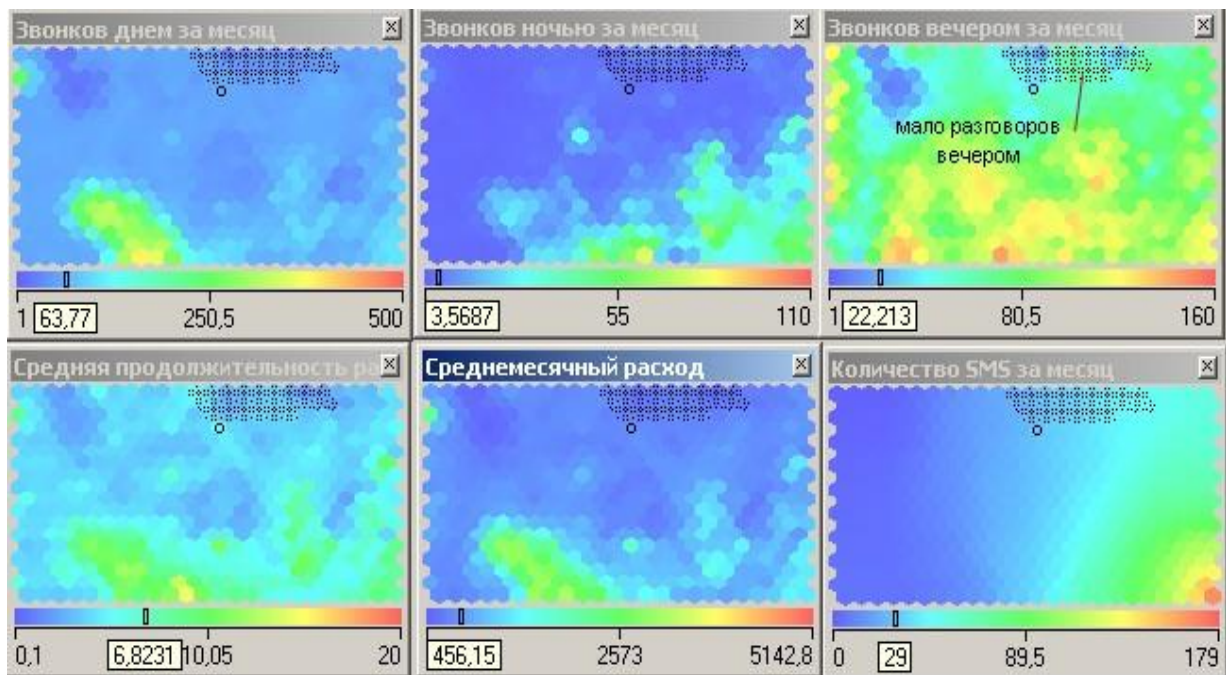




Рис. 11. Кластер молоді зі зниженим споживанням послуг зв'язку

Решта людей у віковій групі молоді нічим особливим не виділяються: помірні витрати на зв'язок і переважно вечірні розмови. Можна припустити, що сюди потрапила найбільша частина молоді.

Отже, в наймолодшій віковій групі ми виявили три кластери. Продовжимо інтерпретацію карти Кохонена і візьмемо людей зрілого та пенсійного віку. Звернемо увагу на яскраво виражений згусток у нижній області, в якому практично за всіма ознаками, крім SMS, спостерігаються високі значення, в тому числі по дзвінках в інші міста і країни (рис. 12). Це так звані VIP-клієнти: бізнесмени, керівники, топ-менеджери. Вони переважно зрілого віку, дуже багато розмовляють вдень і ввечері (швидше за все по роботі) і практично не користуються SMS-послугами. Місячні витрати на зв'язок цієї категорії абонентів найвищі.

Трохи вище в невеликому кластері спостерігається протилежна картина – люди практично не користуються послугами мережі (рис. 13). Найімовірніше це пенсіонери, які мають мобільний зв'язок переважно для прийому вхідних дзвінків, а самі практично не здійснюють дзвінків. Їх витрати на зв'язок найнижчі, можливо, через те, що єдиним їх доходом є пенсія.

