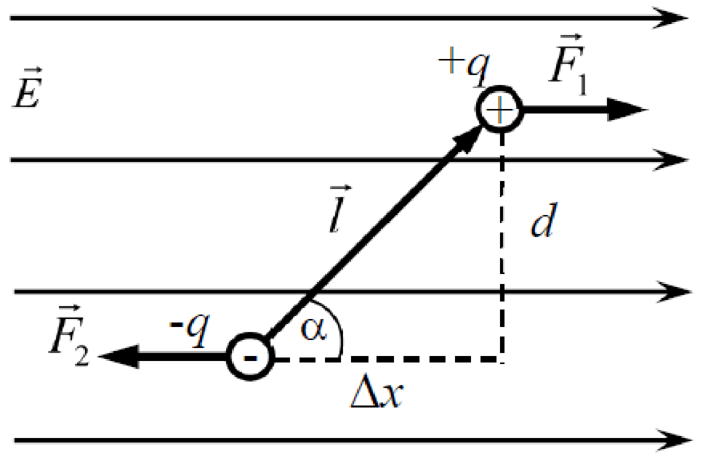
Лекція 5

Електричний диполь

Розглянемо електричний диполь у зовнішньому однорідному електростатичному полі. Нехай вектор дипольного моменту p=ql направлений під кутом α до вектора напруженості поля E , як показано на рисунку



На додатний заряд диполя поле діятиме з силою $F_1 = qE$, напрямок якої збігається із напрямком напруженостіполя, а отже, і з напрямком ліній напруженості поля. На від'ємний заряд диполя –q діятиме сила $F_2=-qE$, напрямок якої протилежний напрямку сили F_1

В однорідному полі, E=const, модулі цих сил однакові $|F_1|=|F_2|=q|E|=qE$. Вони утворюють так звану систему пари сил, момент сили якої дорівнює:

$$M = Fd = qEl\sin\alpha.$$

Врахуємо, що добуток заряду на плече диполя є дипольним моментом. Отримаємо, що момент сили дорівнює:

$$M = pE\sin\alpha$$

Запишемо вираз для моменту сили у векторному вигляді. Згідно з означенням моменту сил, маємо:

$$\vec{M} = [\vec{r}_+\vec{F}_1] + [\vec{r}_-\vec{F}_2] = [\vec{r}_+ q_+ \vec{E}] + [\vec{r}_- q_- \vec{E}] = [\vec{r}_+ q\vec{E}] + [\vec{r}_-(-q)\vec{E}] =$$
$$= [(\vec{r}_+ - \vec{r}_-)q\vec{E}] = [q\vec{l}\vec{E}],$$

де враховано, що плече диполя дорівнює різниці радіус-векторів $l=r_+ - r_-$

Оскільки добуток плеча диполя на заряд дорівнює дипольному моменту, то у векторному вигляді вираз для моменту сил, що діє на диполь в електричному полі, визначається векторним добутком вектора дипольного моменту на вектор напруженості електричного поля:

$$\vec{M} = [\vec{p}\vec{E}]$$

На електричний диполь, що знаходиться в однорідному електричному полі, діє пара сил. Під впливом пари сил електричний диполь намагається повернутися так, щоб його дипольний момент p був направлений уздовж лінії напруженості електричного поля. Він перебуватиме у стійкій рівновазі, коли кут $\alpha = 0$ (напрямок p збігається з напрямком ліній напруженості поля). Коли кут $\alpha = \pi$, то буде нестійка рівновага. У цих станах сили, що діють на заряди диполя, лежать на одній прямій і протилежно направлені, тому момент пари сил $M = 0$.

Розрахуємо роботу, яку виконує електричне поле при повороті диполя. Врахуємо, що при повороті диполя під дією поля робота поля додатна, а величина кута α зменшується. Елементарна робота дорівнює добутку моменту сили на елементарний кут повороту

$$dA = -M\,d\alpha = -pE\sin\alpha\,d\alpha$$

де враховано, що $dA > 0$, $d\alpha < 0$. Іншими словами, знак мінус у виразі для роботи є наслідком того, що диполь у прикладі, зображеному на рисунку, має повертатися за годинниковою стрілкою.

