

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ФУНДАМЕНТАЛЬНОЇ МАТЕМАТИКИ

ЗАТВЕРДЖУЮ

Декан математичного факультету

_____ С.І. Гоменюк
(підпис) (ініціали та прізвище)

« _____ » _____ 20 _____

МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ - 2

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
підготовки бакалавра
очної (денної) та заочної (дистанційної) форм здобуття освіти
спеціальності 111 «Математика»
освітньо-професійна програма «Математика»

Укладачі: Красікова І.В., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри фундаментальної математики,
Д'яченко Н.М., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри фундаментальної математики.

Обговорено та ухвалено
на засіданні кафедри
фундаментальної математики

Протокол № 1 від 01.09.2023 р.

Завідувач кафедри

_____ С.М. Гребенюк
(підпис) (ініціали, прізвище)

Ухвалено науково-методичною радою
математичного факультету

Протокол № 1 від 01.09.2023 р.

Голова науково-методичної ради
математичного факультету

_____ О.С. Пшенична
(підпис) (ініціали, прізвище)

Погоджено
Гарант освітньої програми

_____ Є.В. Парасенко
(підпис) (ініціали, прізвище)

2023 рік

1. Опис навчальної дисципліни

1	2	3	
Галузь знань, спеціальність, освітня програма рівень вищої освіти	Нормативні показники для планування і розподілу дисципліни на змістові модулі	Характеристика навчальної дисципліни	
		очна (денна) форма здобуття освіти	заочна (дистанційна) форма здобуття освіти
Галузь знань 11 «Математика і статистика»	Кількість кредитів – 6	Обов'язкова	
		Цикл професійної підготовки спеціальності	
Спеціальність: 111 «Математика»	Загальна кількість годин – 180	Семестр:	
		4 - й	4 - й
Освітньо-професійна програма «Математика»	Змістових модулів 10	Лекції	
		42 год.	10 год.
		Практичні	
Рівень вищої освіти: бакалаврський	Кількість поточних контрольних заходів 20	42 год.	10 год.
		Самостійна робота	
		96 год.	160 год.
		Вид підсумкового семестрового контролю: екзамен	

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Метою вивчення навчальної дисципліни «Математичний аналіз - 2» є отримання систематичних знань з основ класичного аналізу дійсних функцій багатьох змінних (2 семестр) та теорії рядів (1 семестр); отримання досвіду з дослідження властивостей функцій багатьох змінних, інтегрування функцій багатьох змінних та дослідження властивостей рядів, що, в свою чергу, дає можливість аналізувати можливості застосування основних теорем інтегрального числення і теорії рядів.

Основними **завданнями** вивчення дисципліни «Математичний аналіз - 2» є:

- усвідомлення внутрішньої логіки розвитку поняття метричного простору, функції багатьох змінних, теорії границь, теорії диференціального та інтегрального числення функцій багатьох змінних, теорії рядів;
- набуття вмінь та навичок щодо застосування понять та фактів математичного аналізу до розв'язання конкретних задач;
- оволодіння базою для подальшого вивчення дисциплін професійного спрямування: диференціальних рівнянь, комплексного аналізу, теорії ймовірностей, функціонального аналізу, чисельних методів, рівнянь математичної фізики та інших.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен набути таких результатів навчання (знання, уміння тощо) та компетентностей:

Заплановані робочою програмою результати навчання та компетентності	Методи і контрольні заходи
1	2
<p>- (ІК) здатність розв'язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов;</p> <p>- (ЗК-1) здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;</p> <p>- (ЗК-3) знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;</p> <p>- (ЗК-7) здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;</p> <p>- (СК-1) здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання;</p> <p>- (СК-3) здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізнити основні ідеї від деталей і технічних викладок;</p> <p>- (СК-4) здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізнити правдоподібні аргументи від формально бездоганних;</p> <p>-</p>	<p>Методи:</p> <ul style="list-style-type: none"> - інтегральні методи; - словесні методи викладення матеріалу на лекціях; - навчальні дискусії; - проблемне викладання, пошукове, дослідницьке; - самостійна робота студентів; - контроль, самоконтроль і корекція, самокорекція при виконанні робіт поточного, підсумкового контролю, індивідуальних завдань; - методи комунікації на заняттях, при захисті виконаних робіт; - створення проблемних ситуацій з подальшим їх самостійному або колективному вирішенні; - практичні методи: досліди, вправи, навчальна праця; - індуктивні та дедуктивні методи; - репродуктивні та точні методи; - проблемно-пошукові методи. <p>Контрольні заходи:</p> <ul style="list-style-type: none"> - теоретичне тестування за змістовими модулями; - опитування на аудиторних заняттях; - теоретичні самостійні роботи.
<p>- (ЗК-2) здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;</p> <p>- (СК-2) здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі;</p> <p>- (СК-8) здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів.</p>	<p>Методи:</p> <ul style="list-style-type: none"> - дослідницький метод спрямований на залучення студентів до самостійного розв'язання задач; - метод проблемного викладу навчального матеріалу і створення проблемних ситуацій; - методи колективної роботи під час практичних занять; - стимулювання до генерації оригінальних ідей при розв'язанні теоретичних і практичних задач. <p>Контрольні заходи:</p> <ul style="list-style-type: none"> - самостійні і контрольні роботи; - індивідуальні завдання.