Вивчимо статистичні характеристики цієї групи людей. Для цього натиснемо на кнопку  «Показати вікно даних» і встановимо  «Фільтр за «Фільтр по виділеному», а потім перемкнемося в режим статистики.

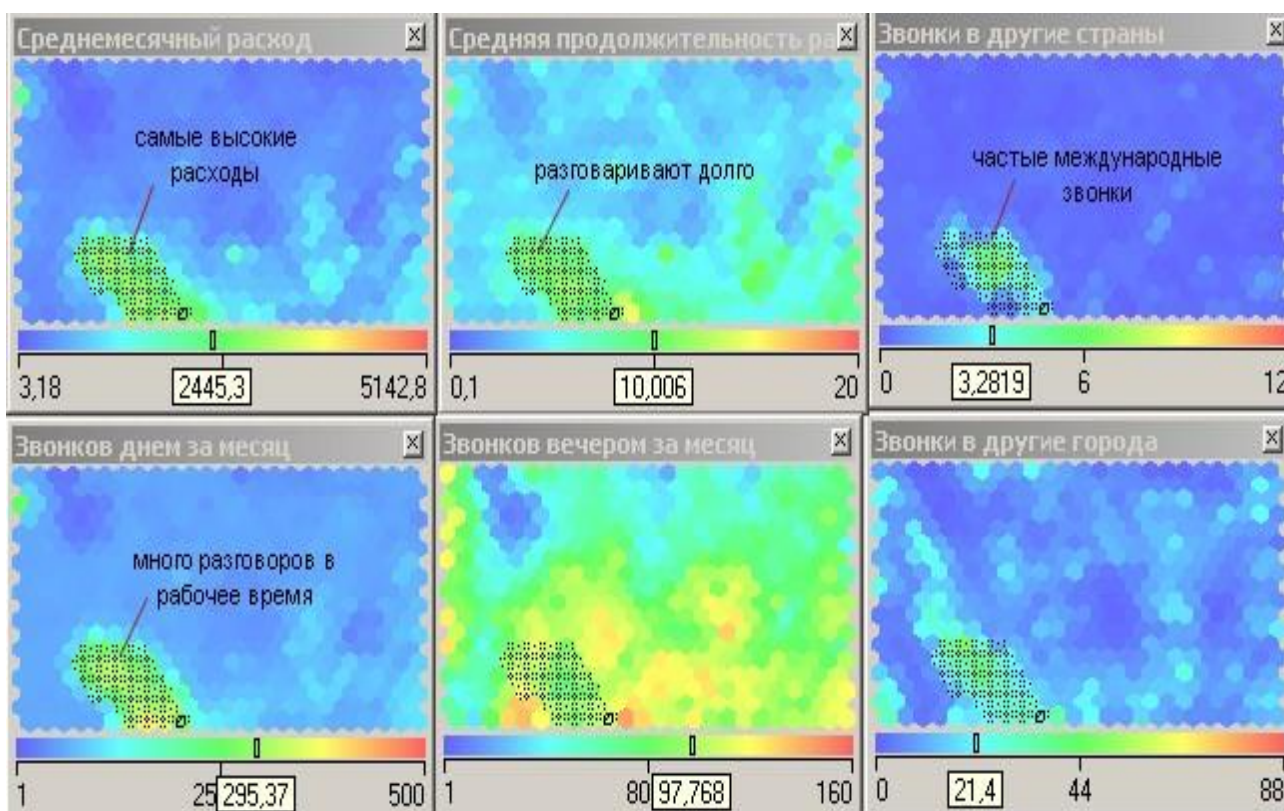


Рис. 12. Кластер «VIP-клієнти»