Робота, яку виконує момент сили при повороті диполя, коли початковий кут α_1, а кінцевий α_2, визначається шляхом інтегрування:

$$A = \int dA = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (-pE\sin\alpha)d\alpha = pE\cos\alpha\Big|_{\alpha_1}^{\alpha_2} = pE\cos\alpha_2 - pE\cos\alpha_1$$

Згідно з означенням $A = -(W_2 - W_1)$, маємо, що потенціальна енергія диполя в електричному полі дорівнює

$$W = -pE\cos\alpha$$

У векторному вигляді вираз для енергії диполя в електричному полі визначається скалярним добутком вектора дипольного моменту на вектор напруженості електричного поля

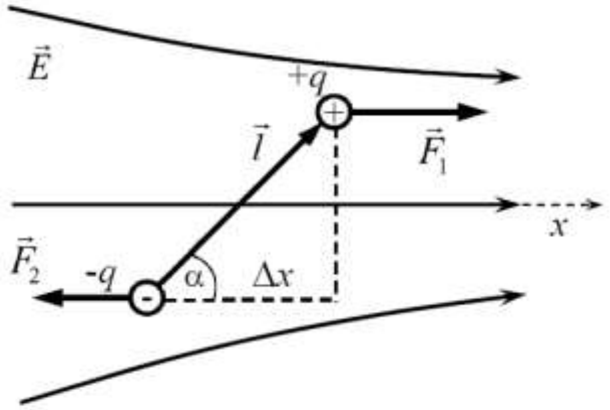
$$W = -\vec{p}\vec{E}$$

Енергія електричного диполя найменша, коли вектор дипольного моменту направлений уздовж електричного поля,

$\vec{p} \uparrow\uparrow \vec{E}$

тому це є стійкою(рівноважною) орієнтацією диполя в електричному полі.

Розглянемо інший випадок, коли електричний диполь знаходиться у зовнішньому неоднорідному електростатичному полі. В цьому разі лінії напруженості не є паралельними прямими, вони, наприклад, можуть сходитися, як на рис.



Сили F_1 і F_2, з якими неоднорідне поле діє на заряди диполя q і –q, будуть неоднаковими за величиною.

У межах диполя неоднорідність зовнішнього поля незначна, тому сили F_1 і F_2 можна вважати напрямленими протилежно. Вони дорівнюють $F_1=qE_1$ і $F_2 = - qE_2$, де E_1 і E_2 – значення напруженостей електричного поля в місцях розташування зарядів +q і –q. На рис. значення напруженостей поля

$E_1 = |\vec{E}_1| > E_2 = |\vec{E}_2|$.

Результуюча сила дорівнює алгебраїчній різниці модулів цих сил:

$$F = qE_1 - qE_2 = q(E_1 - E_2)$$

Виберемо напрямок координатної осі x уздовж напрямку середньої силової лінії на рис. Тоді

$$E_1 - E_2 = \frac{\partial E}{\partial x}\Delta x$$

Підставимо це значення для різниці E_1–E_2 у вираз для сили і отримаємо для неї вираз:

$$F = q(E_1 - E_2) = q\frac{\partial E}{\partial x}\Delta x = q\frac{\partial E}{\partial x} l\cos\alpha = p\frac{\partial E}{\partial x}\cos\alpha,$$

де враховано, що

$$\Delta x = l\cos\alpha, \; p = ql.$$

Добуток p cos α=p_E дорівнює проекції вектора дипольного моменту на вектор напруженості електричного поля, уздовж якого направлена вісь x на рис., тому

$$F = p_E \frac{\partial E}{\partial x}$$

Отже, в неоднорідному електростатичному полі на диполь, крім крутного моменту, діє сила, під дією якої диполь або втягується в область сильнішого електричного поля (кут α – гострий, p_E та dE / dx мають однакові знаки), або навпаки – виштовхуватиметься з поля (кут α – тупий, або p_E та dE / dx мають різні знаки).

Величину сили, що діє на діелектрик, в загальному випадку можна записати у вигляді

$$\vec{F} = -gradW = -grad(-\vec{p}\vec{E}) = \vec{\nabla}(\vec{p}\vec{E})$$

Коли поле має тільки одну складову

$$\vec{E} = (E_x(x), 0, 0)$$

то ненульовою буде тільки x-ва складова вектора сили:

$$F_x = p_x \partial E_x / \partial x, \text{ або } F = F_x = p_E \partial E / \partial x$$

де p_E - проекція на поле

Існування сил, що переміщують електричний диполь у область більшої напруженості поля, може бути фізичною причиною притягання до зарядженого тіла легких предметів (клаптиків паперу, часточок пилу, диму тощо). Під впливом електричного поля у частинок виникають індуковані поляризаційні заряди, і частинки ведуть себе у зовнішньому полі як диполі. Це явище використовують у техніці для створення електрофільтрів, у яких частинки пилу або диму осідають на електродах. Електричні фільтри застосовують на теплових електростанціях для очищення диму, на цементних та хімічних заводах, а також в побуті для очищення житлових приміщень.

Вектор поляризації

Коли зовнішнє електричне поле відсутнє, E = 0, то дипольні моменти молекул неполярного діелектрика дорівнюють нулю. У полярного діелектрика за відсутності електричного поля диполі молекул орієнтовані рандомно (випадково). Коли відсутнє зовнішнє електричне поле, сумарний дипольний момент діелектрика також дорівнює нулю.