1	2
<p>1) (PH-10) Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями;</p> <p>2) (PH-11) Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей;</p> <p>3) (PH-13) Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичного аналізу для дослідження функцій однієї та багатьох дійсних змінних:</p> <ul style="list-style-type: none"> – оволодіти знаннями щодо основних понять та тверджень теорії границь, неперервних функцій, диференціального та інтегрального числення функцій багатьох змінних, теорії рядів; – оволодіти знаннями щодо основних областей застосування відомих понять та тверджень. – досліджувати основні властивості числових та функціональних послідовностей і рядів (осінній семестр); – подавати функції у вигляді степеневих рядів та рядів Фур'є (осінній семестр); – досліджувати функції багатьох змінних на неперервність, диференційовність, екстремум, інтегровність та інше (весняний семестр); – зводити кратні інтеграли до повторних та обчислювати їх (весняний семестр); – обчислювати криволінійні та поверхневі інтеграли (весняний семестр); – застосовувати кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли до обчислення площ фігур, довжин дуг кривих, об'ємів тіл, площ поверхонь, в техніці, векторному аналізі (весняний семестр). <p>4) (PH-21) Розв'язувати типові задачі математичного аналізу, алгебри, диференціальних та інтегральних рівнянь, оптимізації за допомогою чисельних методів.</p>	<p>Методи:</p> <ul style="list-style-type: none"> - пояснювально-ілюстративний метод; - репродуктивний метод; - активні методи навчання: послідовна й цілеспрямована постановка перед студентами завдань, розв'язуючи які вони активно засвоюють нові знання і отримують вміння і навички; - стимулювання до генерації оригінальних ідей при розв'язанні теоретичних і практичних задач; - практичні методи: досліди, вправи, навчальна праця. <p>Контрольні заходи:</p> <ul style="list-style-type: none"> - підсумкове тестування. - підсумковий контроль (екзамен).

Міждисциплінарні зв'язки

Курс «Математичний аналіз-2» є логічним продовженням курсу «Математичний аналіз-1», а також застосовує знання та навички, набуті при вивченні курсів «Дискретна математика» та «Аналітична геометрія».

Набуті при вивченні курсу «Математичний аналіз-2» знання необхідні для подальшого вивчення таких курсів: «Функціональний аналіз», «Методи

обчислень», «Комплексний аналіз», «Шкільний курс математики та методики її викладання», а також для написання курсової роботи. Крім того, в процесі вивчення курсу «Математичний аналіз-2» закладаються вміння й навички щодо застосування понять і фактів математичного аналізу в фізиці, механіці, техніці, економіці та інших галузях науки та техніки.

3. Програма навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1. Деякі відомості із теорії метричних просторів.

Означення метричного простору. Приклади метричних просторів. m - вимірний евклідовий простір. Множини в метричних просторах та їх властивості. Збіжність послідовності в метричному просторі. Критерій збіжності в скінченновимірному просторі. Властивості збіжних послідовностей.

Поняття прямої та ламаної в m - вимірному евклідовому просторі. Зв'язні множини. Поняття області в метричному просторі.

Означення функцій багатьох змінних. Лінії та поверхні рівня.

Змістовий модуль 2. Неперервність функцій багатьох змінних.

Границі функції багатьох змінних в точці. Різні означення кратної границі функції багатьох змінних та їх еквівалентність. Повторні границі функції багатьох змінних та їх зв'язок з кратними границями. Арифметичні операції над функціями багатьох змінних. Неперервність функції багатьох змінних в точці та на замкненій області. Різні означення неперервності функції багатьох змінних. Поняття складеної функції багатьох змінних та її неперервність. Теорема Коші про проходження неперервної на зв'язній множині функції багатьох змінних при зміні знаку. Лема Больцано-Вейєрштраса. Перша і друга теореми Вейєрштраса. Рівномірна неперервність функції багатьох змінних, теорема Кантора та наслідок з неї.