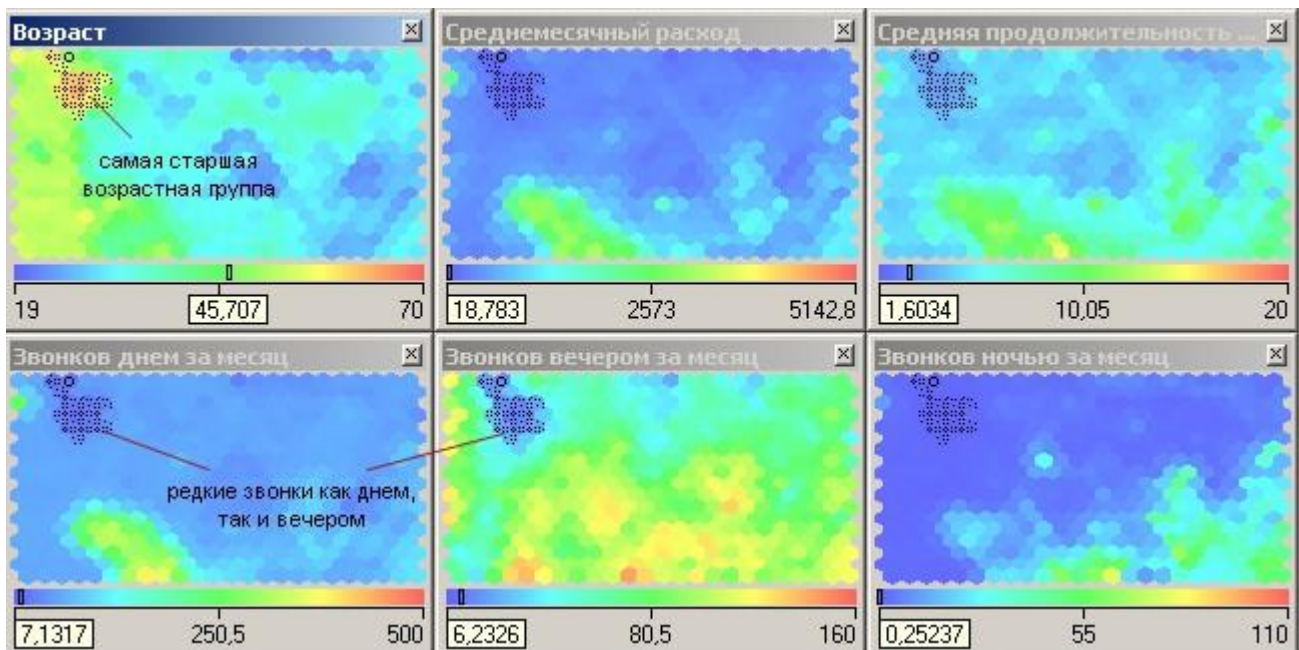


Рис. 13. Пенсіонери, які практично не роблять вихідних дзвінків

Колонка «Середнє» дасть такі обчислені значення (табл. 3).

Решту людей у віковій групі Зрілий і пенсійний вік об'єднує те, що вони в основному телефонують ввечері і та не використовують SMS-сервіс. Із великою часткою ймовірності можна стверджувати, що сюди входять працюючі пенсіонери, дачники, батьки повнолітніх дітей.

Залишилася остання, середньовікова група. Це кластер працюючих людей. У ньому можна відзначити групу тих, хто робить мало дзвінків ввечері.

Таблиця 3. Середні значення кластеру пенсіонери

№	Ознака	Середнє значення
1	Вік	64,5
2	Середньомісячні витрати	49,7
3	Середня тривалість розмов, хв.	2,1
4	Дзвінків вдень за місяць	13,4
5	Дзвінків ввечері за місяць	7,4
6	Дзвінків вночі за місяць	0,3
7	Дзвінків в інші міста	0,5
8	Дзвінків в інші країни	0,05
9	Доля дзвінків на стаціонарні телефони, %	5,7
10	Кількість SMS на місяць	1,6

За площею, яку займають на карті Кохонена умовно виділені кластери, судити про потужність кожного з них важко: в різних осередках міститься різне число об'єктів.

Тому рекомендується фіксувати число об'єктів, що потрапили в кожен кластер. Знаючи потужність кластера, в нашій задачі можна додатково оцінити його прибутковість – суму по полю «Середньомісячна витрата» (табл. 4).

