РОЗДІЛ 3

НЕЙРОННІ МЕРЕЖІ ЗІ ЗВОРОТНИМИ ЗВ'ЯЗКАМИ

Нейромережі зі зворотними зв'язками – це нейромережі, де окрім *прямих зв'язків* (значення з виходу нейрону попереднього шару подається на вхід нейронів наступного шару) наявні *зворотні зв'язки* (*зв'язки нейронів самих з собою*, коли значення з виходу нейрона подається на його вхід, та (або) зв'язки наступного шару з попереднім, коли значення з виходів нейронів наступного шару подаються на входи нейронів попереднього шару).

До класу цих мереж відносять нейромережі Хопфілда та Елмана, що розглядаються у даному розділі.

3.1 Нейромережа Хопфілда

НМ Хопфілда (псевдоінверсна НМ) задається четвіркою *net*=(N, w, θ, x), де N – кількість нейронів у мережі, $\theta = \{\theta_1,\theta_2,...,\theta_N\}$ – вектор зовнішніх впливів (рис. 3.1).

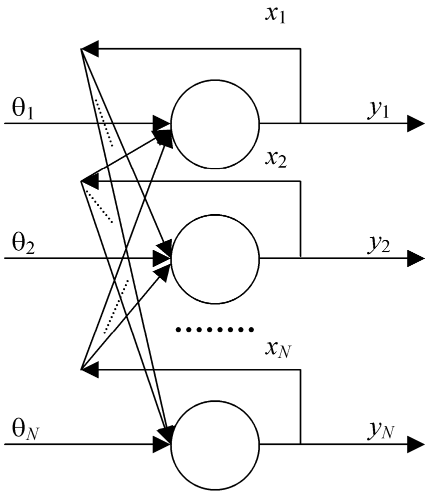

Рисунок 3.1 – Нейромережа Хопфілда

Кількість входів і виходів мережі становить N. Нейрони зв'язані за принципом «усі з усіма», це значить, що у мережі є $N\times N$ зв'язків. Також кожний нейрон має один вхід, на який подається зовнішній сигнал. Зв'язок між i-м та j-м нейронами позначається як w_{ij}. Величина w_{ij} називається *вагою зв'язку* і може бути нулем, позитивним чи негативним числом. Ваги зв'язків задаються *матрицею зв'язків* $w = \{w_{ij}\},\ i, j = 1, .., N.$ У моделі Хопфілда *зв'язки симетричні*, тобто $w_{ij} = w_{ji}$. Нейрони не мають власний зворотних зв'язків самих з собою ($w_{ii}=0$).

Стан мережі визначається *вектором станів нейронів* $x=\{x_1, ..., x_N\}$. Нейрон розглядається як двостабільний пороговий елемент. Стан x_i нейрона i може мати два значення 0 та 1 або –1 та 1. Нейрон i має зовнішній вхід θ, входи від інших нейронів x_j і один вихід, що дорівнює x_i. Постсинаптичний потенціал нейрона i визначається сумою зважених станів, зв'язаних з ним нейронів:

$$\varphi_i = \sum_{j=1}^{N} w_{ij} x_j + \theta_i \ .$$

У залежності від величини входу φ_i нейрон i змінює свій стан або залишається у попередньому стані відповідно до порогового правила $\varphi_i^{k+1} = \psi(\varphi_i^k)$, де k, k+1 – номери старого і нового станів нейрона i, а $\psi(x)$ – функція активації нейрона (порогова або сигмоїдна).

Мережа може *змінювати* свій *стан* синхронним або асинхронним способом.

У *синхронному* випадку всі нейрони одночасно змінюють свої стани. Аналітичний вираз переходу мережі зі стану x_k у x_{k+1} записується в матричній формі: $\varphi_k=wx_k+\theta_k$, $x_{k+1}=\psi(\varphi_k)$, де $x_k=\{x_1^k, x_2^k,..., x_N^k\}$, $\varphi_k=\{\varphi_1^k, \varphi_2^k, ..., \varphi_N^k\}$ Функція ψ застосовується до вектора φ_k поелементно.

В *асинхронному* випадку кожен нейрон може змінювати свій стан випадково, при цьому він використовує інформацію про поновлені стани інших нейронів. Аналітичний запис переходу мережі зі стану x_k у x_{k+1} в асинхронному випадку, коли нейрон m змінює свій стан, має вигляд: $\varphi_m^k = w_m x_k + \theta_k$,

$x_{k+1}=\{x_1^{\,k},...,\psi(\varphi_m^{\,k}),..., x_N^{\,k}\}$, де w_m – рядок матриці w з номером m.