Змістовий модуль 3 Диференціальне числення функцій багатьох змінних.

Частинні похідні. Диференційовність і диференціал першого порядку функції багатьох змінних. Умови диференційовності. Означення дотичної площини до поверхні в тривимірному евклідовому просторі. Геометричний зміст диференційовності функції багатьох змінних.

Диференціювання складених функцій багатьох змінних. Інваріантність першого диференціала. Властивості диференціала. Похідні за напрямком. Градієнт.

Частинні похідні вищих порядків та незалежність їх від порядку диференціювання. Диференціали вищих порядків. Формула Лейбниця. Неінваріантність форми диференціала вищого порядку та випадок його інваріантності.

Формула Тейлора функції багатьох змінних та її застосування.

Змістовий модуль 4. Екстремуми функцій багатьох змінних.

Дослідження функції багатьох змінних на локальний екстремум. Необхідні

та достатні умови екстремуму.

Теореми про неявні функції. Умовний екстремум. Метод невизначених множників Лагранжа. Достатні умови умовного екстремуму. Дослідження функцій на абсолютний екстремум на обмеженій замкненій множині.

Змістовий модуль 5. Означення кратних інтегралів.

Поняття m -вимірного проміжку. Міра проміжку та її властивості. Розбиття проміжку. Поняття кратного інтегралу по m - вимірному проміжку та інтегровності. Необхідна умова інтегровності. Критерій Дарбу інтегровності на m -вимірному проміжку. Класи інтегровних по m - вимірному проміжку функцій. Припустимі множини. Означення інтеграла по припустимій множині та його коректність. Критерій інтегровності по множині. Об'єм припустимої множини. Властивості кратних інтегралів.

Змістовий модуль 6. Обчислення кратних інтегралів.

Теорема Фубіні та наслідки з неї. Заміна змінної під знаком кратного інтеграла. Полярні, сферичні та циліндричні координати.

Змістовий модуль 7. Застосування кратних інтегралів.

Застосування кратних інтегралів: обчислення площ, об'ємів, площ поверхонь. Застосування кратних інтегралів в механіці.

Змістовий модуль 8. Криволінійні інтеграли.

Поняття криволінійних інтегралів першого і другого роду, загального криволінійного інтеграла другого роду, фізичний зміст криволінійних інтегралів. Зведення криволінійних інтегралів до визначеного інтеграла Рімана. Поняття гладкої кривої, поняття особливої і звичайної точок. Властивості криволінійних інтегралів.

Змістовий модуль 9. Поверхневі інтеграли.

Поняття поверхні. Означення гомеоморфізму множин, локального гомеоморфізму. Означення елементарної області, простої плоскої області. Означення поверхні. Умови задання поверхні. Поняття гладкої поверхні без особливих точок. Орієнтація поверхні. Поняття координатних ліній на поверхні, дотичних площин і нормалей в точках поверхні. Означення двосторонньої поверхні. Повні та обмежені поверхні.

Означення площі поверхні. Формули площі поверхні, що задана параметрично, явно. Означення поверхневих інтегралів першого і другого роду, фізичний зміст поверхневих інтегралів. Зведення поверхневих інтегралів до кратних інтегралів Рімана.

Змістовий модуль 10 Елементи теорії поля.

Скалярне і векторне поле, їх диференційовність, похідні за напрямком. Дивергенція і ротор векторного поля, їх фізичний зміст та формули для

обчислення. Основні формули аналізу. Формула Гріна. Формула Остроградського-Гаусса. Формула Стокса.

Потенціальне поле. Умови незалежності криволінійного інтеграла на площині від шляху інтегрування.

4. Структура навчальної дисципліни

Змістовий модуль	Усього годин	Аудиторні (контактні) години					Самостійна робота, год		Система накопичення балів			
		Усього годин	Лекційні заняття, год		Практичні заняття, год		о/д ф.	з/дист ф.	Теор. зав-ня, к-ть балів	Практ. зав-ня, к-ть балів	Усього балів	
			о/д ф.	з/дист ф.	о/д ф.	з/дист ф.						
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1	15	6/1	4	1	2	0	9	14	2	2	4	
2	15	8/2	4	1	4	1	7	13	2	2	4	
3	15	12/2	6	1	6	1	3	13	5	2	7	
4	15	10/3	4	1	6	2	5	12	5	5	10	
5	15	6/1	4	1	2	0	9	14	2	2	4	
6	15	12/3	6	1	6	2	3	12	2	5	7	
7	15	6/2	2	1	4	1	9	13	3	4	7	
8	15	6/2	4	1	2	1	9	13	2	2	4	
9	15	12/2	6	1	6	1	3	13	3	2	5	
10	15	6/2	2	1	4	1	9	13	4	4	8	
Усього за змістові модулі	150	84/20	42	10	42	0	66	130	30	30	60	
Підсумковий семестровий контроль екзамен	30						30	30	20	20	40	
Загалом			180							100		