Таблиця 4. Аналіз кластерів за потужністю

N кластеру	Умовна назва кластеру	Потужність кластеру	Прибутковість кластеру
1	Активна молодь	370 (8%)	281 413 (12%)
2	Молодь, яка мало користується послугами	157 (3,5%)	49 863 (2,2%)
3	Переважна молодь	890 (20%)	458 763 (20%)
4	VIP-клієнти	152 (3,4%)	424 378 (18,7%)
5	«Малорозмовляючі» пенсіонери	274 (6%)	13 640 (0,6%)
6	Активна група зрілого і пенсійного віку	1461 (33,1%)	530 751 (33,8%)
7	Працюючі люди середнього віку	1188 (26%)	514 842 (22,7%)

Тепер включимо автоматичне угруповання осередків у кластери: Налаштувати відображення ► Кластери. При встановленому прапорці «Автоматичне визначення кількості кластерів» працюватиме алгоритм G-means та вийде 11 кластерів (рис. 14а). Це дуже багато, тому примусово встановимо, скажімо, 6 кластерів (рис. 14б).

Видно, що автоматичний алгоритм *k*-means при 6 кластерах виділив цілком кластер «Зрілий і пенсійний вік», роздірилися групи «Молодь» і «Люди середнього віку». Не були явно виділені кластери №2, 4 і 5 з табл. 3. Проте, автоматичне групування осередків в Deductor має одну важливу перевагу: в наборі даних з'являється стовпець «Кластер з його номером», тому його можна використовувати в подальшому, зокрема, «прогонять» нові об'єкти і отримувати для них № кластера.

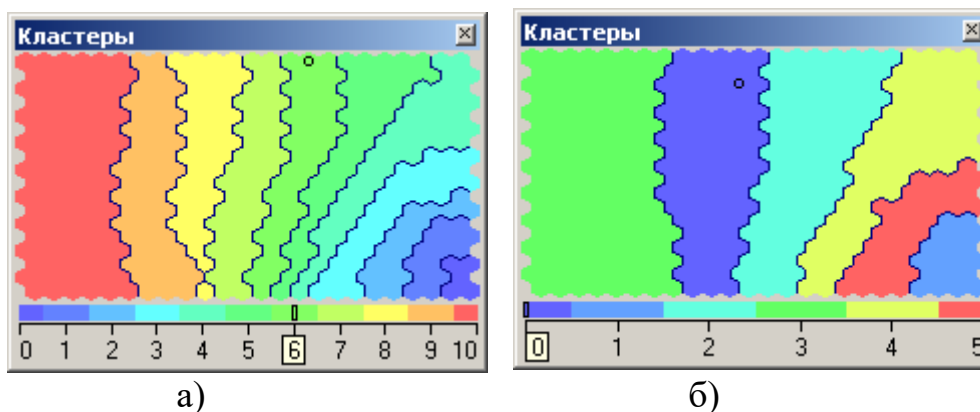


Рис. 14. Автоматичне виділення кластерів: а) кількість кластерів визначена автоматично; б) задана кількість кластерів

### *Кластеризація «нових» об'єктів*

Наша карта Кохонена здатна «проганяти» через себе нові об'єкти і відносити їх до того чи іншого осередку, до того чи іншого кластеру. Механізм цієї операції простий: для нового об'єкта розраховується відстань до всіх центрів осередків і об'єкт вважається таким, що належить до того осередку, відстань до якого є мінімальною. А знаючи номер осередку, визначається номер кластера.

### *Прогнозування за допомогою карт Кохонена*

Раніше згадувалося, що опціонально обробник «Карта Кохонена» може мати вихідні поля. Як вони будуть використовуватися? Уявімо, що в нашій задачі стовпець «Вік» не вхідний, а вихідний. Він не буде використовуватися при кластеризації. Однак після побудови карти Кохонена з'являється можливість для нових абонентів визначати їх вік, знаючи інші параметри: число дзвінків, середньомісячні витрати і т.д. Інакше кажучи, за допомогою кластеризації буде вирішуватися завдання регресії або класифікації.

Механізм роботи цього такий. Якщо вихідне поле – дискретне, то виходом осередку (з цього вихідного поля) буде найпоширеніше значення вихідного поля тих рядків даних, які «потрапили» в цю комірку. Якщо ж вихідне поле – це безперервне поле, то виходом осередку (з цього вихідного поля) буде середнє значення вихідного поля тих рядків даних, які «потрапили» в цю комірку.