Починаючи з *початкового стану* x_0 і працюючи синхронно або асинхронно, мережа генерує послідовність станів x_0, x_1, ..., x_k, що у сприятливих випадках закінчується *стійким станом*, у несприятливих випадках можуть виникнути коливання.

Основною операцією, що виконується НМ Хопфілда, є множення матриці на вектор (у синхронному випадку) або вектора на вектор (в асинхронному випадку) з наступним обчисленням нелінійної функції. Однак, завдяки масовості зв'язків великого числа нейронів при такій досить простій операції мережа має здатність вирішувати складні задачі.

3.2 Навчання нейромережі Хопфілда

Мережа Хопфілда з N нейронів може відновлювати образи розміру N, що запам'ятовані в мережі, за ключем, тобто за неповною або неточною інформацією про ці образи. Це дозволяє створювати на основі НМ блоки асоціативної пам'яті в обчислювальних системах. Еталонні образи кодуються словами довжиною N, що складаються з 1 та –1 (0 та 1). Перехід нейрона зі стану 1 у –1 (та навпаки) будемо вважати східчастим.

Роботу НМ, що містить нейрони, стан яких визначається дією зовнішніх стимулів, виходи якої є реакцією на стимул, можна розглядати як пофрагментну класифікацію діючих стимулів. Множина передсинаптичних потенціалів, що відповідає позитивній реакції нейрона $x_i(t)$ = 1, створює компактну область навколо вектора w_{ij}.

Ця область не порожня лише при виконанні умови:

$$\theta_i(t) \le \left(N \sum_{j=1}^{N} w_{ij}^2 \right)^{0,5}.$$

Комбінуючи значення вагових коефіцієнтів w_{ij} і порогів θ_i можна створювати НМ, здатні до класифікації образів без обмежень. Знаходження значень величин w_{ij} та $\theta_i(t)$, що забезпечують необхідні реакції на заданій множині стимулів, складає задачу навчання НМ.

Асоціювання (чи розпізнавання) образа досягається мережею шляхом еволюції з початкового стану, що відповідає введеному образу, у кінцевий стан, яким є асоціація образа з запам’ятованим раніше образом.

Основна задача побудови мережі складається в наділенні її розпізнавальними властивостями, які виявляються у тому, що при подачі на вхід мережі зашумленої версії образа, мережа на виході здатна відновлювати оригінал із шуму. Тобто, маючи S образів-еталонів необхідно знайти таку матрицю зв’язків w, що змушувала б мережу виявляти розпізнавальні властивості, щодо цих еталонів. Знаходження такої матриці складає процес навчання НМ, а правило обчислення матриці w є навчальним правилом.

Продуктивність НМ визначається кількістю еталонів S, що можуть бути запам’ятовані і розпізнані мережею, що складається з N нейронів, і тим, наскільки добре відбувається розпізнавання, тобто відділення еталонів від шуму при даній кількості еталонів S.

Помітним кроком на шляху до збільшення продуктивності псевдоінверсних НМ була пропозиція Хопфілда розглядати їх з енергетичної точки зору. Процес розпізнавання можна представити як «зсув» мережі в мінімуми деякої *енергетичної функції* E у просторі станів. Запропоноване Хопфілдом визначення цієї функції має вигляд:

$$E(t) = -0{,}5\, x(t)(wx(t)^{\mathrm{T}} - \theta(t)),$$

де $x(t)$ – вектор стану системи, $^{\mathrm{T}}$ – знак транспонування, $\theta(t)$ – зовнішнє поле, що визначає поріг чутливості, w – оператор, що враховує відстань між станами системи. Дану функцію можна спростити, якщо вважати зовнішні сигнали відсутніми: $E(t) = -0{,}5\, x(t)(wx(t)^{\mathrm{T}})$.

Проекційний метод навчання (*псевдоінверсний метод*) НМ Хопфілда полягає у тому, що ми здійснюємо проекцію навчальної множини на множину ваг НМ, що дозволяє навчати мережу один раз перед використанням, і не вимагає виконання ітеративного процесу корекції ваг, як, наприклад, в методах навчання персептронів.