5. Теми лекційних занять

№ змістового модуля	Назва теми	Кількість годин	
		о/д ф.	з/дист ф.
1	2	3	4
1	Означення метричного простору. Властивості множин в метричних просторах. Послідовності в метричних просторах	2	0,5
1	Поняття функції багатьох змінних. Область визначення функції багатьох змінних. Лінії рівня та поверхні рівня	2	0,5
2	Кратні і повторні границі функції багатьох змінних. Неперервність функцій багатьох змінних.	2	0,5
2	Властивості неперервних функцій. Рівномірна неперервність	2	0,5
3	Диференційовність функцій багатьох змінних. Частинні похідні першого порядку	2	0,25
3	Диференціювання складених функцій багатьох змінних. Частинні похідні і диференціали вищих порядків	2	0,25
3	Формула Тейлора функцій багатьох змінних	2	0,5
4	Дослідження функції багатьох змінних на локальний екстремум	2	0,5

1	2	3	4
4	Неявні функції. Умовний екстремум	2	0,5
5	Поняття кратного інтеграла по m – вимірному проміжку. Критерій Дарбу інтегровності на m – вимірному проміжку	2	0,5
5	Означення інтеграла по множині. Властивості кратних інтегралів	2	0,5
6	Теорема Фубіні та наслідки з неї	2	0,25
6	Заміна змінної під знаком кратного інтеграла	2	0,25
6	Полярні, циліндричні, сферичні координати	2	0,5
7	Застосування кратних інтегралів	2	1
8	Поняття криволінійних інтегралів першого і другого роду. Зведення криволінійних інтегралів до визначеного інтеграла Рімана	2	0,5
8	Властивості криволінійних інтегралів та їх застосування	2	0,5
9	Поняття поверхні. Площа поверхні. Формули площі поверхні, що задана параметрично, явно	2	0,25
9	Означення поверхневих інтегралів першого і другого роду. Зведення поверхневих інтегралів до кратних інтегралів Рімана	2	0,25
9	Основні формули аналізу. Формула Гріна. Формула Остроградського-Гаусса. Формула Стокса	2	0,5
10	Скалярне і векторне поле. Дивергенція і ротор векторного поля, їх фізичний зміст та формули для обчислення	2	1
	Разом	42	10

6. Теми практичних занять

№ змістового модуля	Назва теми	Кількість годин	
		о/д ф.	з/дист ф.
1	2	3	4
1	Область визначення функції багатьох змінних. Лінії рівня та поверхні рівня	2	0
2	Обчислення границь функцій багатьох змінних	2	0,5
2	Неперервність функцій багатьох змінних	2	0,5
3	Обчислення частинних похідних. Умови диференційовності. Диференціювання складених функцій багатьох змінних	2	0,25
3	Частинні похідні і диференціали вищих порядків	2	0,5
3	Диференціювання складеної функції багатьох змінних. Формула Тейлора	2	0,25
4	Дослідження функції багатьох змінних на локальний екстремум	2	1
4	Дослідження функцій на умовний екстремум	2	0,5
4	Дослідження функцій на абсолютний екстремум	2	0,5
5	Обчислення кратних інтегралів	2	0
6	Обчислення подвійних інтегралів	2	0,5
6	Обчислення потрійних інтегралів	2	0,5
6	Обчислення кратних інтегралів заміною змінних	2	1
7	Застосування подвійних інтегралів	2	0,5
7	Застосування потрійних інтегралів	2	0,5
8	Обчислення криволінійних інтегралів	2	1
9	Обчислення поверхневих інтегралів першого роду	2	0,25

1	2	3	4
9	Обчислення поверхневих інтегралів другого роду	2	0,25
9	Застосування криволінійних та поверхневих інтегралів. Формула Гріна	2	0,5
10	Формула Остроградського-Гаусса	2	0,5
10	Формула Стокса	2	0,5
	Разом	42	10