### *Обмеження використання карт Кохонена в Deductor*

У Deductor Studio алгоритм Кохонена орієнтований на роботу переважно з числовими типами даних, а також із впорядкованими (ординальними) типами. Обробка даних у полях, значення яких не можна впорядкувати буде призводити до некоректних результатів. Упорядкування ординальних типів здійснюється на вкладці «Налаштування нормалізації...».

## **Завдання до лабораторної роботи 7**

Здійснити сегментацію клієнтів телекомунікаційної компанії (файл даних знаходиться за посиланням Документи/Deductor/Samples/Абоненты.txt) застосовуючі параметри карт Кохонена, наведені у Табл.:

Таблиця 5. Параметри карт Кохонена

Розмір карти	16x12	18x14	20x16	22x18	24x20
Спосіб почат. ініціаліз.					
Випадковим знач.	1 варіант	4 варіант	7 варіант	10 варіант	13 варіант
3 навч.множини	2 варіант	5 варіант	8 варіант	11 варіант	14 варіант
3 власн.векторів	3 варіант	6 варіант	9 варіант	12 варіант	15 варіант

## Питання для самоконтролю

1. Що є основним принципом роботи мережі Кохонена?
2. Навчання мережі Кохонена є прикладом навчання з вчителем чи без вчителя?
3. Яке основне завдання розв'язується за допомогою карт Кохонена?
4. Чим слід керуватися при виборі способу початкової ініціалізації?
5. Що відображає матриця щільності попадання?
6. Що відображає матриця помилок квантування?
7. Чи можливо застосовувати карти Кохонена для розв'язання задачі прогнозування? Яким чином?

### Приклад тестових завдань для поточного та підсумкового контролю:

1. Модель – це:
  - a. протилежність оригіналу;
  - b. об'єкт, що замінює оригінал та зберігає важливі властивості оригіналу;
  - c. математичне вимірювання властивостей оригіналу.
  
2. Маневреність розглядається як:
  - a. властивість економічної системи зберігати свої атрибути, структуру і напрями руху, поки певні сили не виведуть її з цього стану в інший;
  - b. властивість системи повертатись до початкового стану, незважаючи на збурення;
  - c. реакція системи на заміну змінних;
  - d. реакція системи на змінення зовнішніх та внутрішніх умов реалізації плану, а також цільових його стратегій.
  
3. Надійність плану – це:
  - a. якісна характеристика виконання рішень, що в ньому містяться, за обсягами та строками;
  - b. потенційна ймовірність невиконання рішень, що в ньому містяться, за обсягами та строками;
  - c. потенційна ймовірність виконання рішень, що в ньому містяться, за обсягами та строками.
  
4. Напруженість плану визначається:
  - a. ймовірністю його виконання;
  - b. дисперсією його виконання;
  - c. дисперсією його невиконання;
  - d. ймовірністю його невиконання.
  
5. Паретовські оптимуми (неформальне визначення) – це:
  - a. векторно непорівнянні розв'язки: якщо один розв'язок є кращим за одним із часткових критеріїв, то він є гіршим за іншим, і немає такого розв'язку, який би був краще одразу за всіма частковими критеріями;
  - b. це така мінімальна за потужністю підмножина паретовської множини, образ якої в критеріальному просторі збігається із паретовською границею множини досяжності;
  - c. розв'язок, що є кращим за кожним з часткових критеріїв, і немає такого розв'язку, який би був краще хоча б за одним частковим критерієм.
  
6. Під еластичністю плану (у загальному випадку) розуміється
  - a. Його зміна для можливості реалізації кінцевих цілей;

b. його здатність до певних змін без істотної втрати можливості реалізації кінцевих цілей;

c. його нездатність до певних змін для можливості реалізації кінцевих цілей.

7. Характеристиками кластера Ви вважаєте такі ознаки:

a. внутрішня різноманітність та зовнішня ізольованість;

b. внутрішня функціональність та зовнішня ізольованість;

c. внутрішня однорідність та зовнішня не ізольованість;

d. внутрішня однорідність та зовнішня ізольованість.