Під дією зовнішнього електричного поля, E не дорівнює 0, відбувається поляризація діелектрика, вектори дипольних моментів молекул не компенсують один одного, і сумарний дипольний момент діелектрика стає відмінним від нуля. Вектор сумарного (повного) дипольного моменту довільного об’єму діелектрика дорівнює сумі векторів дипольних моментів усіх молекул, що містяться в діелектрику.

Кількісною мірою поляризації діелектрика визначають електричний дипольний момент одиниці об’єму поляризованого діелектрика, який позначають вектором P і називають вектором поляризації діелектрика. За визначенням, вектор поляризації дорівнює

$$\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i}{V}$$

де p_i – електричний момент i-го диполя; N – число диполів, що знаходяться в діелектрику об’ємом V.

Суму в чисельнику, пораховану по всім диполям, що містяться вдіелектрику, називають електричним дипольним моментом діелектрика:

$$\vec{J} = \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i$$

Електричний дипольний момент діелектрика можна розрахувати за допомогою суми

$$\vec{J} = \sum_{i} q_i \vec{r}_i$$

де індекс і нумерує всі заряди діелектрика.

Отже електричний дипольний момент діелектрика дорівнює сумі добутків зарядів на їх радіус-вектори.

Тепер вираз для вектора поляризації можна записати інакше:

$$\vec{P} = \frac{\sum_i q_i \vec{r}_i}{V}$$

Таким чином, вектор поляризації дорівнює сумі добутків зарядів на їх радіус-вектори, порахованій для одиниці об'єму діелектрика.

У загальному випадку вектор поляризації P можна визначити як границю відношення електричного моменту деякого об'єму ΔV діелектрика, що оточує дану точку середовища діелектрика, до об'єму, коли останній прямує до нуля, тобто

$$\vec{P} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i}{\Delta V} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta \vec{J}}{\Delta V},$$

Або

$$\vec{P} = \frac{d\vec{J}}{dV}$$

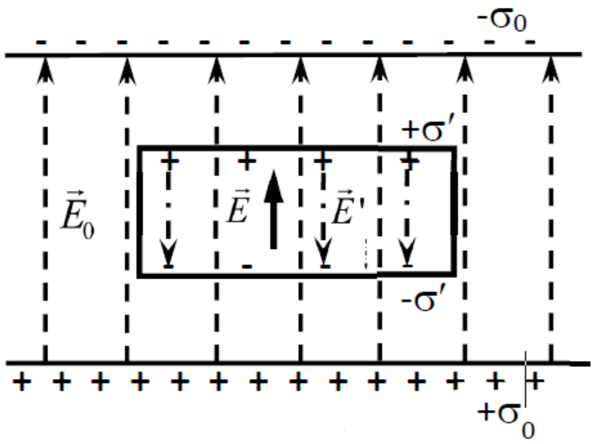
де dV – елементарний об'єм ділянки діелектрика, дипольний момент якої dJ

Електричне поле в діелектрику

В якості джерела однорідного зовнішнього електричного поля візьмемо дві паралельні різнойменно заряджені площини з поверхневими густинами заряду +σ0 та –σ0. На рис. силові лінії цього поля направлені вгору і позначені пунктиром. Напруженість поля, утвореного цими зарядженими площинами, коли між ними відсутній діелектрик, дорівнює

$$E_0 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}$$

Розмістимо між цими площинами однорідну діелектричну пластину, яка орієнтована паралельно до заряджених площин, як на рис. Під впливом електричного поля E_0 діелектрик поляризується. На його поверхнях утворюються зв'язані заряди з поверхневою густиною σ'. Силові лінії поля E', утвореного поверхневими зв'язаними зарядами діелектричної пластини, на рис. направлені вниз і позначені штрих-пунктирними стрілками.



Напруженість електричного поля поляризаційних зарядів дорівнює

$$E' = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}$$

Вектори зовнішнього E_0 і поляризаційного E' електричних полів направлені протилежно один до одного

Вектор напруженості електричного поля E всередині діелектрика, який позначено суцільною стрілкою, за принципом суперпозиції дорівнює сумі векторів,

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

Абсолютна величина напруженості поля E =| E | в діелектрику буде дорівнювати різниці величин напруженостей полів:

$$E = E_0 - E'$$

де $E_0 = |\vec{E}_0|$, $E' = |\vec{E}'|$

Підставимо у цей вираз величини напруженостей E_0 і E', тоді отримаємо:

$$E = \frac{\sigma_0 - \sigma'}{\varepsilon_0}$$

Отже, напруженість E електричного поля в діелектрику менша за напруженість зовнішнього електричного поля E0, в якому розміщено діелектрик