7. Види і зміст поточних контрольних заходів

№ змістового модуля	Вид поточного контрольного заходу	Зміст поточного контрольного заходу	Критерії оцінювання	Усього балів
1	2	3	4	5
1	Тест 1 (теорія ЗМ1)	Питання для підготовки: ** 1. Арифметичний m -вимірний простір. Класифікація точок та множин у m -вимірному просторі. 2. Послідовності у m -вимірному просторі. Збіжність послідовностей та її зв'язок з покоординатною збіжністю. 3. Основні факти про збіжні послідовності у m -вимірному просторі (обмеженість, фундаментальність).	4 тестових питання з загальним балом 2 ***	2
	Тест 2 (практика ЗМ1)	Завдання: ** 1,2. Обчислити границі послідовностей. 3,4. Класифікувати множини.	4 завдання з загальним балом 2 ***	2
Усього за ЗМ 1 контр. заходів	2			4
2	Тест 3 (теорія ЗМ2)	Питання для підготовки: ** 1. Два означення границі функції багатьох змінних. 2. Властивості функцій, що мають границю. 3. Подвійні та повторні границі функцій двох змінних та зв'язок між ними. 4. Неперервність функції багатьох змінних. 5. Властивості неперервних функцій. 6. Рівномірна неперервність функцій. 7. Неперервність за однією змінною.	4 тестових питання з загальним балом 2 ***	2
	Тест 4 (практика ЗМ2)	Завдання: ** 1-2. Обчислити границі. 3-4. Дослідити функції на неперервність.	4 завдання з загальним балом 2 ***	2
Усього за ЗМ 2 контр. заходів	2			4
3	Тест 5 (теорія ЗМ3)	Питання для підготовки: ** 1. Часткова похідна функції. Зв'язок між існуванням часткових похідних та неперервністю. 2. Диференційовність функції в точці (2 форми запису умови диференційовності). 3. Геометричний зміст диференційовності функції двох змінних. 4. Похідна складеної функції. 5. Диференціал функції багатьох змінних. Інваріантність форми першого диференціала. 6. Похідна за напрямком, градієнт функції, його зміст. 7. Похідні другого та n -го порядку. Теорема про рівність змішаних похідних. 8. Двічі диференційовна функція та n разів диференційовна функція. 9. Означення диференціала n -го порядку. Неінваріантність форми другого	10 тестових питань з загальним балом 5 ***	5

1	2	3	4	5
		диференціала. 10.Формула для обчислення диференціала другого порядку для простої функції. 11.Формула Тейлора для функції багатьох змінних.		
	Практична самостійна робота (ЗМ3)	Завдання: 1.Обчислити частинні похідні функції. 2. Обчислити похідні складеної функції. Вимоги до виконання та оформлення *	2 завдання з загальним балом 2 ***	2
Усього за ЗМ 3 контр.заходів	2			7
4	Теоретична самостійна робота (ЗМ4)	Питання для підготовки: ** 1.Точки локального екстремуму. Необхідна умова локального екстремуму. 2.Достатня умова локального екстремуму (для функції m змінних та двох змінних). 3.Теорема про неявні функції. Умовний екстремум функції багатьох змінних. Додаються питання трьох попередніх змістових модулів	7 теоретичних питань з загальним балом 5 ***	5
	Контрольна робота 1 (ЗМ4)	Завдання: 1.Дослідити функцію на неперервність. 2.Розкласти функцію за формулою Тейлора. 3.Дослідити функцію на локальний екстремум. 4.Знайти найбільше та найменше значення функції на множині. Вимоги до виконання та оформлення *	4 завдання: 3 завдання по 1 балу за кожне та 1 завдання – 2 бали. ***	5
Усього за ЗМ 4 контр.заходів	2			10
5	Тест 6 (теорія ЗМ5)	Питання для підготовки: ** 1. m – вимірний проміжок, його міра. Інтегральна сума, границя інтегральних сум. Інтеграл Рімана на m – вимірному проміжку. 2.Необхідна умова інтегровності. Критерій Дарбу інтегровності за Ріманом. Класи інтегровних функцій. 3.Допустима множина. Інтеграл по допустимій множині. Основні властивості кратних інтегралів.	2 тестових питання з загальним балом 2 ***	2
	Тест 7 (практика ЗМ5)	Завдання: ** 1-2. Розставити межі інтегрування в подвійному інтегралі.	2 завдання по 1 балу за кожне. ***	2
Усього за ЗМ 5 контр.заходів	2			4
6	Тест 8 (теорія ЗМ6)	Питання для підготовки: ** 1. Обчислення кратних інтегралів за допомогою повторних. Теорема Фубіні. 2.Формула заміни змінних у кратних інтегралах. Полярна система координат. 3.Наслідки з теореми Фубіні. Формула для обчислення потрійного інтеграла за допомогою подвійного. 4.Заміна змінних у потрійному інтегралі. Циліндрична та сферична системи координат.	4 тестових питання з загальним балом 2 ***	2