8. На Ваш погляд лінгвістична змінна відрізняється від числової змінної тим, що ...

a. її значеннями є не числа, а слова або словосполучення в природній або формальній мові;

b. її значеннями є числа, а також слова або словосполучення в природній або формальній мові;

c. її значеннями є числові та функціональні залежності на формальній мові.

9. Під оцінкою якості кластеризації Ви розумієте ...

a. можливість так приписати номери кластерів об'єктам, аби значення вибраного функціонала якості прийняло значення нескінченності;

b. можливість так розподілити кластери, аби значення вибраного функціонала якості прийняло найкраще значення;

c. можливість так приписати номери кластерів об'єктам, аби значення вибраного функціонала якості прийняло найкраще значення.

10. Під поняттям «нейронна мережа» Ви розумієте ...

a. комп'ютерні системи, які в діалоговому режимі демонструють здібність до узагальнення, кластеризації інформації та будування прогнозів;

b. адаптивні системи для інтелектуального аналізу даних, які є математичною структурою, що імітує деякі аспекти роботи людського мозку;

c. комп'ютерні системи, які демонструють здібність до неформального навчання, узагальнення і кластеризації неklasифікованої інформації, здатність самостійно будувати прогнози;

d. комп'ютерні системи, які демонструють можливість застосування математичних моделей до задач узагальнення, кластеризації та прогнозування.

11. Термін Data Mining у Вашому уявленні співвідноситься з ...

a. автоматизованою обробкою економічної інформації;

b. засобами пошуку закономірностей;

c. інформаційною проходкою даних;

d. інтелектуальним аналізом даних;

e. експертними системами.

12. Важливими парадигмами, пов'язаними з нейрокомп'юти́нгом, Ви вважаєте:
- a. застосування мов програмування;
  - b. дискретний характер обробки інформації;
  - c. навчання, засноване на даних;
  - d. локальність і паралелізм обчислювань;
  - e. універсальність навчальних алгоритмів;

## Література

### Основна

1. Лавінський Г. В., Пшенишнюк О. С., Устенко С. В., Шарапов О. Д. Моделювання системних характеристик в економіці. Київ : ЕКМО, 2004. 169 с.
2. Гладун А. Я., Рогушина Ю. В. Data Mining: пошук знань в даних. Київ : ТОВ «ВД «АДЕФ-Україна», 2016. 452 с.
3. Черняк О. І., Захарченко П. В. Інтелектуальний аналіз даних : підруч. Київ : Знання, 2014. 599 с.

### Додаткова

1. Ризики, безпека, кризи і сталий розвиток в економіці: методології, моделі, методи управління та прийняття рішень / під заг. ред. проф. С. К. Рамазанова. Луганськ : Вид-во «Ноулідж», 2012. 948 с.
2. Черняк О. М., Лис Ю. С., Грінченко Г. С., Каницька І. В. Багатокритеріальне оцінювання умов праці на виробництві. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ»*. Серія : Нові рішення у сучасних технологіях. 2020. № (3(5)). С. 28–33. URL: <https://doi.org/10.20998/2413-4295.2020.01.04>.
3. Шпирко О. В. Особливості застосування методів кластерного аналізу для сегментації і моделювання поведінки споживачів. Теоретичні та прикладні питання економіки. 2007. Вип. 13. С. 202–205.
4. Belohlavek R.; Dauben J.; Klir G. Fuzzy Logic and Mathematics: A Historical Perspective. New York : Oxford University Press, 2017. 544 p.
5. Herbert J. Data Mining: The Data Mining Guide for Beginners, Including Applications for Business, Data Mining Techniques, Concepts, and More. Bravex Publications, 2020. 102 p.
6. Sundareswaran K. A Learner's Guide to Fuzzy Logic Systems. Second Edition. New York : CRC Press, 2019. 126 p.

