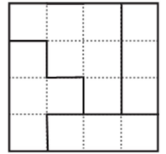
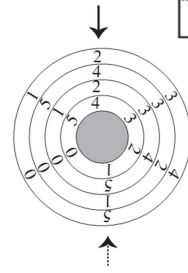


29 Міжнародний чемпіонат з розв'язування логічних математичних задач Всеукраїнський фінал

1. Розмістіть в клітинках 4 лампи (по 1 лампі в клітинці) так, щоб в кожній з чотирьох кімнат (дивись малюнок) було по 1 лампі. В кожному рядочку і в кожному стовпчику таблиці теж має бути по 1 лампі. Кожна кімната має освітлюватись своєю лампою без затінення.

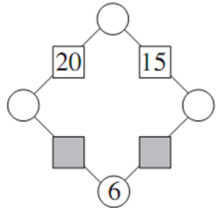


2. Дано чотири диски, які можуть повертатися. На дисках записано цифри 0,1,2,3,4,5 (дивись малюнок). Читаючи зверху по стрілці, маємо 2424. Читаючи знизу по стрілці, маємо 5151. Якщо диски повернути так, щоб зверху по стрілці читалося число 2015, то знизу по стрілці теж буде читатися деяке число. Запишіть це число.

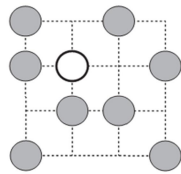


3. На перехресті двох доріг Ви зустріли дві людини, у яких запитуєте про те, в якому напрямку потрібно йти, щоб потрапити до Математичного містечка (на північ, на південь, на захід чи на схід). Перша людина Вам сказала; «Мій друг порадить Вам піти або на схід, або на північ, або на захід, але Ви не йдіть туди, куди він Вам скаже». Відомо, що одна людина із зустрічних завжди каже правду, а інша неправду. Який напрямок потрібно Вам обрати?

4. На малюнку в квадратах були записані натуральні числа, кожне з яких більше, ніж 1. В кружечках теж були записані деякі числа. причому виконувалась така умова: добуток чисел, які записані в кружечках на кінцях сторони, дорівнює числу, записаному в квадратіку на середині цієї сторони. П'ять чисел витерли з малюнку. У відповідь запишіть числа, які були в сірих квадратах.

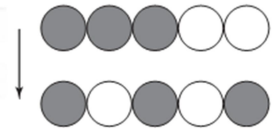


5. Жабка скаче лише з каменя на камінь. Починає вона з білого каменя (на малюнку це білий кружечок) і скаче вздовж ліній сітки (вертикально або горизонтально). Жабка повинна побувати на кожному камені лише по одному разу і повернутися на білий камінь. Перескакувати через камінці неможна. Зобразіть маршрут жабки.



6. Марічка розглядає таблицю множення натуральних чисел від 1 до 10 на натуральні числа від 1 до 10. Всього там 100 результатів. Скільки серед цих 100 результатів є різних непарних чисел?

7. Є три сірих та дві білих фішки. На столі вони розміщені так, як показано на малюнку (дивись верхній рядок). 3 фішками можна виконувати лише таку дію: взявши довільні дві фішки і не змінюючи їх положення (не повертаючи і не перевертаючи), переставити їх в лінію на вільне на столі місце. Розсувати і на одержане вільне місце вставляти фішки заборонено. Ходом називається одне таке переставлення двох фішок. За яку найменшу кількість ходів можна отримати таке розташування фішок, яке зображено на малюнку (дивись нижній рядок)? Рядки паралельні, але на столі не обов'язково мають бути розміщеними один під одним.



8. У звичайному домінію, яке складається з доміношок від 0-0 до 6-6, всього 28 доміношок. Скільки доміношок було б у повному комплекті доміношок від 0-0 до 10-10?

Щоб задачі з номерами від 9 до 18 були зараховані, потрібно вказати кількість розв'язків задачі та навести один чи два розв'язки. Якщо задача має один розв'язок, то наводиться він, якщо ж задача має два та більше розв'язків, то вказується кількість розв'язків, а наводиться приклад двох

9. Андрійко обчислює суму $1+2+3+4+5+6+\dots$ і т.д. Коли він зупинився в обчисленнях, то помітив, що отримав трицифрове число, всі цифри якого однакові. Яким в цей момент був останній справа доданок?

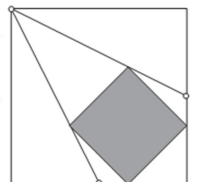
10. Михайлик має два однакових куба. Один з них він розрізав на 6 однакових чотирикутних пірамід, основами яких є квадрат – грань куба, а вершиною їх є центр куба. Потім кожну з шести пірамід основою він приклеїв на відповідну грань другого куба. В такий спосіб він отримав многогранник. Скільком різним площинам належать грані цього многогранника?

11. Дано два послідовних натуральних числа. Сума цифр кожного з них кратна 7. Запишіть менше число з пари цих чисел, якщо відомо, що воно менше, ніж 1000000.

12. Рівносторонній трикутник та правильний шестикутник мають однакові периметри. Площа трикутника 666 кв.см. Знайдіть площу шестикутника. Відповідь округліть до цілих кв.см. Візьміть $\sqrt{3}=1,732$.

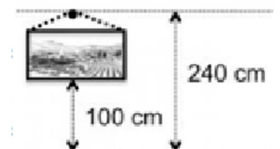
13. Михайлик записав два натуральних числа, обчислив їх суму і до результату додав добуток, записаних спочатку чисел. В результаті отримав 143. Вкажіть початкові числа.

14. Дано квадрат. Одну з його вершин сполучили відрізками з серединами двох сторін. В чотирикутник, що утворився, вписали сірий квадрат (дивись малюнок). Площа більшого квадрата дорівнює 234 кв.см. Знайдіть площу сірого квадрата. Відповідь округліть до цілих кв.см. Візьміть $\sqrt{2}=1,414$.



15. Марічка купила три іграшки. Ціна кожної з них є простим числом. Модулі всіх трьох різниць між цими цінами також є простими числами. Знайдіть вартість всієї покупки.

16. Мішель має картинну галерею. Для підвішування картини на стіні потрібно забити цвях на висоті 2м40см від підлоги. Низ кожної з картин повинен бути на висоті 1м від підлоги (дивись малюнок) і паралельний до неї. Середина мотузки співпадає з цвяхом на стіні. Кінці мотузки закріплені на краях верху рамки. У всіх картин рамки – прямокутники, ширина кожного з яких дорівнює половині відповідної довжини. Відомо, що довжина кожної рамки знаходиться в межах від 10см до 180см включно. Якою може бути мінімальна довжина мотузки для підвішування картин? Відповідь округліть до цілих см. Візьміть $\sqrt{2}=1,414$.



17. На вході до стадіону (строго горизонтальна поверхня) розмістили скульптуру у формі конуса. Висота конуса 2м, радіус основи 1м. На відстані 2м від центра основи конуса розмістили тонкий металевий стовп, висотою 4м. На вершині стовпа є дуже потужний ліхтар, який освітлює все довкола. Знайдіть площу тіні конуса. Відповідь округліть до тисячних долей кв.м. Візьміть $\sqrt{3} = 1,732$, $\pi = 3,1416$.

18. Поле має майже форму прямокутника. Довжина та ширина – цілі числа декаметрів. Різниця вимірів прямокутника дорівнює 1 декаметр. Поле розділили на три трикутники, всі сторони яких цілі числа декаметрів (див. рисунок) Площі всіх трьох трикутників – різні. Якою найменшою може бути площа поля? Відповідь запишіть в декаметрах квадратних.