1	2	3	4	5
	Тест 9 (практика ЗМ6)	Завдання: ** 1. Обчислити подвійний інтеграл. 2. Перейти до полярної системи координат та обчислити інтеграл. 3. Обчислити потрійний інтеграл.	3 завдання: 2 завдання по 2 бали та 1 завдання – 1 бал ***	5
Усього за ЗМ 6 контр.заходів	2			7
7	Теоретична самостійна робота (ЗМ7)	Питання для підготовки: 1.Обчислення площ плоских фігур. 2.Обчислення об'ємів тіл. 3.Застосування кратних інтегралів в механіці. Додаються питання трьох попередніх змістових модулів. Вимоги до виконання та оформлення *	3 завдання з загальним балом 3 ***	3
	Контрольна робота 2 (ЗМ7)	Завдання: 1. Обчислити площу фігури. 2. Обчислити об'єм тіла. 3. Обчислити потрійний інтеграл. Вимоги до виконання та оформлення *	3 завдання: 2 завдання по 1 бали та 1 завдання – 2 бали ***	4
Усього за ЗМ 7 контр.заходів	2			7
8	Тест 10 (теорія ЗМ8)	Питання для підготовки: ** 1.Означення криволінійного інтеграла першого роду. Властивості криволінійних інтегралів першого роду та їх застосування. 2.Умови існування криволінійного інтеграла першого роду та формула для його обчислення. 3.Означення криволінійного інтеграла другого роду. Властивості криволінійних інтегралів другого роду та їх застосування. 4.Умови існування криволінійного інтеграла другого роду та формула для його обчислення. 5.Незалежність криволінійного інтеграла від шляху інтегрування. Обчислення площі плоскої фігури за допомогою криволінійних інтегралів. Застосування криволінійних інтегралів.	4 тестових питання з загальним балом 2 ***	2
	Тест 11 (практика ЗМ8)	Завдання: ** 1-2. Обчислити криволінійний інтеграл.	2 завдання з загальним балом 2 ***	2
Усього за ЗМ 8 контр.заходів	2			4
9	Тест 12 (практ ЗМ9)	Питання для підготовки: ** 1.Поняття поверхні. Гладка двостороння повна обмежена поверхня без особливих точок та її площа. 2.Формула для обчислення площі поверхні. 3.Поверхневі інтеграли першого та другого роду та умови їх існування.	2 завдання з загальним балом 2 ***	2

1	2	3	4	5
	Тест 13 (теорія ЗМ9)	Завдання: ** 1. Обчислити поверхневий інтеграл першого роду. 2. Обчислити поверхневий інтеграл другого роду. 3. Обчислити площу поверхні.	3 тестових питання з загальним балом 3 ***	3
Усього за ЗМ 9 контр.заходів	2			5
10	Тест 14 (ЗМ10)	Питання для підготовки: ** 1.Формули Стокса та Остроградського-Гаусса. Їх запис в термінах векторного аналізу. 2.Формула Гріна. 3.Скалярне та векторне поле. 4.Поняття ротора та дивергенції векторного поля, їх запис у декартовій системі координат.	4 тестових питання з загальним балом 4 ***	4
	Контрольна робота 3 (ЗМ10)	Завдання: 1. Обчислити криволінійний інтеграл. 2. Обчислити поверхневий інтеграл. 3. Обчислити інтеграл за допомогою формули Остроградського-Гауса. 4. Обчислити інтеграл за допомогою формули Стокса. Вимоги до виконання та оформлення *	4 завдання з загальним балом 4 ***	4
Усього за ЗМ 10 контр.заходів	2			8
Усього за змістові модулі контр.заходів	20			60

* Вимоги до виконання та оформлення кожної **контрольної або самостійної роботи**:

- завдання кожної контрольної роботи студент розв'язує в аудиторії або дистанційно протягом 80 хв, самостійної – 10-15 хв., за умови повної ідентифікації студента;
- кожний студент розв'язує власний варіант контрольної роботи;
- виконані завдання оформлюються власноруч студентом, письмово;
- кожне завдання супроводжується умовою і повним розв'язанням із зазначенням формул, теорем, властивостей, ознак і т.п., які застосовуються при розв'язанні;
- під час дистанційного навчання виконані завдання фотографуються і викладаються до СЕЗН MOODLE.