### Інформаційні ресурси

1. Сайт одного із засновників Data Mining Г. Піатецького-Шапіро. URL: [www.kdnuggets.com](http://www.kdnuggets.com).
2. Сайт компанії Basegroup (Deductor). URL: <http://www.basegroup.ru>.
3. Сайт компанії StatSoft (STATISTICA). URL: <http://www.statsoft.ru>.
4. SIGEF Association official website (нечіткі обчислення). URL: <http://gandalf.fcee.urv.es/sigef/english/frame.html>.
5. Консультаційний центр MATLAB компанії SoftLine. URL: [http://www.nsu.ru/matlab/MatLab\\_RU/matlab/default.asp.htm](http://www.nsu.ru/matlab/MatLab_RU/matlab/default.asp.htm).



## Додаток А

Приклад розрахунків для розв'язання задачі багатокритеріальності до Лабораторної роботи №3

$x_i$	$F(x)$			$F^*(x)$			<b>Вирішальні правила</b>									
	$F_1(x)$	$F_2(x)$	$F_3(x)$	$F_1^*(x)$	$F_2^*(x)$	$F_3^*(x)$	$f_1(x_i)$	$\lambda_1 F_1^*$	$\lambda_2 F_2^*$	$\lambda_3 F_3^*$	$f_2(x_i)$	$(F_1^*(x)-1)^2$	$(F_2^*(x)-1)$	$(F_3^*(x)-1)$	$f_4(x_i)$	$f_5(x_i)$
$x_1$	473	27	77	0,95	0,52	0,79	0,785	0,439	0,156	0,191	0,156	0,002	0,232	0,043	0,081	2,746
$x_2$	208	29	94	0,42	0,48	0,97	0,570	0,193	0,145	0,233	0,145	0,337	0,268	0,001	0,236	2,467
$x_3$	320	88	53	0,65	0,16	0,55	0,476	0,297	0,048	0,131	0,048	0,126	0,707	0,206	0,319	2,258
$x_4$	434	14	3	0,88	1,00	0,03	0,710	0,403	0,300	0,007	0,007	0,016	0,000	0,939	0,233	2,375
$x_5$	410	64	66	0,83	0,22	0,68	0,609	0,380	0,066	0,163	0,066	0,030	0,610	0,102	0,221	2,462
$x_6$	299	67	29	0,60	0,21	0,30	0,412	0,277	0,063	0,072	0,063	0,158	0,626	0,491	0,378	2,166
$x_7$	402	25	46	0,81	0,56	0,47	0,655	0,373	0,168	0,114	0,114	0,036	0,194	0,276	0,141	2,584
$x_8$	370	27	5	0,75	0,52	0,05	0,511	0,343	0,156	0,012	0,012	0,065	0,232	0,900	0,315	2,186
$x_9$	426	21	97	0,86	0,67	1,00	0,835	0,395	0,200	0,240	0,200	0,020	0,111	0,000	0,042	2,818
$x_{10}$	210	79	87	0,42	0,18	0,90	0,463	0,195	0,053	0,215	0,053	0,332	0,677	0,011	0,359	2,243
$x_{11}$	444	34	52	0,90	0,41	0,54	0,664	0,412	0,124	0,129	0,124	0,011	0,346	0,215	0,161	2,578
$x_{12}$	496	50	85	1	0,28	0,88	0,754	0,460	0,084	0,210	0,084	0,000	0,518	0,015	0,159	2,651
	max	min	max				0,835					0,200			0,042	2,818
<i>max</i>	496	88	97													
<i>min</i>	208	14	3	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$										
				Значення вагових коефіцієнтів $\lambda_k$	0,46	0,3	0,24									

**Висновок**

З такими пріоритетами щодо часткових критеріїв за всіма вирішальними правилами рекомендується до вибору варіант оренди  $x_9$

Рис. А.1. Приклад розрахунків для розв'язання задачі про обґрунтування рішень щодо оренди земельних ділянок в Об'єднаній територіальній громаді

## Додаток Б

Карти Кохонена для сегментації клієнтів (додаток до лабораторної роботи №7)