Нехай є S еталонних образів $x_в$, $k = 1, ..., S$. Поклавши θ_i=0, i=1, 2, ..., N, можемо записати вираз для знаходження ваг мережі:

$$w_{ij} = \begin{cases} \sum\limits_{k=1}^{S} x_i^k x_j^k, i \neq j; \\ 0, i = j. \end{cases}$$

Починаючи роботу в стані x_0, мережа може потрапити в одне з наступних трьох положень:

– прийти у стійкий стан, що відповідає еталонному образу, який за хеммінговою відстанню (числом компонентів, за якими розрізняються два вектори) є найбільш близьким до x_0;

– прийти у стійкий стан, що не відповідає ніякому еталону, тобто до помилкового образа;

– виявитися втягнутою у коливальний процес.

Результати моделювання мережі показують, що мережа працює добре, тобто без помилок відновлює еталонні образи з випадкових, якщо до неї записується не більш, ніж 0,15N еталонних образів.

Для більшості задач можливості одноразового внесення інформації в асоціативну пам’ять виявляється недостатньо, оскільки потрібно в процесі роботи додавати у пам’ять нову інформацію – проекційний метод виявляється непридатним. Для вирішення таких задач використовують *ітеративний проекційний метод навчання*.

Нехай ми маємо навчену для S екземплярів НМ Хопфілда, тоді для внесення у пам’ять S+1 екземпляра, значення ваг можна установити за формулою:

$$w_{ij}^{S+1} = w_{ij}^{S} + \frac{(x_i^S - \sigma_i)(x_j^S - \sigma_j)}{\sum\limits_{j=1}^{N} x_j^{S+1}(x_j^{S+1} - \sigma_j)},$$

де $\sigma_i = \sum\limits_{j=1}^{N} w_{ij}^S x_j^{S+1}$.

Для спрощення обчислювальної процедури запропоновані й інші правила налаштовування ваг, серед яких особливо варто виділити:

$$w_{ij}^{S+1} = w_{ij}^{S} + \frac{(x_i^{S+1} - \sigma_i)x_j^{S+1}}{N}.$$

У 1995 році Д. О. Городничий, вивчаючи НМ Хопфілда з перенасиченою пам'яттю, знайшов, що при зменшенні ваги зв'язків, які замикають вихід нейрона на його вхід, НМ здатна згадувати образи, що здавалися безнадійно загубленими. Цей «*ефект рознасичення*» був покладений в основу розробки нового методу підвищення обсягу асоціативної пам'яті НМ Хопфілда, що дозволило майже в два рази збільшити теоретичну границю для обсягу пам'яті та зробило можливим регулювати кількість образів, що запам'ятовуються.

Теоретична межа обсягу пам'яті для псевдоінверсного навчального правила складає 50% від кількості нейронів мережі, але практично вона є недосяжною. При навчанні на основі псевдоінверсного навчального правила поведінка мережі істотно залежить від рівня зворотного зв'язку нейронів. Зменшення зворотного зв'язку буде сприяти поліпшенню характеристики навчального правила НМ.

Теоретичний аналіз цієї методики і її експериментальна перевірка шляхом програмного моделювання, показують, що обсяг пам'яті модифікованої псевдоінверсної НМ може не тільки досягати теоретичної границі 50% від кількості нейронів, але і значно перевищувати її. Запропоновану методику назвали рознасиченням мережі, а мережу, побудовану за цією методикою, – рознасиченою псевдоінверсною НМ.

Для псевдоінверсного навчального правила при збільшенні заповнення пам'яті НМ (S/N) діагональні елементи синаптичної матриці починають домінувати над іншими її елементами, а зі збільшенням ваги діагональних елементів зменшується імовірність влучення мережі в локальні мінімуми. Ці два факти дозволили запропонувати модифікацію псевдоінверсного навчального правила.

Після того, як значення синаптичної матриці знайдені, усі діагональні елементи цієї матриці необхідно частково зменшити за правилом: $w_{ii}^* = Dw_{ii}$, $0 < D < 1$.

Таке скорочення послаблює рівень негативного зворотного зв'язку нейронів, що приводить до визначеної дестабілізації поведінки НМ. Зменшуючи діагональні елементи матриці, ми зменшуємо величину співвідношення w_{ii} / w_{ij}, що дає ефект, схожий на скорочення кількості запам'ятованих еталонів, тобто скорочення зменшення насичення пам'яті мережі. Тому псевдоінверсне навчальне правило зі скороченими зворотними зв'язками називають *рознасиченим псевдоінверсним правилом*. Повну НМ, побудовану за цим правилом назвали *рознасиченою мережею*. Синаптична матриця w^* для рознасиченого псевдоінверсного правила може бути визначена як: $w^* = xx - (1 - D)\ I$, де D – коефіцієнт рознасичення, $0< D <1$, оптимальне значення коефіцієнта D лежить у межах 0,1–0,2; I – одинична матриця.