Кожний контроль у формі **тестування проводиться в СЕЗН MOODLE у визначений викладачем час;

- тест містить 4-10 питань різного рівня складності і охоплює всі питання відповідних змістових модулів;
- максимальна оцінка за тест становить від 2 до 5 балів з часом виконання до 20 хвилин залежно від кількості і складності питань;
- оцінка за тестове питання залежить від типу тестового питання:
«Множинний вибір» у випадку однієї правильної відповіді оцінюється за принципом «правильно-неправильно» ,

«Множинний вибір» з декількома правильними відповідями оцінюється залежно від кількості правильно обраних варіантів,
«Визначити пропущені слова» оцінка залежить від правильного вибору кожного пропущеного слова,
«Відповідність» оцінка залежить від кількості правильно встановлених відповідностей,
«Числова» оцінюється за принципом «правильно-неправильно»,
«Коротка відповідь» передбачає вписування правильної відповіді, при цьому викладач може переоцінити відповідь студента у випадку, коли відповідь є частково вірно;

- студенту надається 2 спроби з вибором або найкращої оцінки, або середнього арифметичного балів за кожну спробу.

*** Оцінювання кожного окремого завдання контрольної, самостійної роботи або індивідуального практичного розрахункового завдання здійснюється за формулою

$$s = m \cdot \frac{v}{100}, \quad (1)$$

де s – підсумковий бал за завдання, m – максимальний бал за завдання, v - відсоток виконання.

Критерії визначення v (%):

- 90-100%: завдання повністю виконано без помилок; відповідає виявленню студентом всебічного системного і глибокого знання програмного матеріалу; засвоєнню ним основної і додаткової літератури; чіткому володінню понятійним апаратом, методами, методиками та інструментами, передбаченими програмою дисципліни; вмінню використовувати їх для вирішення як типових, так і нетипових практичних ситуацій; виявленню творчих здібностей в розумінні, викладі та використанні навчально-програмного матеріалу;
- 60-89%: повністю виконано без суттєвих помилок; відповідає виявленню знань основного програмного матеріалу; засвоєнню інформації в межах лекційного курсу; володінню необхідними методами, методиками та інструментами, передбаченими програмою; вмінню використовувати їх для вирішення типових ситуацій, припускаючи окремих незначних помилок;
- 0-59%: більше 30% завдання виконано невірно; відповідає виявленню значних прогалин у знаннях основного програмного матеріалу; не досить упевненому володінню окремими поняттями, методиками та інструментами, про що свідчать принципові помилки під час їх використання.

8. Підсумковий семестровий контроль

Форма	Види підсумкових контрольних заходів	Зміст підсумкового контрольного заходу	Критерії оцінювання	Усього балів
1	2	3	4	5
Екзамен	Теоретичне завдання у формі тестування (дистанційна форма навчання) або усно (очна форма навчання)	Питання для підготовки: Всі питання, що містяться в стовпчику 3 розділу 7 даної робочої програми. А також за посиланням URL: https://moodle.znu.edu.ua/course/view.php?id=7837 Усна частина екзаменаційного білета передбачає розгорнуту та обґрунтовану відповідь на два теоретичних питання (з письмовою фіксацією всіх відповідей) і розгорнуте розв'язання двох практичних завдань. У разі дистанційної форми навчання екзамен проходить у тестовій формі через платформу Moodle.	Усний екзамен при очній формі навчання складається із вхідного контролю і відповіді на екзаменаційний білет. Вхідний контроль містить 4 термінологічні питання. Усна частина з відповіддю на екзаменаційний білет передбачає розгорнуту, обґрунтовану відповідь на 2 теоретичних питання і розгорнуте розв'язання 2 задач. За відповіді на питання вхідного контролю та кожне питання екзаменаційного білету студент може отримати до 4 балів. У разі дистанційної форми навчання екзамен проходить у тестовій формі через платформу Moodle. Підсумковий тест складається з 10 питань, які охоплюють весь матеріал дисципліни. Максимальна кількість балів за тест становить – 20 балів.	20
	Практичне завдання - індивідуальне завдання (ІЗ)	Індивідуальне завдання (ІЗ) складається з двох частин: завдання 1 містить 14 задач за змістовими модулями 1-4, завдання 2 містить 19 задач за змістовими модулями 5-10. Розв'язані з детальними поясненнями задачі оформлюються в окремому зошиті. Термін захисту кожного завдання: наступний тиждень після завершення вивчення відповідної теми. Умови індивідуальних завдань і рекомендації до їх виконання розміщено на сторінці курсу у Moodle: https://moodle.znu.edu.ua/course/view.php?id=7837	Максимальна оцінка за завдання 1 – 10 балів, за завдання 2 – 10 балів. Розрахунок балів проводиться за формулою (1).	20
Усього за підсумковий семестровий контроль				40