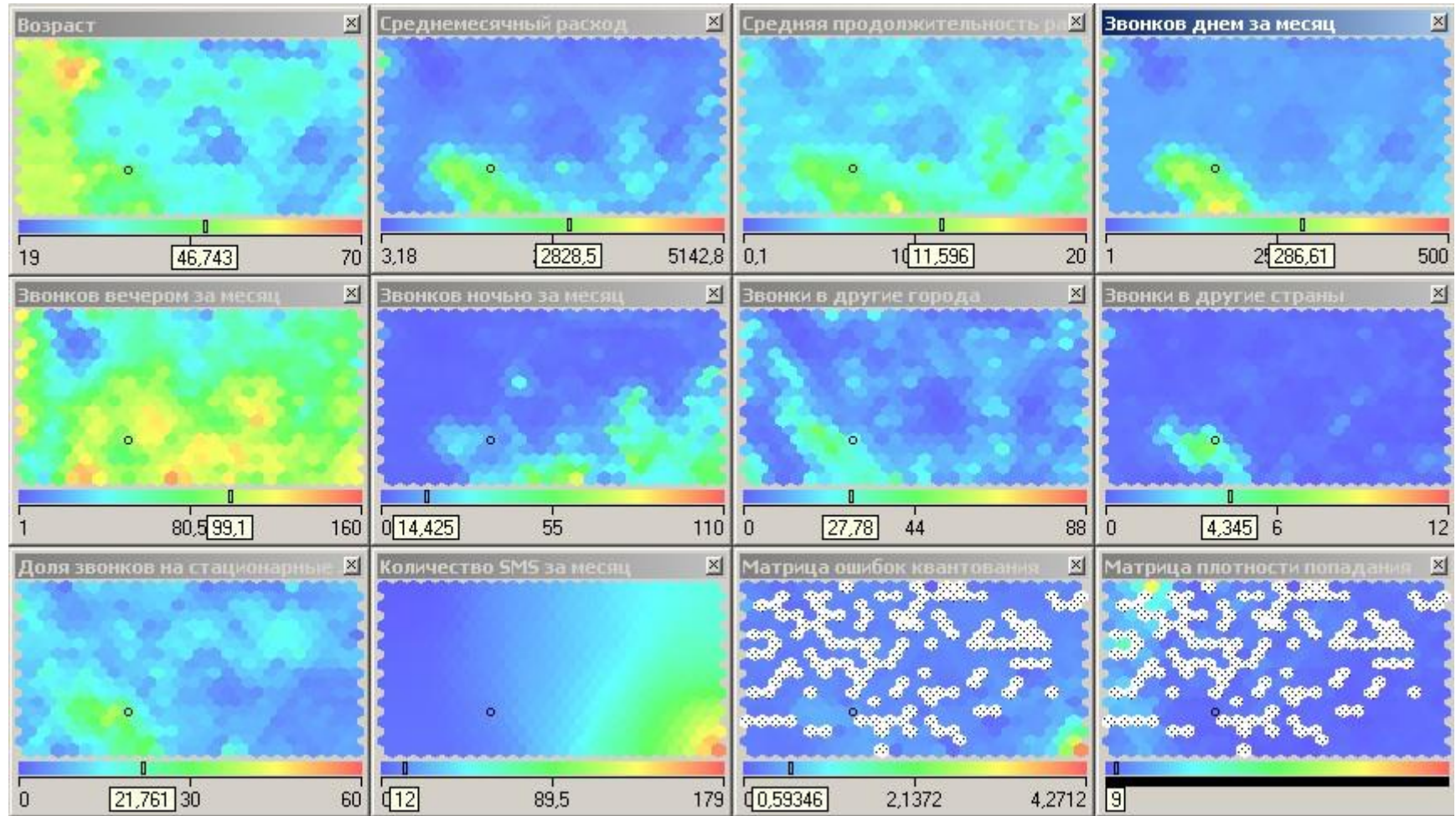


Рис. Б.1. Карти Кохонена для сегментації клієнтів

ДЛЯ НОТАТКІВ

Навчально-методичне видання  
(українською мовою)

Васильєва Оксана Володимирівна

## АНАЛІЗ ТА МОДЕЛЮВАННЯ СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИХ СИСТЕМ

Методичні рекомендації до лабораторних занять  
для здобувачів ступеня вищої освіти магістра спеціальності «Економіка»  
освітньо-професійної програми «Економічна кібернетика»

Рецензент *В.М. Порохня*  
Відповідальний за випуск *Н.К. Максишко*  
Коректор *В.В. Рянічева*