При рознасиченні після навчання НМ діагональні елементи синаптичної матриці збільшуються на позитивний коефіцієнт $D < 1$. При випробуванні такої мережі, постсинаптичний потенціал кожного нейрона одержує приріст: $d_i = (D-1)w_{ii}x_i$.

Оскільки $D < 1$, а $w_{ii} > 0$, збільшення має знак, протилежний виходу нейрона, і діє як дестабілізуючий фактор. Критичний обсяг пам'яті мережі при деформації збільшується, і подвоюється при $D = 0$.

Експериментально підтверджена можливість значного (у 2–3 рази) збільшення обсягу асоціативної пам'яті НМ при ослабленні діагоналі в 3–5 разів ($D = 0{,}2$–$0{,}3$). Подальше зменшення ваги діагональних елементів синаптичної матриці при паралельній організації нейрообчислень збільшує ризик утрати стабільності мережі.

3.3 Нейромережа Елмана

Нейронна мережа Елмана – це рекурентна мережа, яку можна отримати з багатошарового персептрона введенням зворотних зв'язків від виходів внутрішніх нейронів. Це дозволяє врахувати передісторію процесів, що спостерігаються, і нагромадити інформацію для вироблення правильної стратегії керування.

Найпростіша мережа Елмана складається з одного прихованого й одного контекстного шару нейронів (рис. 3.2).

Зворотні зв’язки містять *елементи затримки сигналу* й утворюють *контекстний шар* нейронів. У мережі Елмана кількість нейронів контекстного і прихованого шарів збігається. Крім того, тут немає власних зворотних зв’язків у нейронів контекстного шару.

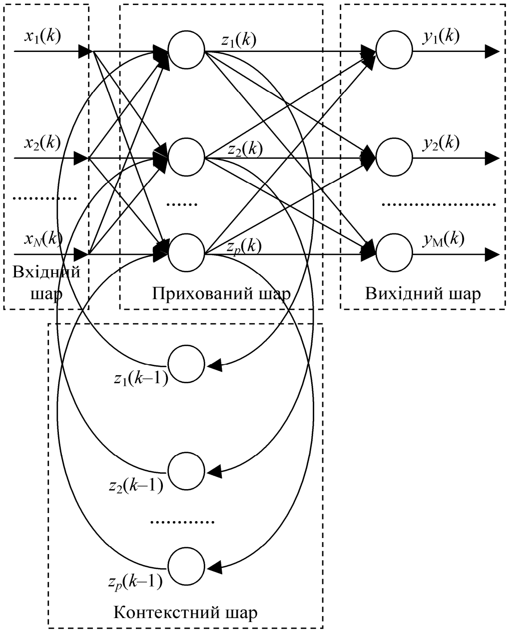

Рисунок 3.2 – Мережа Елмана

Надходження на вхід мережі першого екземпляра активує нейрони всіх шарів: прихованого, вихідного і контекстного. При цьому нейрони контекстного шару перейдуть у новий стан, що відповідає стану нейронів прихованого шару, копіюючи тим самим (запам’ятовуючи) інформацію. З виходів нейронів прихованого шару сигнал передається на входи нейронів вихідного шару, які формують вихідний сигнал мережі. При надходженні наступного екземпляра стан нейронів контекстного шару відповідає попередньому екземпляру.

Основним завданням нейронів прихованого шару є вироблення бажаного вихідного сигналу шляхом порівняння нового екземпляра, що надійшов на входи, та екземпляра, який був запам'ятований у контекстному шарі.

Якщо відкинути сигнали зворотних зв'язків, що надходять на контекстний шар, то вийде мережа прямого поширення, у якої контекстний шар є додатковим вхідним. При цьому розширений вхідний вектор складається з вхідного вектора і вектора станів нейронів контекстного шару, обумовленого на кожному такті функцією переходів.

Оскільки мережа Елмана описуються нелінійними рівняннями, для настроювання параметрів цих мереж використовують методи нелінійної оптимізації, серед яких найчастіше застосовують градієнтні методи.

3.4 Приклади виконання завдань

Завдання 1. Чи можна навчити бінарну НМ Хопфілда відновлювати за ключем 1001**** запам'ятований набір кодових слів: 10011001, 01010010, 10010001, 10011011?