9. Рекомендована література

Основна

1. Гребенюк С. М., Д'яченко Н. М., Красікова І. В., Панасенко Є. В. Математичний аналіз: інтегральне числення функції багатьох змінних: навчальний посібник для студентів освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» напрямів підготовки «Математика», «Прикладна математика», «Програмна інженерія». Запоріжжя: ЗНУ, 2014. 120 с.
2. Гребенюк С. М., Д'яченко Н. М., Красікова І. В. Математичний аналіз - 2: Диференціальне та інтегральне числення функції багатьох змінних: методичні вказівки до самостійної роботи для здобувачів ступеня вищої освіти бакалавра спеціальності «Математика». Запоріжжя: ЗНУ, 2019. 130 с.
3. Математичний аналіз: збірник завдань до самостійної роботи для студентів освітнього рівня «бакалавр» напрямів підготовки «Прикладна математика», «Математика». / Укл. Н. М. Д'яченко, І. В. Красікова, О. О. Тітова, Ю. М. Стреляєв. Запоріжжя: ЗНУ, 2015. 76 с.

Додаткова

1. Дзядик В. К. Математичний аналіз. У 2 т. Т. 1. Київ : Вища школа, 1995. 495 с.
2. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз : підруч. для студ. вищ. навч. закл., що вивч. дисцип. "Математичний аналіз" : у 2 ч. Ч. 1. Київ : Либідь, 1993. 320 с.
3. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз : підруч. для студ. вищ. навч. закл., що вивч. дисцип. "Математичний аналіз" : у 2 ч. Ч. 2. Київ : Либідь, 1994. 304 с.
4. Заболоцький М. В., Сторож О. Г., Тарасюк С. І. Математичний аналіз : підруч.. затвердж. МОНУ. Київ : Знання, 2008. 424 с.
5. Ляшко І.І., Ємельянов В.Ф., Боярчук О.К. Математичний аналіз: У 2 ч. Ч.1. Київ :Вища шк. 1992. 494 с.; Ч.2. 1993. 375 с.
6. Ляшко І. І., Ємельянов В. Ф., Боярчук О. К. Математичний аналіз : підручн. для мат. спец. ун-тів. У 2-х ч. Ч. 1. Київ : Вища школа, 1992 .495 с.
7. Боярчук О. К., Ляшко І. І., Ємельянов В. Ф. Математичний аналіз : підручник. У 2-х ч. Ч.2. Київ : Вища школа, 1993 376 с.
8. Практикум з математичного аналізу : навч. посіб. затвердж. МОНУ / М. В. Заболоцький, С. І. Фединак, П. В. Філевич, К. А. Червінка. Львів : ВЦ ЛНУ ім. І.Франка, 2009. 313 с.
9. Шкіль М. І. Математичний аналіз : У 2 ч. : підруч. для студ. мат. спец. вузів затв. МОНУ. Ч. 1. Київ : Вища школа, 2005. 447 с.
10. Шкіль М. І. Математичний аналіз : у 2 ч. : підруч. для студ. мат. спец. вузів затв. МОНУ. Ч. 2. Київ : Вища школа, 1995. 510 с.; Київ : Вища школа, 2005. 510 с.
11. Bartle R.G. The elements of Real Analysis http://www.newlibrary.ru/book/bartle_r_g_/the_elements_of_real_analysis.html.
12. Rudin W. Princiles of Mathematical Analysis http://www.newlibrary.ru/read/rudin_w_/princiles_of_mathematical_analysis.html

Інформаційні джерела

1. Система електронного забезпечення навчання ЗНУ. URL: <http://moodle.znu.edu.ua/course/view.php?id=7837>
2. Наукова бібліотека Запорізького національного університету. URL: <http://library.znu.edu.ua/>
3. Бібліотека сайту EqWorld. Електронні ресурси з математичного аналізу. URL: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm>
4. Новая электронная библиотека. Електронні ресурси з математичного аналізу. URL: http://www.newlibrary.ru/genre/nauka/matematika/matematiceskii_analiz/
5. Бібліотека TWIRPX. Електронні ресурси з математичного аналізу. URL: <https://www.twirpx.com/files/science/mathematics/analysis/>
6. Література з математичного аналізу. URL: <http://www.mat.net.ua/mat/index-mat-analiz-tf.htm>
7. Навчальні курси з математичного аналізу. URL: <https://www.classcentral.com/subject/calculus?page=2>
8. Ілюстративний відеокурс математичного аналізу: <https://proglib.io/p/calculus>
<https://proglib.io/p/calculus>
9. Сайт Khan Academy. URL: <https://www.khanacademy.org/math/calculus-1>
10. Онлайн курси з математичного аналізу. URL: <https://www.edx.org/learn/calculus>