Оскільки кодове слово 01010010 не відповідає ключу, то виключимо його з подальшого розгляду.

Випишемо ті кодові слова, що відповідають заданому ключу (ключ виділимо жирним шрифтом).

10011001

10010001

10011011

Оскільки заданому ключу у запам'ятованій послідовності відповідає більше одного образу (кодового слова), то за заданим ключем не можна буде видати тільки один єдиний результат, оскільки мережа буде знаходитися у коливальному процесі переходячи між запам’ятованими кодовими словами як стабільними станами.

? 3.5 Контрольні питання

1.Дайте визначення понять: повнозв’язна мережа, мережа зі зворотними зв’язками, функція обчислювальної енергії.

2.Псевдоінверсне навчальне правило.

3.Проективний метод настроювання ваг.

4.Ефект рознасичення (ефект Городничого).

5.Бінарні повнозв’язні нейромережі Хопфілда.

6. Чи дозволяє модель і традиційні методи навчання мереж Хопфілда побудувати на її основі асоціативний запам’ятовуючий пристрій, здатний запам’ятовувати стільки образів, скільки нейронів у мережі? Відповідь поясніть.

7.Які задачі можна вирішувати на основі бінарних НМ Хопфілда, а які не можна? Обґрунтуйте і доведіть відповідь. Наведіть приклади.

8.Чи доцільно застосовувати бінарні мережі Хопфілда для класифікації складно (нелінійно) роздільних образів?

9. Чи завжди збігаються проекційні методи навчання мережі Хопфілда?

10. Метод рознасичення синаптичної матриці мережі Хопфілда.

11. Нейромережа Елмана.

12. Чи доцільно застосовувати мережі Хопфілда при вирішенні задач, для рішення яких може використовуватися одношаровий персептрон?

13. Застосування нейромереж для асоціативного пошуку інформації.

14. Мережі Хопфілда у задачах комбінаторної оптимізації.

15. Порівняння мереж Хопфілда та Елмана.

16. Порівняйте можливості бінарних мереж Хопфілда і дискретного одношарового персептрона.

17. Порівняйте можливості бінарних мереж Хопфілда і багатошарового персептрона.

18. Порівняйте можливості бінарних мереж Хопфілда і радіально-базисних мереж.

19. Використання мереж зі зворотними зв’язками при вирішенні практичних задач.

20. Розпізнавання зображень букв тексту за допомогою мереж Хопфілда.

21. Доцільність та обмеження практичного використання мереж зі зворотними зв’язками.

22. Порівняйте мережі прямого поширення та мережі зі зворотними зв’язками.

23. Обмеження методів синтезу мереж Хопфілда та засоби їх подолання.

24. Розпізнавання образів: постановка задачі та можливість застосування мереж зі зворотними зв’язками.

25. Асоціативний пошук інформації на основі мереж Хопфілда.

3.6 Практичні завдання

Завдання 1. Чи можна навчити бінарну НМ Хопфілда відновлювати за ключем 1101**** запам’ятовані набори кодових слів: а) 11011001, 01010010, 11001111, б) 11011001, 11011010, 01011111, в) 11011001, 11010010, 11011111? Відповідь поясніть.

Завдання 2. Емуляція та навчання нейромережі Хопфілда.

1. Задати кількість входів нейронів і розмір мережі (число нейронів), набір пар значень входів і бажаних виходів НМ Хопфілда.

2. Написати програму на високорівневій алгоритмічній мові програмування, що моделює НМ Хопфілда і реалізує методи її навчання: проекційний (псевдоінверсний) алгоритм та ітераційний проекційний алгоритм, а також рознасичене псевдоінверсне правило. Передбачити в програмі відображення на екран і запис у файл на диску поточного стану параметрів НМ і результатів її роботи: матрицю ваг, число помилкових рішень розпізнавання, значень на входах і виходах НМ Хопфілда, тривалість навчання і роботи НМ.

3. Для відповідних варіанту вхідних даних зробити навчання НМ кожним з методів і зберегти у файлі на диску результати її роботи.

4. Результати занести у таблицю, стовпці якої повинні мати назви: метод навчання, час навчання, час класифікації, число помилкових рішень при розпізнаванні.

5. Проаналізувати отримані результати і дати порівняльну характеристику методів навчання НМ Хопфілда.

Завдання 3. Побудувати мережу Елмана для набору даних, що задаються формулою: $y_i = 2\sin(3x_i - x_{i-1})$, де $i = 1, 2, ..., 100$, $y_0 = 0$.